Atti della R. Accademia delle scienze di Torino

Reale accademia delle scienze di Torino

Digitized by Google

JUN 29 1904

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME TRENTESIMONONO
1903-904

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 22 NOVEMBRE 1903.

NB. — *La prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

D'Ovidio (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ✠, Comm. ✠.
Eletto alla carica il 14 dicembre 1902 — 21 dicembre 1902.

VICE-PRESIDENTE

Boselli (Paolo), Presidente della Giunta Direttiva del R. Museo Industriale Italiano, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia Patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente dell'Accademia Dafnica di Acireale, Presidente Onorario della Società di Storia Patria degli Abruzzi in Aquila, Membro del Consiglio e della Giunta degli archivi, Consigliere degli Ordini dei Ss. Maurizio e Lazzaro e della Corona d'Italia, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Cord. ✠ e ✠, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.
Eletto alla carica il 24 maggio 1903 — 11 giugno 1903.

Digitized by Google

TESORIERE

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, dell'Accademia Dafnica di Acireale e della Società degli Ingegneri Civili di Lisbona, Uff. ✠.
Eletto alla carica il 31 marzo 1901 — 7 aprile 1901.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo Cavour di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ✠, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).
Eletto alla carica il 12 maggio 1901 — 19 maggio 1901.

Segretario

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente del Museo Civico di Rovereto, della Società Scientifica del Cile, della Società Spagnuola di Storia naturale e della Società Zoologica di Londra, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione.
Eletto alla carica il 25 gennaio 1903 — 8 febbraio 1903.

Digitized by Google

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), *predetto*.
29 Gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

Berruti (Giacinto), Ingegnere delle Miniere, Direttore del R. Museo Industriale Italiano a. r. e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ; Comm. , dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di San Marino.
25 Giugno 1871 - 27 luglio 1871. — Pensionato 1° maggio 1879.

D'Ovidio (Enrico), *predetto*.
29 Dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Uffiz. , .
5 Dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), della R. Accademia di Medicina di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, L. L. D. dell'Università di Worcester, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, Socio straordinario della R. Accademia di Scienze di Svezia, Socio corrispondente della Società Reale di Napoli, Socio corrispondente della Società di Biologia di Parigi, ecc. ecc. , Comm. .
11 Dicembre 1881 - 25 dicembre 1881. — Pensionato 17 agosto 1894.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della R. Università di Torino, .
15 Giugno 1884 - 6 luglio 1884. — Pensionato 5 settembre 1895.

Camerano (Lorenzo), *predetto*.
10 Febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Digitized by Google

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze (dei XL), Membro onorario della Società Filosofica di Cambridge, Corrispondente della Società Fisico-Medica di Erlangen e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, .
10 Gennaio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* " del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo, .
25 Gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Jadanza (Nicodemo), *predetto*.
3 Febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 17 ottobre 1902.

Foà (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Comm. .
3 Febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, Presidente della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio dell'Accademia di Agricoltura di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Socio onorario della Società di Farmacia di Torino, Membro anziano del Consiglio Sanitario Provinciale, Membro corrispondente dell'Accademia di Medicina di Parigi, Socio della *Deutsche Gesellschaft b. Geschichte d. Medizin. und Naturwissenschaften*, Membro della Società Chimica di Berlino, ecc., , .
12 Gennaio 1896 - 2 febbraio 1896. — Pensionato 28 maggio 1903.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore ordinario di Statica grafica e scienza delle costruzioni e Direttore dell'annesso Laboratorio sperimentale nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, , .
31 Maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Fileti (Michele), Dottore in Chimica, Professore ordinario di Chimica generale, .
31 Maggio 1896 - 11 giugno 1896.

Parona (Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore del Museo di Geologia della R. Università di Torino, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti e Corrispondente dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna, Membro del R. Comitato Geologico, ecc.
15 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899.

Digitized by Google

Mattirolo (Oreste), Dottore in Medicina e Chirurgia e Scienze naturali, Professore ordinario di Botanica e Direttore dell'Istituto botanico della R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Medicina e della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, della Società Imperiale di Scienze naturali di Mosca, della Società Veneto-Trentina, ecc., ✠.
10 Marzo 1901 - 16 marzo 1901.

Morera (Giacinto), Ingegnere, Dottore in Matematiche, Professore ordinario di Meccanica razionale, ed incaricato di Meccanica superiore nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Professore onorario della R. Università di Genova, ✠.
9 Febbraio 1902 - 23 febbraio 1902.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica e Direttore della scuola Galileo Ferraris nel R. Museo Industriale Italiano in Torino, Socio ordinario della R. Accademia di scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia Pontaniana e del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli, Corrispondente della R. Accad. dei Lincei, Comm. ✠.
9 Febbraio 1902 - 23 febbraio 1902.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Reale di Napoli, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera, della Società Reale di Londra, della Società Reale di Edimburgo e della Società letteraria e filosofica di Manchester, Socio onorario della Società chimica tedesca, di Londra e Americana, Comm. ✱, Gr. Uffiz. ✠, ✡.
3 Luglio 1864 - 11 luglio 1864.

Schiaparelli (Giovanni), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stoccolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca, della Società Reale e della Società astronomica di Londra, delle Società filosofiche di Filadelfia e di Manchester, e di altre Società scientifiche nazionali e straniere, Gr. Cord. ✠, Comm. ✱; ✡.
16 Gennaio 1870 - 30 gennaio 1870.

Digitized by Google

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Uff. ✠, Comm. ♛.

11 Giugno 1876 - 11 luglio 1876. — Pensionato 3 giugno 1884.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica e Dottore onorario in Matematiche della Università Fridericiana di Christiania, Professore di Fisica matematica e incaricato di Meccanica celeste nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio onorario dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro nazionale della Società degli Spettroscopisti italiani, Membro onorario della Società di scienze fisiche e naturali di Bordeaux, ♛.

3 Febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Fergola (Emanuele), Professore di Astronomia nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei e dell'Accademia Pontaniana, Socio ordinario del R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ♛.

12 Gennaio 1896 - 2 febbraio 1896.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, ✠, ♛.

13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi Superiore nella R. Università di Pisa, Direttore della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Socio della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana detta dei XL, Corrispondente della R. Società delle Scienze di Gottinga, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Membro straniero della *London mathematical Society*, Dottore onorario dell'Università di Christiania, Uff. ✠, Cav. ♛, ✠.

13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Digitized by Google

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, Membro onorario dell'Università Imperiale di Charkoff, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Membro della Società per la Medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietroburgo, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-Mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-Fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New York, Socio onorario della *Royal Microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di Medicina del Belgio, Membro onorario della Società freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio Agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Cav. ✠, ✠, Comm. ✠.
13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

ACCADEMICI STRANIERI

Kelvin (Guglielmo Thomson, Lord), Professore nell'Università di Glasgow. — 31 Dicembre 1882 - 1° febbraio 1883.

Koelliker (Alberto von), Professore nell'Università di Würzburg. — 11 Giugno 1893 - 25 giugno 1893.

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga. — 10 Gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena. — 13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto, Parigi. — 13 Febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Darboux (Giovanni Gastone), Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Poincaré (Giulio Enrico), Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Moissan (Enrico), Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Helmert (Federico Roberto), Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia, Potsdam. — 14 Giugno 1903 - 28 giugno 1903.

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Tardy (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova (Firenze). — 16 Luglio 1864.

Cantor (Maurizio), Professore nell'Università di Heidelberg. — 25 Giugno 1876.

Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 Dicembre 1880.

Bertini (Eugenio), Professore nella Regia Università di Pisa. — 9 Marzo 1890.

Noether (Massimiliano), Professore nell' Università di Erlangen. — 3 Dicembre 1893.

Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto (Parigi). — 12 Gennaio 1896.

Mittag-Leffler (Gustavo), Professore a Stoccolma. — 12 Gennaio 1896.

Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia, Parigi. — 10 Gennaio 1897.

Cesàro (Ernesto), Professore nella R. Università di Napoli. — 17 Aprile 1898.

Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 Aprile 1898.

Veronese (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Padova. — 17 Aprile 1898.

Zeuthen (Gerolamo Giorgio), Professore nella Università di Copenhagen. — 14 Giugno 1903.

Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 Giugno 1903.

Mayer (Adolfo), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 Giugno 1903.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e scienza dell'ingegnere civile e militare.

Tacchini (Pietro), Già Direttore dell'Osserv. del Collegio Romano (Modena). — 14 Dicembre 1884.

Zenner (Gustavo), Professore nel Politecnico di Dresda. — 3 Dicembre 1893.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell' Università di Cambridge. — 27 Maggio 1894.

Lorenzoni (Giuseppe), Professore nella R. Università di Padova. — 3 Febbraio 1895.

Celoria (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di Milano. — 12 Gennaio 1896.

Favero (Giambattista), Professore nella R. Scuola di Applicazione degli Ingegneri in Roma. — 10 Gennaio 1897.

Pizzetti (Paolo), Professore nella R. Università di Pisa. — 14 Giugno 1903.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Roma. — 30 Novembre 1873.

Kohlrausch (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg. — 2 Gennaio 1881.

Digitized by Google

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di Napoli. — 12 Marzo 1882.

Roiti (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. — 12 Marzo 1882.

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Bologna. — 14 Dicembre 1884.

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 Maggio 1892.

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Institution* " di Londra. — 3 Febbraio 1895.

Thomson (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di Cambridge. — 12 Gennaio 1896.

Boltzmann (Luigi), Professore nell'Università di Vienna. — 12 Gennaio 1896.

Mascart (Eleuterio), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto (Parigi). — 10 Gennaio 1897.

Pacinotti (Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — 17 Aprile 1898.

Langley (Samuel Pierpont), Segretario delle *Smithsonian Institution* di Washington. — 11 Febbraio 1900.

Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 Giugno 1903.

Lorentz (Enrico), Professore nell'Università di Leiden. — 14 Giugno 1903.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Professore di Chimica applicata nella R. Università di Roma. — 2 Gennaio 1881.

Körner (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — 2 Gennaio 1881.

Baeyer (Adolfo von), Professore nell'Università di Monaco (Baviera). — 25 Gennaio 1885.

Williamson (Alessandro Guglielmo), della R. Società di Londra. — 25 Gennaio 1885.

Thomsen (Giuseppe), Professore nell'Università di Copenhagen. — 25 Gennaio 1885.

Lieben (Adolfo), Professore nell'Università di Vienna. — 15 Maggio 1892.

Mendelejeff (Demetrio), Professore nell'Università di Pietroburgo. — 3 Dicembre 1893.

Hoff (Giacomo Enrico van't), Professore nell'Università di Berlino. — 27 Maggio 1894.

Fischer (Emilio), Professore nell'Università di Berlino. — 24 Gennaio 1897.

Ramsay (Guglielmo), Professore nell'Università di Londra. — 24 Gennaio 1897.

Schiff (Ugo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. — 28 Gennaio 1900.

Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 Giugno 1903.

Ciamician (Giacomo), Professore nell'Università di Bologna. — 14 Giugno 1903.

Piccini (Augusto), Professore nel R. Istituto di studi pratici e di perfezionamento in Firenze. — 14 Giugno 1903.

Digitized by Google

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di Roma. — 30 Novembre 1873.
Rosenbusch (Enrico), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 25 Giugno 1876.
Zirkel (Ferdinando), Professore nell'Università di Lipsia. — 16 Gennaio 1881.
Capellini (Giovanni), Professore nella R. Univ. di Bologna. — 12 Marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 Febbraio 1885.
Klein (Carlo), Professore nell'Università di Berlino. — 15 Marzo 1892.
Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica (Londra). — 3 Dicembre 1893.
Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto (Parigi). — 3 Febbraio 1895.
Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di Palermo. — 13 Febbraio 1898.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 Febbraio 1898.
Taramelli (Torquato), Professore nella R. Univ. di Pavia. — 28 Gennaio 1900.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — 28 Gennaio 1900.
Bassani (Francesco), Professore nella R. Univ. di Pisa. — 14 Giugno 1903.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — 14 Giugno 1903.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore di Agricoltura in Milano. — 16 Gennaio 1881.
Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di Padova. — 8 Febbraio 1885.
Hooker (Giuseppe **Dalton**), Direttore del Giardino Reale di Kew (Londra). — 8 Febbraio 1885.
Delpino (Federico), Professore nella R. Univ. di Napoli. — 22 Febbraio 1885.
Pirotta (Romualdo), Professore nella R. Univ. di Roma. — 15 Maggio 1892.
Strasburger (Edoardo), Professore nell'Univ. di Bonn. — 3 Dicembre 1893.
Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 Febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — 13 Febbraio 1898.
Schwendener (Simone), Professore nell'Univ. di Berlino. — 13 Febbraio 1898.
Wiesner (Giulio), Professore nella I. R. Univ. di Vienna. — 14 Giugno 1903.
Klebs (Giorgio), Professore nell'Università di Halle. — 14 Giugno 1903.
Belli (Saverio), Professore nella R. Università di Cagliari. — 14 Giugno 1903.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Philippi (Rodolfo Armando), Santiago (Chilì). — 24 Luglio 1842.
Sclater (Filippo **Lutley**), Segretario della Società Zoologica di Londra. — 25 Gennaio 1885.
Fatio (Vittore), Dottore (Ginevra). — 25 Gennaio 1885.
Locard (Arnould), dell'Accademia delle Scienze di Lione. — 23 Giugno 1889.

Digitized by Google

Chauveau (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di Parigi. — 1° Dicembre 1889.

Foster (Michele), Professore nell'Università di Cambridge. — 1° Dicembre 1889.

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Univ. di Berlino. — 1° Dicembre 1889.

Guenther (Alberto), Londra. — 3 Dicembre 1893.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 Febbraio 1898.

Minot (Carlo Sedgwick), Professore nell'" Harvard Medical School „ di Boston Mass. (S. U. A.). — 28 Gennaio 1900.

Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia Naturale di Londra. — 28 Gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. —

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia dell'arte militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio corrispondente straniero onorario della Società Nazionale degli Antiquarii della Francia, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Repubblica di S. Marino, ✻, ✠.

Eletto alla carica il 31 marzo 1901 - 7 aprile 1901.

Segretario.

Renier (Rodolfo), ff.

Digitized by Google

ACCADEMICI RESIDENTI

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei in Roma, ♕.
10 Dicembre 1876 - 28 dicembre 1876. — Pensionato 1° agosto 1884.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi e dell'Istituto storico italiano, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ✠ e ♕, Cav. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta.
17 Giugno 1877 - 11 luglio 1877. — Pensionato 28 febbraio 1886.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ✠, ♕.
18 Maggio 1879 - 5 giugno 1879. — Pensionato 25 ottobre 1889.

Ferrero (Ermanno), *predetto.*
18 Maggio 1879 - 5 giugno 1879. — Pensionato 27 gennaio 1890.

Carle (Giuseppe), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza e Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, ✠, Comm. ♕.
7 Dicembre 1879 - 1° gennaio 1880. — Pensionato 4 agosto 1892.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società Romana di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, dell'Ateneo di Brescia, ecc., Uffiz. ✠ e ♕.
15 Gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 20 maggio 1897.

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 Gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ♕.
15 Febbraio 1891 - 15 marzo 1891. — Pensionato 4 marzo 1900.

Brusa (Emilio), Dottore in Leggi, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Membro della Commissione per la Statistica giudiziaria e della Commissione per la riforma del Codice di

Digitized by Google

procedura penale, Socio corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), ed effettivo dell'Istituto di Diritto internazionale, Socio onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e di altre, Comm. ✠ e dell'Ordine di S. Stanislao di Russia, *Officier d'Académie* della Repubblica Francese, Uff. ✱.
13 Gennaio 1895 - 3 febbraio 1895. — Pensionato 18 aprile 1901.

Allievo (Giuseppe), Dottore aggregato in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, dell'Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia Dafnica di Acireale, della Regia Imperiale Accademia degli Agiati di Rovereto, dell'Arcadia, dell'Accademia degli Zelanti di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Uff. ✱, Comm. ✠.
13 Gennaio 1895 - 3 febbraio 1895. — Pensionato 20 giugno 1901.

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Bibliotecario di S. M. il Re d'Italia, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc., Gr. Cord. ✠, Uffiz. ✱ e Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.
4 Giugno 1857 - 12 giugno 1857.

Renier (Rodolfo), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore di Storia comparata delle Letterature neo-latine nella R. Università di Torino; Socio attivo della R. Commissione dei testi di lingua; Socio non residente dell'I. R. Accademia degli Agiati di Rovereto; Socio corrispondente della R. Deputazione veneta di Storia patria, di quella per le Marche, di quella per l'Umbria e di quella per le antiche provincie e la Lombardia, della Società storica abruzzese e della Commissione di Storia patria e di Arti belle della Mirandola, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, dell'Ateneo veneto e di quello di Brescia; Membro della Società storica lombarda e della Società Dantesca italiana; Socio onorario dell'Accademia Etrusca di Cortona, dell'Accademia Cosentina e dell'Accademia Dafnica di Acireale, Uffiz. ✱, ✠.
8 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899.

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore nel Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario dell'Università di Lovanio, Socio cor-

Digitized by Google

rispondente dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Petrarchesca di Arezzo, dell' Accademia Dafnica di Acireale, dell' Accademia dell'Arcadia di Roma, ✠, ✉.
8 Gennaio 1899 - 22 gennaio 1899.

Chironi (Dott. Giampietro), Professore ordinario di Diritto Civile nella R. Università di Torino, Dottore aggregato della Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Cagliari, Socio corrispondente dell' Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), dell'Associazione internazionale di Berlino per lo studio del Diritto comparato, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Rettore della R. Università di Torino.
20 Maggio 1900 - 31 maggio 1900.

Savio (Sacerdote Fedele), Professore, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio della Società Storica Lombarda e della Società Siciliana per la Storia patria.
20 Maggio 1900 - 31 maggio 1900.

De Sanctis (Gaetano), Dottore in Lettere, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino.
21 Giugno 1903 - 8 luglio 1903.

Ruffini (Francesco), Dottore in Leggi, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Professore della Storia del diritto italiano.
21 Giugno 1903 - 8 luglio 1903.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore emerito, Primo Presidente della Corte di Cassazione a riposo, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere dell'Ordine dei Ss. Maurizio e Lazzaro e della Corona d'Italia, Gran Croce ✠, e Gr. Croce ✉, Cav. ✠, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.
29 Giugno 1873 - 19 luglio 1873.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Presidente dell'Istituto Storico di Roma, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio residente della R. Accademia della Crusca, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Socio nazionale della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, della Pontaniana di Napoli, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, del R. Istituto Veneto

Digitized by Google

di scienze, lettere ed arti, della R. Accademia di Baviera, Socio Straniero dell'Accademia di Berlino, dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Scienze morali e politiche), Dott. on. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. on. in Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Univers. di Pisa, Gr. Uffiz. ✱ e Gr. Cord. ❀, Cav. ✠, Cav. del Merito di Prussia, ecc.
16 Marzo 1890 - 30 marzo 1890.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen, Uff. ✱, Comm. ❀, Cav. ✠.
20 Marzo 1892 - 26 marzo 1892.

D'Ancona (Alessandro), già Professore di Letteratura italiana nella R. Università e già Direttore della Scuola normale superiore in Pisa, Membro della Deputazione di Storia patria per la Toscana, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e di quella di Torino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles Lettres), della R. Accademia di Copenhagen, dell'Accademia della Crusca, del R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto, della R. Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti di Napoli e della R. Accademia di Lucca, Cav. della Legione d'Onore, Cav. ✠, Gr. Uff. ✱, Comm. ❀.
20 Febbraio 1898 - 3 marzo 1898.

Ascoli (Graziadio), Senatore del Regno, Insignito della cittadinanza milanese, Socio nazionale della R. Accad. dei Lincei, della Società Reale di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro straniero dell'Istituto di Francia e della Società Reale di Scienze e Lettere in Gotemburgo, Accademico della Crusca, Membro d'onore dell'Accademia delle Scienze di Vienna, Membro corrispondente delle Accademie delle Scienze di Belgrado, Berlino, Budapest, Copenaga, Pietroburgo, della Società orientale americana, degli Atenei di Venezia e Brescia, dell'Accademia di Udine, dell'I. R. Società Agraria di Gorizia, Socio onorario delle Accademie delle Scienze d'Irlanda e di Rumania, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Minerva di Trieste, della Società asiatica italiana, della R. Accademia di Belle Arti e del Circolo Filologico di Milano, della Lega nazionale per l'unità di cultura tra i Rumeni e dell'Associazione Americana per le lingue moderne; Dottore in filosofia per diploma d'onore dell'Università di Wirzburgo, Professore emerito di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella

Digitized by Google

R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; Cav. dell'Ord. Civile di Savoia, Gr. Cord. ✠, Comm. della Legion d'Onore, ecc.
20 Febbraio 1898 - 3 marzo 1898.

Gandino (Giovanni Battista), Dottore in lettere, Professore ordinario di letteratura latina nella R. Università di Bologna, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia della Crusca, Dottore aggregato della Facoltà di Filosofia e Lettere della R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Comm. ✱, ✠.
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Nigra (Conte Costantino), Senatore del Regno, Dottore in Leggi, Socio della R. Accademia dei Lincei, Membro onorario del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Socio della R. Accademia d'Irlanda, ecc., Membro del Tribunale arbitrale internazionale dell'Aja, Ambasciatore di S. M. il Re d'Italia a Vienna, C. O. S. SS. N., Gr. Cr. ✱, ✠.
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Scialoja (Vittorio), Dottore in Leggi, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Professore onorario della Università di Camerino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia di Napoli, Socio onorario della R. Accademia di Palermo, ecc. Comm. ✠, Uff. ✱.
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Dottore in Lettere, Professore ordinario di lingue e letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, della Società Reale di Napoli, della R. Accademia della Crusca, della R. Accademia di Padova e della Società Reale di scienze e lettere di Göteborg, Uff. ✱, ✠.
29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

ACCADEMICI STRANIERI

Meyer (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'“*École des Chartes*” (Parigi). — 4 Febbraio 1883 - 15 febbraio 1883.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia. — 16 Marzo 1890 - 30 marzo 1890.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino. — 3 Maggio 1891 - 26 maggio 1891.

Maspero (Gastone), Professore nel Collegio di Francia (Parigi). — 26 Febbraio 1893 - 16 marzo 1893.

Wallon (Enrico Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere). — 31 Gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — 31 Gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Bréal (Michele Giulio Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) (Parigi). — 29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 Marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Bonatelli (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — 15 Febbraio 1882.

Pinloche (Augusto), Prof. nel Liceo Carlomagno di Parigi. — 15 Marzo 1896.

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze. — 15 Marzo 1896.

Cantoni (Carlo), Professore nella R. Università di Pavia. — 15 Marzo 1896.

Chiappelli (Alessandro), Prof. nella R. Università di Napoli. — 15 Marzo 1896.

Masci (Filippo), Professore nella R. Università di Napoli. —

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno (Vicenza). — 5 Aprile 1881.

Rodriguez de Berlanga (Manuel) (Malaga). — 17 Giugno 1883.

Schupfer (Francesco), Professore nella R. Univ. di Roma. — 14 Marzo 1886.

Gabba (Carlo Francesco), Prof. nella R. Univ. di Pisa. — 3 Marzo 1889.

Buonamici (Francesco), Prof. nella R. Università di Pisa. — 16 Marzo 1890.

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 26 Febbraio 1893.

Bonfante (Pietro), Professore nella R. Università di Pavia.

Sezione di Scienze storiche.

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria (Cherasco). — 15 Dicembre 1853.

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di Londra. — 14 Marzo 1886.

Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 Febbraio 1893.

Duchesne (Luigi), Dirett. della Scuola Francese in Roma. — 28 Aprile 1895.

Bryce (Giacomo), Londra. — 15 Marzo 1896.

Patetta (Federico), Prof. nella R. Università di Modena. — 15 Marzo 1896.

Gloria (Andrea), Professore nella R. Università di Padova.

Sezione di Archeologia.

Palma di Cesnola (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a New-York. — 2 Gennaio 1876.

Lattes (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere (Milano). — 14 Marzo 1886.

Poggi (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a Savona — 2 Gennaio 1887.

Palma di Cesnola (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquari di Londra (Firenze). — 3 Marzo 1889.

Mowat (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia (Parigi). — 16 Marzo 1890.

Digitized by Google

Nadaillac (Marchese I. F. Alberto de), Parigi. — 16 Marzo 1890.
Brizio (Eduardo), Professore nell'Università di Bologna. — 26 Febbraio 1893.
Barnabei (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano (Roma). — 28 Aprile 1895.
Gatti (Giuseppe), Roma. — 15 Marzo 1896.

Sezione di Geografia ed Etnografia.

Pigorini (Luigi), Professore nella R. Università di Roma. — 17 Giugno 1883.
Dalla Vedova (Giuseppe), Professore nella R. Università di Roma. — 28 Aprile 1895.
Porena (Filippo), Professore nella R. Università di Napoli.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Sourindro Mohun Tagore (Calcutta). — 18 Gennaio 1880.
Kerbaker (Michele), Prof. nella R. Università di Napoli. — 17 Giugno 1883.
Marre (Aristide), Vaucresson (Francia). — 1° Febbraio 1885.
Oppert (Giulio), Professore nel Collegio di Francia (Parigi). — 3 Marzo 1889.
Guidi (Ignazio), Professore nella R. Università di Roma. — 3 Marzo 1889.
Amelineau (Emilio), Professore nella *École des Hautes Études* di Parigi. — 28 Aprile 1895.
Foerster (Wendelin), Professore nell'Università di Bonn. — 28 Aprile 1895.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 Marzo 1890.
Novati (Francesco), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Pavia.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze.
D'Ovidio (Francesco), Professore nella R. Università di Napoli.
Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Civica di Verona.
Cian (Vittorio), Professore nella R. Università di Pavia.

Digitized by Google

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 25 Gennaio 1903
al 22 Novembre 1903.

ELEZIONI

SOCI

Gandino (Gio. Battista), Professore di Letteratura latina nella R. Università di Bologna, eletto Socio nazionale non residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 29 marzo 1903 e approvata l'elezione con R. Decreto 9 aprile 1903.

Nigra (S. E. Costantino), Ambasciatore di S. M. il Re d'Italia a Vienna. Id. Id.

Scialoja (Vittorio), Professore di Diritto romano nella R. Università di Roma. Id. Id.

Rajna (Pio), Professore di Lingue e Letterature neo-latine nel R Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. Id. Id.

Bréal (Michele Giulio Alfredo), membro dell' " Académie des Inscriptions et Belles lettres „ dell' Istituto di Francia, eletto Socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell' adunanza del 29 marzo 1903 e approvata l'elezione con R. Decreto 9 aprile 1903.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Leipzig. Id. Id.

Boselli (Paolo), Eletto alla carica triennale di Vice-Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi Unite del 24 maggio 1903 a complemento del triennio principiato dal compianto Socio B. Peyron, e approvata l'elezione con R. Decreto 11 giugno 1903.

Darboux (Giovanni Gastone), membro dell'Istituto di Francia, eletto Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 14 giugno 1903 e approvata l'elezione con R. Decreto del 28 giugno 1903.

Poincaré (Giulio Enrico), Id. Id.

Moissan (Enrico), Id. Id.

Helmert (Federico Roberto), Dirett. del R. Istit. Geodetico di Prussia. Id. Id.

Zeuthen (Girolamo Giorgio), Professore dell'Università di Copenhagen, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure) nell'adunanza del 14 giugno 1903.

Digitized by Google

Hilbert (Davide), Professore nell'Università di Göttingen. Id. Id.

Mayer (Adolfo), Professore nell'Università di Leipzig. Id. Id.

Pizzetti (Paolo), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'Ingegnere civile e militare) nell'adunanza del 14 giugno 1903.

Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore dell'Università di München, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale) nell'adunanza del 14 giugno 1903.

Lorentz (Enrico), Professore dell'Università di Leiden. Id. Id.

Dewar (Giacomo), Professore dell'Università di Cambridge (Inghilterra), eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata), nell'adunanza del 14 giugno 1903.

Ciamician (Giacomo), Professore nella R. Università di Bologna. Id. Id.

Piccini (Augusto), Professore del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze. Id. Id.

Bassani (Francesco), Professore della R. Università di Napoli, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia) nell'adunanza del 14 giugno 1903.

Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. Id. Id.

Wiesner (Giulio), Professore nella I. R. Università di Vienna, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale) nell'adun. del 14 giugno 1903.

Klebs (Giorgio), Professore dell'Università di Halle. Id. Id.

Belli (Saverio), Professore nella R. Università di Cagliari. Id. Id.

Marchand (Felice), Professore nella Università di Leipzig, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) nell'adunanza del 14 giugno 1903.

De Sanctis (Gaetano), Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, eletto Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 21 giugno 1903 e approvata l'elezione con R. Decreto dell'8 luglio 1903.

Ruffini (Francesco), Professore di Diritto italiano nella R. Università di Torino. Id. Id.

Masci (Filippo), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di Napoli, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze filosofiche) nell'adunanza del 21 giugno 1903.

Bonfanti (Pietro), Professore di Diritto romano nella R. Università di Pavia (Sezione di Scienze giuridiche e sociali). Id. Id.

Gloria (Andrea), Professore di Paleografia nella R. Università di Padova (Sezione di Scienze storiche). Id. Id.

Digitized by Google

Porena (Filippo), Professore di Geografia nella R. Università di Napoli (Sezione di Geografia e di Etnografia). Id. Id.

Novati (Francesco), Professore di Letteratura neo-latina nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano (Sezione di Filologia, Storia letteraria, e Bibliografia). Id. Id.

Rossi (Vittorio), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Pavia. Id. Id.

Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze. Id. Id.

D'Ovidio (Francesco), Professore di Storia comparata delle letterature neolatine nella R. Università di Napoli. Id. Id.

Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Civica di Verona. Id. Id.

Cian (Vittorio), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Pisa. Id. id.

Digitized by Google

MORTI

1° Luglio 1899.

Flower (Guglielmo Enrico), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

30 Novembre 1901.

Weber (Alberto), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale).

15 Maggio 1902.

Krehl (Ludolfo), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale).

1° Febbraio 1903.

Stokes (Giorgio Gabriele), Socio straniero della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.

6 Marzo 1903.

Paris (Gastone), Socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

11 Marzo 1903.

Pleyte (Guglielmo), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Archeologia).

9 Maggio 1903.

Peyron (Bernardino), Socio residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, Vice-Presidente dell'Accademia.

28 Maggio 1903.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Socio residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

10 Giugno 1903.

Cremona (Luigi), Socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

14 Giugno 1903.

Gegenbaur (Carlo), Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

10 Settembre 1903.

Fasella (Felice), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'Ingegnere civile e militare).

1° Novembre 1903.

Mommsen (Teodoro), Socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

Dal 14 Giugno al 31 Dicembre 1903.

* **Aberdeen** University. Studies: No. 6. Rectorial Addresses; 7. The Albemarle Papers, 2 vol. 8°. Aberdeen, 1902; 3 vol. 8°.
* **Acireale.** R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Memorie. Classe di lettere ed arti, serie 3ª, vol. I, II, 1901-903; 8°.
* **Adelaide.** R. Society of South Australia: Memoirs, vol. II, parte 1ª; Transactions, vol. XXVI, parte 1ª e 2ª; XXVII, 1ª; 1902; 8°.
* **Alger.** École de Lettres; Bulletin de correspondance africaine. T. XXV, XXVI, fasc. 1-3; XXVII. Paris, 1902; 8°.
* **Amsterdam.** Académie R. des Sciences: Verhandelingen Afd. Natuurkunde, 1ᵉ Sectie, Deel IV, (1901); VIII, N. 1, 5. 2ᵉ Sectie, Deel VIII, N. 1-6; IX, 1-9. — Letterkunde. Nieuwe Reeks. Dl. IV; Del V N° 1-3. — Verslagen, Natuurkunde. Année 1901-902, vol. X, XI, 1902-1903. — Proceedings (Section of Science), vol. IV, V. — Verslagen en Mededeelingen. Litterkunde. 4° Reeks. Dl. IV, V. — Jaarboeck 1901, 1902. — Prijsvers Centurio Feriae aestive; 8°. — Beobachtungen bestimmt worden sind, aus Band 67 bis 112 der " Astronomische Nachrichten „ reducirt auf 1875. O von N. M. Kam nach dessen Tod herausgegeben von H. G. van de Saude Bakhuyzen in-4°. Amsterdam, 1901-903.
* **Angers.** Société d'Études scientifiques; Bulletin. N. Sér. XXXI, an. 1901. 1902; 8°.
* **Austin.** Texas Academy of Science. Transaction, vol. III; IV, parte 1ª, 2ª. N. 1-9. 1900-902; 8°.

Baltimore. Peabody Institute. Thirty-sixth Annual Report. June 1, 1903. Baltimore; 8°.

* — University John Hopkins: American Chemical Journal, vol. XXVII; 8°. XXVIII, XXIX 1-2. — American Journal of Math., vol. XXIV, XXV 1; 4°. — American Journal of Philology, vol. XXII, 8°; XXIII, 1-4. 1901-903. — Bulletin of the Johns Hopkins Hospital, vol. XIII, Nos. 136-141; XIV, 142-152. — Circulars, N. 159-164. 1902-903; 4°. — Reports, vol. X, 3-9. 1902. — Studies in Historical and Political Science, Ser. XX, N. 2-12; 1 vol. extra-number. 1902; 8°.

Digitized by Google

* **Batavia**. Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Notulen, Deel XXXIX (1901), Aflev. 4; XL (1902), 2-4. — Tijdschrift voor Indische Taal, Land- en Volkenkunde. Deel XLV, Aflev. 2-6; XLVI, 1-5. 1903. — Verhandlingen, Deel LII, Stuck 1-3; LIV, 2. 1901, LV, 3° 1903. — Herdenking van het honderdvijftigiarig bestaan van de ..op 7 Juni 1902. Batavia, Gravenhage, 1902-1903; 8°.

— Departement van Kolonien. Dagh-Register gehouden int Casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als aver geheel Nederlandts-India. An. 1643-1644, 1644-1645. S. Gravenhage, 1902, 1903; 1674-1675, 1676 Batavia, 1902; 8°.

— K. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandisch-Indie. Natuurkundig tijdschrift. Deel LXII, Tiende Serie, Deel VI. 1903; 8°.

— R. Magnetical and meteorological Observatory. Observations, vol. XXIV (1901); 4°. — Regenwaarnemingen Jaarg. 1899. (1901); 8°.

* **Basel**. Naturforschenden Gesellschaft. Verhandlungen. Bd. XV Heft 1; XVI. 1903; 8°.

Belem. Bibliotheca e Archivo publico do Parã. Annaes. T. II. 1903; 8.

* **Bergen**. Bergens Museum. Aarsberetning for 1902; Aarbog for 1902, 2; 1903, 1, 2. 1902-903; 8°.

** **Berlin**. Deutschen physikalischen Gesellschaft. Verhandlungen, 1901, 1902, Jahrg. 4 Nos. 14-18. Berlin; 8°.

* — K. Akademie der Wissenschaften: Abhandlungen- Aus den Jahren 1902; 4°. — Sitzungsberichte 23 Oct. N. XLI-18 December N. LIII 1902; 8 Januar N. I-30 July N. XL 1903; 8°. — Acta Borussica; Das Preussische Münzwesen im 18. Jahrhundert von F. von Schötter. — Beschreibender Theil, 1. Heft. Die Münzen aus der Zeit der K. Friedrich I und Friedrich Wilhelm I. Berlin, 1902; 4°.

— Physikalisch-Technischen Reichsanstalt-Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd. IV, Hift 1. Berlin, 1904; 4°.

— K. Preussischen geodetischen Institutes. Veroffentlichungen des Centralbureaus, N. S., 7-8. — Veroffentlichungen, N. F., N. 10 (1902); 11-13 (1903). — Resultate des internationalen Breintendienstes. Bd. I, von T. Albrecht. 1903; 4° (*dal Direttore Prof. D. Helmert, Socio straniero dell'Accademia*).

** — K. Geologischen Preussischen Landesanstalt. Abhandlungen, N. F. Hift 24, 37, 2 vol. 8° c. 2 a H. 4°. Erlauterungen zur geologische Specialkarte von Preussen. Liefg. 116, Graddabth. 54, Nos. 58-59; Grad. 68, Nos. 4, 5. 1902; 8°.

* **Bern**. Naturforschenden Gesellschaft. Mitteilungen aus dem Jahre 1902. Nr. 1519-1550. 1903; 8°.

* **Bologna**. R. Accademia delle scienze. Memorie. Ser. 5ª, t. VIII, fasc. 3°, 4°, vol. IX; 4°. — Rendiconto, N. S., vol. IV, fasc. 3°, 4°; vol. V, VI; 8°. 1900-902.

* — Società medico-chirurgica: Bollettino delle scienze mediche. Ser. 7ª, vol. 8-11; ser. 8ª, vol. 1-3, fasc. 1, 2. 1897-1903; 8°.

* **Bordeaux**. Annales de la Faculté des Lettres et des Universités du Midi. 4ᵉ Série: Bulletin italien, T. II (1902) N. 4; III (1903) N. 1-4. Bulletin

Digitized by Google

hispanique, T. IV (1902) Nos. 3, 4; T. V (1903) N. 1-4. Revue des études anciennes, T. IV (1902) N. 4; V (1903) N. 1-4.

Bordeaux. Société des sciences physiques et natur. Procès verbaux 1901-1904. Mémoires, T. II, 6e sir. 1ère Cahier; Appendice au T. II, 6e Sér. Observations-pluviométriques, juin 1901, Mais 1902, 1902-1903; 8°.

* **Boston.** American Academy of Arts and Sciences. Memoirs. Vol. XII, N. 5. — Proceedings. Vol. XXXVII N. 23; XXXVIII 1-26.1902; 8°.

— American Philological Association. Transactions and Proceedings, 1902, vol. XXXIII; 8°.

— Boston Society of Natural history. — Memoirs, Vol. V, 8, 9; 4°. — Proceedings, vol. XXX, N. 3-7; XXXI, N. 1; 1902-1903; 8°.

* **Boulder.** University of Colorado. Studies. Vol. I, N. 1-3. — Quarto Centennial Celebration, 1902-903; 8°.

* **Brescia.** Ateneo: Commentari per l'anno 1902. 1902; 8°.

* **Brooklyn.** Museum Brooklyn Institute of Arts and Sciences. — Bulletin Science. Vol. I, N. 2, 3. New-York, 1902; 8°.

* **Bruxelles.** Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts du Belgique. Annuaire. 1903; 16°. — Mémoires. T. 54, fasc. 5 (1902); 4°. — Mémoires Couronnés et Mémoires des Savants étrangers, Sciences. T. 59 fasc. 4°; 62 1°, 2°; 4°. — Lettres et sciences morales et politiques. T. 59 fasc. 3°; T. 60; 4°. — Mémoires Couronnés et autres Mémoires. Collection in-8°, Sciences. T. 62 fasc. 1-3; 63 1, 4. — Lettres et sciences morales et politiques. T. 63, fasc. 3°. — Beaux-Arts. T. 62 fasc. 4°. — Bulletin de la Classe des sciences, 1902, Nos. 6-12; 1903, Nos. 1-5; Bruxelles, 1902-903.

* — Société d'Archéologie. Annuaire, 1903. — Annales, T. XVI, livr. 1-4. XVII, 1, 2. 1902; 8°.

* — Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Bulletin, T. XIII fasc. 3, 4 (1899); XIV fasc. 4 (1902); XVII fasc. 1, 2 (1903); 8°. — Nouveaux Mémoires, Ser. 4°, fasc. 1°. 1903; 4°.

* — Société des Bollandistes. Analecta Bollandiana, T. XXI fasc. 3°, 4°; XXII 1-3. 1902-903.

* — Société Entomologique du Belgique. Annales, T. 46°. — Mémoires. Vol. IX (1902); 8°.

* — Société Royale Malacologique du Belgique. Annales, Mémoires, t. XXXVI et Bulletins des séances, année 1901. 1902; 8°.

* — Musée R. d'histoire naturelle du Belgique. Extrait des Mémoires, T. II, ann. 1903; 4°.

* **Bucuresci.** Academiei Romane. Analele, Memoriile Secțiunii scientifice, Ser. II, T. XXIV (1901-902); XXV (1902-903); Secț. Istorice, Ser. II, T. XXIV (1901-902); Secț. Literare, Ser. II, T. XXV (1902-903). Discursurĭ de recepțiune Mijlóce de investigațiune ale meteorologicĭ de Stefan C. Hepites ...en rĕspuns de Dr. I. Felix. Istoriile luĭ Erodot ...de Dimitric J. Ghica. Vol. IV. Bucuresci, 1902-903.

— Institutul Meteorologic Buletinul Lunar al Observațiulinor Meteorologice din România. Anul XI, 1902; 1903; 4°.

* — Societatii de Sciințe. Buletinul. Anul XI No. 5, 6; XII 1-4. 1903; 8°.

Digitized by Google

* **Budapest**. K. Ungarische geolog. Anstalt. Foldani Közlöny., Köt. XXXII 5-12; XXXIII 1-9. — Jahresbericht 1900. — Mittheilungen aus den Jahrbüchern etc. XIII Bd., 6 Heft. — Katalog (Fünften Nachtrag zum) der Bibliothek und Allgemeinen Kartensammlung, 1897-901, 1902-903; Die Mineralkohlen der Länder der ungarischen Krone etc. von A. v. Kalecsinszky.

Buenos Aires. Dirección General de Estadística de la Prov. Boletin Mensual. Meteorologia. Año I (1900) N. 4, 5; II (1901) 6, 11-14; III (1902) 20-29; IV (1903) 30-36.

— Direction générale de la Statistique municipale. Annuaire, XII° an. 1902; 1903; 8°. — Bulletin mensuel, XVI° an. (1902) 5-12; XVII° an. (1903) 1-10; 4°.

— Museo Nacional. Anales, T. VII (2ª Ser., T. IV); VIII (3ª Ser., T. I), Entregas 1ª, 2ª. 1902; 8°.

— Oficina Meteorologica Argentina. Anales, T. XIV. Clima de Córdoba. 1901; 4°.

— Sociedad Científica Argentina. Anales, Entregas 3-6, LIV; 1-6, LV; 1-3, LVI. 1902-903; 8°.

* **Calcutta**. Asiatic Society of Bengal. Journal. History, Literature, T. LXXI, part 1ª. N. 2; Extra N. 1-2 (1902); LXXII, 1ª, N. 1 (1903). — Natural Sciences etc. T. LXXI, part 2ª, N. 2, 3 (1902); LXXII, 2ª, N. 1, 2 (1903); 8°. — Anthropological and Cognate subjects. T. LXXI, part 3ª, N. 2 (1902); LXXII, 3ª, N. 1 (1903). — Proceedings. N. 6-10, 11 extra N. (1902); 1-5 (1903); 8°.

* — Geological Survey of India. General Report ...for the period from the 1st April 1901 to the 31st March 1902; 8°. — Memoirs. Vol. 32°, part III; 34°, II; 35°, I; 8°. — Memoirs, Palaeontologica Indica, N. S., Vol. II; Observations sur quelques plantes fossiles des Lower Gondwanas. Par R. Zeiller. 1902; 4°.

* **California**. University. Officers and Students. September 1902. — Annual Report of the Secretary to the Boards Regents for the Year ending June 30, 1901. — Biennal Report of the President of the University. 1900-902. — Bulletin New Ser. Vol. III No. 3, IV 1-3, V. 1, 2. — Publications: Library Bulletin. No. 1. Third, Enbarged Edit., Botany. Vol. I, pag. 1-418; Physiology, Vol. I, 1, 2; Zoology. Vol. I, pag. 1-114. — Bulletin of the Department of Geology. Vol. III, Nos. 1-11. — Bulletin of the Agricultural Experiment Station, Nos. 140-148. — University Chronicle an official Record, Vol. V. Nos. 1-6. VI, 1. — Report of Work of the Agricultural Experiment Station for the Years 1898-1901. Part I-II. An application of the Crosseley Reflector of the Lick Observatory of the study of very faint Spectra by H. K. Palmer. 1902; 4°. — On differential equations belonging to a ternary linearoid group by F. E. Ross. 1901; 4°. Berkeley-Sacramento, 1902-1903; 8°.

* **Cambridge**. Cambridge Philosophical Society. Proceedings, Vol. XI, part 7ª; XII, 1ª-3ª. 1902; 1903; 8°. — List of Fellows, Associates and honorary members. August, 1903.

Digitized by Google

* **Cambridge Mass.** Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Memoirs. T. XXIV, N. 4; XXVII, 2; XXVIII, 1 vol. di testo e 3 di tavole; 4°. — Bulletin. T. XXXVIII. — (Geological series, vol. V) N. 7, 8; XXXIX, 4-8; XL, 4-7; XLII (VI) 1-4; 8°. — Report, 1901-902; 8°.

Capodimonte. R. Osservatorio. Osservazioni meteoriche fatte nell'anno 1902. Napoli, 1903; 8°.

* **Catania.** Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. Atti. An. 72° (1902), serie 4ª, vol. XV; 4°. — Bollettino 1902, fasc. 74 75; (1903) 76-78.

* — Società degli Spettroscopisti italiani. Memorie, Vol. XXXI (1902) disp. 6-12; XXXII (1903) disp. 1-12; 4°.

* **Charleroi.** Société Paléontologique et Archéologique. Documents et Rapports. — Table des matières des XXV premiers volumes. 1902; 8°.

* **Chambéry.** Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie. Mémoires et Documents. T. XLI. 1902; 8°.

Charlottenburg. K. Physik-technischen Reichsanstalt. Thätigkeit, Jahre 1902. Berlin, 1903; 8°.

* **Cherbourg.** Société nationale des sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg. Memoires, T. XXXII, XXXIII, fasc. 1r. 1901-902; 8°.

* **Chicago.** Field Columbian Museum. Anthropological Series. Vol. III, N. 3. — Botanical Series. Vol. I, N. 7; III, 1. — Geological Series. Vol. I, N. 11. — Report Series. Vol. II, N. 2. — Zoological Series. Vol. III. N. 6-9. 1902; 8°.

— The John Crerar Library. Eighth annual Report for the Year 1902. 1903; 8°.

* **Christiania.** Videnskabs Selskabet. Forhandlinger for 1902, N. 1-6; Oversigt, 1902; Skrifter, Mathem.-naturvidenskabelig Klasse, 1902; N. 1-12; 8°,

* **Christiania.** K norske Friedriks Universitets. Aarsberetning for budgetterminen 1898-99, 1899-900 samt Universitets Matrikul 1899-900, 1900-901; 8°. — Den norske sindssygelovigivning Forelœsinger af Dr. P. Winge. 1901; 8°.

* — Norvegischen meteorologischen Instituts. Jahrbuch für 1900, 1901. 1901, 1902.

Colorado Springs. Colorado College Studies Vol. X; 1903; 8°.

Columbus. Ohio State University. 31th Annual Report of the Board of Trustees Year ending June 30, 1901, Part I-II. 1901; 8°.

* **Copenhague.** Académie R. des sciences et des lettres de Danemark: Mémoires de la Section des sciences. 6ª Sér., T. XI, Nos. 4, 5. Mémoires de la Section des sciences et des lettres. T. XI, 6, 1903; 4°. — Bulletin 1902, Nos. 4-6; 1903, N. 4, 5; 1903, 1-3.

Cordoba. Academia Nacional de Ciencias. Boletin. T. XVII, Entregas 2, 3. Buenos Aires, 1902; 8°.

* **Cracovia.** Akademii Umiejętności w Krakowie. Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie: Classe des sciences mathém. et naturelles. 1902, Nos. 8-10; 1903, 1-7. Classe des sciences philologiques et Classe d'histoire et de philosophie. 1902, Nos. 8-10; 1903, 1-7. — Katalog literatury naukowej polskiej wydawany przez Komisye Bibliograficzna

Digitized by Google

Vydzialu Matematyczno-Przyrodniczego. T. II, III, zezyt 1. — Materyały i prace, T. I, zeszyt. 2 (1903). Rozprawy Wydziału matemat.-przyrodniczego, Ser. II, T. XIX (1902); III, 2°, dzial A (Nanki matem.-fizyczne); 2°, dzial B (Nanki biologiczne) 1902. — Rozprawy Wydz. Filologiczny. Ser. II, T. XIX: XX (1902), zeszyt 1; XXII (1903). — Rozprawy Historyczno-filozoficzny. Ser. II, T. XVIII (1902). Cracovie, 1902-903; 8°.

* **Dijon**. Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon. Mémoires, 4° Sér., T. VIII (An. 1901-902). 1903; 8°.

* **Dorpat**. Imp. Universitatis Jurievensis (olim Dorpatensis). Acta et Commentationes. Vol. 9°. 1901; 8°.

* **Dublin**. R. Dublin Society. Scientific Proceedings. Vol. IX, N. S., 1903, p. 5. — Economic Proceedings. Vol. I, 1902, part 3; 8°. — Scientific Transactions. Vol. VII, Ser. II, N. 14-16; VIII, II, 1. 1902; 4°.

* — R. Irish Academy. Proceedings. Third Ser., Vol. VI, N. 3; Vol. XXIV, Sect. A, part 1, 2; B, 1-3; C, 3; 8°. — Transactions. Vol. XXXII, Sect. A, part 3-6; B, 1, 2; C, 1. 1902-903; 4°.

* **Edinburgh**. R. College of Physicians. Report from the Laboratory, Vol. VIII. 1903; 8°.

— Geological Society. Vol. VIII, part 2ª. Special part. 1903; 8°.

* — R. Physical Society. Proceedings for the promotion of Zoology and other branches of Natural history. Session 1901-902. 1903; 8°.

* — R. Scottish Society of Arts: Transactions. Vol. XV, part 4. 1903; 8°.

* — R. Society: Proceedings. Vol. XXII, sess. 1899-900, 1900-901; 8°. — Transactions. Vol. XL, part 1, 2; XLII. 1901-902; 4°.

* **Elberfeld**. Naturwissenschaftlichen Vereins. Jahres-Berichte, X Heft. 1903; 8°.

* **Firenze**. R. Accademia economico-agraria dei Georgofili. Atti, 4ª serie, vol. XXV, disp. 3ª, 4ª e suppl.; XXVI, 1ª-3ª. 1902-903; 8°.

* — R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento. Pubblicazioni: Sezione di scienze fisiche e naturali. Fasc. 17, Osservazioni astronomiche fatte all'equatoriale di Arcetri nel 1902. 1903; 4°. — Scuola di Geografia, Anno Scolastico 1902-1903; 8°.

* — R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del dì 28 dic. 1902; 8°.

* **Frankfurt am Mein**. Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Abhandlungen. XX Bd, 4 Heft; XXV, 3; XXVII, 1. 1902-903; 4°. — Berichte. 1902; 8°.

* **Freiburg**. Naturforschenden Gesellschaft. Berichte. R., XIII. Bd. 1903; 8°.

* **Gap**. Société d'Études des Hautes-Alpes. Bulletin, 21° An., 3° Sér., N. 3, 4. 1902; 22° An. 3° sér. 5, 6; 1903, 8°.

* **Genève**. Société de Physique et d'Histoire naturelle. Mémoires, T. 34, fasc. 3° (mars 1903); 4°.

* **Genova**. Società di letture e conversazioni scientifiche. Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. An. XXIV (1902), fasc. 6; XXV (1903), 1-5; 8°.

— R. Scuola navale superiore. Annuario, Anno scolastico 1902-903. 1903; 8°.

* — Società Ligure di Storia patria. Atti, Appendice al vol. XXVIII; XXXI, fasc. 2ª. 1902, 1903; 8°.

Digitized by Google

Genova. R. Università. Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata, N. 117-120 (1902); 121-125 (1903). Genova, 8°.

* **Göttingen**. K. Gesellschaft der Wissenschaften. Mathem.-Physikalische Klasse. Abhandlungen N. F., Bd. II, Nos. 1, 4. 1902-903; 4°. — Nachrichten 1902. Heft 6; 1903, 1-5. — Philologisch-historische Klasse. Abhandlungen N. F., 5 Bd., N. 3; 6°, 1, 3; 7°, 1, 3. 1902-903; 4°. — Nachrichten 1902, Heft 5; 1903, 1-5. — Geschäftliche Mittheilungen 1902, Heft 2; 1903, 1.

* **Granville Oh.** Bulletin of the Scientific Laboratories of Denison University. Vol. XII, Art. 1-4. 1902; 8°.

* **Haarlem**. Hollandische Maatschappij der wetenschappen. Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Ser. II, T. VIII, 1-5. La Haye, 1903; 8°. — Natuurkundige Verhandelingen. Derde Verzameling. Dal V, Derde in laatste Stuk. 1903; 4°.

* — Musée Teyler. Archives. II° Sér., T. VIII, 2° et 3° partie. 1902; 8°.

Halifax. Nova Scotian Institute of Science. Proceedings and Transactions, Session of 1900-901; 2nd Series, Vol. III, Part 3°, 4°. 1902; 8°.

* **Heidelberg**. Naturhistorisch-medizinischen Verein. Verhandlungen, N. F., VII Bd., 2 Heft. 1902; 8°.

* **Jena**. Medicinisch-Naturwissenschaftlichen Gesellschaft Denkschriften. Bd. VIII. 6; X, 1. 1903. — Jenaische Zeitschrift. N. F., XXX. Bd., Heft 2-4; XXXI, 1, 2. 1902-903; 8°.

* **Karkow**. Société mathématique. Communications. 2° Sér., T. VII, N. 6. 1902; 8°.

* **Kasan**. Société physico-mathématique. Bulletin, 2° Sér., T. XI; XII, Nos. 1-3. 1902; 8°.

* **Kiel**. Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland. Wissenschaftliche Meersuntersuchungen. N. F., VI. Bd. Kiel u. Leipzig. 1902; 4°.

* **Königsberg**. Physikalisch ökonomischen Gesellschaft. Schriften, 43 Jahrg. 1902; 4°.

* **Lawrence**. Kansas University. The Kansas University Quarterly, Ser. A. Science and mathem. Vol. X, N. 4. — Sience Bulletin, Vol. I, Nos. 5-12. 8°.

* **Leipzig**. Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft. Jahresbericht, 1903; 8°.

* — K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Mathem.-physische Klasse; Abhandlungen. XXVII. Bd., N. 7-9 (1902); XXVIII, 1-5 (1903). — Berichte, 1902, N. 1-7; 1903, 1-5; 8°. — Philologisch-historischen Klasse. Abhandlungen, XX. Bd., N. 6 (1902); XXI, 3, 4; XXII, 1-3 (1903). — Berichte, 1902, N. 3; 1903, 1-2.

* — Vereins für Erdkunde. Mitteilungen, 1902; 8°.

* **Liège**. Société Géologique de Belgique. Annales. T. XXIX, liv. 4°, XXX, 1°, 1901-1903; 8°; T. XXV bis, 2° livr. 1901; 4°.

– Société Royale des Sciences. Mémoires, 3° Sér., T. IV. Bruxelles, 1902; 8°.

Lima. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú. Boletín, N. 1, 2. 1902; 8°.

* **Lisbonne**. Commission du Service géologique du Portugal. I. Le Crétacique de Conducia par P. Choffat. 1903; 4°.

Digitized by Google

* **London**. Royal Astronomical Society. Monthly Notices, Vol. LXIII, Nos. 1-9. 1902; 8°.

— British Association for the advancement of Science. Report of the Seventy second Meeting held at Dover in September 1902. 1903; 8°.

* — British Museum (Natural History): Catalogue of the Books, Manuscripts, Maps and Drawings Vol. I, A-D. 1903; 4°. — Handbook of Instructions for Collectors. 1892; 8°. — First Report on Economie Zeology; 1903; 8°. — Catalogue of the Collection of Birds' Eggs. Vol. II, III. 1902-1903; 8°. — Guide of the Coral Gallery in the Department of Zoology. 1902; 8°. — A Hand-List of the genera and species of Birds, Vol. IV, 1903; 8°. — A Monograph of the Culicidae or Mosquitoes, Vol. III, 1903; 8°. — A Monograph of the Tsetse-Felies, 1903; 8°. — Catalogue of the Noctuidae, 1903; Texte & Plates; 8°. — Catalogue Madreporian Corals, Vol. IV, 1903: 4°. — Catalogue of the Collection of Palaearetic Butterflies, 1902; 4°. — Report of the Collections of Natural History made in theAntartic regions during the voyage of the *Southern Cross*. 1902; 8°.

* — Chemical Society. Journal. Vols. 81-82 (1902); 83-84 January-December (1903). — Proceedings. Nos. 255-258 (1902); 259-273 (1903); 8°.

* — Geological Society. Geological literature..... during the Year ended December 31st. 1902. 1903; 8°. — List of the Geological Society, November 29th. 1902; 2nd 1903; 8°. — Quarterly Journal, Vol. LVIII. No. 232; LIX, 233-236. 1902; 8°.

* — Linnean Society. Journal, Botany, Vol. XXXVI, Nos. 246, 247, 249-252. — Zoology, Vol. XXVIII, No. 186; XXIX, 187, 188. 1903; 8°. — List of Linnean Society. 1902-903, 1903-1904. 1903; 8°. — Proceeding, 115 session, from November 1902 to June 1903. — Transactions, 2nd Ser., Botany, Vol. VI, part 4-6; 2nd Ser. — Zoology, Vol. VIII, part 9-12; IX, 1, 2. 1902-903; 4°.

* — R. Microscopical Society. Journal, 1902, part 6; 1903, part 1-6. 8°.

* — Royal Society. Catalogue (International) of scientific Literature: List of Journals; **A**. Mathematics; **B**. Mechanics; **C**. Physics, part I, II; **D**. Chemistry, part I; **E**. Astronomy; **F**. Meteorology including terrestrial magnetism; **G**. Mineralogy including Petrology and Cristallography; **H**. Geology; **J**. Geography mathematical and physical; **M**. Botany, part I; **Q**. Physiology including Experimental Psycology, Pharmacology and Experimental Pathology; **R**. Bacteriology. 1902-903; 14 vol. 8°. — Philosophical Transactions, Ser. **A**. Containg papers of a mathematical of physical character, vol. 197-201; 4°. Ser. **B**. Containg papers of biological character. Vol. 194, 195; 4°. 1901-903. 5 vol. 4°. — Proceedings. Vol. LXXI, Nos. 466-476; LXXII, 477-485. 1902-903; 8°. — Reports to the Malarai Committee. 8ª Ser. 1903; 8°. — Reports of the Sleeping Sickness Commission. No. 1-4. 1903; 8°.

— Report to the Governement of Ceylon on the Pearl Oyster Fisheries of the Gulf of Manaar. London, 1903; 4°.

* — R. Society of Literature. Report and List of Fellow 1903; 8°. — Transactions, 2nd Ser., Vol. XII, XIV, part 2; XV, 2 (1882-1893); XXIII, part 4 (1902); XXIV (1903), part 1-3; 8°.

Digitized by Google

London. R. Institution of Great Britain. Proceedings, Vol. XVII. Part I, N° 96. 1903; 8°.

* — Zoological Society. Catalogue of the Library, 5ª edit. 1902; 8°. — Proceedings, 1902, Vol. II, part 2ª; 1903, I, part 1ª-2ª. — Transactions, Vol. XVI, part 5ª. 1902.

* **Louvain**. Université catholique. Annuaire 1903. — Thèses de la Faculté de Théologie, 790-803. — Thèses de la Faculté de philosophie et lettres, 27ª. — Thèses de l'École de St-Thomas d'Aquin, 2ª. — Programme des cours de l'année académique 1902-903. — Recueil des Travaux publiés par les Membres des conférences d'histoire et de philologie, fasc. 8-10. Louvain, Anvers, 1901-902.

* **Lyon**. Académie des sciences, arts et belles-lettres de Lyon. Sciences et Lettres. Mémoires, 3ª Série, T. 7ª. 1903; 8°.

* — Société d'Agriculture, Sciences et Industrie. Annales, 7ª Série, T. 9ª et 10ª. 1901, 1903; 8°.

* — Société Linnéenne. Annales, N. S., T. 46ª et 49ª. 1902; 8°.

* — Bibliothèque de l'Université. Annales, N. S. I. Sciences, Médecine, fasc. 10, 12. II. Droit, Lettres, fasc. 9, 13. — Catalogue sommaire du Musée de Moulages pour l'histoire de l'art antique. Lyon-Paris, 1902-903; 8°.

* — Bulletin historique du Diocèse. 4ª An., Nos. 19-24. 1902; 8°.

* **Madison**. University Wisconsin. Publications of the Washburn Observatory. Vol. XI. 1902; 8°.

— Wisconsin Geological and Natural History Survey. Bulletin, N° 8, Educational Ser. N° 2. 1902; 8°.

Madras. Observatory. Report for the period 1st april to 31st dec. 1902; 4°.

* **Madrid**. Real Academia de la Historia. Boletín, T. XLI, cuad. 6; XLII, 1-6; XLIII, 1-6. 1902-903; 8°.

Manchester. Geological Society. Transactions, Vol. XXVII, part 17; XXVIII, 1-9. 1902-903; 8°.

* **Messina**. R. Accademia Peloritana. Atti, anno XVII (1902-903). 1903; 8°.

Mexico. Instituto Geológico de México. Boletín, N. 16. 1902; 4°.

— Observatorio astronómico naciónal de Tacubaya. Anuario para el año de 1903. Año XXIII. 1902; 8°.

— Observatorio Meteorológico Central de Mexico. Boletín mensual, Agosto-Octubre 1902; 4°.

* — Sociedad Científica " Antonio Alzate ". Memorias y Rivista, T. XIII, Nos. 5, 6; XVII, 1-6; XVIII, 1, 2. 1902; 8°.

* **Milano**. R. Istituto lombardo di scienze e lettere. Atti della Fondazione Cagnola, Vol. XVIII (1899-903). — Memorie: Classe di scienze matematiche e naturali, Vol. XIX, fasc. 9-11; XX, 1-2. — Rendiconti. Vol. XXXV, fasc. 17-20; XXXVI, 1-19. — Indice generale dei lavori dal 1889-1900 con le aggiunte e correzioni all'Indice generale 1883-1888. 1902-903.

* — Società Italiana di scienze naturali e Museo Civico di storia naturale. Atti, Vol. XLI, fasc. 4°; XLII, 1°, 3°. 1903; 8°.

— Municipio. Dati statistici a corredo del resoconto dell'Amministrazione comunale. Milano, 1903; 4°.

Digitized by Google

— **Milano**. Bollettino statistico mensile della Città. A. XVIII, giugno-dicembre 1902. XIX, gennaio-ottobre 1903.

— Associazione tipog.-libraria italiana. Catalogo generale della libreria italiana dal 1847 a tutto il 1889. Vol. III, N° 1; 1903; 8°.

* **Minneapolis**. Minnesota Botanical Studies. 3ª Ser., part 1, 2. 1903; 8°.

Missoula. University of Montana. Bulletin, No. 3. Biological Ser., N. 1-3. 1901, 1902; 8°.

* **Modena**. Regia Accademia di scienze, lettere ed arti. Memorie, Ser. II, voll. 9-12 parte 2ª; Ser. III, vol. 4°; 5 vol. 4°. 1893-96, 1902.

Montevideo (República Oriental del Uruguay). Anuario Estadístico. Año 1901, 1902; 8° (*dalla Dirección General de Estadística de la Rep.*).

— Anales del Museo Nacional. Flora Uraguaya. T. II (Pag. 1 + XLVIII — 1 — 160). 1903; 4°.

* **Montpellier**. Académie des sciences et lettres. Mémoires de la Section des sciences, 2ª Sér., T. III, N. 2. Mémoires de la Section de Médecine, 2ª Sér. T. II, 1. 1902-1903; 8°.

* **Moscou**. Société I. des Naturalistes. An. 1901, Nos. 3 et 4. 1902, N° 3; 1903, N° 1; 8°.

— Université Imp. Observations faites à l'Observatoire météorologique, mars-décembre 1901; 8°.

* **München**. K. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Mathem.-physikalischen Klasse, Abhandlungen, XXI Bd., 3 Abth. (1902); 4°. — Sitzungsberichte, 1902, Heft 3; 1903, 1-3. 8°. — Historischen Klasse, Abhandlungen, XXII Bd., 2, 3 Abth. 4°. — Philosophisch-philologischen Klasse, XXII Bd., 1, 2 Abth. (1902); 4°. — Sitzungsberichte, 1902, Heft 3, 4; 1903, 1-3; 8°. — Monumenta Boica, XLVII Bd., N. F., 1 Bd. 1902; 4°.

* — Ornithologischen Vereins. III. Jahresbericht, 1901 u. 1902. 1903; 8°.

* **Nancy**. Académie de Stanislas. Mémoires, 5ª Sér., T, XIX. 1902; 8°. Table alphabétique des publications de l'Académie de Stanislas (1750-1900) précédée de l'Histoire de l'Académie. 1902; 8°.

* **Nantes**. Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France. Bulletin, IIª Sér., T. II, 2ª-4ª trimestre (1902) III, 1er trim. (1903) 1902; 8°.

* **Napoli**. Accademia Pontaniana. Atti, Vol. XXXII. 1902; 8°.

* — Società di Naturalisti. Bollettino, Ser. I, Vol. XVI. 1903; 8°.

* — Società Reale. Annuario 1903; 8°. — Atti dell'Accademia di scienze fisiche e matematiche, Ser. 2ª, vol. XI (1902); 4°. — Rendiconto id. id. Vol. VIII, fasc. 8-12 (1902); IX, fasc. 1-7 (1903); 8°. — Atti dell'Accademia di archeologia, lettere e belle arti, Vol. XXII (1902); 4°. — Rendiconto id. id. N. S., anno XVI, maggio-dicembre 1902; XVII, gennaio-marzo 1903; 8°. – Indice generale dei lavori pubblicati dal 1757 al 1902 dall'Accademia di archeologia, lettere e belle arti. — Atti della R. Accademia di Scienze morali e politiche. Vol. 34°; 1903; 8°. — Rendiconto id. id. An. 40° e 41°; 1901, 1903; 8°. Napoli, 1903.

— Zoologischen Station. Mittheilungen, 5 Bd., 4 Heft. Berlin, 1902; 8°.

Nebraska. Agricultural Experiment Station of Nebraska. Bulletin. Vol. XIII, art. 4, 5; XIV, art. 2-4; 15th Annual Report. Lincoln, Nebras., 1901-902; 8° (*dall'Università di Nebraska*).

Digitized by Google

New Haven. Observatory of Yale University. Vol. I, part 6ª. 1902; 4°.

' **New York.** American Mathemat. Society. Transactions, Vol. IV, Nos. 1-4; 4°. – Bulletin, 2nd Ser., Vol. IX, Nos 3-10 (1902); X, 1-3 (1903); 8°. — Annual Register and Catalogue of the Library 1903. Lancaster and New York.

' – Public Library Astor Lenox and Tilden Foundations. Bulletin. VI, Nos 7-12 (1902); VII (1903); 8°.

' **Nouvelle Orléans.** Athénée Louisianais. 9ᵉ série, t. II, livr. 1ᵉ, 4ᵉ. 1903; 8°.

' **Nürnberg.** Abhandlungen der Naturhistorischen Gesellschaft. XV Bd., 1 Heft. 1903; 8°.

Oberlin (Ohio). Laboratory Bulletin. Oberlin College. No. 12. 1902; 8°.

– Wilson Ornithological Chapter. The Vilson Bulletin, N. S., Vol. IX; X, Nos. 1-3. 1902-903; 8°.

' **Ottawa.** Geological Survey of Canada. Contributions to Canadian Palaeontology, Vol. III, part I. 1902; 4°. — Catalogue of Canadian Birds, Part II. 1903; 8°.

' – R. Society of Canada. Proceedings and Transactions, 2nd Ser., Vol. VII 1901; VIII (1902); 8°.

' **Padova.** R. Accad. di scienze, lettere ed arti. Atti e Memorie (A. CCCLXI, 1901-902), N. S., vol. XVIII 1902; 8°.

' – Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Atti, Serie II, vol. IV, fasc. 2°, anni 1900-902. 1902; 8°.

' **Palermo.** Circolo Matemat. Rendic., T. XVI (1902), fasc. 6; XVII (1903), 1-6.

– Collegio degli ingegneri e degli architetti. Atti, 1902, gennaio-dicembre; 1903, gennaio-marzo; 8°.

Parà-Brazil. Museu Paranense de historia natural e ethnographia. Boletim, Vol. III. Nos 3-4. 1902; 8°.

" **Paris.** Bureau des Longitudes. Annuaire pour l'an 1903; 8°.

' – Ministère des Travaux Publics. Annales des Mines, 10ᵉ Série, t. I, livrs. 4-6; II, III, 1-6, IV, 7, 8.. 1902-903; 8°.

' – Institut de France. Annuaire 1903. — Académie des sciences: Comptes-rendus hebdomadaires 1903; 4°. — Académie des sciences morales et politiques, Compte-rendu des Séances et travaux; 8°. — Mémoires présentés par divers savants. T. 39ᵉ, 2ᵉ sér. 1902; 4°.

' – Musée Guimet. Annales, T. XXX 3ᵉ partie, Revue de l'Histoire des religions. T. XLV, N. 3; XLVI, 1-3, XLVII, 1, 2. — Bibliothèque d'études, T. XI (1903), XIVᵉ (1902); 8°.

' – Muséum d'histoire naturelle. Bulletin, Année 1902, Nos 6-8; 1903, 1-4; 8°.

' – Société de Géographie. La Géographie, Bulletin, An. VI (1902); N. 2-7; VII (1903), 1-6; 8°.

' – Société Géologique de France. Bulletin, 4ᵉ Sér., T. IIᵉ, fasc. 2, 4. 1902; III, 1, 1903; 8°.

' – Société Mathématique de France. Bulletin, T. XXX, fasc. 3, 4; XXXI, 1-3. 1902-903; 8°.

' – Société Nationale des Antiquaires de France. Bulletin et Mémoires, 7ᵉ Sér., T. 1ʳ, Mémoires, 1900. — Bulletin. 3ᵉ-4ᵉ trimestre (1902); 1ᵉ-3ᵉ (1903); Mémoires et Documents. (Fondation A. Prost). IV, 8°.

Digitized by Google

Paris. Société Philomatique. Bulletin, 9e Série, T. IV, Nos. 3-4 (1901-902); V, 1, 2 (1902-903); 8°.

— Société Zooligique de France. Mémoires, 1902, T. XV, 8°.

— Inventaire-Sommaire des Archives Départementales, antérieures à 1790. Allier (Ville de Moulins). Arch. Communales. Supplément. — Alpes-maritimes. Arch. Civiles. Sér. A et B. Nice, 1902; 4°. — Ardennes. T. VI, Ser. E, Suppl. Arch. Communales. Charleville, 1902; 4°. — Charente inférieure. Sér. B. (art. 1006 à 1828). — La Rochelle. 1904; 4°. — Côte d'Or. Archives civile. Sér. G; Dijon, 1903; 4°. — Deux-Sèvres (postérieure à 1789). Période révolutionnaire. Sér. L-Q (1700-1800). Antérieures a 1790, Sér. H, Supplement. Melle, 1901-1903; 4°. — Gironde. Sér. E, Suppl., T. 2e. Bordeaux, 1901; 4°. — Loire-Inférieure. T. 1r. Arch. Civiles. Sér. B. Nantes, 1902; 4°. — Nièvre. T. 2e. Arch. Civiles. Sér. B. Nevers, 1897; 4°. — Nord (Ville d'Estraires). (Ville de Raismes-Vigoigue) Niort, 1903; 4°. Arch. Communales. Lille, 1902; 4°.— Pas du Calais. Arch. Hospitalières. Hospice de St-Omer. Arras, 1902; 4°. — Id. Arch. Ecclésiastiques. Sér. H, T. 1r. Arras, 1902; 4°. — Puy-de-Dôme. Arch. Civiles. Ser. C, T. 2e. Clairmont-Ferrand, 1902; 4°. — Rhône. Archives anciennes des Commune. T. 1er, Lyon, 1902; 4°. — Seine (Ville de Paris). Arch. de la Seine. Partie Municipale. Période révolutionnaire (1789, an. VIII). Sér. D. Paris, 1901; 4°. — Somme. T. V. Archives ecclésiastiques; Amiens, 1902; 4°.

— Université: Catalogue des Thèses et Écrits académiques. 18e fascicule. An. scolaire 1901-1902. -- Livret de l'étudiant. Melun, 1902; 8°. — Rapport présenté au Ministre de l'I. P. sur la situation de l'enseignement supérieur en 1901-902 et Rapport présenté au Conseil académique sur les travaux et les actes des établissements d'enseignement supérieur pendant l'année scolaire 1901-902 par MM. les Doyens des Facultés. 1903.

* **Pavia**. Società Pavese di Storia patria. Bollettino, A. III, fasc. 1, 2. 1903; 8°.

* **Perugia**. R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria. Bollettino, Vol. IX, fasc. 1-3. 1903; 8°.

* — Università. Annali e Memorie dell'Accad. medico-chirurgica, Vol. XII, fasc. 1°-4° (1900). — Annali, Serie III, vol. I, fasc. 1°-4° (1901), II (1902), 1°; III (1903), 1°. — Annali della Facoltà di Giurisprudenza, Ser. III, 1903, vol. I, fasc. 1°, 3°; 8°.

* **Philadelphia**. Academy of Natural Sciences. Journal, 2nd Ser., Vol. XII, part 1, 2. 1902; 4°. — Proceedings, Vol. 54, part I-III. 55, p. I. 1902-903; 8°.

* — American Philosophical Society. Proceedings, Vol. XLI, Nos. 169-171; XLII, 172; 8°. — Transaction, Vol. XX, N. S., part 3; 4°.

* **Pisa**. R. Scuola Normale superiore. Annali. Filosofia e Filologia, Vol. XVI, XVII. 1902-903; 8°.

* — Società Toscana di scienze naturali. Atti e Memorie, Vol. XIX. — Processi verbali, vol. XIII; adunanze dal 21 dic. 1902 al 5 luglio 1903. 1903; 8°.

* — R. Università. Annuario per l'anno accademico 1902-903. 1903; 8°.

Digitized by Google

* **Portici.** R. Scuola superiore di agricoltura. Annali, Ser. II, vol. IV. 1903. — La R. Scuola superiore di agricoltura, 1903; 8°.

* **Prag.** K. Bohmische Gesellschaft der Wissenschaften: Jahresbericht 1902. — Sitzungsber., Mathem.-Naturwissenschaftliche Klasse, 1902. 1903; 8°.

* — K. K. Sterwarte. Magnetische und Meteorologische Beobachtungen an der Jahre 1902. 63 Jahrgang. 1903; 4°.

* **Rennes.** Société scientifique et médicale de l'ouest. Bulletin, 11e An. (1902), T. XI, Nos 3, 4; XII, 1, 1902-1903; 8°.

* **Riga.** Naturforscher-Vereins; Korrespondenzblatt. XLVI. 1903; 8°.

Rio de Janeiro. Bibliothéque National. — Relatorio do Ministero do Justiça apresentado em 1902. Lembranças e curiosidades do Ville do Amazonas. Parà, 1873; 8°.

* — Museu Goeldi (Museu Paranense de Historia Naturale Ethnographia). III. Estudos sobre o desenvolvimento da armação do veados galheiros do Brazil (Cervus paludosus, C. campestris, C. Wiegmanni) pelo prof. Dr. E. A. Goeldi. 1902; 4°.

— Observatorio. Anuario para o año de 1902, 1903. 8°. — Boletín mensal do Observatorio, Janeiro-Dezembro 1902, Janeiro a Março 1903; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. 1902; 8°.

* **Rochester.** Rochester Academy of Science. Vol. 4, pp. 65-136; 1901-1903; 8°.

Roma. Ministero degli Affari esteri: Emigrazione, Colonie e Raccolta di rapporti dei RR. Agenti diplomatici e consolari. Vol. I, Europa, parte I, Francia. 1903; 8°.

* — Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio: Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria e notarile. Sessione del febbraio e del giugno 1902. — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Roma, id. id. 1903; 8°. — Bilanci provinciali per l'anno 1899. 1903; 8°. — Bulletin de l'Institut international de statistique, T. XIII, 1e-4e et dernière livrs. 1903; 8°. — Censimento della popolazione del Regno d'Italia al 10 febbraio 1901. Vol. II. 1903; 8°. — Movimento della popolazione secondo gli Atti dello Stato Civile nell'anno 1901, introduzione, nascite, morti e matrimoni; 1903; 8°. — Statistica del comm. speciale di importazione e di esportazione, dal 30 giugno al 31 dicembre 1902; 1° gennaio-30 settembre 1903; 8°. — Movimento della navigazione del 1901. Roma, 1902; 4°. — Statistica giudiziaria civile e commerciale e Statistica notarile per l'anno 1899. Parte I. Statistica giudiziaria civile e commerciale. 1902. — Statistica giudiziaria penale per l'anno 1900; 1903. — Statistica delle cause di morte nell'anno 1901; 1905; 8°. — Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1902 per le statistiche commerciali. 1903; 8°.

— Ministero delle Finanze: Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XIX, genn.-dic. 1902; XX, genn.-dic. 1903; 8°. — Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1902. 1903; Movimento della Navigazione del Regno d' Italia nell'anno 1902. 1903; 4°. — Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle, 1901-1902; 4°.

— Ministero della Pubblica Istruzione: Annuario per l'anno 1903 e Ruoli di anzianità 16 giugno 1903; 8°. — ** Bollettino ufficiale, 1903; 8°.

Digitized by Google

** **Roma.** Ministero dell' Interno: Calendario generale del Regno per l'anno 1903; 8°.

* — Atti della R. Accademia dei Lincei: Annuario 1903. — Elenco delle Accademie, Società, Istituti scientifici, Direzioni di periodici che ricevono le pubblicazioni, colle indicazioni delle pubblicazioni che mandano in cambio (31 gennaio 1903). — Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, Parte I, serie V, vol. 8°; Notizie degli scavi, P. II, serie V, vol. 10° e 11°N. 1-8; 4°. — Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1903. Serie V, vol. 12°; 8°. — Rendiconti della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, Serie V, vol. 12; 8°. — Rendiconto dell'adunanza solenne del 7 giugno 1903; 4°.

* — Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Atti, Anno LVI, sess. 1ª-7ª. — Memorie, Vol. 19° e 20° (1902-903). 1903; 4°.

* — Accademia di conferenze storico-giuridiche. Studi e Documenti di storia e diritto, Anno XXIII, fasc. 3°, 4°; XXIV, 1°, 2°. 1902; 4°.

* — R. Comitato Geologico d'Italia. Bollettino, Anno 1902, N. 3, 4; 1903, 1, 2. — Catalogo della Biblioteca (1902); 8°.

* — Istituto di Diritto Romano. Bullettino, A. XIV (1901), fasc. 5-6; (1902), 1-4. 1903; 8°.

* — Istituto Zoologico della R. Università. Studi. Vol. III. 1903; 8°.

— Osservatorio Vaticano. Catalogo fotografico stellare. Zona vaticana. Coordinate rettilinee e sostanti di correzione. Vol. I; 1903; 4°.

* — Società degli Agricoltori italiani. Bollettino quindicinale, Anno VII (1902), N. 13-24; VIII (1903), N. 1-18; 8°.

* — Società italiana delle Scienze, detta dei XL: Memorie di matematica e di fisica, Serie 3ª, t. XII. 1902; 4°.

* — Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano: Annali, Serie 2ª, vol. XIII, parte 1ª, 1891; XVIII, parte 1ª, 1896. 1901-902; f°.

* **Romans.** Bulletin d'histoire ecclésiastique et d'archéologie religieuse des diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers. XXI° année, 1901-903; 8°.

* **Rovereto.** I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati. Atti, Ser. III, vol. VIII, fasc. 3, 4; IX, 1, 2, ann. 1902, 1903; 8°. — Memorie pubblicate per commemorare il suo 150° anno di vita (*dono del Socio Rodolfo Renier*).

* **St-Louis.** Missouri Botanical Garden. 13th. Annual Report; 8°. — Transactions, Vol. XI, Nos. 6-12; XII, 1-8. 1902; 8°.

St-Petersbourg. Académie Imp. des sciences. — Procés-Verbaux des séances depuis sa fondation jusqu'à 1803, T. 1-3; 1897-1900; 8°. — Bulletin V° Sér., T. XIII, Nos. 4, 5; XIV, XV, XVI, XVII Nos. 1-3; 1900-1902. — Mémoires, Classe des Sciences Physico-Mathm. Vol. X N° 3-9; XI, XII, XIII, Nos. 1-5, 7; 1900-1902; 4°. — Comptes-rendus de la Commission sismique, T. I, livrs. 1, 2. 1902-903; 4°.

* - Comité Géologique. Bulletins, T. XX, Nos. 7-10 (1901); XXI, 1-4; 8°. — Mémoires, Vol. XV, N. 4; XVII, 1; XVIII, 3; XIX, 1; XX, 2. 1902; 4°.

* — Observatoire Physique Central Nicolas. Annales, Année 1900, I° et II° partie. 1902. 2 vol. 4°.

Digitized by Google

* **Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ. С. Петербургскомъ Университетѣ**. T. XIV, N. 1 (1884); XXXIV, 7-9 (1902); XXXV, (1903), 1-8; 8°.

* **Sassari**. Università. Studi sassaresi, An. II, sez. I, fasc. 2°; III, 1°. Ann. II, Sez. II, fasc. 2°. 1902; III, 1; 8°.

* — R. Università. Annuario per l'anno scolastico 1902-903. 1903; 8°.

* **Siena**. R. Accademia dei Fisiocritici. Atti, Serie IV, vol. XIV (1902); XV (1903), 1-6. 1902-903; 8°.

* — R. Università. Annuario accademico per l'anno 1902-903; 8°.

* **Stockholm**. Académie R. Suédoise des Sciences. Accessions-katalog, Vol. 15 (1900); 16 (1901). — Bihang (Collection de mémoires in-8°) Vol. 27 (1901-902); 28 (1903). Section 1, Mathématiques, Astronomie, Physique etc...; Sect. 2, Chimie, Minéralogie, etc...; Sect. 3, Botanique, Paléophytologie; Sect. 4, Zoologie, Paléontologie. — Handlingar (Mémoires in-4°). Vol. 35; 36; 37, fasc. 1-2. — Sefnadsteckningar (Biographies des Membres), Vol. 4 (1903); 8°. — Meteorologiska iakttagelser i Sverige (Observations météorologiques Suédoises), Vol. 39 (1897), 40 (1898), 41 (1899), 42 (1900). — Oefversigt (Bulletin), Vol. 58 (1901), 59 (1902). — Söderbaum: Berzelius, Självbiografiska anteckningar; Jac. Berzelius, Reseanteckningar, 1901-902. 2 vol. 8°. — Minnefesten öfver Berzelius den 7 oktober 1898. — Arkiv för matematik, astronomi och. Bd. I, 1-2; Id. kemi, mineralogi och geologi. Bd. I, 1; Id. botanik. Bd. I, 1-3; Id. zoologi. Bd. I, 1-2. Årsbok för Ar 1903. 1903; 8°.

Stuttgart. Vercins fur vaterländische Naturkunde in Würtemberg Jolneshefte Bd. 59. 1903; 8°.

Sydney. R. Society of New South Wales. Journal and Proceedings, Vol. XXXV (1901); XXXV (1901); XXXVI (1902). 1902-903; 8°.

Tananarive. Académie Malgache. Bulletin trimestriel. Vol. I, N. 1. 1902; 8°.

Thonon. Académie Chablaisienne. Mémoires et Documents, T. XV. 1901; 8°.

Tōkyo. Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages, Publications, Nos 7, 10-14. 1902; 8°.

Tōkiō. Imp. University. Journal of the College of Sciences, Vol. XVI, art. 7-15; XVII, 10-12; XVIII, 1-4; XIX, 1-8, 10 (1902-903). — Medicinischen Facultät-Mittheilungen Bd. VI, 1: 4°.

Topeka. Academy of Science. Transaction Vol. 18°, 1903; 8°.

* **Torino**. R. Accademia di Agricoltura. Annali, Vol. 45° (1902). 1903; 8°.

* — R. Accademia di Medicina. Giornale, An. LXV (1902), N. 10-12; LXVI (1903), 1-10; 8°.

* — Club Alpino italiano. Bollettino, Vol. XXXV, N. 68. — Rivista mensile, 1902, N. 7-12; 1903; 1-11. 1902; 8°.

— Consiglio Provinciale. Atti, Anno 1902. Ciriè, 1903; 8°.

— R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria. Miscellanea, 3ª Serie, T. VIII. 1903; 8°.

* — *Municipio*. An. 1901. Allegati statistici sul conto consuntivo dell'esercizio 1901. Appendice. — Quarto censimento della popolazione (9 febbraio 1901). Considerazioni generali. Relazione dei lavori e cenni sui

Digitized by Google

risultati. 1903; 4°. — Bollettino demografico, Anno XXXI, N. 6-13 e Rendiconto dal giugno al dicembre 1902; XXXII (Bollettino statistico), N. 1-9. 1903; f°. — Relazione sulle condizioni igienico-sanitarie del Comune di Torino durante il biennio 1900-901. 1903; 8°.

Torino. Museo Industriale italiano. Catalogo della biblioteca. Suppl. 1° e 2°. 1888, 1896; 8°.

* — Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. Atti, An. XXXVI, 1902, N. 42; 1903, fasc. 1-5. 1902-903; 4°, 8°.

* — Società meteorologica italiana. Bollettino mensuale, Ser. 2ª, vol. XXXII, N. 1-6. 1902.

— Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università. Bollettino, Vol. XV (1900); XVI (1901); XVII (1902); 8°.

— R. Università. Annuario 1902-903. An. CDXCIX dalla fondazione. 1903; 8°.

* — R. Università. Istituto di esercitazioni nelle scienze giuridico-politiche. S. A. Andriano, Il diritto di rappresentazione nelle successioni legittime. Ciriè, 1903; 8°. — A. Bacchi Andreoli, Alcuni studi intorno a Guido Panciroli. Reggio Emilia. 1903; 8°. — G. B. Bulfoni, Il compromesso e gli articoli 24 e 25 del Codice di procedura civile. Torino, 1903; 8°. — V. Cuzzi, Le obbligazioni nel diritto milanese antico. Torino, 1903; 8°. — M. Ricca-Barberis, L'apprezzamento del terzo come indice di prestazione nel negozio giuridico. Modena, 1903; 8°. — E. Ottolenghi, Il principio politico nella Storia della filiazione naturale. Torino, 1903; 8°.

— 1° Congresso Nazionale di Chimica. Atti, 1903; 8°.

* **Toronto.** Canadian Institute. Proceedings, N. S., No. 9, vol. II, part 5 Transactions, Vol. VII, part 2. 1902; 8°.

* **Toulouse.** Annales de la Faculté des sciences, 2ᵉ Sér., T. IV, 3ᵉ et 4ᵉ fasc.; V, 1ʳ. 1902-903; 4°. — Annales du Midi, Revue de la France méridionale fondée sous les auspices de l'Université de Toulouse, XIVᵉ Ann., Nos. 55, 56; XVᵉ, 57, 58. 1902-903; 8°. — Annuaire de l'Université pour les années 1901-902, 1902-903. — Bibliothèque méridionale publiée sous les auspices de la Faculté de Lettres de Toulouse, 2ᵉ Sér., T. VIII: Louis XI, Jean II et la révolution Catalane (1461-1473) par J. Calmette. 1903; 8°. — Voyage au Purgatoire de Sᵗ. Patrice vision de Tindal et de Sᵗ. Paul publié par A. Jeauroy et A. Vignaua; 1903; 8°. — Bulletin, N. 15, 1902; 8°. — Rapport annuel du Conseil de l'Université (an. scolaire 1900-901) et (1901-1903). — Comptes-rendus des travaux des Facultés et rapports sur les concours. 1901; 8°.

* **Trieste.** Museo civico di Trieste. Atti, Vol. X. 1903; 8°.

* **Upsala.** K. Humanistika Vetenschaps-Samfundet. Skrifter, Bd. VII; 8°.

* — Observatoire météorologique de l'Univ.: Bulletin mensuel, Vol. XXXIV, an. 1902. 1902-903; 4°.

* — Universitets. Arsskrift 1902. 1902; 8°.

* **Urbana** (Illn.). Bulletin of the Illinois State Laboratory of natural history, Vol. V (Index), 1897-901. — Biennal Report, 1899-900. 1901-902; 8°.

* **Varszawa** [Società di scienze matematiche e fisiche]. Prace matematyczno-fizyczne, T. XII, XIV. 1902, 1903; 8°.

Digitized by Google

* **Venezia.** R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti Atti. 1902-903, T. LXII, disp. 1-9; 8°. — Relazione per l'aggiudicazione del premio Morelli. Anno 1903. Bergamo; 4°.

— Commissione per la pubblicazione dei documenti finanziari della Repubblica di Venezia. Bilanci generali. Vol. II e III. 1903; 8° (*dono del Socio corrispondente F. Lampertico, Presidente della Commissione*).

* **Verona.** Accademia di agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio. Atti e Memorie, Ser. IV, vol. II, III. 1901-902; 8°. — Indice dei vol. 1-75 (della 1ª, 2ª e 3ª serie); 1903.

Washington. U. S. Coast and Geodetic Survey. Report of the Superintendent, Showing the progress of the Work from July 1 1900 to June, 1901. 1902; July 1, 1901 to June 30, 1902; 4°. — List and Catalogue of the publications 1816-1902. 1902. — A bibliography of Geodesy. 2nd. Edrt. 1903; 4°.

— U. S. Department of Agriculture. North American Fauna. No. 22. 1902; 8°.

— National Academy of sciences. Memoirs, Vol. VIII, 1902; 4°.

— U. S. National Museum. Bulletin, No. 39 part H-O (1895-99), 50, part 2ª, 51, 52 (1902). — Proceedings, Vol. 23, 24, 25. 1901-903; 8°.

— U. S. Bureau Ethnology. Bulletin, 25-27. 1901-1903; 4°. — 19th Annual Report, 1897-98 in two part. 1900; 2 vol. 4°.

— U. S. Geological Survey. Geologic Atlas of the United States; fol. 72-90; 19 fasc. Report (22th Annual) 1900-901, part 1ª-4ª, 4 vol. (23th Annual) 1901-902; 1 vol. 1900-902; 4°.

— Library Congress: Report of the Librarian. 1902; 8°.

* — U. S. Naval Observatory. Astronomical and magnetical Observations. 1901; 4°. — Publications, Vol. II, III; 4°. — Report for the Superintendent, Year ending. June 30. 1902-1903; 8°.

* — Smithsonian Institution. Annual Report of the Board of Regents Year 1901. — Smithsonian miscellaneous collections. Nos. 1259, 1312, 1314, 1372, 1373, 1376. 1901-902; 8°.

Wien. K. K. Akademie der Wissenschaften. Archiv für österreich. Geschichte 89 Bd., 2 Hälfte; 90, 91 1 Hälfte. 1901-902; 8°. — Denkschriften. Mathem.-naturwissenschaftliche Klasse 69, 70, 73. Bd. (1901); Philosophisch-historische Klasse 47 Bd. (1902); 4°. — Mittheilungen der Erdbeben-Commission. N. F., N. 1-8 (1901-902); 8°. — Oesterreichische Geschichte-Quellen (Fontes rerum austriacarum), 52, 53, 54. Bd., II Abth. — Sitzungsberichte. Mathem.-naturwissenschaftliche Klasse. Abth. I, 110 Bd., 1 bis 7 Heft; Abth. II a, 110 Bd., 4-10 Heft; Abth. II b, 110 Bd., 2-9 Heft; Abth. III, 110 Bd., 1-10 Heft. (1901); 8°. — Philosoph.-historische Klasse. 143 Bd. (1900). — Mittheilungen der Prähistorischen Commission. Bd. 1, N° 6, 1903; 4°.

* — K. K. Geologischen Reichsanstalt. Abhandlungen, VI Bd., 1 Abth. 1902; XX Bd., Heft 1. 1903; 4°. — Jahrbuch, LI Bd., Heft 3, 4 (1902); LII, 2, 4; LIII, 1. 1903; 8°. — Verhandlungen, Bericht. 1902. Nos. 11-18; 1903, 1-15; 8°.

— K. K. Gradmessung-Bureau. Publicationen, XIX Bd. 1902; 4°.

* — K. K. Zoologisch-botanischen Gesellschaft. Verhandlungen, 52. Bd., 9, 10 Heft. 1902; 8°.

Digitized by Google

* **Würzburg.** Physikalisch-medicinischen Gesellschaft. Sitzungsberichte. Jahrg. 1901, N. 5-7; 1902, 1-6. — Verhandlungen, 1902. N. F., XXXV, N. 2-7; 8°.

* **Zagreb.** Kr. Hrvatsko-Slavonsko-Dalmatinskog Zemaljskog Arkiva. Vjestnik, Godina V, Svezak 1-4. 1903; 8°.

* — Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti. Ljetopis. Godinu 1902. — Rad. Knjiga 150, 151. Razredi filolog.-histor. i filosof.-juridički, 58. — Rječnik harvatskoga ili srpskoga jezika, Svezak 22. Starine, Knjiga XXX. — Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena Knjiga VII, Svezak 2; VIII, 1. 1902-903.

* — Hervatskoga Arkeološkoga Družtva. Viesnik, N. S., Sveska VI, 1902; 8°.

* **Zürich.** Naturforschenden Gesellschaft. Vierteljahrschrift, Vol. XXIX, fasc. 3 (1884); XXXVIII (1893); XLVII (1902), fasc. 1-4; 8°.

* — Commission géologique suisse. Materiaux pour la Carte géologique de lo Suisse, Geotechnische série II Liefg. Bern, 1903; 4°.

PERIODICI

** **Academy** (The) and Literature. London, 1903; 4°.

* **Acta** mathematica. Zeitschrift herausg., von G. Mittag-Leffler. Stockholm; 4°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLVII, Lfg. 232 u. 235; XLVIII, 238. Leipzig, 1902-903; 8°.

** **Annalen** der Physik und Chemie. Leipzig; 8°.

** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris; 8°.

** **Annals** of Mathematics, second series. Charlottesville; 4°.

* **Annals** and Magazine of Natural History. London; 8°.

** **Antologia** (Nuova). Rivista di scienze, lettere ed arti. Roma; 8°.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Leipzig; 8°.

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève; 8°.

** **Archives** italiennes de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin; 8°.

** **Archivio** storico italiano. Firenze; 8°.

* **Archivio** storico lombardo. Milano; 8°.

** **Archivio** per le Scienze mediche. Torino; 8°.

* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Venezia; 8°.

** **Athenaeum** (The). Journal of English and Foreign Litterature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama. London, 1903; 4°.

* **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig; 8°.

* **Beiträge** zur chemischen Physiologie und Pathologie. III Bd., 4-12 Heft; IV Bd., 1-12 Heft. Braunschweig; 8°.

** **Berliner** philologische Wochenschrift; 8°.

** **Bibliografia** italiana. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Milano; 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur, mit Einschluss von Sammelwerken und Zeitungen. Bd. X (1901), Liefg. 3-5; XI (1902), 1-5. XII (1903), 1, 2. III Supplementband, Liefg. 1-5. Leipzig, 1902-903; 4°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXIX, 1902, trimestre tertium, quartum; XXX, 1903, primum, secundum, tertium. Lipsiae; 8°.

Digitized by Google

" **Bibliotheca** mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Erneström. Stockholm; 8°.
" **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne; 8°.
" **Bibliothèque** de l'École de Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris; 8°.
" **Bullettino** (Nuovo) di Archeologia cristiana. Roma; 8°.
" **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Indice generale, vol. 1-33 (1878-1900). Prato; 8°.
" **Bulletins** de la Société anatomique de Paris, etc. Paris; 8°.
" **Centralblatt** für Mineralogie, Geologie und Paleontologie in Verbindung mit den neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie. Stuttgart; 8°.
' **Cimento** (Il nuovo). Pisa; 8°.
" Ἐφεμερὶς ἀρχαιολογικὴ Ἐν Ἀθηναῖς. 4°.
' **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma; 4°.
' **Eranos**. Acta philologica Suecana. Edenda curavit Vilelmus Lundström. Vol. IV, fasc. suppl.; V, 1, 2. Upsaliae; 8°.
" **Fortschritte** der Physik im Jahre 1902. Bd. LVIII, 1-3 Abth.; Namen-Register; Bd. XLIV, 1888-bis LIII, 1897. Braunschweig, 1903; 8°.
Gazzetta delle Campagne, ecc. Torino; 4°.
' **Gazzetta** chimica italiana. Roma; 8°.
' **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma; 4°.
" **Giornale** di erudizione. Firenze; 8°.
" **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini. Milano; 8°.
' **Giornale** scientifico di Palermo. Palermo; 4°.
' **Giornale** del Genio civile. Roma; 8°.
' **Giornale** storico e letterario della Liguria diretto da Achille Neri e da Ubaldo Mazzini. Anno III (1902), fasc. 8-12; IV (1903), 1-9. Spezia; 8°.
" **Giornale** storico della Letteratura italiana. Torino; 8°.
' **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg; 8°.
' **Historische** Zeitschrift. München; 8°.
' **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 31, Heft 3; 32, 1, 2. Berlin, 1902-903; 8°.
" **Jahrbuch** (Neues), für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. Stuttgart; 8°.
" **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft im Auftrage der historischen Gesellschaft zu Berlin herausgegeben von E. Berner. XXIV Jahrg. 1901. Berlin, 1903; 8°.
' **Jornal** des sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Coimbra; 8°.
" **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin; 4°.
' **Journal** of Comparative Neurology. Granville, Ohio; 8°.
' **Journal** (The American) of Science. Edit. Edward S. Dana. New-Haven; 8°.
" **Journal Asiatique**, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris; 8°.

Digitized by Google

** **Journal** de Conchyliologie, comprenant l'étude des mollusques vivants et fossiles. Paris; 8°.
** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris; 4°.
** **Journal** des Savants. Paris; 8°.
* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca N. Y.; 8°.
** **Minerva.** Jahrbuch du gelehrtent Welt. XIII. Jahrg. 1903-1904; Strassburg, 1903; 16°.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Wien; 8°.
** **Moyen** (Le) **Age**. Bulletin mensuel d'histoire et de philologie. Paris; 8°.
** **Nature**, a Weekly illustrated Journal of Science. London; 8°.
* **Nieuw Archieff** voor Wirskunde. Uitgegeven door hel Wiskundig Genootschap te Amsterdam. Tweede Reeks, Deel VI, 1 Stuk; 8°.
** **Palaeontographica**. Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit. Bd. XXX, 2. Abth., 3-5. Liefg. Stuttgart, 1902.
** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft Nr 140-144. Gotha; 8°.
* **Philosophische Studien**. Leipzig; 8°.
* **Physical Review**; a journal of experimental and theoretical physic..... Published for Cornell University. New-York; 8°.
** **Quarterly** Journal of pure and applied Mathematics. London; 8°.
Revista do Centro de Sciencias, Letras e Artes de Campinas. N. 1-4. Campinas (Braxil), 1902; 8°.
** **Revue** archéologique. Paris; 8°.
** **Revue** de la Renaissance. Paris; 8°.
* **Revue** de l'Université de Bruxelles. 8°.
** **Revue** des Deux Mondes. Paris; 8°.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris; 8°.
** **Revue** numismatique. Paris; 8°.
** **Revue** politique et littéraire, revue bleue. Paris; 4°.
** **Revue** scientifique. Paris; 4°.
* **Revue** sémestrielle des publications mathématiques. Amsterdam; 8°.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma; 8°.
** **Rivista** di Filologia e d'Istruzione classica. Torino; 8°.
** **Rivista** d'Italia. Roma; 8°.
Rivista di Topografia e Catasto. Torino; 8°.
** **Rivista** filosofica in continuazione della *Filosofia delle Scuole italiane* e della *Rivista italiana di Filosofia*. Pavia, 1903; 8°.
* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma; 8°.
* **Rivista** italiana di Sociologia. Roma; 8°.
* **Rivista** storica italiana; pubblicazione bimestrale. Torino; 8°.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XIX (1902), quad. 7-12; XX (1903), 1-12. Valle di Pompei; 8°.
** **Science**. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. London; 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze: 8°.
** **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino; f°.

Digitized by Google

* **Stazioni** (Le) sperimentali agrarie italiane. Vol. XXXV, fasc. 6-12 (1902); XXXVI, 1-2 (1903). Modena, 1902; 8°.

* **Tridentum**. Rivista mensile di studi scientifici. Anno V, fasc. 9-10; VI, 1-8. Trento, 1902; 8°.

Valle di Pompei. Anno XII, ottobre, 1902; XIII, maggio, 1903.

* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, VIII Deel. Achtste Stuk. Amsterdam; 8°.

* **Zeitschrift** für matematischen und naturwissenschaftl. Unterricht, herausg. v. J. C. Hoffmann. Leipzig; 8°.

** **Zeitschrift** für physikalische Chemie. Leipzig; 8°.

** **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig; 8°.

Dal 14 Giugno al 22 Novembre 1903.

Abderhalden (E.) u. **Bergell** (P.). Ueber das Auftreten von Monoaminosäuren im Harn von Kaninchen nach Phosphorvergiftung. Strassburg, 1903; 8°.

– Der Abbau der Peptide im Organismus. Strassburg, 1903; 8°.

– u. **Fischer** (E.). Ueber die Verdauung einiger Eiweitzkörper durch Pankreasfermente. Strassburg, 1903; 8°.

– u. **Falta** (W.). Die Zusammensetzung der Bluteiweissstoffe in einem Falle von Alkaptonurie. Strassburg, 1903; 8°.

– – Darstellung von Harnstoff durch Oxydation von Eiweiss mit Permanganat nach A. Jolles. Strassburg, 1903; 8° (*dal sig. Dr. E. Abderhalden*).

Baldaccini (G.). Contributo alla storia fisica della Valle spoletana e folignate (pianura umbra) in rapporto all'irrigazione. Foligno, 1903; 8° (*dall'A.*).

Bashforth (F.). A historical sketch of the experimental determination of the resistance of the air to the motion of projectiles. Cambridge, 1903; 8° (*Id.*).

** *Bonner* Studien, Aufsätze aus der Altertumswissenschaft Reinhard Kekulé zu Erinnerung an seine Lehrthä tigkeit in Bonn gewidmet von seinen Schülern. Berlin, 1890; 8°.

Bordoni-Uffreduzzi (G.). I servizi di igiene nel comune di Milano. Relazione al Sindaco. Milano, 1903; 4°.

Borredon (G.). La luna è la calamita del mondo. Napoli (Ischia), 1903; 8° (*dall'A.*).

Ceresole (G.). Una nuova malattia delle Carpe. Venezia, 1902; 8° (*Id.*).

** **Corda** (A. C. I.). Icones fungorum hucusque cognitorum. Prage, 1837. Testo e Atl. in-fol.

Diels (O). u. **Abderhalden** (E.). Ueber den Abbau des Cholesterins. Berlin, 1903; 8° (*dal sig. Dr. E. Abderhalden*).

* **Doppler** (C.). Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels... Herausgegeben von Dr. F. J. Studnička. Prag, 1903 (*dalla k. böhnischen Gesellschaft der Wissenschaften*).

Digitized by Google

** **Dresser** (H. E.). A manual of Palaeartic Birds. Part I, II. London, 1902-1903; 8°.

Galilei (G.). Le opere. Edizione Nazionale sotto gli auspicii di S. M. il Re d'Italia; Vol. XIII. Firenze, 1903, 8° (*dono del Ministero dell'I. P.*).

Giglio-Tos (E.). Les problèmes de la vie. II° partie. L'ontogenèse et ses problèmes. Cagliari, 1903; 8° (*dall'A. per i premi Vallauri e Bressa*).

** **Hansen** (H. J.). Isopoden, Cumaceen und Stomatopoden der Plankton-Expedition. Kiel u. Leipzig, 1895; 4°.

— Die Cladoceren und Cirripedien der Plankton-Expedition. Kiel u. Leipzig, 1899; 4°.

Haeckel (E.). Intorno allo stato attuale delle nostre conoscenze sull'origine dell'uomo. Milano, 1899; 8°.

— Der Monismus als Band zwischen Religion und Wissenschaft. 9 u. 10 Aufl. Bonn, 1900; 8°.

— Gemeinverständliche Vorträge und Abhandlungen aus dem Gebiete der Entwickelungslehre. 2 Auflage. Bonn, 1902; 8°.

— Die Welträthsel. Bonn, 1903; 8°.

— Anthropogenie oder Entwickelungsgeschichte des Menschen Keimes und Stammes-Geschichte. 5 Auflage. Leipzig, 1903; 2 vol. 8°.

— Kunst-Formen der Natur. Heft VII-IX. Leipzig u. Wien, 1903; 4° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Helmert (F. R.). Ueber die Reduction der auf der physischen Erdoberfläche beobachteten Schwerebeschleunigumgen auf ein gemeinsames Niveau. Berlin, 1903; 8° (*dall'A. socio straniero dell'Accodemia*).

Largaiolli (V.). Idracne del Trentino. Quarto contributo allo studio delle Idracne italiane. Trento, 1903; 8° (*dall'A.*).

Lönborg (S.). Sverige Karta tiden till omkring 1850. Upsala, 1903; 8° (*dono dell'Università di Upsala*).

Majocchi (G.). Una linea retta punteggiata, costruzioni geometriche semplici delle equazioni di 3° grado colla linea retta e col calcolo. Moltiplicazione del cubo. Trisezione dell'angolo. 2ª ediz. Milano, 1903; 8° (*dall'A.*).

Montezemolo (V. C. di). Studio sulla navigazione aerea. Roma, 1903; 8° (*Id.*).

Myrian (A.). Le système de Newton est faux. Tulle, 1903; 8°.

Natur u. Staat. I. Teil. Einleitung zu dem Sammelwerke Natur und Staat, Beiträge zur naturwissenschaftlichen Gesellschaftslehre. Von Dr. H. E. Ziegler. — II. Teil. Philosophie der Anpassung mit besonderer Berücksichtigung des Rechtes und des Staates. Von H. Matzat. — III. Teil. Darwinismus und Sozialwissenschaft. Von A. Ruppin. Jena, 1903; 2 vol. 8° (*dono del Socio straniero Prof. Dr. E. Haeckel*).

** **Oates** (E. W.). A Manual of the Game Birds of India. Part I. Land Birds; II. Water Birds. Bombay, 1898-1899; 2 vol. 16°.

Petraroja (L.). Le arterie lobari del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903; 8°.

— Le arterie raggiate del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903; 8°.

— Le arterie soprapiramidali del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903; 8° (*dall'A.*).

Digitized by Google

** **Poggendorff's** biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften. IV Bd. Lief. 4-15. Leipzig, 1902; 8°.

** **Reichenbach** (L.). et (H. G.) fils. Icones florae germanicae et helveticae simul terrarum adjacentium ergo mediae Europae opus..... conditum, nunc continuatum Dre G. Beck de Mannagetta. Tom. 23. Decas 31-33; 24, 1a, 2a. Lipsiae et Gerae; 4°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I Prince Souverain de Monaco; fasc. 22-24, et Carte bathymétrique des îles Açores. Monaco, 1902-1903; 4° (*dono di S. A. S. il Principe Alberto I di Monaco*).

Righi (A.). Ueber die Jonisierung der Luft durch eine elektrisierte Spitze. Leipzig, 1903; 4°.

— Sulle cariche elettriche generate dai raggi X sui metalli nel vuoto. Bologna, 1903; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Rodriguez (A.). Elenco delle stelle doppie solari rinvenute nelle lastre fotografiche pubblicate nel 1° vol. del *Catalogo fotografico stellare*, corrispondente alla zona Vaticana. Roma, 1903; 4°.

Sars (G. O.). An account of the Crustacea of Norway. Vol. IV. Copepoda Calandoida. Part XI & XII. Bergen, 1902; 8° (*dal Museo di Bergen, Norvegia*).

Séverin (R.). Gli spari contro la grandine. 1903; 1 c. 4° (*dalla signora vedova A. Bombicci-Porta*).

Silva (A. da). O Aquario Vasco da Gama. Relatorio apresentado a S. E. o Ministro da Marina e Ultramar sobre o estado d'este estabelecimento e a sua reorganização. Lisbona, 1901; 8°.

Taramelli (T.). Di uno straterello carbonioso nella formazione porfirica tra Arona e Meina. Milano, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il codice Atlantico; fasc. 28°-32°. Milano, 1902-1903; f°.

Dal 21 Giugno al 29 Novembre 1903.

Biadego (G.). Cortesia Serego e il matrimonio di Lucia Della Scala. Verona, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Brandileone (F.). Le così dette clausole al portatore nei documenti medievali italiani. Milano, 1903; 8° (*dall'A.*).

Carbonelli (G.). Il conte di Neipperg, documenti sulla sua morte. Torino, 1903; 8° (*Id.*).

Chevalier (U.). Le chanoine Fillet, Bio-bibliographie. Romans, 1902; 8°.

— Le repertorium repertorii du P. Clément Blume et les droits de la critique. Bruxelles, 1902; 8°.

— Ordinaire et coutumier de l'église cathédrale de Bayeux (XIIIe siècle). Paris, 1902; 8°.

— Son Œuvre scientifique, sa Bio-bibliographie. Valence, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Christensen (W.). Dansk Statsforvaltning i det 15. Århundrede. Kobenhavn, 1903; 8° (*dall'Accademia R. di scienze e lettere di Danimarca*).

Digitized by Google

Dareste (R.). Les anciennes coutumes albanaises. Paris, 1903; 8° (*dall'A. Socio straniero dell'Accademia*).

Del Lungo (I.) e **Prunas** (P.). Dal primo esilio. Lettere prime (1834) di N. Tommaseo a G. Capponi. Zara, 1903; 8° (*dal sig. Del Lungo Socio corrispondente dell'Accademia*).

** **De Michelis** (E.). L'origine degli Indo-Europei. Torino, 1903; 8°.

Ferrari (G. M.). Scritti varj. Roma, 1899-902, 2 vol.; 8°.

— Il R. Liceo Vittorio Emanuele II di Napoli all' Esposizione Universale di Parigi del 1900 (La cattedra di Filosofia). Napoli, 1900; 8°.

— Il Problema etico. Roma, 1902; 8°.

— L'Etica di B. Spinoza. Appunti. Napoli, 1902; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri di Filosofia*).

Frati (C.). Prof. Comm. Bernardino Peyron. Cenno necrologico e bibliografico. Firenze, 1903; 8° (*dall'A.*).

Gambèra (P.). Note dantesche. Salerno, 1903; 8° (*Id.*).

Gentile (G.). Dal Genovesi al Galuppi. Ricerche storiche. Napoli, 1903; 8° (*Id.*).

** **Hilprecht** (H. V.). Explorations in Bible Lands during the 19th Century. Philadelphia, 1903; 8°.

** **Janet** (P.). Philosophie du bonheur. Paris, s. a.; 16°.

** **Jhering** (R. v.). Les Indo-Européens avant l'histoire. Traduite de l'allemand par O. de Meulenaere. Paris, 1895; 8°.

** **Kristeller** (P.). Andrea Mantegna. Berlin u. Leipzig, 1903; 4°.

** **Litta.** Famiglie celebri italiane (2ª ser.): Caracciolo di Napoli, Parte 3ª, 4ª. Ruffo di Calabria, Parte 1ª. Napoli, 1903; f°.

Martin (J.-B.). Une carrière scientifique. M. le chanoine Ulysse Chevalier. Lyon, 1903; 16° (*dall'A.*).

** **Martin** (Th. H.). La vie future. Paris, 1870; 16°.

Miscellanea di studi critici edita in onore di Arturo Graf. Bergamo, 1903; 8° (*dono del Socio A. Graf*).

** **Monumenta Germaniae historica.** Legum Sectio I, Tomus I, Leges Visigothorum. Diplomatum regum et imperatorum Germaniae. T. III, pars posterior. Hannoverae et Lipsiae, 1900-903; 4°.

Mondolfo (R.). Un psicologo associazionista, E. B. de Condillac. Palermo. 1902; 8°.

— Saggi per la storia della morale utilitaria. I. La morale di T. Hobbes Verona, Padova, 1903; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri di Filosofia*)

Negroni (C.). Relazioni e discorsi al Consiglio comunale di Novara. Parte 1ª. Novara, 1903 (*dono della Commissione amministrativa della Biblioteca Negroni*).

** **Pagliaini** (A.). Catalogo generale della libreria italiana dall'anno 1847 a tutto il 1899. Vol. I; II, fasc. 1, 2. Milano, 1901, 1903; 8°.

Paribene (R.). Lavori eseguiti dalla Missione archeologica italiana nel palazzo e nella necropoli di Haghia Triada dal 23 febbraio al 15 luglio 1903. Relazione. Roma, 1903; 8° (*dal Presidente della R. Scuola di Archeologia prof. comm. L. Pigorini*).

Pigorini (Luigi). Le più antiche civiltà dell'Italia. Discorso. Roma, 1903; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Digitized by Google

Polacco (V.). La " Filosofia del diritto „ di Vincenzo Lilla. Note e appunti. Padova, 1903; 8°.

Porena (F.). A proposito di un recente articolo sulla Geografia comparata secondo il Ritter e il Peschel. Firenze, 1901; 8°.

– Schema di una trattazione corologica condotta sulla Sicilia. Milano, 1901; 8°.

– Flavio Gioia inventore della bussola moderna. Roma, 1902; 8°.

– Campania Felix. Napoli, 1902; 8°.

– Un'ultima parola sul Flavio Gioia e la Bussola. Firenze, 1903; 8° (*Id.*).

Romano (P.). Trent'anni di questioni pedagogiche. Studio espositivo-critico con un'appendice sul movimento pedagogico degli Stati Uniti. Asti, 1900; 8°.

– Prolegomeni alla scienza dell'educazione. Porto Maurizio, 1902; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri di Filosofia*).

* **Sanuto** (M.). I Diari. T. 48°, fasc. 252-254. Venezia, 1902-903; 4°.

Sarat Chandra Das. A Tibetan-English Dictionary with Sanskrit Synonyms. Calcutta, 1902; 4° (*dono del Governo del Bengal*).

* **Sully** (J.). Le pessimisme (Histoire et critique). Paris, 1882; 8°.

Sforza (G.). Un pittore lunigianese del quattrocento. S. a. l.

– Un feudatario giacobino. Spezia, 1903; 8°.

– Le relazioni di Alberico I Cibo Malaspina principe di Massa con l'Algeria, il Fez, la Persia, l'Inghilterra, la Cina e il Giappone. Spezia, 1902; 8° (*dall'A.*).

* **Strack** (H.). Die Sprüche Jesus', des Sohnes Sirachs. Leipzig, 1903; 8°.

Volante (A.). Sintesi della campagna nazionale contro il mal tempo. Torino, 1903; 8° (*dall'A.*).

Dal 22 Novembre al 6 Dicembre 1903.

* **Gauss** (C. F.). Werke, vol. 9°. Gottingen, 1903; 4°.

Guidi (C.). Sulle costruzioni in " Béton „ armato. Roma, 1903; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Lundborg (H.). Die progressive Myoklonus-Epilepsie (Unverricht's Myoklonie). Upsala, 1903; 8° (*dalla Biblioteca dell'Università di Upsala*).

Sacco (F.). Sulla istituzione di un corso di perfezionamento per ingegneri delle miniere in Torino. Torino, 1903; 8°.

– La frana di Sant'Antonio in territorio di Cherasco. Considerazioni di Geologia applicata. Torino, 1903; 8°.

– Considerazioni geologiche sopra un progetto di bacino artificiale per irrigazione in territorio di Carmagnola. Torino, 1903; 8°.

– Programma del Corso di Geologia. Genova, 1903; 8°.

– Osservazioni di Geologia applicata sopra la progettata linea ferroviaria di Torino-Cartosio-Savona. Genova, 1903; 8°.

– Il problema dell'acqua potabile di Mondovì in rapporto con la Geologia. Genova, 1903; 8° (*dall'A.*).

Digitized by Google

Dal 29 Novembre al 13 Dicembre 1903.

Alessio (F.). La verità su S. Marziano di Tortona. Pinerolo, 1903; 8° (*dal sig. G. B. Pallavicini can. arciprete della Cattedrale di Tortona*).

Belli (A.). Der Lehrer der neueren Sprachen. Venezia, 1904; 8° (*dall'A.*).

Cognetti de Martiis (R.). La giurisdizione del lavoro nel sistema delle leggi. Torino, 1903; 8° (*Id.*).

Ferrari (S.). I tempi, la vita, la dottrina di Pietro D'Abano. Genova, 1900; 8°.

Lumbroso (G.). Teodoro Mommsen. Ricordi. Roma, 1903; 8°.

** **Perrot** (G.) et **Chipiez** (Ch.). Histoire de l'Art dans l'antiquité. T. VIII. La Grèce archaïque. La Sculpture. Paris, 1904; 8°.

Pinna (M.). Indice dei documenti cagliaritani del R. Archivio di Stato dal 1323 al 1720. Cagliari, 1903; 4° (*dall'A.*).

Sforza (G.). Il testamento di Spinetta Campofregoso signore di Carrara e la patria di Papa Niccolò V. Spezia, 1903; 8° (*Id.*).

* *Dall' Università di Erlangen:*

Abel (P.). Veraltende Bestandteile des mittelhochdeutschen Wortschatzes Erlangen, 1902; 8°.

Albrecht (K.). Die Ehescheidungsgründe des deutschen bürgerlichen Rechts. Deggendorf, 1902; 8°.

Allouas (M.). Notwehr und Notstand nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Strassburg, 1902; 8°.

Appel (A.). Erlöschen und Wiederaufleben von Forderungen. Erlangen, 1903; 8°.

Atsch (F.). Peinliche Ursehde. Erlangen, 1903; 8°.

Bachmann (W.). Die ästhetischen Anschauungen Aristarchs in der Exegese und Kritik der homerischen Gedichte. Nurnberg, 1902; 8°.

Ballin (F.). Notwehrexzess und Putativnotwehr. Erlangen, 1902; 8°.

Biedermann (O.). Die Methode der Auslegung und Kritik der biblischen Schriften im Spinozas theologisch-politischen Traktat im Zusammenhang mit seiner Ethik. Erlangen, 1903; 8°.

Bitterauf (T.). Die Gründung des Rheinbundes und der Untergang des alten Reiches. Nördlingen, 1903; 8°.

Blaha (H.). Der Abschluss von Staatsverträgen nach bayerischem Staatsrecht in dogmatischer und historischer Darstellung. Erlangen, 1903; 8°.

Blos (W.). Die Quellen der fränkischen Schweiz. Erlangen, 1903; 8°.

Börtzler (F.). Porphyrius' Schrift von den Götterbildern. Erlangen, 1903; 8°.

Bürner (G.). Vergils Einfluss bei den Kirchenschriftstellern der vornikänischen Periode. Erlangen, 1902; 8°.

Caleb (R.). Die Konsulargerichtsbarkeit in Bulgarien auf Grund der Capitulationen mit der Türkei. Strassburg, 1903; 8°.

Caspari (W.). Gegenstand und Wirkung der Tonkunst nach der Ansicht der Deutschen im 18. Jahrhundert. Erlangen, 1903; 8°.

Claus (E.). Der Einfluss der Rechtshängigkeit auf Privatrechte nach heutigem Reichsrecht. Berlin, 1903; 8°.

Digitized by Google

Cohn (J.). Der Einfluss der Teilung des herrschenden oder des dienenden Grundstücks auf die Grunddienstbarkeit nach gemeinem Recht und nach bürgerlichem Gesetzbuch. Erlangen, 1902; 8°.

Daniel (A.). Die Kurialienformel von Gottes Gnaden. Rostock, 1902; 8°.

Davidsohn (S.). Das Begnadigungsrecht. Berlin, 1903; 8°.

Demelius (J.). Zur Lehre von der Aufhebung der Rechtsverhältnisse. Sangerhausen, 1902; 8°.

Dobrzynski (J.). Der Irrtum im Beweggrunde bei letztwilligen Verfügungen unter Berücksichtigung seiner Besonderheiten. Berlin, 1903; 8°.

Dröber (W.). Kartographie bei den Naturvölkern. Erlangen, 1903; 8°.

Dünner (L.). Die älteste astronomische Schrift des Maimonides. Würzburg, 1902; 8°.

Eckstein (E.). Der Begriff des Daseins bei Julius Bergmann. Erlangen, 1902; 8°.

Engelhardt (H.). Welche Rechte stehen dem Oberbesitzer zu? Hamburg, 1902; 8°.

Forstreuter (V.). Organisation der Kohlenindustrie und des Kohlenhandels in Deutschland. Berlin, 1902; 8°.

Franzenburg (E.). Absolutheit, Geistigkeit und Persönlichkeit Gottes bei Schleiermacher. Striegau, 1902; 8°.

Gahl (H.). Der Niessbrauch an Wertpapieren des bürgerlichen Rechts und des Handelsrechts. Berlin N., 1903; 8°.

Goetzke (K.). Der Begriff der Regierung in Herbarts Pädagogik. Erlangen, 1902; 8°.

Gottschalck (H.). Die empfangsbedürftige Willenserklärung nach dem bürgerlichen Gesetzbuche. Hamburg, 1903; 8°.

Heine (D.). Wiclifs Lehre vom Güterbesitz. Gütersloh, 1903; 8°.

Heintzel (E.). Hermogenes der Hauptvertreter des philosophischen Dualismus in der alten Kirche. Berlin, 1902; 8°.

Hennicke (O.). Observationes criticae in Cl. Galeni pergameni commentarios περὶ ψυχῆς πάθων καὶ ἁμαρτημάτων. Berolini, 1902; 8°.

Herbig (E.). Geschichte u. wirtschaftliche Bedeutung der Rechtsverhältnisse des linksrheinischen Dachschieferbergbaus. Halle a. S., 1903; 8°.

Hillenbrand (H.). Der Verlags-Vertrag. Annweiler, 1903; 8°.

Hofmann (S.). Die Stellung des deutschen Kaufmanns im Ausland, nach den deutschen Handels- und Konsularverträgen. Nürnberg, 1903; 8°.

Hopfmann (K.). Das Sparkasenwesen in Bayern. Erlangen, 1903; 8°.

Huber (P. F.). Grundlinien einer Religionsphilosophie bei Giordano Bruno. Neustadt a. d. Hdt., 1902; 8°.

Jahn (A.). Das Prinzip der Unmittelbarkeit im Strafprozess und seine Anwendung. Erlangen, 1903; 8°.

Kaussen (J.). Physik und Ethik des Panätius. Bonn, 1902; 8°.

Knigge (E.). Die negative Leistung. Quedlinburg, 1903; 8°.

Kobelt (M.). J. S. Bachs' grosses Magnificat in D-dur und die für die Anlage der Composition massgebenden, günstigen und ungünstigen Factoren. Greifswald, 1902; 8°.

Digitized by Google

Koppmann (F.). Die Strafbarkeit der Teilnahme von Zivilpersonen an rein militärischen Delikten unter besonderer Berücksichtigung der Teilnahme von Nichtbeamten an reinen Amtsdelikten. München, 1903; 8°.

Krehbiel (A.). Franz Joseph Hugi in seiner Bedeutung für die Erforschung der Gletscher. Ansbach, 1902; 8°.

Krüsi (K.). Die Vererbung des Grundeigentums in der Schweiz. Erlangen, 1903; 8°.

Küspert (O.). Ueber Bedeutung und Gebrauch des Wortes ‘ caput , im älteren Latein. Hof, 1902; 8°.

Ledersteger-Falkenegg (W. A. B. v.). Die Entwickelung der Stellvertretung im römischen Recht nach den lateinischen Quellen. Erlangen, 1902; 8°.

Lewenz (H.). Die Finanzierung und die Preisbildung der Trusts. Berlin, 1903; 8°.

Levy (J.). Die Gewährleistung für Mangel beim Werkvertrag. Strassburg, 1903; 8°.

Lewy (W.). Tendenzen in der Internationalen Strickebewegung. München, 1902; 8°.

Leyser (L.). Ein Vergleich zwischen Mäklervertrag und Werkvertrag mit Berücksichtigung der geschichtlichen Entwicklung. Görlitz, 1903; 8°.

Loeffke (B.). Rechtswirksamkeit der aus § 845 der Civilprozessordnung für das Deutsche Reich vom Gläubiger ergehenden Benachrichtigung von bevorstehender Pfändung einer seinem Schuldner gegen einen Dritten zustehenden Geldforderung gegenüber ihrer nach der Benachrichtigung von einem zweiten Gläubiger im Wege der Zwangsvollstreckung in das unbewegliche Vermögen des Schuldners bewirkten Beschlagnahme. Schöneberg, 1902; 8°.

Losgar (G.). Studien zu Alcimus Avitus Gedicht: ‘ De spiritalis historiae gestis ,. Neuburg a. D., 1903; 8°.

Ludewitz (K.). Die Abtretung von Forderungen aus gegenseitigen Verträgen nach dem B. G. B. unter Berücksichtigung des gemeinen Rechts. Oberlahnstein, 1902; 8°.

Lutfi (K. O.). Die völkerrechtliche Stellung Bulgariens und Ostrumeliens. Erlangen, 1903; 8°.

Meissner (O.). Motiv und Gesinnung im Strafrecht. Strassburg, 1903; 8°.

Merzbach (R.). Der Mord und seine Behandlung nach geltendem deutschen Recht. Offenbach A. M., 1903; 8°.

Mirbach (W. Freiherrn v.). Das Durchsuchungsrecht. Berlin, 1903; 8°.

Möhl (F. K.). Die Vorläufer der heutigen Organisation der öffentl. Armenpflege in München insbesondere: Das Armeninstitut des Grafen Rumford. Bamberg, 1903; 8°.

Müller (C. W.). Die Wildschadensersassvorschriften des deutschen bürgerlichen Rechts. Erlangen, 1903; 8°.

Müller (H.). Enea Silvio de' Piccolomini's literarische Tätigkeit auf dem Gebiete der Erdkunde und dessen Einfluss auf die Geographen der Folgezeit. Fürth, 1903; 8°.

Müller (K.). Ueber religiöse Toleranz. Erlangen, 1902; 4°.

Digitized by Google

Münch (R.). Der Patentanwalt. Erlangen, 1902; 8°.

Münz (J.). Die Voraussetzungen und Wirkungen der Notwehr, des Notstandes und der Nothilfe im bürgerlichen Gesetzbuch und ihre Unterschiede. München, 1903; 8°.

Nagel (G.). Der Zug des Sanherib gegen Jerusalem nach den Quellen dargestellt. Leipzig, 1902; 8°.

Oehlke (H.). Greift die Einrede der nicht erfüllten Vertrages Platz bei den Verpflichungen der Gesellschafter gegeneinander nach gemeinem Recht und bürgerlichen Gesetzbuche? Warburg, 1903; 8°.

Overmann (J.). Joachim Ringelberg, ein humanistischer Pädagoge des 16. Jahrhunderts. Münster i. W., 1903; 8°.

Pfeffermann (B.). Der Begriff des wesentlichen Irrtums bei Rechtsgeschäften in der gemeinrechtlichen Lehre und nach dem bürgerlichen Gesetzbuche. Berlin, 1903; 8°.

Pichlmaier (M.). Der polizeiliche Inhalt der Unfallversicherungsgesetze. Erlangen, 1903; 8°.

Pistory (F. W.). Wahl und Anmöglichkeit als Voraussetzungen der Beschränkung der Wahlschuld nach dem Rechte des bürgerlichen Gesetzbuches. Beuthen, 1902; 8°.

Plesse (E.). Die Gestaltung der gegenseitigen Unterhaltspflicht von Ehegatten während des Bestehens ihrer Ehe nach den Bestimmungen des bürgerlichen Gesetzbuchs. Merseburg, 1902; 8°.

Pol (F.). Lotzes Ansicht über die Reproduction der Vorstellungen und Vergleich derselben mit den gegenwärtigen Lehren der Psychologie. Norden, 1903; 8°.

Reiss (H.). Kritik des Begriffs und Umfangs der Autonomie nach deutschem Privatrecht. Pr. Holland, 1902; 8°.

Rober (F. K.). Die Haftung eines nach dem 1. Januar 1900 aus einer offenen Handelsgesellschaft ausgeschiedenen Mitgliedes, dessen Ausscheiden nicht in das Handelsregister eingetragen ist, für die Geschäftsthätigkeit eines Gesellschafters. Kiel, 1903; 8°.

Register (L. v.). Zur Lehre von der Staatennachfolge: Gibt es stillschweigenden Eintritt in Staatsverträge? Berlin, 1902; 8°.

Röhl (M.). Die Befriedigung des Pfandgläubigers aus dem Pfande nach bürgerlichem Recht. Stettin, 1902; 8°.

Schläger (G.). J. B. Grasers " Divinitätsprincip " und dessen Stellung in der Geschichte der Pädagogik. Celle, 1903; 8°.

Schmelzle (K.). Ueber das Wesen und die geographische Verbreitung der Maare. Strassburg, 1903; 8°.

Schmidt (H.) Der Begriff der Rechtsnachfolge nach gemeinem Recht und B. G.-B. Breslau, 1903; 8°.

Schmitt (J.). Die Occupation als Eigentumserwerb. Bamberg, 1902; 8°.

Schmitz (P.). Rechtslage des Schenkers bei Nichterfüllung des auf die Schenkung gelegten Modus im gem. Recht und BGB. Bonn, 1902; 8°.

Schneider (H.). Die Verfassungsgesetze und verfassungsändernden Gesetze im Bayern seit 1818. Edenkoben, 1903; 8°.

Digitized by Google

Schoenbeck (J. W.). Zur Erläuterung des § 245 des Handelsgesetzbuches. Erlangen, 1902; 8°.

Schroff (A.). Zur Echtheitsfrage der vierten Rede des Andokides. Erlangen, 1901; 8°.

Schultze (H.). Der Missbrauch der Waffe nach deutschen Militärstrafrecht. Strassburg, 1903; 8°.

Speck (P.). Das gemeinrechtliche Dotalsystem und seine Anwendung nach dem neuen bürgerlichen Recht mit besonderer Berücksichtigung des praedium dotale. Erlangen, 1902; 8°.

Stolzenberg (F.). Das Ablösungsrecht des § 268 B. G. B., insbesondere in seinem Verhältnisse zur gewöhnlichen Zahlung fremder Schulden. Cassel, 1903; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der K. Bayer. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen nebst dem Verzeichnisse der Studierenden im Winter-Semester 1902/1903 u. in Sommer-Sem. 1903; 8°.

Utsch (E.). Finden die Artikel 7-31 E. G. z. B. G. B. auf dem Gebiete des vorbehaltenen Landesrechts Anwendung? Coblenz, 1902; 8°.

Varnhagen (H.). De glossis nonnullis anglicis quae tribus in codicibus bibliothecae regiae publicae Dresdensis saeculo duodecimo scriptae exstant una cum fabella quae sermone italico composita in bibliotheca academica Erlangensi typis exscripta asservatur. Erlangae, 1902; 4°.

Verzeichnis der Vorlesungen, welche an der K. bayern. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen im Winter-Semester 1902/1903 u. im Sommer-Sem. 1903.

Voigt (F.). Ueber den Kontokorrent-Vertrag. Sangerhausen, 1902; 8°.

Walleser (M.). Das Problem der Ich. Karlsruhe, 1902; 8°.

Walter (F.). Die religionsphilosophischen Grundgedanken Hermann Lotze's. Freiburg i. Br., 1901; 8°.

Winter (F.). Beiträge und Erläuterungen zu Geschichte und Recht der Nürnberger verneuten Reformation von 1564. Nürnberg, 1903; 8°.

Wirth (H.). Die gemeinrechtliche Superficies in Vergleichung mit dem Erbbaurecht des bürgerlichen Gesetzbuches. Berlin, 1903; 8°.

Zimels (J.). David Humes Lehre von Glauben und ihre Entwickelung vom Treatise zur Inquiry. Kirchhain N. L., 1903; 8°.

Dal 6 al 20 Dicembre 1903.

Guareschi (I.). Storia della Chimica. III. Lavoisier, sua vita e sue opere. Torino, 1903; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Kölliker (A.). Die Entwicklung und Bedeutung des Glaskörper. Leipzig, 1904; 8° (*dall'A. Socio straniero*).

Mogni (A.). Nuova teorica della legge d'oscillazione del pendolo, avuto riguardo alla rotazione della terra. Jesi. 1903; 8° (*dall'A.*).

Reycend (A.). Proposte per un nuovo ordinamento delle Scuole di Architettura in Italia. Torino, 1903; 8° (*dall'A.*).

Digitized by Google

* *Dall'Università di Erlangen:*

Aichel (O.). Ueber die Blasenmole Erlangen, 1901; 8°.
Ammon (F.). Beiträge zur Kenntnis der Speckstein- und Pseudophitbildung. Erlangen, 1902; 8°.
Becher (E.). Zur Kenntnis der m-Tolimidazols. Dresden, 1902; 8°.
Bentler (B.). Eine Dermoidcyste in der Gegend der kleinen Fontanelle. Erlangen, 1902; 8°.
Bickelmann (A.). Ueber die angeborene Verschliessung des Mastdarms und Afters und die Missbildungen im Bereiche des innern und äussern Dammes. Saarbrücken, 1902; 8°.
Blume (E.). Ueber Phenyltolylisodithiobiazolon. Erlangen, 1902; 8°.
Braun (O.). Ueber condensierte Milch und über Dauerpräparate von Milch im allgemeinen. Berlin, 1902; 8°.
Braun (R.). Beiträge zur Entwicklunsgeschichte der Cornea der Wirbeltiere. München, 1902; 8°.
Buch (Ch.). Beiträge zur Kenntniss der Alkaloïde der Steppenraute. Erlangen, 1903; 8°.
Buchner (F.). Neue Methode zur quantitativen Bestimmung der Abklingungs-intensitäten phosphorescirender Körper. Erlangen, 1902; 8°.
Düll (E.). Ueber die Eklogite des Münchberger Gneissgebietes. München, 1902; 8°.
Emrich (R.). Ueber die Einwirkung von Dichloressigsäure auf Anilin. Erlangen, 1903; 8°.
Fauth (A.). Beiträge zur Anatomie und Biologie der Früchte und Samen einiger einheimischer Wasser- und Sumpfpflanzen. Jena, 1903; 8°.
Fild (H.). Die tektonischen Verhältnisse der Ehrenbürg bei Forchheim. Erlangen, 1903; 8°.
Fischer (G.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie des Blattes bei den Trifolieen. Erlangen, 1902; 8°.
Flury (F.). Beiträge zur Kenntnis des Tellurs. Regensburg, 1903; 8°.
Frey (R.). Ueber eine intramolekulare Umlagerung bei Semicarbaziden. Erlangen, 1903; 8°.
Frien (W.). Ein Fall von einseitiger kongenitaler Cystenniere bei einem 2 ½ jährigen Mädchen. Heilung durch Operation. Erlangen, 1903; 8°.
Fritzweiler (E.). Synthese von Indazolderivaten. Leipzig-Reudnitz, 1902; 8°.
Fuchs (W.). Beitrag zur Kenntnis der Glutinpeptone. Erlangen, 1902; 8°
Gareis (W.). Ueber einige Derivate des Acetals. Bonn, 1902; 8°.
Giere (E.). Ueber Verbindungen von Phenolen mit kohlensauren Alkalien. Schillingsfürst, 1903; 8°.
Graf (P.). Ein Fall von Leberabszess nach fötider Bronchitis. Erlangen, 1902; 8°.
Haffner (G.). Ueber die innere Reibung von alkoholischen Lösungen. Fürth, 1903; 8°.
Hartmann (M.). Ueber die Beziehungen von Erkrankungen des Zentral-nervensystems zum Decubitus pharyngis. Erlangen, 1902; 8°.
Hellmuth (K.). Kloake und Phallus der Schildkröten. Leipzig, 1902; 8°.

Digitized by Google

Helmreich (C.). Ueber die spezifische Wärme von Flüssigkeitsgemischen und Lösungen. Erlangen, 1903; 8°.

Hess (A.). Ueber die Beweglichkeit des abgeschnürten rechten Leberlappens bei Schnürleber. Erlangen, 1903; 8°.

Hess (W.). Zur Kenntnis der Benzimidazole. Erlangen, 1903; 8°.

Hofbauer (G.). Ein Fall von Tumorbildung im 4. Ventrikel mit dem symptomenkomplex eines Tumors in der Vierhügelgegend. Bamberg, 1902; 8°.

Hoffmeyer (H.). Ein Fall von beweglichem parostalen Osteom des rechten Oberschenkels. Erlangen, 1903; 8°.

Kanter (E. H.). Ueber Erdalkalisilikate, Kieselsäure und Alkalisilikate. Erlangen, 1902; 8°.

Kless (F.). Ueber einige Anhydroverbindungen aus Aldehyden und primären Aminen (Schiff'sche Basen). Erlangen, 1903; 8°.

Koch (C.). Zur Kenntnis von colloïdalem Selen und Tellur. Erlangen, 1903; 8°.

Kopp (W.). Ueber Imidazole und Oxydationsprodukte von Ortho-Diaminen. Erlangen, 1903; 8°.

Krapf (H.). Ueber stereoisomere Hydrazone der Dithiokohlensäeureester. Erlangen, 1902; 8°.

Leich (O.). Ein Fall von recidivirender Schwangerschaftsniere. Erlangen, 1903; 8°.

Lessing (W.). Ueber Wechselstrom-Entladungen. Erlangen, 1902; 8°.

Lindinger (L.). Anatomische und biologische Untersuchungen der Podalyrieensamen. Jena, 1903; 8°.

Lindner (G.). Die Abhängigkeit der specifischen Wärme fester Körper von der Temperatur. Erlangen, 1903; 8°.

Martin (A.). Ueber physikalisch-chemische und physiologische Wirkungen einiger Alkaloide auf Zellen. Erlangen, 1903; 8°.

Merkel (H.). Die Betheiligung der Gefässwand an der Organisation des Thrombus mit besonderer Berücksichtigung des Endothels. Erlangen, 1903; 8°.

Meyer (W.). Ueber die Constitution der beiden isomeren Mononitroorcine. Oxydationsprodukte von β-Amidoorcin. Erlangen, 1903; 8°.

Müller (F. A.). Quantitative Untersuchungen über Absorption im Ultraviolett. Erlangen, 1903; 8°.

Müller (J.). Ueber abgeheilte Lungentuberkulose. Rostock, 1903; 8°.

Nachtigall (G.). I. Ueber einige Reaktionen des Glutakonsäureesters. II. Ueber die Konstitution des Mononitrosoorcins. Erlangen, 1903; 8°.

Nickels (H.). Ein Fall von Dicephalus. Erlangen, 1903; 8°.

Ostermayer (A.). Beiträge zur Kenntnis der Basalte des Hassgaus. Erlangen, 1903; 8°.

Otto (V.). Ueber die Resorption von Jodalkalien, Natriumsalicylat, Chloralhydrat und Strychnin im Magen. Erlangen, 1902; 8°.

Pestalazzi (L.). Beiträge zur chemischen Kenntnis des Wismut. München, 1902; 8°.

Pleufs (R.). Verteilung eines gelösten Körpers zwischen den Komponenten eines Gemisches zweier Lösungsmittel. Braunschweig, 1902; 8°.

Digitized by Google

Pomayer (C.). Kloake und Phallus der Vögel. Leipzig, 1902; 8°.

Popp (J.). Jod, sei Vorkommen und seine Bestimmung in geringen Quantitäten. Ueber ein Oxydationsprodukt der Phenylhydrazinsulfosäure und dessen Verwendbarkeit als Indikator. Erlangen, 1903; 8°.

Recknagel (G. W.). Ueber die Ausscheidung des Methylenblau durch den Harn. Erlangen, 1902; 8°.

Reichenburg (W.). Ueber die Einwirkung von Diazobenzol auf Glutakonsäureester. Erlangen, 1902; 8°.

Reinhard (F.). Zwei Fälle von sehr auffallender Difformität nach Osteomyelitis tibiae. Erlangen, 1903; 8°.

Reinhart (A.). Beitrag zur Ossifikation der Trachealschleimhaut. Erlangen, 1903; 8°.

Ries (C.). Das elektrische Verhalten des kristallinischen Selensgegen Wärme und Licht. München, 1902; 8°.

Rosenpleuter (E.). Das Geoid. Berlin, 1900; 8°.

Roth (G.). Ueber acutes Hautoedem. Bamberg, 1902; 8°.

Rubenbauer (J.). Ueber Metallverbindungen von β-Diketonen und β-Diketonsäureestern. Kaiserslautern, 1902; 8°.

Sassmann (A.). Ein Fall von Stieldrehung einer Parovarialcyste. Dresden, 1902; 8°.

Schierenberg (F.). Ueber den α-Nitrosoresorcinmonoäthyläther und seine Derivate und der Oxydation des Amidoorcinmonomethyläthers. Erlangen, 1902; 8°.

Schlick (G. R.). Ueber die Behandlung der veralteten Dammrisses. Erlangen, 1903; 8°.

Schmidt (G.). Beiträge zur Kenntnis des Pararosanilins. Sulzbach i. O., 1903; 8°.

Schmidt (Ph.). Beiträge zur Kenntnis der basaltischen Gesteine der Gegend von Roth am Ostabhang der Rhön. Erlangen, 1902; 8°.

Schneider (F.). Ueber das Verhalten der Kathodenstrahlen in elektrischen Feldern. Erlangen, 1903; 8°.

Schneider (K.). Ueber das Schicksal von Gewebe in der Peritonealhöhle lebender Thiere. Erlangen, 1903; 8°.

Schöneberg (G.). Vergleichung der ersten drei Auflagen von Lotzes Mikrokosmus. Berlin, 1903; 8°.

Schridde (H.). Ueber Metastasen in inneren Organen bei Plattenepithelkrebs der Haut. Erlangen, 1902; 8°.

Schulze (H.). Ueber die stereoïsomeren symm. Dibenzoylaethylendicarbonsäureester und die stereoïsomeren symm. Dibenzoylaethylene. Erlangen, 1902; 8°.

Schütt (E.). Allgemeine pharmakodynamische Wirkungen von Toxinen und Fermenten. Stuttgart, 1902; 8°.

Sommer (W.). Ueber Osteomalacie. Erlangen, 1903; 8°.

Sprengel (C.). Zur Kasuistik und operativen Behandlung der Aneurysmen der Extremitäten. Roitzsch, 1902; 8°.

Stoeckel (W.). Die Cystoskopie in ihrer Bedeutung für den Gyäkologen. Leipzig, 1903; 8°.

Digitized by Google

Streicher (O.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Vicieen. Jena. 1902; 8°.

Stubbe (P.). Ein Fall einer eigenartigen Herzverletzung. Erlangen, 1902; 8°.

Unterhössel (P.). Kloake und Phallus der Saurier und Ophidier. Leipzig. 1902; 8°.

Volp (W.). Die Phaenomenalität der Materie bei Leibniz. Giessen, 1903; 8°.

Wagner (B.). Ueber einige Derivate des Amido-Resorcins. Breslau, 1902; 8°.

Walter (H.). Soll man in Stadium der Panophtalmie enukleiern? Erlangen, 1903; 8°.

Walther (H.). Ueber die isomeren Thiosemicarbazide. Erlangen, 1902; 8°.

Weidert (F.). Ueber den Einfluss der Kohlensäure auf Magenverdauung. Erlangen, 1903; 8°.

Weissflog (E. W.). Faserverlauf der Muskulatur des Magens von Pferd, Schwein, Hund und Katze. Berlin, 1902; 8°.

Wirth (A.). Ueber zwei stereoisomere Oxime des Dypnon's. Erlangen, 1903; 8°.

Wolfrum (M.). Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Cornea der Säuger. Wiesbaden, 1902; 8°.

Wurtzel (R.). Die Fehlerquellen des le Boulengé-Chronographen. Eine Studie über die Genauigkeitsgrenzen dieses Apparates. Berlin, 1902; 8°.

Zitelmann (G.). Ueber die Einwirkung von Phenyl-i-cyanat auf organische auf Aminosäuren. Berlin, 1903; 8°.

Dal 13 al 27 Dicembre 1903.

Couturat (L.) et **Leau** (L.). Histoire de la langue universelle. Paris, 1903; 8° (*dall'A.*).

Pennisi Mauro (A.). L' Universale. Organo filosofico della dimostrazione dell'Ente ecc. Catania, 1903; 8° (*Id.*).

Pernier (L.) Lavori eseguiti dalla Missione archeologica italiana nel palazzo di Phaestos dal 10 marzo al 15 luglio 1903. Roma, 1903; 8° (*dal Socio corrispondente L. Pigorini Presidente della R. Scuola di Archeologia in Roma*).

* *Dall' Università di Giessen:*

Angermeier (R.). Der Niessbrauch an Forderungen nach dem BGB. Darmstadt, 1903; 8°.

Avsfeld (C.). De Graecorum precationibus quaestiones. Lipsiae, 1903; 8°.

Becker (E.). Geschichte des Kondominats zu Kürnbach bis 1598; ein Beitrag zur Geschichte des Kondominatswesens. Darmstadt, 1903; 8°.

Bender (A.). Das Lied Exodus Cap. 15 unter steter Berücksichtigung seiner Beziehungen zur Psalmenpoesie erklärt und auf seine Abfassungszeit untersucht. Leipzig, 1902; 8°.

Bender (F.). Die vom Perfektstamm gebildeten Formen des latein. Hilfsverbs " esse „ in den lebenden französischen Mundarten. Giessen, 1903; 8°.

Bestimmungen über die Promotionen bei der Grossherzoglichen Landes-Universität zu Giessen. Giessen, 1902; 8°.

Digitized by Google

Dibelius (O.). Vorstellungen von Gebet und Vaterunserbei griechischen Schriftstellern der ersten Jahrhunderte nach Christus. Giessen, 1903; 8°.

Gaul (W.). Die Abfassungsverhältnisse der pseudojustinischen Cohortatio ad Graecos. Potsdam, 1902; 8°.

Hellwig (G.). Geschichte und Kritik des Oktrois im Grossherzogtum Hessen. Stuttgart, 1903; 8°.

Homburg (R.). Apocalypsis Anastasiae. Lipsiae, 1903; 8°.

Krüger (G.). Kritik und Ueberlieferung auf dem Gebiet der Erforschung des Urchristentums. Giessen, 1903; 4°.

Ostern (A. H.). Die Alternativität im Strafurteil. Breslau, 1902; 8°.

Personalbestand der Grossh. Hessischen Ludwig-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1902/03; Sommerhalbjahr 1903. Giessen, 1903; 8°.

Reinecke (O.). Das Enjambement bei Wolfram von Eschenbach. Giessen, 1903; 8°.

Rixius (P.). Das Princip der Persönlichkeit bei Thomas Carlyle. Bingen a. Rh., 1903; 8°.

Schöner (G.). Spezialidiotikon des Sprachschatzes von Eschenrod (Oberhessen) Veranschaulichung des gesammten Sprachmaterials. Heidelberg, 1903; 8°.

Todt (A.). Die Franco-italienischen Renartbranchen. Darmstadt, 1903; 8°.

Vorlesungsverzeichnis der Grossh. Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1903; Winterhalbjahr 1903/04. Giessen, 1903; 8°.

Wagner (H.). Die Wasserscheide in Südamerika südlich von 40° s. Br. Eine quellenkritische Studie über den chilenisch-argentinischen Grenzstreit und dessen geographische Ergebnisse. Giessen, 1903; 8°.

Wehner (W.). Privatrechtliche Sonderstellung der hessischen Standesherrn. Mainz, 1903; 8°.

Dal 20 Dicembre 1903 al 3 Gennaio 1904.

* *Dall'Università di Giessen:*

Andresen (W.). Zur Siderosis bulbi nebst Bericht über 38 Magnetoperationen. Giessen, 1903; 8°.

Aninger (R.). Hofgüll in der Wetterau. Hundert Jahre der Entwickelung eines intensiven Betriebes. Giessen, 1903; 8°.

Bär (H.). Zur Casuistik der Leber- u. Nieren-Cysten. Giessen, 1902; 8°.

Becker (K.). Ueber die electrochemische Darstellung der hydroschwefligen Säure. Giessen, 1903; 8°.

Bohn (Ph.). Ueber angeborene und erworbene pathologische Pigmentierung am Bulbus. Giessen, 1902; 8°.

Borgard (J.). Beitrag zur Messung der Arterienweite und des Blutdrucks am lebenden Menschen. Giessen, 1903; 8°.

Bostroem (E.). Traumaticismus und Parasitismus als ursachen der Geschwülste. Giessen, 1902; 4°.

Brettel (A.). Ueber Fremdkörper in den Laftwegen. Giessen, 1902; 8°.

Digitized by Google

Bruder (R.). Beitrag zur Lehre von den Zwillingen. Giessen, 1903; 8°.

Buchinger (O.). Ueber den Einfluss des Pepsins auf die elektrische Leitfähigkeit der Milch. Giessen, 1902; 8°.

Budde (J.). Ein Fall von Orchidopexie nach Hahn. Giessen, 1902; 8°.

Doermer (L.). Beiträge zur Kenntniss der Diabasgesteine aus dem Mitteldevon der Umgebung von Dillenburg. Stuttgart, 1902; 8°.

Donges (R.). Zur Casuistik der Neuritis optica bei dem weiblichen Geschlecht. Giessen, 1903; 8°.

Ebstein (E.). Beitrag zur Lehre von der Behandlung des Tetanus traumaticus mit dem Behring'schen Serum. Giessen, 1903; 8°.

Eschenauer (R.). Ueber die Unfallverletzungen des Auges im landwirtschaftlichen Betrieb. Giessen, 1903; 8°.

Fauerbach (H.). Untersuchungen über die Arthritis purulenta traumatica des Pferdes. Stuttgart, 1903; 8°.

Forssell (J.). Ueber das Verhalten des Bleis als Anode in Natriumhydroxydlösungen und Electrolyse bleioxydhaltiger Natriumhydroxydlösungen. Halle a. S., 1903; 8°.

Gros (O.). Bericht über 170 Fälle von Netzhautablösung. Giessen, 1903; 8°.

Gross (J.). Untersuchungen über die Histologie des Insectenovariums. Jena, 1902; 8°.

Grüninger (W.). Das System der Kegelschnitte mit drei festen Punkten und einer festen Tangente. Giessen, 1903; 8°.

Haase (O.). Zur Kenntnis der Schiff'schen Basen und der Akridine. Dresden, 1902; 8°.

Happe (H.). Ueber Graviditas abdominalis beim Kaninchen. Wiesbaden, 1903; 8°.

Heineck (F.). Die Diabase an der Bahnstrecke Hartenrod-Uebernthal bei Herborn. Stuttgart, 1903; 8°.

Hellmann (A.). Die Bedeutung der Schilddrüse in der Nosologie nebst einem Falle von infantilem Myxoedem. Giessen, 1903; 8°.

Hemmann (A. R.). Die Mischung von Fichte (Picea excelsa Lk.) Kiefer (Pinus silvestris L.) in Deutschland. Köstritz, 1903; 8°.

Henius (M.). Beiträge zur Arsenbehandlung der Chlorose. Giessen, 1902; 8°.

Herzberger (W.). Ueber congenitale cystiche Entartung des Pancreas. Giessen, 1902; 8°.

Heuerling (R.). Ueber einige Halogenoxyazobenzole. Giessen, 1903; 8°.

Hillers (J.). Ein Beitrag zur Kasuistik der embryonalen Glaskörperstränge mit anatomischen Befund in einem Fall. Giessen, 1903; 8°.

Hofmann (J.). Zur Lehre von den Geistesstörungen im Senium. Giessen, 1902; 8°.

Höwel (W.). Zur Symptomatologie der tuberkulösen Erkrankungen des Gehirns und seiner Häute. Giessen, 1903; 8°.

Katz (F. H.). Beiträge zur Elektrochemie der Thiosulfate. Giessen, 1903; 8°.

Kirsch (W.). Zur Kenntnis des m-Azophenols. Giessen, 1903; 8°.

Klein (H.). Ueber Cysten und cystenartige Bildungen der Konjunktiva. Giessen, 1903; 8°.

Digitized by Google

Kraus (C. F.). Zur Kasuistik der Sehnervenleiden bei Schädelmissbildungen. Giessen, 1902; 8°.

Lamers (A.). Ueber fünf operativ behandelte Fälle von Darmstenose in der Ileo-coecal-Gegend. Xanten, 1902; 8°.

Laubenheimer (K.). Experimentelle Beiträge zur Veränderlichkeit der Agglutination bei Tiphus. Giessen, 1903; 8°.

Lindner (H.). Zur Kasuistik der temporären Resektion der äusseren Orbitalwand nach Krönlein. Giessen, 1902; 8°.

Luft (G.). Zur Casuistik der traumatischen Ruptur des Herzens. Homberg a. d. Ohm, 1903; 8°.

Mann (O.). Zur Kasuistik der irreponibeln Kniegelenksluxationen. Giessen, 1903; 8°.

Mayeda (U.). Das Lidcarcinom. Hamburg u. Leipzig, 1903; 8°.

Müller (M.). Ueber das Wachstum und die Liebenstätigkeit von Bakterien sowie den Ablauf fermentativer Prozesse bei niederer Temperatur unter spezieller Berücksichtigung des Fleisches als Nahrungsmittel. München, 1903; 8°.

Nobbs (E. A.). Ueber die Einwirkung von Kalidüngemitteln und Kalk auf die physikalischen Eigenschaften des Bodens. Giessen, 1902; 8°.

Rixon (F. W.). Zur Kenntnis des elektrolytischen Verhaltens von phosphoriger und unterphosphoriger Säure. Giessen, 1903; 8°.

Robinson (Ph. E.). Der elektrische Widerstand loser Kontakte und seine Anwendung in der Drahtlosen Telegraphie. Leipzig, 1903; 8°.

Rössle (T. A.). Untersuchungen über das Verhalten der Leukocyten-Zahl im Pferdeblut 1) unter normalen (physiologischen) Verhältnisse, 2) bei chirurgischen Eiterungen und Erkrankungen. Stuttgart; 8°.

Schäcker (G.). Zur Kasuistik der Pankreashaemorrhagie und Fettgewebsnekrose. Giessen, 1902; 8°.

Schiffer (W.). Kasuistischer Beitrag zur klinischen Diagnostik der Persistenz des Ductus arteriosus Botalli. Würzburg, 1903; 8°.

Schlemmer (H.). Ueber die elektrochemische Reduktion einiger m-Nitrophenylthioharnstoffe. Giessen, 1903; 8°.

Schudt (H.). Ueber die elektrochemische Reduktion einiger Nitrophenoläther. Giessen, 1902; 8°.

Schüller (A.). Ueber den Einfluss von Silicium und Kohlenstoff auf den Schwefel im Eisen. Giessen, 1903; 8°.

Schwienhorst (M.). Ein Beitrag zur Kasuistik der Zungenactinomykose. Giessen, 1903; 8°.

Seiler (F.). Ueber das Verhalten der lymphatischen Apparate bei Ulcerationen im Darme des Schweines. Hannover, 1902; 8°.

Spilger (L.). Flora und Vegetation des Vogelsbergs. Giessen, 1903; 8°.

Spreaker (T.). Ueber die Beziehungen der Skrophulose zu den häufigsten Binde- und Hornhauterkrankungen des Kindesalters. Giessen, 1902; 8°.

Stammen (H. W.). Vier Fälle von Geisteskrankheiten bei Morbus Basedowii. Giessen, 1903; 8°.

Stade (W.). Untersuchungen über das fettspaltende Ferment des Magens. Braunschweig, 1902; 8°.

Digitized by Google

Stohr (E.). Untersuchung einiger Abweichungen von Haber'schen Reduktionsschema für aromatischer Mononitrokörper. Giessen, 1903; 8°.

Tabora (D. R. v.). Zur Kasuistik der Leberechinococcen mit Durchbruch in die Gallenwege. Giessen, 1902; 8°.

Thümmel (H.). Anodisches Verhalten von Zinn, Antimon und Wismuth. Giessen, 1903; 8°.

Tiede (T.). Wann lassen sich die Erreger des Rotlaufs und der Geflügelcholera nach einer Hautimpfung in den inneren Organen von Mäusen nachweisen? Jena, 1902; 8°.

Wantia (H.). Versuche über die Pathogenese der Meningitis. Giessen, 1903; 8°.

Weber (J.). Holzmassenermittelungen am stehenden Stamm auf Grund photographischer Aufnahmen unter Beifügung von 8 Tabellen, 4 Tafeln und 2 Figuren. Giessen, 1902; 8°.

Wetz (W.). Zur Statistik der Neuritis optica der in der Giessener Universitätsaugenklinik in den letzten 11 Jahren beobachteten Falle, etc. Giessen, 1902; 8°.

Weyprecht (R.). Elektrochemische Reduktion aromatischer Di- und Trinitrokörper. Giessen, 1902; 8°.

Wiese (T.). Das Vorkommen von oolithischem Roteisenstein im Wesergebirge bei Minden und seine Entstehung. Minden-Leipzig, 1903; 8°.

Willner (M.). Die künstlichen Düngemittel, ihr gegenwärtiger Verbrauch in Deutschland und die Bestrebungen zur Erweiterung ihrer Anwendung. Giessen, 1902; 8°.

Wirth (O.). Beitrag zur Kasuistik der Glaskörperblutungen bei Sclerose der Netzhautgefässe. Giessen, 1903; 8°.

Wissmann (L.). Ueber Embolie der Carotis communis. Giessen, 1903; 8°.

Zillikens (J.). Ueber Carcinome im jugendlichen Alter. Giessen, 1903; 8°.

Zürn (J.). Vergleichend histologische Untersuchungen über die Retina und die Area centralis Retinae der Haussäugethiere. Leipzig, 1902; 8°.

Dal 27 Dicembre 1903 al 10 Gennaio 1904.

Gerini (G. B.). La mente di Giuseppe Allievo. Monografia pubblicata in ricordo del suo cinquantesimo anno di pubblico insegnamento. Torino, 1904; 8° (*dall'A.*).

Wallon (H.). Centenaire de l'élection de Quatremère de Quincy à l'Institut. Notice supplémentaire sur sa vie et ses travaux. Paris, 1903; 4° (*dall'A. Socio straniero*).

Dal 3 al 17 Gennaio 1904.

Abderhalden (E.). Nachtrag zur Hydrolyse des Edestins. Strassburg, 1903; 8°.

— Beitrag zur Kenntnis der Ursachen der Hämophilie. Jena, 1903; 8°.

— Bau der Retina bei einer zwei Monate alten blindgeborenen Katze. Berlin, 1903; 8° (*dall'A.*).

Al-Battānī sive Albatenii. Opus Astronomicum. Ad fidem codicis Escurialensis arabice editum latine versum, adnotationibus instructum a Carolo

Digitized by Google

Alphonso Nallino. Mediolani Insubrum, 1903; 4° (*dalla Direzione del R. Osservatorio di Brera*).

Fischer (E.) u. **Abderhalden** (E.). Ueber die Verdauung des Caseins durch Pepsinsalzsäure und Pankreasfermente. Strassburg, 1903; 8° (*dal signor E. Abderhalden*).

Guidi (C.). L'arc élastique sans articulation. Traduit de l'italien par A. Paris, ingénieur. Lausanne, 1903; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Linsbauer (K.) und L. **Linsbauer** u. L. R. v. Portheim Wiesner und seine Schule. Ein Beitrag zur Geschichte der Botanik. Wien, 1903; 8° (*dal Dr. K. Linsbauer*).

* **Penzig** (O.) e **Chiabrera** (C.). Contributo alla conoscenza delle piante acarofile. Genova, 1903; 8° (*dal sig. O. Penzig Socio corrispondente dell'Accademia*).

Dall' Università di Berlino.

Baum (E.). Brenzschleimsäurechlorid als Æcylierungsmittel, verglichen mit Benzoylchlorid. Synthese der Pyromykursäure. Berlin, 1903; 8°.

Friedmannoff (N. M.). Ueber die Körnung der roten Blutkörperchen. Berlin, 1903; 8°.

Kayser (P.). Die Lysolvergiftung. Berlin, 1903; 8°.

Lichte (G.). Traumatische Tabes. Berlin, 1903; 8°.

Rösler (A.). Ueber mehrfache Geburten derselben Frau bei engem Becken Berlin, 1903; 8°.

Spackeler (L.). Ueber die Lungentuberkulose infolge beruflicher Staubinhalationen. Berlin, 1903; 8°.

Stadler (W.). Ueber Bromnaphtochinondiketohydrinden und dessen Umwandlung in ein Biindenderivat. Berlin, 1903; 8°.

Trembur (F.). Ueber den Nachweis von Blut in Ausscheidungen und über die Resorbirbarkeit des Blutrotes im Darm. Berlin, 1903; 8°.

Dal 10 al 24 Gennaio 1904.

Allievo (G.). Il ritorno al principio della personalità. Prolusione. Torino, 1904; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Boselli (P.). Goffredo Mameli. Commemorazione. Genova, 1903; 8° (*dall'A. Vice presidente dell'Accademia*).

Clerico (G.). Metrica per il Liceo. Torino, 1892; 8° (*dall'A.*).

Giaffredi (Argisto). Avvertimenti cristiani per la prima volta pubblicati con note e documenti e un saggio su la vita e le opere dell'autore di Luigi Natoli. Palermo, 1896; 8° (*dono del prof. L. Natoli*).

Natoli (L.). Gli studi danteschi in Sicilia. Palermo, 1893; 8°.

— La quistione del genio. Bologna, 1903; 8°.

— In memoria di Luigi Settembrini. Torino, 1903; 8°.

— Prosa e prosatori siciliani del secolo XVI. Palermo, 1904; 8° (*Id.*).

Villani (C.). Divorzio e Parlamento. Napoli, 1902; 8° (*dall'A.*).

Digitized by Google

Dall' Università di Berlino.

Baum (J. P.), Die Wirtschaftliche Entwickelung des Obereichsfeldes in der Neuzeit mit besonderer berücksichtigung der Hausindustrie. Berlin, 1903; 8°.

Gotzen (J.). Ueber die Bárđar saga Snœfellsáss. Berlin, 1903; 8°.

Pick (H.). Talmudische Glossen zu Delitzschs assyrischem Handwörterbuch. Berlin, 1903; 8°.

Westphal (M.). Die deutsch-spanischen Handelsbeziehungen. Berlin, 1903; 8°.

Dal 17 al 31 Gennaio 1904.

** **Gibbs** (J. W.). Diagramme et surface thermodynamiques. Traduction de G. Roy avec une introduction de B. Bruhnes. Paris, 1903; 8°.

Li Greci (G.). Le sostituzioni ridotte del 2°, 3° e 4° grado fra p indici, incongrui secondo il modulo primo p. Roma, 1904; 8° (*dall'A.*).

Veronese (G.). Commemorazione del Socio Luigi Cremona. Roma, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Dal 24 Gennaio al 7 Febbraio 1904.

Bertolini (C.). Della transazione secondo il diritto romano. Torino, 1900; 8° (*dall'A.*).

Giorcelli (G.). L'ultima moneta coniata nella zecca di Casale Monferrato. Milano, 1903; 8° (*Id.*).

Glück (F.). Commentario alle Pandette. Libro XII, titoli 2 e 3, tradotti ed annotati dall'avv. Cesare Bertolini. Milano, 1904; 8° (*dono del prof. avv. Bertolini*).

Porena (F.). Le due " Italie ". Osservazioni. Firenze, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Dal 31 Gennaio al 14 Febbraio 1904.

Berlese (A.). Sentenza arbitrale nella vertenza Tadini-Nava-Berlese. Firenze, 1904; 4°.

Saint-Lager. La perfidie des homonymes. Aloès purgatif et bois d'aloès aromatiques. S. a.; 8° (*dall'A.*).

* **Barrande** (J.). Système silurien du centre de la Bohême. Vol. IV. Gastéropodes par J. Perner. Tome 1er (Patellidae et Bellerophontidae). Pragae, 1903; 4°.

Dal 7 al 21 Febbraio 1904.

Bigliati (F. G.). Diritto internazionale e diritto costituzionale. Torino, 1903; 8° (*dall'A.*).

Satta (G.). La conversione dei negozi giuridici. Milano, 1903; 8° (*Id.*).

Strazzulla (V.). Mitradate VI, gli scritti ed il regno Bosporano fino al 62 D. C. Messina, 1903; 8° (*Id.*).

Digitized by Google

** Dalla R. Biblioteca dell' Università di Strassburg:*

Baensch (O.). Johann Heinrich Lamberts Philosophie und seine Stellung zu Kant. Magdeburg, 1902; 8°.

Ballmann (O.). Chaucers Einfluss auf das englische Drama im zeitalter der Königin Elisabeth und der beiden ersten Stuart-Könige. Halle a. S., 1901; 8°.

Bauer (F.). Quaestiones scaenicae plautinae. Strassburg, 1902; 8°.

Bloch (J.). Die samaritanisch-arabische Pentateuchübersetzung, Deuteronomium I-XI mit Einleitung und Noten. Berlin, 1901; 8°.

Franck (K.). Der Meister der Ecclesia und Synagoge am Strassburger Münster. Dusseldorf, 1901; 8°.

Freedman (L. A.). Substanz und Causalität bei Berkeley. Strassburg, 1902; 8°.

Friedlaender (S. I.). Der Sprachgebrauch des Maimonides ein lexikalischer und grammatischer Beitrag zur Kenntnis des Mittelarabischen. Leipzig, 1901; 8°.

Goldberg (H.). Maimonides' Commentar zum Tractat Gittin. Berlin, 1902; 8°.

Heise (W.). Die Gleichnisse in Edmund Spenser's Faerie Queene und ihre Vorbilder. Königsee (Thür.), 1902; 8°.

Hess (J. J.). Der demotische Teil der dreisprachigen Inschrift von Rosette. Freiburg (Schweiz), 1902; 4°.

Lünenbürger (F.). Der deutsch-schweizerische Handelsvertrag vom 10 December 1891. Strassburg, 1901; 8°.

Michel (K.). Gebet und Bild in den ersten christlichen jahrhunderten nach den litterarischen Quellen. Naumburg, 1902; 8°.

Nurock (A. B.). Maimonides' Commentar zur Tractat Kidduschin. Berlin, 1902; 8°.

Peigirsky (A.). Ueber die Aussetzung des Personalpronomens als Subjekt in der Französischen historischen Prosa des XIII Jahrhunderts. Berlin, 1901; 8°.

Probst (A.). Samuel Daniel's " Civil Wars between te two Houses of Lancaster and York " und Michael Drayton's " Barons' Wars ". Strassburg, 1902; 8°.

Schrohe (H.). Der Kampf der Gegenkönige Ludwig und Friedrich um das Reich bis zur Entscheidungsschlacht bei Mühldorf. Berlin, 1901; 8°.

Schweitzer (A.). Kritische Darstellung unterschiedlicher neurer historischer Abendmahlsauffassungen. Freiburg i. B., 1901; 8°.

Stelzner (K.). Die Ansprüche des Geschäftsführers ohne Auftrag gegen den Geschaftsherrn nach dem bürgerliche Gesetzbuche. Strassburg, 1901; 8°.

Thiele (O.). Die konsonantischen Suffixe der Abstrakta des Altenglischen. Darmstadt, 1902; 8°.

Tschuprow (A.). Ueber den Begriff und die Formen der Feldgemeinschaft. Strassburg, 1901; 8°.

Weller (P.). Joshuah Sylvesters Englische übersetzungen der religiösen Epen des Du Bartas. Tübingen, 1902; 8°.

Digitized by Google

Wesphal (G.). Untersuchungen über die Quellen und die Glaubwürdigkeit der Patriarchenchroniken des Mārī ibn Sulaimān, āmr ibn matai und salība ibn Johannān. Kirchhain N.-L., 1901; 8°.

Wibel (H.). Beiträge zur Kritik der Annales regni Francorum und der Annales q. d. Einhardi. Strassburg, 1902; 8°.

Dal 14 al 28 Febbraio 1904.

Contarino (F.). Osservazioni del pianeta Eros fatte al circolo meridiano del R. Osservatorio di Capodimonte durante l'opposizione 1900-1901. Napoli, 1903; 8° (*dall'A.*).

Hesse (A.). Natur und Gesellschaft. Eine kritische Untersuchung der Bedeutung der Dezendenztheorie für das soziale Leben. Jena, 1904; 8° (*dal Socio straniero Haeckel*).

Neviani (A.). Alla memoria di Luigi Bombicci. Commemorazione. Roma, 1903; 8° (*dalla signora V. A. Bombicci-Porta*).

* *Dall'Università di Strassburg i. E.*

Albrecht (A.). Zur Entwicklungsgeschichte des Achsenskeletes der Teleostier. Strassburg, 1902; 8°.

Barthelmé (K.). Zwei Fälle von Pityriasis rubra Hebrae. Strassburg, 1902; 8°.

Batt (L.). Ueber die Einwirkung von Zimmtaldehyd auf bernsteinsaures Natrium bei Gegenwart von Essigsäureanhydrid. Strassburg, 1901; 8°.

Birnmeyer (F.). Ueber die Diagnose von Nierentumoren. Strassburg, 1901; 8°.

Blum (L.). Ueber den Nährwerth der Heteroalbumose des Fibrins und der Protoalbumosen des Caseins. Strassburg, 1901; 8°.

Bresslau (E.). Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Mammarorgane bei den Beutelthieren. Strassburg, 1901; 8°.

Bretzl (H.). Botanische Forschungen des Alexanderzuges nach Theophrasts Auszügen aus den griechischen generalstabsberichten. Strassburg, 1902; 8°.

Bruch (F.). Zur Diagnostik und operativen Therapie der Anuria calculosa. Strassburg, 1901; 8°.

Bürkle (F. J.). Venöse Stauung ats Ursache von Haematocele retrouterina. Freiburg i. B., 1902; 8°.

Dannenberg (W.). Ueber die Oxydation der Methyl- und Aethylmesakonsäure mit Kaliumpermanganat. Strassburg, 1902; 8°.

Diercks (B.). Ueber die Tenacität des Masern- und Röthelnvirus. Strassburg, 1901; 8°.

Dietz (F.). Zwei Fälle von idiopathischer Atrophie der Haut. Strassburg, 1902; 8°.

Ehrlich (B.). Die Reinigung des Obstes vor dem Genusse. München, 1901; 8°.

Forster (A.). Beiträge zur Kenntnis der Entwicklungsgeschichte des Interparietale. Stuttgart, 1901; 8°.

Forster (E. R.). Versuche über das Verhalten des Muskels wenn Muskel und Nerv zugleich electrisch Durchströmt werden. Strassburg, 1901; 8°.

Friedmann (W.). Ueber die Oxyisoterebinsäure und das Isoheptodilacton. Strassburg, 1902; 8°.

Digitized by Google

Gans (R.). Ueber Induction in rotierenden Leitern. Leipzig, 1902; 8°.

Gleiss (M. W.). Handedesinfection und Wochenbettserkrankungen. Strassburg, 1901; 8°.

Gulcke (N.). Beitrag zur Statistik des Mamma-Carcinoms. Berlin, 1902; 8°.

Haag (A.). Ein seltener Fall von teleangiectatischem hämatocystischem Uterusmyom mit Gravidität. Strassburg, 1902; 8°.

Haeber (C.). Ueber einen Fall von Embolie des Ramus temporalis superior der Netzhautschlagader. Strassburg, 1902; 8°.

Jacobsthal (E.). Typhusbazillen beim Rinde. Strassburg, 1902; 8°.

Janensch (W.). Die Jurensisschichten des Elsass. Strassburg, 1902; 4°.

Jehl (P.). Ueber die sechs stereoisomeren Phenylparaconsäuren. Strassburg, 1901; 8°.

Job (K.). Ueber die Dauer der Immunität nach der Vaccination und nach spontanem Ueberstehen der Pocken. Strassburg, 1901; 8°.

Jouck (K.). Beiträge zur Kenntnis der Blausäure abspaltenden Glycoside. Strassburg, 1902; 8°.

Kamm (F.). Die operative Behandlung der hochgradigen Myopie in der Universitäts-Klinik für Augenkrankheiten zu Strassburg. Strassburg, 1901; 8°.

Kampmann (E.). Ueber die ursächlichen Beziehungen von Trauma und Gallenblasenerkrankungen. Strassburg, 1901; 8°.

Kettner (A.). Ueber Fütterungsversuche mit Chondroïtinschwefelsäure. Leipzig, 1902; 8°.

Kœnig (J.). Ueber das Mucodilacton und die Mucolactonsäure. Strassburg, 1901; 8°.

Koeppen (A.). Ueber das Nonodilacton. Strassburg, 1902; 8°.

Lentz (F.). Ueber Dioxysäuren und ein Dilacton aus dem Acetonylaceton. Strassburg, 1902; 8°.

Levi (H.). Hysterie und progr. Paralyse. Strassburg, 1901; 8°.

Lichtenberg (F.). Ueber die Beweglichkeit des Beckens von Neugeborenen. Leipzig, 1902; 8°.

Lurie (M.). Ueber α-Aethyl β-oxybuttersäure und ihre Spaltungsprodukte. Strassburg, 1902; 8°.

Mandelstam (L.). Bestimmung der Schwingungsdauer der oscillatorischen Condensatoren-Entladung. Strassburg, 1902; 8°.

Merkel (A.). Stoffwechselprodukte des Chinin. Leipzig, 1902; 8°.

Mertz (K.). Ueber Verletzungen des Halsmarks mit besonderer Berücksichtigung eines Falles von Schussverletzung mit hohen Temperaturen. Strassburg, 1902; 8°.

Meyer (E.). Ueber den Bakteriengehalt der Jll oberhalb der Einmündung der Strassburger Schmutzwässer. Strassburg, 1901; 8°.

Michaelis (R.). Ccmbination von tertiärer Lues mit primären Cylinderzellencarcinom an der Wandung der Nasenhöhle. Wiesbaden, 1901; 8°.

Milhan (W. I.). Ueber die Verwendbarkeit der Braun'schen Röhre zur Messung elektrischer Felder. Strassburg, 1901; 8°.

Digitized by Google

Müller (F. W.). Ueber Kohärer insbesondere Untersuchung der Abhängigkeit der Kohärerkontktwiderstandes von der Stromstärke. Strassburg, 1901; 8°.

Paetzold (E.). Beiträge zur pharmacognostischen und chemischen Kenntnis des Harzes und Holzes von Guajacum officinale L. sowie des " Palo balsamo ". Strassburg, 1901; 8°.

Parczewski (E. v.). Prognose der Zangenoperationen nach den Resultaten der Universitätsklinik zu Strassburg in den 10 Jahren 1891-1900. Strassburg, 1902; 8°.

Reiss (E.). Klinische Beobachtungen über Osteomyelitis der langen Röhrenknochen, besonders in Bezug auf die Epiphysenknorpelfuge und die begleitenden Gelenkaffectionen. Berlin, 1901; 8°.

Reiss (E.). Der Brechungskoefficient des Blutserum als Indikator für den Eiweissgehalt. Strassburg, 1902; 8°.

Rohmer (P.). Ueber Knochenbildung in verkalkten endocarditischen und endarteritischen Heerden. Berlin, 1901; 8°.

Rosell (M.). Ueber Nachweis und Verbreitung intracellulärer Fermente. Strassburg, 1901; 8°.

Rosenthaler (L.). Phytochemische Untersuchung der Fischfangpflanze Verbascum sinuatum L. u. einiger anderer Scrophulariaceen. Frankfurt a. M., 1901; 8°.

Rücker (H.). Zur Kenntnis des Hämatoporphyrins und seiner Derivate. Strassburg, 1901; 8°.

Schaaff (E.). Die Methoden der Behandlung des Keratoconus. Strassburg, 1902; 8°.

Schaeffer (G.). Zur Frage der Behandlung der Uterusruptur. Strassburg, 1902; 8°.

Schneider (A.). Ein Beitrag zur Anatomie der Scheitelbeine des Menschen und der Affen. Strassburg, 1902; 8°.

Schwenk (J.). Ueber die Endausgänge der Kalkverletzungen des Auges auf Grund von Beobachtungen an der Strassburger Universitäts-Augenklinik. Strassburg, 1901; 8°.

Soellner (J.). Geognostische Beschreibung der Schwarzen Berge in der südlichen Rhön. Berlin, 1901; 8°.

Springer (E.). Beiträge zur analytischen und toxikologischen Chemie der Alkaloide. Breslau, 1901; 8°.

Stadlmayr (F.). Ueber die Einwirkung von Natronlauge aus β-Bromphenylbutyrolacton. Strassburg, 1902; 8°.

Stark (O.). Ueber eine Diketonsäure und ein Ketolacton aus dem Acetylaceton. Strassburg, 1902; 8°.

Stein (A.). Die Spätausgänge der Extrauterinschwangerischaft. Strassburg, 1901; 8°.

Strohl (E.). Die Masernmortalität, ihr Verhaltnis zur der an Scharlach, ihr Einfluss auf die Gesammtmortalität. Strassburg, 1901; 8°.

Theodore (E.). Experimenteller Beitrag zur zeitlichen Entwickelung der secundären Degeneration im Hunderückenmark. Strassburg, 1902; 8°.

Varley (W. M.). Ueber den im Eisen durch schnell oscillierende Stromfelder inducierten Magnetismus. Strassburg, 1901; 8°.

Digitized by Google

Wachter (E.). Ueber angeborenen Hochstand des Schulterblattes mit 2 Abbildungen. Strassburg, 1901; 8°.

Wallerstein (S.). Quantitative Bestimmung der Globuline im Blutserum und in anderen thierischen Flüssigkeiten. Strassburg, 1902; 8°.

Weeber (M.). Ueber uterus bicornis unicollis und seine Beziehungen zu Schwangerschaft und Geburt. Strassburg, 1902; 8°.

Westheimer (B.). Ueber den heutigen Stand der Lehre von der Angina lacunaris. Strassburg, 1901; 8°.

Widera (R.). Pharmakognostich-chemische Studie über die Verbreitung des Berberins insbesondere in der Gattung Xanthoxylon. Strassburg, 1902; 8°.

Winter (E.). Ueber secundäre Degeneration nebst Bemerkungen über das Verhalten der Patellarreflexe bei hoher Querschnittsläsion des Rückenmarks. Berlin, 1902; 8°.

Witschel (W. K.). Ueber Ausfallerscherinungen nach Entfernung der weiblichen Sexualorgane. Strassburg, 1902; 8°.

Woringer (K. E.). Ueber eine neue Methode die Lage des zwesten Herztons auf dem Kardiogramm zu bestimmen. Strassburg, 1901; 8°.

Dal 21 Febbraio al 6 Marzo 1904.

Bonacina (C.). Storia universale della Chiesa cattolica durante il pontificato di Leone XIII. Torino, 1903; 8° (*dall'A. per il premio di Storia di fondazione Gautieri*).

Carutti di Cantogno (D.). Storia di Vittorio Amedeo II; 3ª ediz. Torino, 1897, 1 vol. 8° (*dall'A. Socio residente*).

Hugues (L.). Sophus Ruge. Cenni biografici e bibliografici. Torino, 1904; 8° (*dall'A.*).

Lampertico (F.). Della vita e degli scritti di Luigi Valeriani Molinari economista. Roma, 1904; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Mittino (E.). La politica di Fénelon. Considerazioni e Riflessi. Novara, 1903; 6 pp. in-8° (*dall'A. per il premio di Storia di fondazione Gautieri*).

Raulich (I.). Storia di Carlo Emanuele I Duca di Savoia, con documenti degli Archivi italiani e stranieri. Vol. II. Milano, 1902; 8° (*Id.*).

Roberti (M.). Le rappresaglie negli Statuti padovani. Padova, 1901; 8°.

— Le corporazioni padovane d'arti e mestieri. Venezia, 1902; 4°.

— Diritto romano e coltura giuridica in Padova sulla fine del secolo XII. Venezia, 1902; 8°.

— Il Collegio padovano dei Dottori giuristi. Torino, 1903; 8°.

— La corporazione dei Giudici di Palazzo e la sua lotta contro il Comune popolare a Padova nel 1300. Venezia, 1903; 8°.

— Dei beni appartenenti alle Città dell'Italia settentrionale, dalle invasioni barbariche al sorgere dei Comuni. Modena, 1903; 8° (*Id.*).

Saleilles (R.). Étude sur les sources de l'obligation dans le projet de Code civil allemand. Paris, 1889.

— Étude sur la théorie générale des obligations dans la seconde rédaction du projet du Code civil pour l'empire d'Allemagne. Paris, 1895; 8°.

Digitized by Google

Saleilles (R.). Note sur l'acquisition de la personnalité civile dans le Code civil allemand. Paris, 1899; 8°.
— École historique et droit naturel d'après quelques ouvrages récents. Paris, 1902; 8°.
— Introduction à l'étude du droit civil allemand. Paris, 1904; 8° (*dall'A.*).

** Dall'Università di Upsala:*

Berg (G. R. G.). Om den poetiska friheten i 1800-talets svenska diktning. Studier i svensk värs. Göteborg, 1903; 8°.
Ekwall (B. O. E.). Shakspere's vocabulary. Its etymological elements. Upsala, 1903; 8°.
Föreläsningar och öfningar vid Kongl. Universitetet i Upsala höst-terminen 1902. Upsala, 1902; 8°.
— — vår-terminen 1903. Upsala, 1903; 8°.
Hammarberg (K. V. E.). Des adjectifs et des participes substantives en ancien français. Stockholm, 1903, 8°.
Heyman (H. E.). Studies on the Havelok-tale. Upsala, 1903; 8°.
Holmquist (H. F.). D. Johannes Matthiæ Gothus och hans plats i Sveriges kyrkliga utveckling. Studie-och läraretiden (1592-1643). Upsala, 1903; 8°.
Hultenberg (L. G. H.). Le renforcement du sens des adjectifs et des adverbes dans les langues romanes. Upsal, 1903; 8°.
Hultman (J. E. E.). Guillaume de Deguileville. En studie i fransk litteraturhistoria. Upsala, 1902; 8°.
Lampa (S. M.). Studier i svensk metrik. Upsala, 1903; 8°.
Leander (P. A.). Ueber die summerischen Lehnwörter im Assyrischen. Uppsala, 1903; 8°.
Lindskog (E. O.). In tropos scriptorum latinorum studia. Upsaliæ, 1903; 4°.
Oestberg (G. S. A.). Studier öfver deminutiva och augmentativa suffix i modern provençalska. Uppsala, 1903; 8°.
Reinius (E. J.). On transferred appellations of human beings chiefly in english and german. Studies in historical sematology. Göteborg, 1903; 8°.
Segerstedt (T. K.). Till frågan om polyteismens uppkomst. Stockholm, 1903; 8°.
Skoglund (A. S. L.). De yngre Axelssönernas förbindelser med Sverige 1441-1487. Uppsala, 1903; 8°.
Söderberg (F. F. V.). Historieskrifvaren Arnold Johan Messenius. Upsala, 1902; 8°.

Dal 28 Febbraio al 13 Marzo 1904.

Abderhalden (E.). Die Manoaminosäuren des Salmins. Strassburg, 1904; 8°.
— Die schwefelhaltigen Abbauprodukte der Eiweisskörper und deren Konstitution. Berlin, 1904; 8° (*dall'A.*).
— **Bergell** (P.) u. **Dörpinghaus** (T.). Verhalten des Körpereiweisses im Hunger. Strassburg, 1904; 8° (*dal sig. E. Abderhalden*).

Digitized by Google

Coda (Ch.). L'emploi de réservoirs auxiliaires pour augmenter le débit des grues hydrauliques. Bruxelles, 1903; 8° (*dall'A.*).

Guareschi (I.). Amedeo Avogadro und die Molekulartheorie. Traduzione tedesca del Dr. O. Merckens. Leipzig, 1903; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Haeckel (E.). I problemi dell'Universo. Prima traduzione italiana autorizzata dall'A. Torino, 1904; 8° (*dono dell'Unione tipografico-editrice torinese*).

Monfaltet (D.). Bibliographie abregée des infections. Paris et Santiago, 1903; 8° (*dall'A.*).

Sacco (F.). Esame geologico comparativo di due Progetti di linee ferroviarie attraverso l'Appennino Ligure. Genova, 1903; 4° (*Id.*).

Slattesi (R.). Spoglio delle Osservazioni sismiche dal 1° agosto 1902 al 30 novembre 1903. Mugello. 1903; 8° (*Id.*).

Dalla " Grossh. Technischen Hochschule zu Karlsruhe ":

Broniatowski (H.). Zur Kenntnis der Nitrierung des Acetylmetaamidoacetophenons. Karlsruhe, 1903; 8°.

Gallusser (H.). Ein Beitrag zur Vorausberechung der Kommutationsverhältnisse bei Gleichstrom-maschinen und des Spannungsabfalls bei Wechselstromgeneratoren. Stuttgart, 1902; 8°.

Kahn (M.). Der Uebergangswiderstand von Kohlenbürsten. Stuttgart, 1902; 8°.

Krieger (A.). Ueber Abkömmlinge des 1.5.Diamidoanthrachinons. Karlsruhe, 1903; 8°.

Oechelhaeuser (A. v.). Der Kunstgeschichtliche Unterricht an den deutschen Hochschulen. Karlsruhe, 1902; 8°.

Programm für das Studienjhar 1903-1904. Grossherzoglich Badische Technische Hochschule zu Karlsruhe. Karlsruhe, 1903; 8°.

Sack (M.). Ueber die Entstehung und Bedeutung von Natriumlegierungen bei der kathodischen Polarisation. Leipzig, 1903; 8°.

Witzeck (R.). Ueber die Schwefelverbindungen im Leuchtgase. München, 1902; 8°.

Dal 6 al 20 Marzo 1904.

Carminati (M.). Il Circondario di Treviglio e i suoi Comuni. Cenni storici. Treviglio, 1893; 8° (*dall'A.*).

Mariano (R.). La conversione del mondo pagano al cristianesimo. Firenze, 1901; 8°.

— Il giudaismo, paganesimo, impero romano. Antecedenti storici ed immediati del cristianesimo. Firenze, 1901; 8°.

— Il cristianesimo nei primi secoli. Firenze, 1902; 2 v. 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Storia, triennio 1901-1903*).

Mosca (G.). Intorno al parlamentarismo. Roma; 8°.

— Sulla teorica dei Governi e sul governo parlamentare. Studi storici e sociali. Torino, 1884; 8°.

— Sulla libertà della stampa. Appunti. Torino, 1885; 8°.

— Le costituzioni moderne. Saggio. Palermo, 1887; 8°.

Digitized by Google

Mosca (G.). Il Gabinetto in Italia e la creazione di un regio commissario in Sicilia. Ministro senza portafoglio. Palermo, 1896; 8°.
— Elementi di scienza politica. Roma, 1896; 8°.
— Un nuovo sistema di Sociologia. Torino, 1898; 8°.
— L'America meridionale e l'avvenire della lingua italiana. Firenze, 1899; 8°.
— Salvatore Cognetti de Martiis. Torino, 1902; 8°.
— Il principio aristocratico ed il democratico nel passato e nell'avvenire. Torino, 1902; 8° (*dall'A.*).
Emigrazione e Colonie. Raccolta di rapporti dei RR. Agenti diplomatici e consolari. Vol. I. Europa. Roma, 1903; 8° (*Ministero degli Affari Esteri*).

* *Dall'Università di Basel:*

Bolliger (A.). Markus der Bearbeiter des Matthäus-Evangeliums. Altes und Neues zur synoptischen Frage. Programm zur Rektoratsfejer der Universität Basel. Basel, 1902; 4°.
Bronner (C.). Der Durchzug der Kaiserlichen im Jahre 1791 und die Neutralität Basels während des ersten Koalitionskrieges 1792-1799 [1797]. Basel, 1903; 8°.
Byland (H.). Der Wortschatz des Zürcher Alten Testaments von 1525 und 1531 verglichen mit dem Wortschatz Luthers. Basel, 1903; 8°.
Catalogue des Écrits académiques Suisses 1902-1903. Basel, 1903; 8°.
Gubler (T.). Die Patronymica in Alt-Indischen. Göttingen, 1903; 8°.
Häberlin (P.). Ueber den Einfluss der spekulativen Gotteslehre auf die Religionslehre bei Schleiermacher. Zürich, 1903; 8°.
Kienzle (H.). Ovidius qua ratione compendium mythologicum ad metamorphoseis componendas adhibuerit. Basileae, 1903; 8°.
Personal-Verzeichnis der Universität Basel für das Winter-Semester 1902/1903, u. Sommersemester 1903. Basel, 1902-1903; 8°.
Preiswerk (E.). Der Einfluss Aragons auf den Prozess des Basler Konzils gegen Papst Eugen IV. Basel, 1902; 8°.
Verzeichnis der Vorlesungen an der Universität Basel in Sommer-Semester u. Winter-Semester 1903/1904; 4°.
Verzeichnis der von der Philosophischen Fakultät der Universität Basel im Jahre 1901 u. 1902 vollzogenen Promotionen. Basel, 1902; 4°.
Walter (G.). De Lycophrone Homeri imitatore. Basileae, 1903; 8°.

Dal 13 al 27 Marzo 1904.

* *Dalla Biblioteca dell'Università di Upsala:*

Friberger (I. R. E.). Om mätning af pupillens vidd. Upsala, 1903; 8°.
Hammarsten (O.). Om lefvern såsom blodbildande och blodrenande organ. Inbjudningsskrift. Upsala, 1902; 8°.
— Bildrag till kännedomen om gallans kemiska beståndsdelar. Inbjudningsskrift. Upsala, 1902; 8°.
Holm (O. L.). Beiträge zur Kenntniss der Alcyonidengattung Spongodes Lesson. Jena, 1895; 8°.

Digitized by Google

Lagergren (S. Y.). Ueber elektrische Energieausstrahlung. Stockholm, 1902; 8°.

Lisell (E.). Om tryckets inflytande på det elektriska ledningsmotståndet hos metaller samt en ny metod att mäta höga tryck. Upsala, 1902; 8°.

Resén (K. D. P.). Studien und Messungen an einem Dreipendelapparate. Stockholm, 1903; 8°.

Rubin (S. T. S.). Le réseau de la base suédoise au Spitzbergen. Stockholm, 1903; 4°.

Swenander (C. G.). Studien über den Bau des Schlundes und des Magens der Vögel. Uppsala, 1902; 8°.

Tiselius (G. A.). Ljud- ock formlära för Fasternamålet i Roslagen. Stockholm, 1902; 8°.

Wahlgren (O. A.). De singulära punkterna till differentialekvationer af första ordningen och andra graden. Uppsala, 1903; 8°.

Dal 20 Marzo al 10 Aprile 1904.

Frassinelli (F.). Il matrimonio, la famiglia ed il sesso della prole. Roma, 1903; 8° (*dall'A*).

Frati (C.). Elenco bibliografico degli scritti di Bernardino Peyron (Supplemento). Firenze, 1904: 2 c. in-8°.

Gatti (G.). Iscrizioni onorarie scoperte nell'area dell'antico foro prenestino. Roma, 1903; 4° (*dall'A. Socio corrispondente*).

** **Mariano** (R.). Cristo e Budda e altri iddii dell'Oriente. Studii di religione comparata. Firenze, 1900; 8°.

* *Dall'Istituto giuridico della R. Università di Torino.*

Abello (L.). Principio di prova scritta ed ammissibilità della prova testimoniale. Torino, 1901; 8°.

Bianchetti (L.). Le Fabbricerie in Piemonte. Torino, 1903; 8°.

Clerici (O.). Sul diritto successorio delle XII tavole. Torino, 1903; 8°.

— Sul fr. 29, § 1 Dig. " De Statuliberis „ (40, 7). Torino, 1904; 8°.

Ricca-Barberis (M.). Il diritto alla propria figura. Milano, 1903; 8°.

— Sulla certezza del prezzo. Milano, 1903; 8°.

— Il caso " Rosny „. Milano, 1903; 8°.

— Rivista critica-bibliografica sul libro del Sudre " Le droit au nom „. Milano, 1903; 8°.

— I Sindacati industriali e la giurisprudenza. Milano, 1903; 8°.

— Sulla proprietà delle negative. Milano, 1904; 8°.

— Effetti del rilascio d'una cambiale sul rapporto fondamentale. Milano, 1904; 8°.

Sarfatti (M.). La nuova legge sull'esame preventivo nel rilascio di attestati di privativa industriale in Inghilterra. Milano, 1904; 8°.

— Rivista di Giurisprudenza inglese. Milano, 1904; 8°.

Tesca di Castellazzo (C.). La protezione legale degli operai e gli accordi internazionali. La riunione di Basilea. Roma, 1904; 8°.

Dal 27 Marzo al 17 Aprile 1904.

Celoria (G.). Sull'epistolario di Alessandro Volta esistente presso il R. Istituto Lombardo. Milano, 1904; 8° (*dall'A.*).

Curci (A.). L'organismo vivente e la sua anima. Saggio di elettrofisiologia normale e patologica. Catania, 1904; 8° (*Id.*).

Issel (A.). Bibliografia scientifica della Liguria. Genova, 1887; 8°.

— Il calcifero fossilifero di Rovegno in Val di Trebbia. Genova, 1890; 8°.

— Note paleontologiche sulla collezione del sig. G. B. Rossi. Parma, 1893; 8°.

— Remarques sur les tremblements de terre subis par l'île de Zante pendant l'année 1893. Parigi, 1894.

— Cenni intorno al Museo geologico della R. Università di Genova. Roma, 1894; 8°.

— Salvatore Trinchese. Genova, 1898; 8°.

— Considerazioni supplementari intorno al terremoto Umbro-Marchigiano del 18 dicembre 1897. Modena, 1899; 8°.

— Morfologia e Genesi del Mar Rosso. Firenze, 1899; 8°.

— Note spiccate. Genova, 1900; 8°.

— Appunti sulla termologia nelle discipline geografiche. Genova, 1900; 8°.

— Giovanni Marinelli geografo. Genova, 1900; 8°.

— Osservazioni sul Tongriano di S^ta^ Giustina e Sassello, con carta geologica. — Illustrazione di Molluschi fossili tongriani posseduti dal Museo geologico della R. Università di Genova. Genova, 1900; 1 vol. 8°.

— Le rupi scolpite nelle alte valli delle Alpi marittime. Parma, 1901; 8°.

— Il concetto della direzione nelle montagne. Firenze, 1902; 8°.

— A proposito del recente disastro delle Antille: proposta e voti. Genova, 1902; 8°.

— Le nuove incisioni rupestri alpine illustrate da C. Bicknell. Parma, 1903; 8°.

— Applicazioni di un nuovo metodo per le misure di gravità. Genova, 1903; 8°.

— La geologia applicata e i suoi intenti. Genova, 1903; 8°.

— Sulla scoperta di un'antica stazione Ligure in Provenza. Genova, 1904; 8°.

— Note spiccate. II. Valle di Calizzano con appendice di G. Rovereto. Genova, 1904; 8°.

Teixeira (F. Gomes). Obras sobre mathematica. Coimbra, 1904; 4° (*dall'Academia Polytechnica do Porto*).

Tommasina (T.). Sur la scintillation du sulfure de zinc phosphorescent, en présence du radium, revivifiée par les décharges électriques. Paris, 1903; 4°.

— L'hypothèse des électrons et la correlation des forces physiques. Paris, 1903; 4° (*dall'A.*).

Digitized by Google

Dal 10 al 24 Aprile 1904.

Brondi (V.). Le pubbliche amministrazioni e la gestione di affari. Torino, 1905; 8°.
— L'atto complesso nel diritto pubblico. Torino, 1898; 8°.
— Gli inizii dell'insegnamento di diritto amministrativo in Piemonte. Napoli, 1901; 8°.
— La beneficenza legale. Milano, 1903; 8° (*dall'A.*).
Mazzarella (G.). Studi di etnologia giuridica. Vol. I, fasc. 2°. Catania, 1903; 8° (*Id.*).
Poggi (V.). Memorie Savonesi d'argomento vario. Savona, 1903; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).
Porena (F.). Schiarimenti intorno al passaggio del primato cartografico dall'Italia ai Paesi Bassi nel secolo XVI. S. a. l.; 8° (*dall'A.*).
Savio (F.). Alcune considerazioni sulla prima diffusione del Cristianesimo. Pavia, 1904; 8° (*dall'A. Socio residente*).
Zattoni (G.). La cronotassi dei Vescovi di Cervia dall'origine alla fine del XIV secolo. Ravenna, 1903; 8° (*dall'A.*).

Dal 17 Aprile al 1° Maggio 1904.

Abderhalden (E.) u. **Rona** (P.). Bildung von Zucker aus Fett. Strassburg, 1904; 8°.
— — Die Abbauprodukte des " Thymushistons ". Strassburg, 1904; 8°.
— u. **Schittenhelm** (A.). Die Abbauprodukte des Elastins. Strassburg. 1904; 8°.
De Pretto (O.). Ipotesi dell'etere nella vita dell'Universo. Con prefazione del Senatore Giovanni Schiaparelli. Venezia, 1904; 8° (*dall'A.*).
Keller (R.). Vegetationsskizzen aus den Grajischen Alpen. Winterthur, 1904; 8° (*Id.*).
Morera (G.). Valentino Arnò. Torino, 1904; 8° (*dall'avv. Carlo Arnò*).
Myrian (A.). Physique astronomique. Tulle, 1904; 8° (*dall'A.*).
Romiti (G.). Per la storia del tessuto connettivo reticolare. S. l. e a.; 8°.
— Discorso inaugurale pronunziato il 13 settembre 1903 nel IV Congresso zoologico in Rimini. Firenze, 1903; 8° (*Id.*).
** **Stokes** (G. G.). Mathematical and Physical Papers. Vol. IV. Cambridge, 1904; 8°.
Taramelli (T.). Risposte ad alcuni quesiti della spettabile amministrazione civica della città di Gorizia riguardanti il provvedimento dell'*Acqua potabile*. Pavia, 1903; 8°.
— Scritti di Geologia pratica. Genova, 1904; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Dal 24 Aprile all'8 Maggio 1904.

Baye (baron J. de). Les flèches à tranchant transversal et leur fabrication. Paris, 1889; 8°.
— De l'influence de l'art des Goths en occident. Paris, 1891; 4°.
— Les bronzes émaillés de Mostchina gouvernement de Kalouga (Russie). Paris, 1891; 4°.

Digitized by Google

Baye (baron J. de). Le trésor de Szilagy-Somlyo (Transylvanie). Paris, 1892; 4°.
— Le Congrès international d'Anthropologie et Archéologie préhistoriques de Moscou en 1892; 8°.
— Antiquités Frankes trouvées en Bohème. Caen, 1894; 8°.
— Rapport sur les découvertes faites par M. Savenkov dans la Sibérie orientale. Paris, 1894; 4°.
— Une Châsse de la Cathédrale d'Astorga. Province de Léon (Espagne). Paris, 1894; 4°.
— La Nécropole d'Ananino (Gouvernement de Vialka, Russie). Paris, 1897; 8°.
— La Crosse de S. Étienne de Perm (XV^e siècle). Paris, 1898; 4°.
— La Beauté. Légende géorgienne. Paris, 1900; 4° (*dall'A.*).
Biadego (G.). Un milite oscuro della libertà (Giuseppe Catterinetti Franco). Firenze, 1904; 8°.
— Per la storia della coltura veronese nel XIV secolo. Alberico da Marcellise Maestro e cancelliere scaligero. Venezia, 1904; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).
Brizzolara (G.). La Francia dalla Restaurazione alla fondazione della terza Repubblica. 1814-1870. Milano, 1903; 8° (*dall'A. per il premio di Storia di Fondazione Gautieri*).
** **Calendario** Generale del Regno d'Italia pel 1904. Roma, 1904; 8°.
Capasso (C.). La politica di Papa Paolo III e l'Italia. Vol. I. Camerino 1901; 8° (*dall'A. per il premio di Storia di Fondazione Gautieri*).
Harnack (A.). Rede bei der Bergräbnisfeier Theodor Mommsens am 5 November 1903 in der Kaiser Wilhelm Gedächtnis-Kirche. Leipzig, 1903; 8° (*dono del Borgomastro di Charlottenburg*).
Poggi (V.). Il Coro monumentale della Cattedrale di Savona e gli artisti tortonesi che lo eseguirono. Tortona, 1904; 8° (*dall'A. Socio corrisp.*).
Vernero (I.). Avigliana durante la guerra per la successione di Mantova. Sarzana, 1903; 4° (*dall'A.*).
Zaborowski. Les Kourganes de la Sibérie occidentale. Peuples anciens et modernes de cette region. — Dix-neuf crânes des Kourganes sibériens rapportés par M. de Baye. — Les Ostiaks et autres Finnvis. Leur caractères et ceux des crânes des Kourganes. Paris; 8° (*dal barone J. de Baye*).

Dal 1° al 15 Maggio 1904.

Henriksen (G.). On the Iron Ore Deposits in Sydvaranger Fimmarken-Norway and relative Geological Problems. Christiania, 1904; 8° (*dall'A.*).
Jörgensen (S. M.). Principii fondamentali della chimica esposti con esempi e facili esperienze. Traduzione di M. G. con prefazione e note del prof. I. Guareschi. Torino, 1904; 8° (*dono del Socio Guareschi*).
Kekulé-Denkmal (Das) in Bonn und die Feier seiner Enthüllung am 9 Juni 1903. Berlin, 1904; 8° (*dono del Comitato per le onoranze*).
** **Poincaré** (H.). La théorie de Maxwell et les oscillations Hertziennes. Paris, 1904; 8°.

Digitized by Google

** Dall'Università di Basel:*

Amrein (G.). Ein Fall von hereditärer Hexadaktylie nebst sechs weiteren Fällen von Polydaktylie aus dem Kinderspital zu Basel. Basel, 1903; 8°.

Armann (W. F.). Die Behandlung des congenitalen Klumpfusses an der Poliklinik des Baseler Kinderspitales. Berlin, 1902; 8°.

Bandli (C.). Ueber Prostatitis phlegmonosa. Ein Beitrag zur Frage der Behandlung derselben. Basel, 1902; 8°.

Basch (L.). Ueber die Einwirkung von salpetriger Säure auf Amino-Campher-Harnstoff. Basel, 1903; 8°.

Baumberger (E.). Fauna der untern Kreide in westschweizerischen Jura. I. Teil.: Stratigraphische Einleitung. Zürich, 1903; 4°.

Beckstroem (R.). Ueber die Bestandteile des Kalmusöles. Berlin, 1902; 8°.

Bing (R.). Ueber angeborene Muskel-Defecte. Berlin, 1902; 8°.

Brass (C.). Kondensationsprodukte des Dioxycumaranons mit Isatin und Aldehyden. Basel, 1903; 8°.

Brunn (G.). Ueber einige Chlornitrotoluole und ihr Verhalten gegen Amine, Alkohole und Phenole. Basel, 1903; 8°.

Bühler (E.). Ueber ein Oxydationsprodukt von Orthoamido-m-Kresol. Ueber Amino-Naphtacridinsynthesen. Zürich, 1903; 8°.

Demant (J.). Ueber Phenyl-Naphtyl-Methanderivate. Basel, 1903; 8°.

Desaga (A.). Ueber Derivate des M-Dijodbenzols mit mehrwertigem Jod. Basel, 1903; 8°.

Ditthorn (F.). Beiträge zur Kenntnis tierischer Kohlehydrate. Basel, 1902; 8°.

Emden (P.). Die Ausströmungserscheinungen des Wasserdampfes. München, 1903; 8°.

Feder (A.). Ueber Condensationsprodukte von Barbitursäure mit Aldehyden. Ueber amidierte Phenylhydrazone. Basel, 1903; 8°.

Frerichs (H.). Ueber die Einwirkung von Selencyankalium auf Verbindungen der Chloressigsäure. Berlin, 1903; 8°.

Fröhlich (J.). Zur Kenntnis der Formazylfarbstoffe. Basel, 1902; 8°.

Gachot (C.). Beiträge zur Kenntnis der beizenziehenden Azofarbstoffe. Basel, 1903; 8°.

Gebert (A.). Beiträge zur Kenntnis des feineren Baues des Speicheldrüsen einiger Säugetiere. Berlin, 1902; 8°.

Gerhard (G.). Beiträge zur Blattanatomie von Gewächsen des Knysnawaldes an der Südküste des Kaplandes mit Berücksichtigung des Klimas. Hildesheim, 1902; 8°.

Goldhaber (M.). Untersuchungen über die Aethyläpfelsäure. Danzig, 1902; 8°.

Gräflin (A.). Beiträge zur Pathologie des Endothels der Cornea. Klinisch-experimentelle Studie. Berlin, 1903; 8°.

Grether (E.). Ueber Naphtacridinfarbstoffe. B. Ueber das p-Diphenylphenol. Lœrrach, 1903; 8°.

Gulde (J.). Die Dorsaldrüsen der Larven der Hemiptera-Heteroptera. Ein Beitrag zur Kenntnis derselben. Frankfurt a. M., 1902; 8°.

Hassler (C.). Ueber die idiopathische Entzündung des Zellgewebes des Cavum Retzii. Leipzig, 1902; 8°.

Digitized by Google

Helbling (R.). Die Erzlagerstätten des Mont Chemin bei Martigny im Wallis. Basel, 1902; 8°.

Holzach (C.). Beitrag zur Noelting-Witt'schen Indazolsynthese. Heidelberg, 1903; 8°.

Horváth (B. von). Ueber die Kondensationen von Amidobenzylalkoholen mit Phenolen. Karlsruhe, 1903; 8°.

Hurdelbrink (F.). Beiträge zur Kenntnis der Rhodanessigsäuren und der Arylthiohydantoine. Braunschweig, 1903; 8°.

Hupfer (F.). Ueber die Rhodole aus Hydrochinon und seinen Verwandten. Basel, 1902; 8°.

Jakubson (N.). Ueber einige Derivate des Phenolphtaleïns. Basel, 1903; 8°.

Immermann (G.). Die Erfolge der Iridectomie bei Iridochorioiditis. Basel, 1903; 8°.

Johanni (J. U.). Ueber einen Amyloidtumor des Kehlkopfs und der Trachea. Berlin, 1903; 8°.

Jost (J.). Beitrag zur Lehre von der Blutentwicklung des embryonalen Rindes und Schafes. Bonn, 1903; 8°.

Konwalt (A.). Ueber den Einfluss benachbarter Nitrogruppen auf orthoständige Chloratome im Benzolkern. Basel, 1903; 8°.

Kroener (E.). Ueder Derivate des α-Stilbazols. Breslau, 1902; 8°.

Lehrell (F.). Histochemische Untersuchungen über das bindegewebige Gerüst der Milz der Wirbeltiere. Leipzig, 1902; 8°.

Leimgruber (G.). Embryologisch-anatomische Studien über die stria vascularis. Wiesbaden, 1902; 8°.

Lotz (A.). Der Typhus abdominalis in Kleinbasel von 1875 bis 1900. Leipzig, 1902; 8°.

Mannich (C.). Zur Kenntnis des Nonylmethylketons, des Heptylmethylketons und der zugehörigen sekundären Alkohole. Rostock, 1903; 8°.

Mardner (W.). Die Phanerogamen-Vegetation der Kerguelen in ihren Beziehungen zu Klima und Standort. Mainz, 1902; 8°.

Martin (V.). Ueber paralytische Luxationen. Stuttgart, 1902; 8°.

Mc Kenney (R. E. B.). Observations on the conditions of light production in luminous bacteria. Washington, 1902; 8°.

Meine (W.). Beitrag zur Kenntnis aromatischer Disulfinsäuren. Braunschweig, 1903; 8°.

Meinhard (P.). Das vicinale o-Dinitrodichlorbenzol und seine Condensation mit Aminen, Phenolen und Alkoholen. Basel, 1903; 8°.

Metz (G. P.). Ueber die Synthese von Phenyloxytriazolen und über " sterische „ und " chemische „ Hinderung. Zürich, 1902; 8°.

Neuweiler (O.). Beitrag zur Anwendung des Murphy-Knopfes bei Magen- und Darmoperationen. Berlin, 1903; 8°.

Oppikofer (E.). 3 Taubstummen-Labyrinthe. Ein Beitrag zu der Lehre von den Entwicklungsstörungen des häutigen Labyrinthes. Wiesbaden, 1903; 8°.

Pfister (A.). I. Elektrolytisches Leitvermögen der Penten- und Hexensäuren und II. Ueber einige neue Derivate dieser Säuren. Lörrach, 1903; 8°.

Digitized by Google

Richter (G. A.). Ueber einige Derivate der Ortho-, Meta- und Para-Kresotinsäuren. Basel, 1903; 8°.

Rudin (E.). Ueber Versuche zur Darstellung der Vinyl-Propionsäure und über α-Methyl-βγ-pentensäure. Basel, 1903; 8°.

Schaerfe (W.). Ueber Diphenylkalium und einen daraus erhaltenen neuen Kohlenwasserstoff, p-Diphenylendiphenyl. Zürich, 1902; 8°.

Schroeder (F.). Ueber die Hydrazide der drei Pyridinmonokarbonsäuren. Basel, 1902; 8°.

Shakow (A.). Ueber die Stichverletzungen des Diaphragma von der Thoraxhöhle aus, insbesondere ihre Kasuistik. Basel, 1903; 8°.

Silberberg (M.). Ueber den Einfluss der Hydrierung auf das Drehungsvermögen. Bern, 1902; 8°.

Sittig (E.). Ueber die Konstitution des 3:5 Dinitro 2:4 Dichlortoluols und seine Kondensationen mit Aminen und Phenolen. Basel, 1902; 8°.

Spühler (O.). Beitrag zur Kenntnis der sogenannten fleckförmigen Fettdegeneration des Sehnerven speziell bei der Panophtalmie. Leipzig, 1903; 8°.

Stritter (R.). Ueber Benzolringspaltungen von Chinoxalinderivaten. Wiesbaden, 1903; 8°.

Sulzberger (A.). Ueber das Phenylbenzochinon und einige neue Derivate des Biphenyls. Basel, 1903; 8°.

Wanner (F.). Beiträge zur Chemie des Sputums. Naumburg a. S., 1903; 8°.

Wiedmann (F.). Beiträge zur Kenntnis der Ketocumaranderivate. Wien, 1902; 8°.

Wildi (S.). A. Oxydationen von Amidoindazolen. B. Zur Kenntnis des 1, 2 Naphtalendiazooxyds. Basel, 1903; 8°.

Wittenberg (F.). Zur Kenntnis der βγ-ungesättigten β-Azlaktone und ihrer Umwandlungsprodukte. Basel, 1903; 8°.

Wortsmann (C.). Ueber p-nitrobenzylierte Acetondicarbonsäureester. Basel, 1903; 8°.

Zinker (W.). Ueber ein neues Chlortrinitrobenzol. Basel, 1903; 8°.

Zust (E.). Ueber die Beziehungen einiger Infectionskrankheiten (Morbilli, Scarlatina, Diphtherie und Typhus abdominalis) zu den Jahreszeiten. Luzern, 1902; 8°.

Dall'8 al 22 Maggio 1904.

Atti del II Congresso Risicolo internazionale. Mortara, 1, 2, 3 ottobre 1903. Mortara-Vigevano, 1903; 8° (*dono del Vice presidente dell'Accademia P. Boselli*).

** **Monumenta Germaniae historica**. Legum sectio IV. Constitutiones et Acta publica Imperatorum et Regum. T. III. Pars prior. Hannoverae, 1904; 4°.

Digitized by Google

Dal 15 al 29 Maggio 1904.

Mattirolo (O.). Sulle condizioni e sugli scopi dell'Orto Sperimentale della R. Accademia di Agricoltura di Torino. Relazione. Torino, 1904; 8°.

— A proposito di un caso di avvelenamento per tartufi. Torino, 1904; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Vinci (Leonardo da). Il Codice atlantico, fasc.ⁱ 33-35 ed ultimo. Milano, 1903-1904; f°.

Dal 22 Maggio al 12 Giugno 1904.

Ambrosoli (S.). Di alcune nuove zecche italiane. Roma, 1904; 8° (*dall'A.*).

* **Annuario** del Municipio di Torino. 1902-1903. Torino, 1904; 8°.

Atti del Congresso internazionale di scienze storiche (Roma, 1-9 aprile 1903). Vol. IV, VI e X. Roma, 1904; 3 vol. 8°.

Foschi (E.). Note intorno alle riforme della scuola italiana. Parma, 1904; 8°.

— Di nuovo intorno alle riforme della scuola italiana. Parma, 1904; 8° (*dall'A.*).

Lombardo (G. M.). Memorie canavesane (Un Teatro ducale — Una congrega di Beoni). Torino, 1903; 8° (*Id.*).

Meyer (P.). De l'expansion de la langue française en Italie pendant le Moyen-âge. Roma, 1904; 8° (*dall'A. Socio straniero*).

Paoli (A.). Il concetto dell'umanesimo del Pastor. Si confronta con le opinioni che sull'umanesimo hanno espresso il Rosmini, il Saint-Beuve, il Gregorovius, il Paulsen. Pisa, 1904; 4° (*dall'A.*).

Poggi (G.). Luni ligure-etrusca e Luna colonia romana. Genova, 1904; 8° (*Id.*).

** **Raccolta** Ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. Vol. III, e IV (1903); 8°.

Sforza (G.). Lo storico Raffaello Roncioni e Alberico Cibo Malaspina principe di Massa. Spezia, 1904; 8° (*dall'A.*).

Taramelli (A.). Esplorazioni archeologiche e scavi nel promontorio di S. Elia (Cagliari). Roma, 1904; 8° (*Id.*).

Rosedale (H. G.). Queen Elizabeth and the Levant Company. London, 1904; 4° (*dono della Royal Society of Literature*).

Seler (E.). Archäologische Untersuchungen in Costarica. Stockholm; 8° (*dall'A.*).

Dal 29 Maggio al 19 Giugno 1904.

Abderhalden (E.) u. **Bergell** (P.). Ueber das Epinephrin (Epirenan). München, 1904; 8°.

— — Die " Kohlehydratgruppe „ des Serumglobulins, des Serumalbumins und des Eieralbumins. Strassburg, 1904; 8°.

— — Zur Kenntniss des Epinephrins (Adrenalis). Berlin, 1904; 8° (*dagli AA.*).

Bertini (E.). Life and Works of L. Cremona. London, 1904; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Digitized by Google

** **Bonnier** (J.). Contribution à l'étude des épicarides. Les Bopyridae. Paris, 1900; 4°.

Borioli (S.). Progetto sul riordinamento della rete ferroviaria in Torino. Torino, 1904; 4° (*dall'A.*).

Casazza (G.). Appunti critici di fisica e meccanica. Milano, 1904; 8° (*dall'A.*).

Concorso a premio per un progetto di Sanatorio pei poveri. Roma, 1903; 4° (*dono del Ministero dell'Interno*).

In Memoria di Alfonso Cossa nel primo anniversario della sua morte. La famiglia. Torino, 1903; 8° (*dono della famiglia Cossa*).

Maggiora (A.) e **Valenti** (L.). Sul virus del tifo essudativo dei Gallinacei. Nota II. Modena, 1904; 4° (*dagli AA.*).

Millosevich (E.) e **Tringali** (E.). Catalogo di 412 stelle fra 49°52′ e 54°5′ (1900.0) osservate al cerchio meridiano Salmoiraghi e ridotte a 1900.0. Catania, 1904; 4° (*Id.*).

Natur u. **Staat**. V. Teil. Prinzipien der natürlichen und Sozialen Entwicklungsgeschichte des Menschen. Anthropologisch-ethnologische Studien von Curt Michaelis; VI Teil. Soziologie von Dr. A. Eleutheropulos. Jena, 1904; 2 vol. 8° (*dono del Socio straniero Prof. Dr. Haeckel*).

Schuyten (M. C.). Over de omzetting van zwavel in ijzer (Voorloopige mededeeling). Antwerpen, 1904; 8° (*dall'A.*).

Dal 12 al 26 Giugno 1904.

Carrasco (G.). El crecimiento de la Población de la República Argentina, comparado con el de las principales naciones 1890-1903. Buenos Aires, 1904; 8° (*dall'A.*).

Giordanino (G.). Marene antica, profana e sacra. Bra, 1895; 8° (*Id.*).

** **Justiniani** Augusti. Digestorum seu Pandectarum codex Florentinus olim Pisanus phototypice expressus. Vol. I, fasc. III (Digestorum seu Pandectarum, lib. XIII, 1 7; XXI, 1 23). Roma, 1902; fol.

Marazio (A.). Del governo parlamentare italiano. Torino, 1904; 8° (*dall'A.*).

Martinetti (P.). Introduzione alla metafisica. I. Teoria della conoscenza. Torino, 1904; 8° (*Id.*).

5-65-J

JUN 20 1904

4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

LIBRARY OF THE MUSEUM OF COMP. ZOOLOGY CAMBRIDGE, MASS.

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXIX. DISP. Iª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1903-904

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1903 - 22 Novembre	1903 - 29 Novembre
» - 6 Dicembre	» - 13 Dicembre
» - 20 »	» - 27 »
1904 - 3 Gennaio	1904 - 10 Gennaio
» - 17 »	» - 24 »
» - 31 »	» - 7 Febbraio
» - 14 Febbraio	» - 21 »
» - 28 »	» - 6 Marzo
» - 13 Marzo	» - 20 »
» - 27 »	» - 10 Aprile
» - 17 Aprile	» - 24 »
» - 1° Maggio	» - 8 Maggio
» - 15 »	» - 22 »
» - 29 »	» - 12 Giugno
» - 19 Giugno	» - 26 »

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Novembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BERRUTI, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, PEANO, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e JADANZA che funge da Segretario per l'assenza del Socio CAMERANO. — Il Socio SALVADORI, Direttore della Classe, scusa la sua assenza.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, 14 giugno 1903.

Il Presidente comunica:

1° la lettera del Ministero dell' Istruzione Pubblica, che accompagna gli estratti del R. Decreto 28 giugno 1903, col quale furono approvate le nomine a Soci stranieri dei sigg. DARBOUX, POINCARÉ, MOISSAN e HELMERT;

2° le lettere dei medesimi che ringraziano per la loro nomina a Soci stranieri;

3° le lettere dei signori ZEUTHEN, HILBERT, MAYER, PIZZETTI, RÖNTGEN, LORENTZ, DEWAR, CIAMICIAN, PICCINI, BASSANI, ISSEL, WIESNER, KLEBS, BELLI, MARCHAND, i quali ringraziano per la loro nomina a Soci corrispondenti;

4° comunica la morte avvenuta in Torino il 10 settembre u. s. del Socio corrispondente comm. ing. Felice FASELLA.

Digitized by Google

Il Presidente inviò alla famiglia le condoglianze a nome dell'Accademia;

5° comunica pure la morte avvenuta in Heidelberg il 16 giugno u. s. del Socio straniero prof. dott. Carlo GEGENBAUR, alla famiglia del quale si inviarono condoglianze, alle quali rispose ringraziando la vedova signora Ida GEGENBAUR.

Il Presidente presenta a nome del Socio straniero Ernesto HAECKEL, i seguenti libri:

Intorno allo stato attuale delle nostre conoscenze sull'origine dell'uomo; Milano, 1899; 8°;

Der Monismus als Band zwischen Religion und Wissenschaft, 9e und 10e Auflage; Bonn, 1900; 8°;

Gemeinverständliche Vorträge und Abhandlungen aus dem Gebiete der Entwickelungslehre; 2e Auflage; Bonn, 1902; 8°;

Die Welträthsel; Bonn, 1903; 8°;

Anthropogenie oder Entwickelungsgeschichte des Menschen. Keimes- und Stammes-Geschichte; 5e Auflage; Leipzig, 1903; 8°;

Kunst-Formen der Natur; Heft VII-IX; Leipzig u. Wien, 1903; 4°.

A nome pure dello stesso Socio prof. HAECKEL, sono offerti in dono all'Accademia i tre primi volumi dell'opera: *Natur und Staat. Beiträge zur naturwissenschaftlichen;* Jena, 1903; 8°.

A nome del Socio straniero Federigo Roberto HELMERT i seguenti opuscoli: *Ueber die Reduction der auf der physischen Erdoberfläche beobachteten Schwerebeschleunigungen auf ein gemeinsames Niveau;* Berlin, 1903; 8°;

Jahresbericht des Direktors des k. Geodätischen Instituts für die Zeit von April 1902 bis April 1903; Potsdam, 1903; 8°.

Dal Socio corrispondente prof. Augusto RIGHI:

Ueber die Jonisierung der Luft durch eine elektrisierte Spitze; Leipzig, 1903; 4°;

Sulle cariche elettriche generate dai raggi X sui metalli nel vuoto; Bologna, 1903; 4°.

Digitized by Google

Il Socio Guidi fa omaggio all'Accademia di un suo lavoro stampato col titolo: *Sulle costruzioni in " béton „ armato;* Roma, 1903; 8°.

Il Socio Parona offre in dono all'Accademia, a nome dell'autore prof. Federico Sacco, sei opuscoli su argomenti di geologia.

Vengono poscia presentate per l'inserzione negli *Atti*:

1° dal Socio Parona una nota del prof. Alfredo Silvestri, intitolata: *Forme nuove o poco conosciute di protozoi miocenici piemontesi;*

2° dal Socio Berruti una sua nota, col titolo: *Dante e la meteorologia;*

3° dal Socio Peano una nota del sig. G. Vitale, intitolata: *Sopra le serie di funzioni analitiche.*

Il Socio Naccari presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dr. Efisio Ferrero, intitolato: *Sul terzo massimo invernale nell'andamento diurno del barometro.*

Il Presidente affida ai Soci Naccari e Jadanza l'esame di tale lavoro.

Digitized by Google

LETTURE

Forme nuove o poco conosciute di Protozoi miocenici piemontesi.

Nota di ALFREDO SILVESTRI.

Facendo seguito alla precedente mia comunicazione dal titolo: " Alcune osservazioni sui Protozoi fossili piemontesi „ (1), produco in questa le descrizioni ed i disegni di talune fra le nuove o poco conosciute forme mioceniche di Rizopodi reticolari del Piemonte da me studiate, le quali sembranmi particolarmente interessanti, ed atte a fornire qualche schiarimento circa i rapporti filogenetici di quell'importante gruppo morfologico che, secondo le mie vedute, avrebbe per stipite l'*Ellipsoidina ellipsoides*, Seguenza. Sarò assai breve in tali descrizioni perchè in massima attribuisco ormai un valore ben relativo all'aspetto esterno, variabilissimo, delle forme appartenenti a detta classe zoologica, in cui ritengo definibile la specie soprattutto col tener conto di particolari tipi di struttura, ed a far conoscere questi, più e meglio di qualsivoglia descrizione, giovano le figure, ad ottener le quali ho posto la massima cura, che però non mi permette, è dovere di lealtà dichiararlo, di garantirne la perfetta ed assoluta conformità al vero di tutti i dettagli strutturali; e ciò per le difficoltà insite alle ricerche di cui mi occupo. D'altronde bastami poter segnalare ai competenti un materiale degno della loro considerazione, nella speranza che qualcuno di essi se ne voglia occupare più a fondo di quanto non mi sia stato concesso, verificando in pari tempo le mie osservazioni, e correggendole in tutto ciò che vi sarà di errato o di valutazione troppo soggettiva.

(1) " Atti R. Acc. Sc. Torino „, vol. XXXVIII, pag. 3-14 estr. (*Alcune osservazioni*, ecc.), figg. 1-4. Torino, 1903.

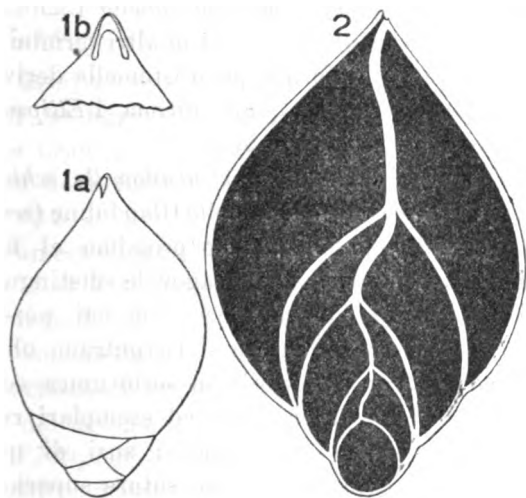
Digitized by Google

Ed ecco ora l'illustrazione delle forme indicate (1), ed alle quali in via provvisoria attribuisco il valore di specie, per pura comodità, e cioè onde farmi maggiormente intendere, evitare equivoci, e render facili i richiami e le critiche.

1. — *Ellipsopleurostomella schlichti*, n. sp.

(Fig. 1 *a*, lato sinistro $\times$ 50; fig. 1 *b*, terminazione orale $\times$ 80; fig. 2, sezione secondo il piano di simmetria $\times$ 80).

Rostrolina, Schlicht, 1870; " Foram. Pietzpuhl ,, pag. 72, tav. XXVI, figg. 10-12, 13-15, 25-27.

Per comprender bene le relazioni che intercedono tra la specie di cui intendo trattare e la *Ellipsoidina ellipsoides* di

Giuseppe Seguenza, occorre metter sott'occhio la tavola che pubblicai nel 1900 in una nota " Sul genere *Ellipsoglandulina* ,, (2):

(1) Dubito che talune delle forme stesse siano da identificarsi con qualcuna delle seguenti di G. Seguenza, ma le descrizioni dell'autore, prive di figure, non mi hanno finora condotto a nessun resultato concreto: *Pleurostomella inflata*, e var. *oblonga*; *Pl. involvens*, e var. *elongata*; *Pl. obtusa* (1880; " Mem. R. Acc. Lincei ,, Cl. sc. fis., matem. e nat., ser. 3ª, vol. VI, pagg. 227 e 307).

(2) " Atti e Rend. R. Acc. Sc., Lett. ed Arti di Acireale ,, n. s., vol. X (1899-900), Cl. sc., pagg. 1-8, 1 tav. Acireale, 1900.

Digitized by Google

confrontando la sezione fig. 12 di essa con l'unita fig. 2, concernente la sezione longitudinale principale, ossia passante pel piano di simmetria, d'esemplare simile a quello riprodotto qui con la fig. 1 *a*, e tenendo conto che la sezione fig. 12 pur essendo longitudinale non passa esattamente pel piano di simmetria, ma vi è obliqua, rilevasi senza grande studio che la sezione fig. 2 non differisce sostanzialmente da quella fig. 12, se non per l'alternanza incipiente delle sue logge, poichè il processo tubulare della prima, salva la flessuosità e maggiore sottigliezza, è il medesimo della seconda, essendo composto di tanti tronchi tubulari squarciati alternativamente dai lati principali del nicchio. Dunque fra la forma denominata *Ellipsopleurostomella schlichti* e la *Ellipsoidina ellipsoides* corrono gli stessi rapporti esistenti tra la *Ellipsoglandulina labiata* (Schwager) (1) e la medesima *Ellipsoidina ellipsoides;* od in altri termini: l'*Ellipsopleurostomella schlichti* è la forma pleurostomella derivante dalla *Ellipsoidina ellipsoides,* della quale ultima l'*Ellipsoglandulina labiata* è invece la forma *glandulina*.

L'aspetto esterno della *Ellipsopleurostomella schlichti* osservasi variabilissimo al pari di quello delle Glanduline (*sensu stricto*), quantunque frequentemente eguale o prossimo al figurato (figura 1 *a*), ma dal di fuori non è agevole distinguerla dalla *Ellipsoglandulina labiata*, l'unica specie con cui possa confondersi, perchè non sempre le suture si riscontrano oblique ed in doppia serie, potendo anche esserlo in serie unica come dimostrano le figure di Schlicht precitate ed esemplari raccolti assieme a quello riprodotto col disegno; anzi di quest'ultimi sonvene alcuni che presentano la o le suture superiori orizzontali e, dalla sezione, resultano far passaggio nelle camere terminali alla *Ellipsoglandulina labiata*. Soltanto l'esame della costruzione interna permette quindi una differenziazione sicura, sebbene contribuisca al riconoscimento della prima forma nominata la sua terminazione orale acutamente conica (fig. 1 *a*), con apertura più laterale che apicale (fig. 1 *b*); ma disgraziatamente sono rari i casi nei quali è dato esaminare individui aventi intiera tale terminazione.

---

(1) Già da me detta *Ellipsoglandulina laevigata*; vedi 1903; " Atti R. Acc. Sc. Torino ", vol. XXXVIII, pag. 10 estr. (*Alcune osservazioni*, ecc.).

Digitized by Google

L'*Ellipsopleurostomella schlichti* offre una conchiglia calcarea, biancastra, opaca, e mediocremente liscia alla superficie; essa mi sembrerebbe dotata di dimorfismo, però l'esiguo numero di esemplari di cui ho potuto disporre per le sezioni, non mi ha permesso l'accertamento di questo fatto. L'ho trovata molto, ma non eccessivamente rara, nella marna grigio-chiara a Globigerine di Marmorito (Alessandria), attribuita da Sacco all'elveziano superiore (1).

2. — *Ellipsopleurostomella rostrata,* n. sp.

(Fig. 3 *a*, lato destro × 50; fig. 3 *b*, lato anteriore × 50; fig. 3 *c*, terminaz. orale × 80; fig. 3 *d*, sez. norm. al piano di simmetria × 80)

Rostrolina, Schlicht, 1870; " Foram. Pietzpuhl ", pag. 72, tav. XXVI figg. 1-3, 4-6.

Forma assai prossima alla precedente; ne differisce dall'esterno (cfr. le figg. 3 *a* e 3 *c*, con le figg. 1 *a* ed 1 *b*) per la terminazione orale protendentesi in un rostro aguzzo (v. i segmenti interni della fig. 3 *d*), di solito rotto accidentalmente nella punta (figg. 3 *b* e 3 *c*), e per l'apertura triangolare (fig. 3 *b*) divisa da tramezzo longitudinale, e munita in basso d'un labbro fenduto (fig. 3 *c*). Internamente poi se ne distingue (fig. 3 *d*) a cagione dei tronchi tubulari larghi parallelamente al lato anteriore della conchiglia, ed i quali investono rispettivamente i rostri dei sottostanti segmenti, aderendo ai primi e non al contorno orale dei secondi.

Anche l'*Ellipsopleurostomella rostrata* è fornita di guscio calcareo biancastro, opaco o sub-opaco, discretamente liscio alla superficie, ed apparisce dimorfa; mi resulta rarissima a Marmorito nella marna grigio-chiara di cui sopra.

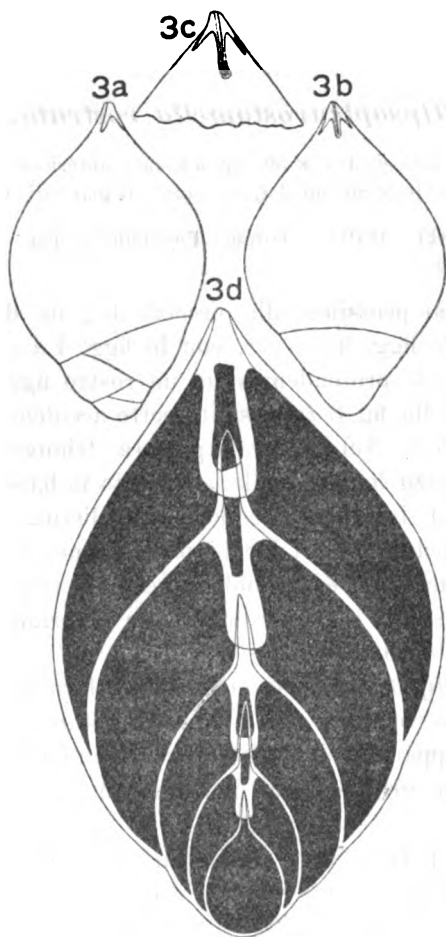
(1) Il prof. D. E. Dervieux in una recente sua pubblicazione, *Sulla posizione geologica di un tripoli piemontese* (" Rivista Fis., Mat., Sc. natur. ", pagg. 379-383, Pavia, 1903), assegna detta marna (pag. 381) al tortoniano; mentre ringrazio l'egregio collega di aver voluto tener conto delle precedenti mie osservazioni sull'argomento, dando ad esse piena conferma, d'altro canto, per la grande fiducia che ripongo nella competenza stratigrafica del prof. Sacco, non posso adottare le mie e sue vedute, fino a conoscenza completa della fauna contenuta nella marna in questione e nel tripoli al quale sovrasta.

Digitized by Google

3. — ***Ellipsopleurostomella pleurostomella,*** n. sp.

(Fig. 4 *a*, lato anteriore × 110; fig. 4 *b*, lato destro × 110, fig. 4 *c*, lato superiore × 110; fig. 4 *d*, sezione secondo il piano di simmetria × 166; fig. 5, idem normale a detto piano × 166).

Rostrolina, Schlicht, 1870; " Foram. Pietzpuhl ", pag. 72, tav. XXVI, figg. 7-9.

In questa importante specie troviamo già la fisonomia d'una Pleurostomella di tipo superiore, che da un lato è in

intima relazione con le antecedenti e la *Ellipsopleurostomella labiata* (Schwager) (1), e dall'altro colle Pleurostomelle (*sensu*

(1) 1903; " Atti R. Acc. Sc. Torino ", vol. XXXVIII, pag. 7 estr. (*Alcune osservazioni*, ecc.).

Digitized by Google

stricto) ed in particolare con la *Pleurostomella brevis*, Schwager; il quale ultimo fatto può agevolmente rilevarsi paragonando l'unita figura 4 *d* alla 1 *c* già prodotta (1) e riguardante la specie or ora accennata.

Perfino la configurazione esterna (figg. 4 *a*-4 *c*) ha qualcosa di molto simile all'abito delle Pleurostomelle del tipo *brevis*, offrendone poi l'identico orifizio (fig. 4 *a*), e la struttura (fig. 4 *d*) è pressochè la stessa, distinguendosi unicamente pei segmenti molto compenetrati gli uni negli altri, e che ancora si abbracciano anteriormente, cioè dal lato dell'apertura. La sezione della fig. 5, appartenente ad esemplare diverso da quello riprodotto nelle figg. 4 *a*-*d*, mostra poi come i tronchi tubulari colleganti gli orifizî siano trasversalmente molto estesi in senso normale al piano di simmetria, e si allarghino inferiormente nei fianchi, applicandosi di lato sulle terminazioni orali dei segmenti sottoposti, in modo da lasciar libera negli orifizî in discorso solamente la porzione inferiore della fenditura longitudinale (fig. 5).

---

(1) Ibidem, pag. 6 estr. (idem); ed a proposito della *Pleurostomella brevis* è necessario rilevi come nella relativa sinonimia contenuta a pag. 5 della qui citata nota, abbia dato per equivoco un riferimento al luogo d'un altro; detta sinonimia, corretta e completata, mi resulta costituita come segue:

Pleurostomella brevis, Schwager, 1866; Novara-Exped., geol. Theil, vol. II, pag. 239, tav. VI, fig. 81. — Brady, 1884; Foram. Challenger, pag. 411, tav. LI, fig. 20. Fornasini, 1885; Boll. Soc. Geol. It., vol. IV, pag. 110. — Id., 1901; ibid., vol. XX, pag. 171. — Silvestri, 1903; Atti R. Acc. Sc. Torino, vol. XXXVIII, pag. 5 estr., figg. 1 *a*-*c*.

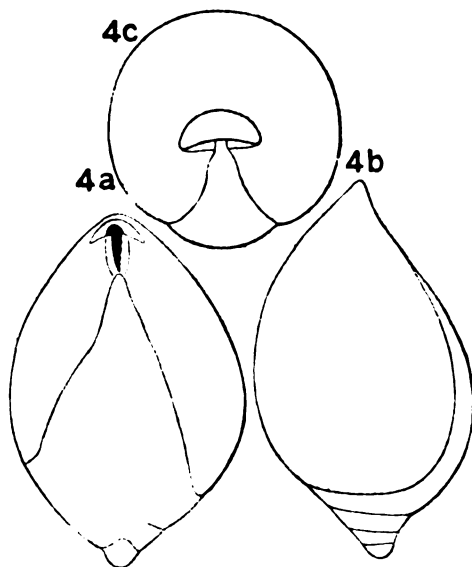
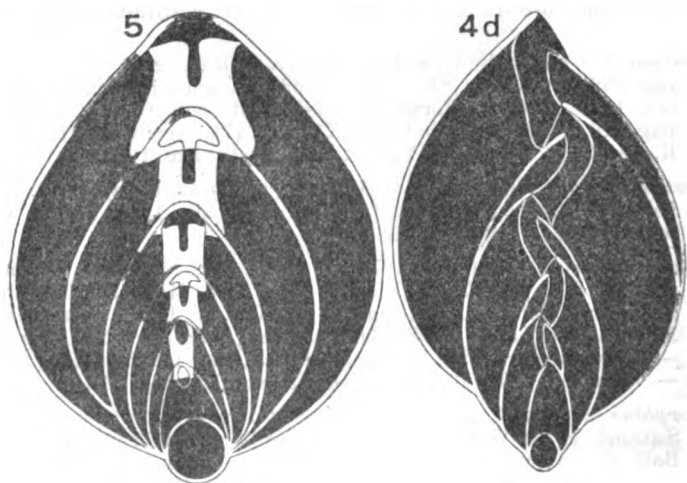
Pleurostomella rapa, Gümbel, 1868; Abhandl., m.-ph. Cl. k.-bayer. Ak. Wiss., vol. X (1870), pag. 630, tav. I, fig. 54. — Brady, 1884; Foram. Challenger, pag. 411, tav. LI, fig. 21.

Pleurostomella acuta, Hantken, 1875; A magy. kir. földt. int. evkönyve, vol. IV (1876), pag. 37, tav. XIII, fig. 18. — 1875; Mitth. Jahrb. k. ungar. geol. Anst., vol. IV (1881), pag. 44, tav. XIII, fig. 18. — Terrigi, 1881; Mem. R. Acc. Lincei, Cl. Sc. fis., mat. e nat., ser. 3ª, vol. X, pag. 391. — Schlumberger, 1883; Feuille Jeun. Nat., pag. 119, tav. II, fig. 5, 5 *a*. — Fornasini, 1901; Boll. Soc. Geol. It., vol. XX, pag. 165.

Polymorphina zanclea, Seguenza; (*pars*; *xantea* per errore) Fuchs, 1878; Sitzugsb. k. Ak. Wiss. Wien, vol. LXXVII, pag. 473. — Sacco, 1889; Boll. Soc. Geol. It., vol. VIII, pag. 306. — Fornasini, 1901; ibid., vol. XX, pag. 205.

Pleurostomella rapa, Gümbel; var. *recens*, Dervieux, 1899; Boll. Soc. Geol. It., vol. XVIII, pag. 77. — Fornasini, 1901; Boll. Soc. Geol. It., vol. XX, pag. 197.

Digitized by Google

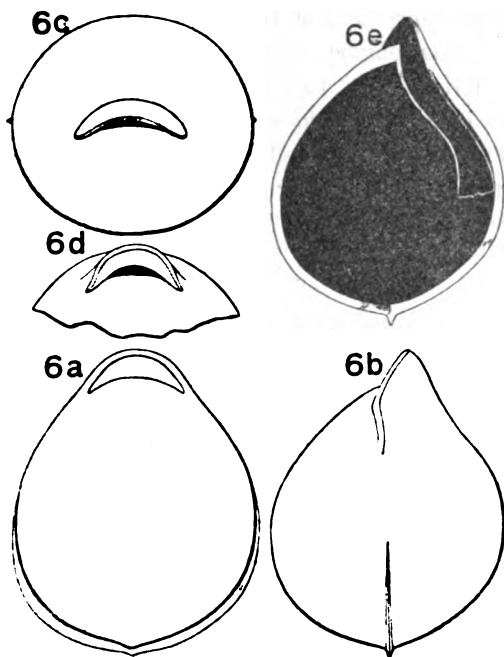
Mettendo poi in confronto le figg. 4 *d* e 5, si nota il contrasto notevole di dimensioni nelle logge primordiali, che mi

induce a ritenere microsfera la prima di queste e megalosfera la seconda.

L'*Ellipsopleurostomella pleurostomella* è assai rara nel tripoli a Radiolari di Marmorito (Alessandria), la posizione geologica

Digitized by Google

del quale viene stabilita da Sacco nell'elveziano medio superiore (1); presenta un nicchio bianco, spulito, pellucido, piuttosto fragile.

4. — *Lagena ventricosa*, n. sp.

(Fig. 6 *a*, lato anteriore × 110; fig. 6 *b*, lato sinistro × 110; fig. 6 *c*, lato superiore × 110; fig. 6 *d*, terminazione orale × 110; fig. 6 *e*, sezione secondo il piano di simmetria × 110).

Specie dal guscio calcareo relativamente grosso, poroso ma non perforato, bianco, e spulito esternamente, che misura da 0,27 a 0,40 mm. di lunghezza; l'ho riscontrata non rara nel tripoli

di Marmorito testè rammentato. I rapporti del suo processo tubulare interno (fig. 6 *e*) con l'orifizio, ed in qualche modo anche quest'ultimo (fig. 6 *a*), ricordano la *Ellipsopleurostomella pleurostomella* (cfr. specialmente le figg. 6 *e* e 4 *d*), con la quale però non ha altri caratteri di somiglianza od analogia. Presenta

(1) Dervieux lo attribuisce al tortoniano; ma vedasi a questo proposito la nota n. 1 in calce a pag. 6.

Digitized by Google

una configurazione esterna globosa (figg. 6 *a* e 6 *c*) con prominenza nella regione orale (figg. 6 *a* e 6 *b*); normalmente al piano di simmetria e nella metà inferiore del nicchio porta una sottile ed acuta carena marginale (figg. 6 *a* e 6 *b*), la quale, come il nicchio stesso, accenna a terminare inferiormente con angolo acuto (fig. 6 *a*). L'apertura (fig. 6 *d*) è stretta, arcuata ed allungata, con labbro inferiore intero, e praticata al fondo d'una sorta di vestibolo (fig. 6 *e*); il tubo interno (fig. 6 *e*) resulta non squarciato anteriormente, flessuoso, ed allargato in basso a guisa d'imbuto capovolto, con margine lievemente merlato.

Le sole Lagene cui mi sembra poter raffrontare la *ventricosa* sono quelle riprodotte a tav. LVI, figg. 17 e 18, di Brady (1884; Foram. Challenger), che le attribuisce alla specie *apiculata* (Reuss.) (l. c., pag. 453); ed in vero il carattere dell'apertura, il quale in questo caso è di molta importanza, apparisce lo stesso, come anche l'altro dell'esistenza d'un tubo interno, di cui però nelle precitate figure mancano i connotati esatti, e manca pure ogni indizio di carena. La forma esterna è poi diversa.

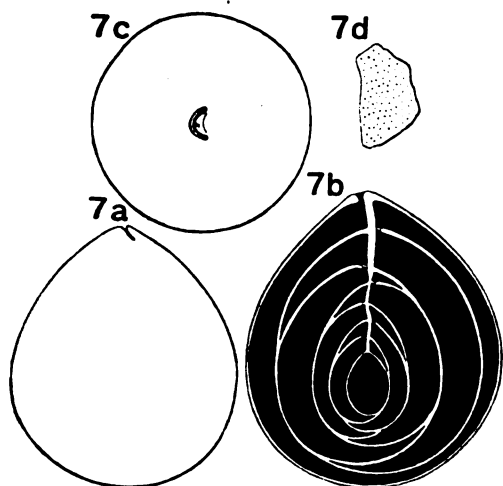
5. — *Ellipsobulimina seguenzai*, n. sp.

(Fig. 7 *a*, lato destro × 50; fig. 7 *b*, sezione secondo il piano di simmetria × 56; fig. 7 *c*, lato superiore × 50; fig. 7 *d*, frammento del guscio × 100).

Forma che per l'aspetto esterno è spesso (figg. 7 *a* e 7 *c*) indistinta dalla varietà corta e globosa di *Ellipsoidina ellipsoides*, già detta da G. Seguenza: *E. abbreviata* (1), ma altre volte presenta una sutura esterna che ne divide il guscio in due segmenti di differenti dimensioni, un'idea dei quali può acquistarsi esaminando l'interno della fig. 7 *b*; nel primo e nel secondo caso la sua struttura (fig. 7 *b*) resulta sostanzialmente diversa da quella delle Ellissoidine, Ellissoglanduline ed Ellissopleurostomelle, trovandosene invece ottima corrispondenza in certe Bulimine del tipo della *pyrula*, d'Orbigny; il processo assile interno è, come al solito, tubulare e coi tronchi aperti lateralmente, ma alternativamente da una sola parte. Il guscio

(1) 1859; " Eco Peloritano ", ser. 2ª, anno V, fasc. 9, pag. 14 estr., tav., fig. 5.

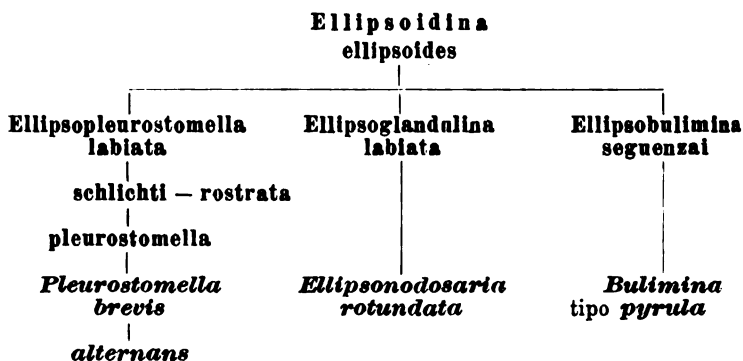
Digitized by Google

calcareo, biancastro, esilissimo, spulito alla superficie, esaminato sotto forte ingrandimento si presenta minutamente perforato (fig. 7 *d*), e ciò costituisce altro carattere di somiglianza con le

Bulimine, per cui ritengo non essere lungi dal vero ammettendo che la *Ellipsobulimina seguenzai* segni il passaggio dalle Ellissoidine alle Bulimine.

Essa è eccezionalmente rara nella marna grigio-chiara di Marmorito, più volte già ricordata.

***

Le forme così descritte in succinto sono dunque cinque in tutto, ossia: ***Ellipsopleurostomella schlichti***, ***E. rostrata*** ed ***E. pleurostomella***, ***Lagena ventricosa***, ***Ellipsobulimina seguenzai***, e prescindendo dalla ***Lagena***, cui temporaneamente non saprei con esattezza quale collocazione dare nel gruppo di quelle ch'io dico ellissoforme, benchè mi sembri avere attinenza con esse, le altre reputerei potessero disporsi in questo ordine di successione, nel quale, oltre alla forma stipite, trovo opportuno indicare anche certune delle forme che ne derivano contemplate in precedenza:

Digitized by Google

Sorge ora spontanea la domanda se questa successione vada considerata nello spazio o nel tempo e, nella prima ipotesi, quali periodi geologici interesserebbe? La risposta ne è tutt'altro che facile, poichè se da una parte le specie ed i generi segnati in carattere aldino si sono fin qui riscontrati fossili dall'eocene (suessoniano ?) (1) o dal miocene (medio) al pliocene (inferiore), e mancanti ne' sedimenti marini attuali, dall'altra alcuni fatti a mia cognizione starebbero ad attestare l'esistenza delle forme già ben evolute e sopra indicate in carattere grassetto, in periodi ancor più antichi dell'eocene. E per dare un esempio non dedotto da mie osservazioni e quindi scevro per parte mia

---

(1) La specie esistente fin dal suessoniano sarebbe l'*Ellipsoglandulina labiata*, nella forma della *London Clay* di Piccadilly (Inghilterra) fatta conoscere da Sherborn e Chapman (1886; " Journ. R. Micr. Soc. ", ser. 2ª, vol. VI, pag. 745, tav. XIV, fig. 20 *a-b*) col nome di *Nodosaria (Glandulina) abbreviata*, Neugeboren; però la sua apertura soltanto allungata, quantunque possibile nella prima specie, non è caratteristica, e pertanto tal forma rimane dubbia.

L'*Ellipsoglandulina labiata* è però accertata nel bartoniano non solo della bassa Austria, ma anche del Piemonte (Gassino), ed in generale nell'eocene della Sicilia (Contrada Rocca presso Termini-Imerese, nella provincia di Palermo; dal materiale favoritomi dal chiar. prof. cav. Saverio Ciofalo). Nuova località di essa mi resulta pure Massa S. Giorgio presso Messina, dove trovasi nel *trubo* grigio-chiaro per me sopramiocenico, ma che l'egregio amico Luigi Seguenza, il quale me l'ha gentilmente provveduto, giudica appartenente al pliocene inferiore (*zancleano* di Giuseppe Seguenza).

Digitized by Google

da qualsiasi preconcetto, ricorderò che Beissel, sotto il nome di *Pleurostomella subnodosa*, Reuss, e nella sua preziosa opera postuma intitolata a " *Die Foraminiferen der Aachener Kreide* " (1), descrive a pag. 64 e figura ai numeri 30-38 della tav. XII una *Pleurostomella* della creta di Aix-la-Chapelle, la quale dalle sezioni (figg. 33 e 38) si dimostra sì un po' meno evoluta della *alternans*, ma ne resulta zoologicamente inseparabile. Conseguentemente, se non per tutti, almeno per alcuni dei generi in discorso si sarebbero ripetute le successioni delle relative forme in periodi geologici ben diversi, ed in altri termini esse interesserebbero più il tempo che lo spazio.

Stando così le cose, il miglior partito mi sembra quello di lasciare impregiudicata la questione, fin tanto che nuovo e sufficiente corredo di fatti non permetta d'affrontarla e risolverla come si conviene e com'è necessario, essendochè la soluzione di essa è d'importanza capitale: qualora si venisse a stabilire qual principio la possibilità di simili variazioni di forma nel tempo, certe determinazioni cronologiche (eocene compreso) fondate del tutto o prevalentemente sui Rizopodi reticolari, ne riceverebbero un ben rude colpo, perchè la presenza di determinate specie non starebbe più ad indicare con sicurezza una data epoca od età, ma solo e semplicemente un certo *habitat*, ossia un particolare ambiente di vita.

---

(1) 1891; " Abhandl. K. Preuss. geol. Landensanst. ", n. s., fasc. 3°, pag. 1-78; Atlas, tav. I-XVI.

Digitized by Google

Dante e la meteorologia.

Nota del Socio GIACINTO BERRUTI.

1. — Dante nell'VIII Canto del *Paradiso* per esprimere con quale velocità si avvicinò a lui uno stuolo di spiriti celesti dice:

> Di fredda nube non disceser venti,
> O visibili o no, tanto festini
> Che non paressero impediti e lenti
> A chi avesse quei lumi divini
> Veduto a noi venir . . . . .

2. — E così egli manifesta concisamente ma chiaramente l'opinione che nei vortici atmosferici e nelle trombe marine vi è una corrente d'aria *discendente*, mentre è noto che nell'antichità e quasi sino ai giorni nostri era prevalente l'opinione contraria.

3. — Plinio descrive la tromba marina con queste parole: " fit et caligo, belluae similis nubes dira navigantibus, vocatur " et *columna* quum spissatus humor rigensque ipse se sustinet " et in longam veluti fistulam nubes aquam trahit ".

4. — Camoens nel Canto V delle *Lusiadi* nel descrivere una tromba, di cui era stato spettatore, usa le parole: " Io " vidi formarsi sul nostro capo una nube densa, la quale per " mezzo di un lungo tubo *aspirava* le acque profonde dell'oceano ".

5. — Lo stesso concetto trovasi ripetuto in molte relazioni di naviganti sino al secolo decimonono.

Ma non mancarono fisici insigni che come Dante videro il vento discendere dalla nube.

Tra questi va annoverato l'abate Lazzaro Spallanzani che nelle " Memorie di matematica e fisica della Società italiana " (Verona, 1788, tom. IV, pag. 43) pubblicava le sue *Osservazioni sopra alcune trombe di mare formatesi sull'Adriatico il dì 23 agosto 1785.*

Delle conclusioni a cui arriva lo Spallanzani basti citare questa: " Il canal vaporoso, che chiamiamo tromba, è verosi-

Digitized by Google

" milmente generato da *vortice d'aria che entrando con violenza* " *nella nuvola* e gonfiandone la parte inferiore la penetra e " dentro il suo invoglio ne scende ora giungendo sino al mare " ora stendendosi a minore profondità „. Così egli pone l'origine del vortice al disopra della nuvola e la causa in contrari venti, che dànno insieme di cozzo e vengono rapiti in giro allorchè scendono dalla nuvola temporalesca. Se il canale vaporoso della tromba giunge sino al mare, si può dir con Dante, che i venti sono *visibili* con esso, se termina prima saranno *invisibili* nella parte inferiore non potendo il vortice terminarsi bruscamente dove termina il canal vaporoso.

6. — Le nozioni di meteorologia, che Dante possedeva, deve averle desunte dalla osservazione diretta dei fenomeni. Nè la tradizione antica, nè la scienza dei suoi tempi gliele potevano fornire. Dante adunque era un accurato osservatore.

7. — Che in relazione con tempeste e con uragani si osservino vortici atmosferici discendenti era stato detto anche prima di Spallanzani, ma ciò non era considerato come una legge costante della meteorologia (V. *Histoire naturelle de l'air et des météores* par M. l'Abbé Richard, Paris, MDCCLXX).

Solamente nel secolo scorso, dopo accuratissime osservazioni raccolte da valenti scienziati sull'andamento delle tempeste nei mari delle Indie, della China, dell'Australia e delle Americhe, si è giunti alla conclusione che tutti i vortici atmosferici dal piccolo mulinello che agita per pochi istanti la polvere delle nostre strade nelle calde giornate estive, al ciclone che attraversando l'Atlantico può venire a devastare vasti territorii in Europa, sono fenomeni della medesima specie e governati dalle stesse leggi, ossia vortici atmosferici nei quali l'aria discende dall'alto al basso.

I mulinelli si producono a poca altezza dal suolo e terminano a contatto di questo. I cicloni ed i vortici temporaleschi partono da più elevate regioni dell'atmosfera.

Oramai tutti conoscono le nuvole bianche e semitrasparenti, dette cirri, che, ad altezze di otto e più chilometri, si vedono camminare con moto apparentemente lento ed uniforme. Tutti sanno pure che queste nuvole sono formate di sottilissimi aghi di ghiaccio. Non si può dire che Dante colle parole *fredda nube* volesse alludere ai cirri, ma è certo che dalla regione dei cirri discendono venti freddi *visibili*, se nella discesa trascinano i

Digitized by Google

ghiaccioli dei cirri, che formano almeno in parte la materia prima della grandine, ed in caso contrario, *invisibili* sino a tanto che traversando una regione dell'atmosfera più bassa, umida e calda ne condensano i vapori e si protendono colla forma di cumoli o di trombe, come nel luogo citato dice essere verosimile lo Spallanzani, per l'agitarsi convulso della nube temporalesca, che Plinio paragona ai movimenti di una belva vivente.

8. — Un singolo vortice atmosferico, che discenda dalla regione dei cirri d'estate colla sua bassissima temperatura, può produrre una condensazione di vapore o nube temporalesca negli strati caldi (fra i mille ed i due mila metri di altezza) portarvi aria e ghiaccioli dei cirri ad un potenziale elettrico diverso che darà luogo ad una o più scariche elettriche, formare coi ghiaccioli e con l'acqua della nuova nube dei grani di grandine e della pioggia e poi spingersi esso sino a terra come tromba o come colpo di vento.

Non mancano esempi di giornate estive, in cui nelle ore più calde si forma una nube, scoppia un fulmine, cade qualche goccia di pioggia e qualche chicco di grandine e tutto finisce con un breve colpo di vento. In simili casi bisogna dire che vi fu un singolo vortice atmosferico.

Generalmente però i temporali estivi sono prodotti da molti vortici, che si succedono con una certa rapidità; cessati i vortici cessa anche il temporale, le nubi temporalesche si dileguano e nella parte superiore dell'atmosfera si tornano a vedere i cirri superstiti.

Le trombe marine osservate dallo Spallanzani nel temporale del 23 agosto 1785 furono parecchie, ed è probabile che molto più numerosi siano stati i vortici che penetrarono dall'alto nella nube temporalesca senza protendersi al basso in forma di tromba.

9. — Lo Spallanzani pone la causa dei vortici in contrarii venti, che dànno insieme di cozzo. E quest'opinione molto più antica dello Spallanzani si è mantenuta sino ai giorni nostri. L'abbate Richard nell'opera citata (tom. VI, pag. 435) scriveva: " Il en est des ouragans comme des gouffres sur les fleuves; " ceux-ci ne sont que des tournoiements d'eau produits par des " courants opposés..... Les autres sont des tournoiements d'air " produits par des vents contraires ".

Digitized by Google

L'illustre astronomo francese Faye, che studiò profondamente le *leggi* delle tempeste per farne la base della sua Teoria delle macchie solari, in una lettera del 26 aprile 1881 (V. DIAMILLA MÜLLER, *Le leggi delle Tempeste,* Torino, 1887) scrive: "L'origine de ces gyrations, petites ou grandes, se trouve en "haut, dans les courants supérieures de l'atmosphère. Ils y "naissent, comme les tourbillons de même forme dans nos ri- "vières, de la simple différence des vitesses des filets contigus "qui constituent le courant „.

10. — Però la supposta identità dei vortici atmosferici e dei vortici d'acqua non vale a spiegare nè perchè le tempeste frequenti d'estate siano rarissime d'inverno, malgrado la persistenza delle correnti elevate, nè perchè non succedano nei mari, dove pur ci sono correnti d'acqua, uragani d'acqua paragonabili, nel modo repentino di prodursi e nello espandersi, agli uragani atmosferici, ma indipendenti da questi.

11. — A mio parere la spiegazione di questo va cercata nel fatto, che nell'atmosfera e non nell'acqua dei mari si può formare (meglio d'estate che d'inverno) uno stato di *equilibrio instabile* con una grande quantità di energia disponibile, che si convertirà in forza viva se l'equilibrio si rompe.

Una massa liquida in riposo è in equilibrio stabile rispetto alla gravità purchè la sua densità non vada crescendo dal basso all'alto. La stessa condizione non basta per l'equilibrio stabile di una massa gazosa. Così una regione dell'atmosfera in calma perfetta può trovarsi in equilibrio instabile quand'anche la densità dell'aria dal basso all'alto vada diminuendo.

Difatti supponiamo che si possa isolare nell'atmosfera una massa d'aria p. es. un chilogrammo in un involucro o palloncino, che si possa allargare o restringere senza resistenza in modo, che la pressione dell'aria interna sia sempre eguale a quella dell'aria esterna circostante e poi supponiamo di spostare questo palloncino lungo la verticale.

La regione in cui esso si sposta sarà in equilibrio stabile se per qualunque piccolo spostamento il palloncino tenderà a ritornare all'altezza di prima, sarà invece in equilibrio instabile se abbassato tenderà ad abbassarsi ancora, ed elevato ad elevarsi.

12. — Può succedere ancora che il palloncino spostato verticalmente non tenda a ritornare al luogo primitivo e neppure ad

Digitized by Google

allontanarsene maggiormente. Questo caso corrisponde allo stato di equilibrio indifferente e si verifica quando collo spostamento del palloncino l'aria interna dilatandosi o comprimendosi prende all'istante non solo la pressione ma anche la temperatura di quella che la circonda. In questo caso l'eguaglianza di temperatura fra l'esterno e l'interno del palloncino essendo permanente, l'aria interna non potrà perdere nè ricevere calore da quella esterna e perciò saranno adiabatiche le variazioni di temperatura che subirà per compressione o per dilatazione quando il palloncino si abbassa o si eleva nell'atmosfera, ed alla stessa legge adiabatica corrisponderà la scala delle temperature della atmosfera lungo la verticale.

In conclusione, l'atmosfera si trova in equilibrio indifferente nelle regioni in cui la temperatura varia adiabaticamente secondo l'altezza, in equilibrio stabile dove col crescere dell'altezza la temperatura diminuisce *meno* rapidamente, ed in equilibrio instabile dove diminuisce *più* rapidamente dell'adiabatica.

La scala adiabatica corrisponde presso a poco alla diminuzione di un grado centesimale ogni 101 metri di maggiore altezza, ossia gradi 0°,99 ogni 100 metri (1).

La più grande diminuzione di temperatura per 100 metri

---

(1) *Nota dell'Autore.* — Essendo $k = 0{,}2375$ il calorico specifico dell'aria a pressione costante e 425 l'equivalente dinamico del calore, se si dice p la pressione in chilogr. per metro quadrato dell'aria ad un'altezza h sul livello del mare, dove sia v il suo volume specifico e t la temperatura assoluta, sarà $\frac{dh}{v}$ il peso per metro quadrato di uno strato d'aria dello spessore dh e questo peso sarà eguale al corrispondente differenziale dp della pressione, onde si avrà:

$$dp = -\frac{dh}{v} \qquad \text{ossia} \qquad vdp = -dh.$$

Portando questo valore di vdp nell'equazione adiabatica:

$$k\,.\,dt = \frac{1}{425}\,.\,vdp$$

si ottiene:

$$k\,.\,dt = -\frac{dh}{425}$$

ossia:

$$\frac{dt}{dh} = -\frac{1}{425\,.\,k} = -\frac{0{,}99}{100}.$$

Digitized by Google

di altezza fu trovata da Teisserenc de Bort, coi palloni-sonda, di gradi 0°,95 fra i 7 ed i 9 chilometri di altezza, e dall'astronomo inglese Glaisher, nelle sue ardite ascensioni di gradi 0°,984.

Dunque l'atmosfera è in equilibrio instabile e gli strati contigui tendono ad invertirsi in tutti i punti in cui il rapporto fra la diminuzione di temperatura ed il corrispondente aumento di altezza (in centinaia di metri) è maggiore di 0,99.

13. — Questo stato di cose si verifica più facilmente di estate che d'inverno, perchè d'estate, per effetto del riverbero del suolo, è più forte l'aumento di temperatura negli strati bassi dell'atmosfera, che negli strati elevati, e così si spiega la maggior frequenza dei temporali nella stagione estiva.

Se l'equilibrio instabile si rompe, succede necessariamente una inversione di strati. I vortici discendenti rappresentano una parte di questo fenomeno di inversione, e, precisamente, quella che può portare il più grande scompiglio negli strati bassi dell'atmosfera.

Tutte le differenze poi, che si verificano tra temporale e temporale, tra ciclone e ciclone, ecc., dipendono dal grado di instabilità, dalla forma e dall'estensione della regione dell'equilibrio instabile, che esisteva prima del fenomeno.

14. — Si è osservato che alcune grandi battaglie, come quelle di Solferino e di S. Martino, furono, sul finire, accompagnate da fortissima pioggia e vento. È probabile che ciò sia dovuto alla rottura di un equilibrio instabile preesistente nell'atmosfera prodotta dagli spari delle artiglierie.

Ciò essendo, è anche probabile che lo sparo dei cannoni grandinifughi possa bastare in certi casi a rompere e far sparire uno stato di equilibrio instabile nell'atmosfera. E ciò potrà essere praticamente utile se lo squilibrio viene distrutto nel suo periodo di formazione, prima cioè che abbia assunto tali proporzioni da non potersi risolvere senza pericoli dipendenti dalla energia accumulata, che dovrà trasformarsi in forza viva.

Digitized by Google

Sopra le serie di funzioni analitiche.

Nota di GIUSEPPE VITALI.

Nella presente nota mi occupo ancora, come in altre due precedenti (*), della convergenza delle serie di funzioni analitiche. Alcuni recenti teoremi (**) in proposito dànno delle condizioni sufficienti perchè una serie di funzioni analitiche converga verso una funzione analitica, ma queste condizioni traggono con sè la convergenza in ugual grado. Certamente questi teoremi hanno il grande vantaggio di sostituire alla verifica della convergenza in ugual grado quella di condizioni molto più semplici, ma ciò nondimeno essi non ci fanno conoscere altre classi di serie convergenti verso funzioni analitiche oltre quelle che si conoscono in virtù del celebre teorema di Weierstrass.

Una gran luce sulle serie di funzioni analitiche è gettata da un teorema dell'Osgood (***) di cui ho data io pure la dimostrazione nella mia seconda nota su questo argomento. Questo teorema dice:

Se una serie di funzioni analitiche converge in un campo C *del piano complesso, esistono dei campi connessi tutto al più formanti un gruppo numerabile in ciascuno dei quali la serie converge in ugual grado e tali che un punto qualsiasi di* C *o cade dentro ad uno di essi o è punto limite di punti interni a tali campi.*

(*) G. VITALI, *Sopra le serie di funzioni analitiche*, " Rendiconti del R. Istituto Lombardo ", 1903. — ID., id., " Annali di Matematica ", 1904.

(**) STIELTYES, " Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse ", v. VIII, 1894. — OSGOOD, *Note on the functions*, ecc., " Annals of Mathematics ", Second Series, vol. III, n. 1, October 1901. — ARZELÀ, *Sulle serie di funzioni analitiche*, " Rend. della R. Acc. delle Scienze di Bologna ", 1903. — SEVERINI, Id., Foggia, Stab. Tipo-Litogr. De Nido Francesco Paolo, 1903, e Id., " Rendic. della R. Accademia dei Lincei ", vol. VIII, 2° sem., serie 5ª, fasc. 3°, 1903. — VITALI, l. c.

(***) Loc. cit., Teor. II.

Digitized by Google

Ma un vero passo in avanti nel senso di scoprire nuove serie di funzioni analitiche che convergono verso funzioni analitiche, senza che le medesime convergano in ugual grado (messi da parte gli esempi particolari che scaturiscono dalle considerazioni di Runge (*)) è stato fatto dall'Arzelà nella sua memoria: *Sulle serie di funzioni* (**) col teorema che dice:

Se la serie di funzioni analitiche

$$w_1(z) + w_2(z) + \dots w_n(z) + \dots \qquad 1)$$

ha la convergenza uniforme a strati in un campo connesso C, *e se anche la serie delle derivate ha pure la convergenza uniforme a strati, e se inoltre sopra ogni retta* $x = cost$ *e sopra ogni retta* $y = cost$ *è numerabile o finito il gruppo di punti nel cui intorno al crescere di* n $\left|\sum_1^n \frac{\partial w_i}{\partial z}\right|$ *cessa di essere sempre inferiore ad un numero finito, la serie 1) converge verso una funzione analitica.*

La classe di serie contemplata in questo teorema è effettivamente più vasta della classe di serie convergenti in ugual grado. Si potrebbero costruire degli esempi basandoci sui lavori citati di Runge. È però fuori dubbio che la convergenza uniforme a strati che si richiede in questo teorema per la serie delle derivate è una condizione molto restrittiva e non strettamente necessaria. In questa nota io semplicizzerò questo teorema cercando di eliminare tale condizione ed infine darò un teorema ancora più generale sul medesimo argomento.

§ **1.** — Credo utile premettere alcune denominazioni.

Nel teorema citato di Osgood è detto che se una serie di funzioni analitiche converge in un campo C esistono dei campi parziali dentro cui la serie converge in ugual grado. Se C_0 è un tale campo può darsi che esso sia contenuto in un campo maggiore C_1 in cui la serie converge ancora in ugual grado, ossia può darsi che il campo C_0 si possa ampliare. Fatto l'ampliamento massimo possibile si avrà un campo $\overline{C_0}$ tale che in un qualsiasi

(*) " Acta Math. ", t. VI.

(**) " R. Acc. delle Scienze di Bologna ", 1900, v. Parte II, § 18.

Digitized by Google

campo interno a $\overline{C_0}$ la serie converge in uguale grado e che in nessun campo che abbia una sola porzione comune con $\overline{C_0}$ la serie possa convergere in ugual grado. Noi chiameremo un campo come $\overline{C_0}$ col nome di *campo di Osgood.*

I punti interni a C si dividono poi in due categorie: punti in un intorno conveniente dei quali la serie converge in ugual grado e punti in qualunque intorno dei quali la serie non converge mai in ugual grado.

I punti della prima categoria noi li chiameremo *punti di convergenza uniforme* e gli altri *punti di convergenza singolare.*

Tutti i punti interni ai campi di Osgood sono punti di convergenza uniforme, tutti i punti interni a C appartenenti ai contorni dei campi di Osgood ed infine tutti i punti limiti di tali punti sono punti di convergenza singolare.

§ 2. — Una serie di funzioni analitiche

$$w_1(z) + w_2(z) + \dots + w_n(z) \dots \tag{1}$$

che converga in un campo connesso C verso una funzione analitica $F(z)$ deve avere necessariamente in C la convergenza uniforme a strati. Inoltre la serie delle derivate converge in tutti i punti di convergenza uniforme verso la derivata di $F(z)$, ma nei punti di convergenza singolare può non convergere. Può darsi adunque che la serie delle derivate non abbia la convergenza uniforme a strati. Essa però deve essere tale che, assegnandole convenienti valori $\left(\text{i valori di } \frac{dF(z)}{dz}\right)$ nei punti di convergenza singolare, definisca una funzione continua. Esiste adunque una funzione continua in tutto il campo verso la quale la serie delle derivate converge nei punti di convergenza uniforme.

§ 3. — Lemma. *Se* C *è un campo connesso ed* l *una linea che lo spezza in due parti* C_1 *e* C_2, *se inoltre* l *si può spezzare in un numero finito di parti in cui la tangente sia continua e non assuma mai una certa direzione, se infine* φ *è una funzione finita e continua di ogni punto di* C *ed analitica in ciascuna delle parti* C_1 *e* C_2, *la* φ *è funzione analitica in tutto* C.

Per la dimostrazione basterà supporre che la tangente di l sia continua e che non assuma mai la direzione dell'asse delle x.

Digitized by Google

In tali ipotesi se ϵ è una quantità reale positiva e se $\bar{z}$ indica un punto generico di l, i punti $\bar{z}+\epsilon$ determineranno una nuova linea l_1 che cadrà tutta da una medesima banda di l, per es. dalla banda di C_1. Siano $\bar{z}_1$ e $\bar{z}_2$ due punti di l tali che quando si prende ϵ abbastanza piccolo il tratto $\bar{l}_1$ della linea l_1 compreso fra $\bar{z}_1+\epsilon$ e $\bar{z}_2+\epsilon$ cada completamente dentro C_1. Indichiamo con $\bar{l}$ la porzione di l compresa fra $\bar{z}_1$ e $\bar{z}_2$. Sia L_1 una linea che va da $\bar{z}_1+\epsilon$ a $\bar{z}_2+\epsilon$ restando dentro C_1 senza traversare $\bar{l}_1$. Indichiamo con Γ_1 la porzione di C_1 compresa fra L_1, ed $\bar{l}_1$. Se z_1 è un punto di Γ_1 sarà:

$$\varphi(z_1)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_1+\bar{l}_1}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz$$

Ma noi possiamo prendere ϵ così piccolo che per ogni $\bar{z}$ quando z_1 è abbastanza lontano da l sia:

$$\left|\frac{\varphi(\bar{z}+\epsilon)}{\bar{z}+\epsilon-z_1}-\frac{\varphi(\bar{z})}{\bar{z}-z_1}\right|<\sigma,$$

σ essendo una quantità piccola a piacere, inoltre è:

$$dz=d(z+\epsilon),$$

dunque:

$$\int_{\bar{l}_1}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz=\int_{\bar{l}}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz+\theta\sigma l,$$

dove $|\theta|\leq 1$, e perciò:

$$\varphi(z_1)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_1+l}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz+\frac{\theta\sigma l}{2\pi i}.$$

Se indichiamo con $\bar{L}_1$ la linea che si ottiene aggiungendo ad L_1 i segmenti di retta che vanno da $\bar{z}_1$ a $\bar{z}_1+\epsilon$ e da $\bar{z}_2$ a $\bar{z}_2+\epsilon$, sarà:

$$\varphi(z_1)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L_1+\bar{l}}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz+\frac{\theta\sigma l}{2\pi i}+\frac{\theta_1\epsilon M}{2\pi i},$$

dove $|\theta_1|\leq 1$ ed M è il massimo modulo di $\frac{\varphi(z)}{z-z_1}$. Ma σ ed ϵ sono piccoli a piacere e perciò:

$$\varphi(z_1)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\bar{L}_1+\bar{l}}\frac{\varphi(z)}{z-z_1}\,dz.$$

Digitized by Google

I punti $\bar{z}_1$ e $\bar{z}_2$ si possono prendere vicini quanto si vuole agli estremi di l e quindi se L_1 è una linea qualunque interna a C_1 che congiunge i due estremi di l, ho per ogni punto compreso fra L_1 ed l:

$$\varphi(z_1) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1+l} \frac{\varphi(z)}{z-z_1}\, dz.$$

Analogamente se L_2 è una linea qualunque interna a C_2 che vada agli estremi di l e se z_2 è un punto compreso fra L_2 ed l, ho:

$$\varphi(z_2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2+l} \frac{\varphi(z)}{z-z_2}\, dz.$$

È poi:

$$\int_{L_1+l} \frac{\varphi(z)}{z-z_2}\, dz = 0,$$

ed

$$\int_{L_2+l} \frac{\varphi(z)}{z-z_1}\, dz = 0,$$

e quindi osservando che gli integrali:

$$\int_{L_2+l} \quad \text{ed} \quad \int_{L_1+l}$$

percorrono l in senso contrario:

$$\varphi(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1+L_2} \frac{\varphi(z)}{z-z_0}\, dz,$$

dove z_0 può essere un punto z_1 o z_2 ad arbitrio.

Questa formula dimostra che $\varphi(z)$ è analitica in tutto C (*).

§ **4.** — Il teorema precedente porta subito a concludere che *se una serie di funzioni analitiche ha la convergenza uniforme a strati in un campo connesso* C *e se i punti di convergenza singolare costituiscono una linea* l *che si possa spezzare in un numero finito di parti in cui la tangente sia continua e non assuma mai una certa direzione, la serie converge verso una funzione analitica.*

Invero la funzione verso cui converge si trova nella condizione della $\varphi(z)$ nel § precedente.

(*) Sopra questo soggetto hanno scritto anche Goursat, a. 1884 e Pringsheim, a. 1901.

Digitized by Google

Più in generale può accadere che la serie, che noi supponiamo avere la convergenza uniforme a strati in un campo connesso C, ammetta in questo campo infiniti campi di Osgood. Supponiamo per es. che i punti di convergenza singolare si trovino sopra un'infinità numerabile di rette parallele $\}r\{$. La funzione φ verso cui converge la serie è ancora analitica in tutto il campo C. Invero per quanto è detto precedentemente la φ è analitica attraverso a qualsiasi retta isolata del gruppo $\}r\{$, quindi è analitica anche attraverso a qualsiasi retta isolata del gruppo rimanente e così via di seguito, e quindi poichè il gruppo r è numerabile la φ è analitica in tutto C.

Ho supposto per semplicità che i punti di convergenza singolare si trovino sopra una infinità numerabile di rette parallele, ma si poteva addirittura supporre che essi fossero invece sopra un'infinità numerabile di linee, ciascuna spezzabile in un numero finito di parti a tangente continua e non assumente mai una certa direzione, tali che quando un sottogruppo infinito di esse ammette un punto limite qualsiasi P, ammetta per limite tutta la linea che passa per P, e tali inoltre che esista una linea l che le incontri tutte in un sol punto.

Qui abbiamo innumerevoli casi in cui tutte le rette $x=\text{cost}$ e $y=\text{cost}$ contengono un solo gruppo numerabile di punti di convergenza singolare come si richiede nel teorema citato dell'Arzelà, ma non è necessario di verificare se la serie delle derivate ha la convergenza uniforme a strati per concludere che la serie data converge verso una funzione analitica. Possiamo anzi dire che in questi casi non è necessario affatto di considerare la serie delle derivate.

§ 5. — Non è detto che tutti i casi presentati dal teorema dell'Arzelà debbano cadere necessariamente fra quelli or ora considerati, nei quali le condizioni sui punti di convergenza singolare non sono proprio le stesse che figurano nel teorema di Arzelà. Però il teorema di Arzelà resterebbe completamente valido quando anche si sostituisse alla convergenza uniforme a strati della serie delle derivate la condizione che esista una funzione continua in tutto il campo, verso cui converga la serie delle derivate nei punti di convergenza uniforme.

Digitized by Google

Precisamente si avrà che:

Se la serie di funzioni analitiche

$$w_1(z) + w_2(z) + \dots w_n(z) + \dots$$

ha la convergenza uniforme a strati in un campo connesso C *e se inoltre sopra ogni retta* x = *cost e* y = *cost è numerabile o finito il gruppo di punti di convergenza singolare, allora affinchè la serie converga verso una funzione analitica è necessario e sufficiente che esista una funzione* Ω(z) *continua in tutto il campo verso la quale la serie delle derivate converga nei punti di convergenza uniforme.*

La necessità di questa condizione è dimostrata al § 2; la sufficienza risulta invece dalle stesse considerazioni dell'Arzelà quando invece della funzione $\sum_1^\infty \frac{dw_n(z)}{dz}$ (che nel nostro caso può non essere determinata nei punti di convergenza singolare) si ponga in campo la funzione $\Omega(z)$.

§ **6**. — Ora io passo a dimostrare un teorema più ampio. Consideriamo al solito una serie di funzioni analitiche:

$$w_1(z) + w_2(z) + \dots + w_n(z) \dots$$

avente la convergenza uniforme a strati in un campo connesso C, o meglio ancora, consideriamo la successione delle somme:

$$s_m(z) = \sum_{n=1}^{m} w_n(z) \qquad (m = 1, 2, \dots, n, \dots).$$

Sia $s_\infty(z)$ la funzione continua verso cui converge la successione delle $s_m(z)$. Supponiamo poi che sopra ogni retta $x =$ cost ed $y =$ cost sia rinchiudibile il gruppo di punti di convergenza singolare. Supponiamo infine che esista una funzione $\Omega(z)$ continua in tutto C verso cui converga la serie delle derivate nei punti di convergenza uniforme.

Sia l una linea chiusa formata da un numero finito di segmenti di rette $x =$ cost ed $y =$ cost.

È certo:

$$\int_l \frac{ds_m(z)}{dz} = 0$$

qualunque sia m.

Digitized by Google

Sia ϵ una quantità positiva piccola a piacere e dividiamo l in parti di ampiezza δ così piccola che la somma delle parti in cui cadono punti di convergenza singolare sia minore di ϵ. Indichiamo con $\bar{\delta}$ queste parti e con $\bar{\bar{\delta}}$ le rimanenti.

È dunque:

$$\sum \int_{\bar{\delta}} \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz + \sum \int_{\bar{\bar{\delta}}} \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz = 0.$$

Ora in virtù della convergenza uniforme della serie delle derivate dentro i campi di Osgood è:

$$\lim_{m=\infty} \int_{\bar{\bar{\delta}}} \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz = \int_{\bar{\bar{\delta}}} \Omega(z)dz.$$

Poi è:

$$\left| \sum \int_{\bar{\delta}} \Omega(z)dz \right| < \epsilon M,$$

dove M indica il massimo modulo di $\Omega(z)$; dunque:

$$\int_l \Omega(z)dz = \lim_{m=\infty} \int_{\bar{\bar{\delta}}} \frac{ds_m(z)dz}{dz} + \theta\epsilon M,$$

dove $|\theta| < 1$.

Infine indicando con z_0 e z_1 i due estremi di un tratto qualsiasi $\bar{\delta}$, è:

$$\int_{\bar{\delta}} \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz = s_m(z_1) - s_m(z_0)$$

e quindi:

$$\lim_{m=\infty} \int_{\bar{\delta}} \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz = s_\infty(z_1) - s_\infty(z_0)$$

e perciò:

$$\int_l \Omega(z)dz = \lim_{m=\infty} \int_l \frac{ds_m(z)}{dz}\, dz + \theta\epsilon M - \sum \Big(s_\infty(z_1) - s_\infty(z_0) \Big) \cdot$$

Supponiamo ora che la funzione $s_\infty(z)$ abbia in tutto C i suoi

Digitized by Google

rapporti incrementali tutti minori in valore assoluto di una quantità finita N. Sarà:

$$\left|\sum\left\{s_\infty(z_1)-s_\infty(z_0)\right\}\right|=\left|\sum\left(\frac{s_\infty(z_1)-s_\infty(z_0)}{z_1-z_0}\right)(z_1-z_0)\right|$$
$$\leq\Sigma N\bar{\delta}\leq N\Sigma\bar{\delta}\leq N\epsilon.$$

Adunque:

$$\int_l\Omega(z)dz=\lim_{m=\infty}\int_l\frac{ds_m(z)}{dz}dz+\theta\epsilon M+\theta_1\epsilon N,$$

dove $|\theta_1|\leq 1$.

Ma

$$\lim_{m=\infty}\int\frac{ds_m(z)}{dz}dz=0$$

ed ϵ è piccolo a piacere, dunque:

$$\int_l\Omega(z)dz=0.$$

Segue adunque dal complesso delle condizioni supposte che:

$$\int_l\Omega(z)dz=0$$

qualunque sia la linea chiusa l formata da un numero finito di pezzi di rette $x=$ cost ed $y=$ cost. Allora ho che se z_0 e z sono due punti qualsiasi di C l'integrale:

$$\int_{z_0}^{z}\Omega(z)dz$$

calcolato lungo una linea composta da un numero finito di tratti di rette $x=$ cost ed $y=$ cost ha un valore determinato indipendente dal cammino di integrazione. Col variare di z detto integrale determina una funzione continua e monodroma $\sigma(z)$ che ammette in ogni punto di C la derivata rispetto ad x e rispetto ad y ed in ogni punto è:

$$\frac{d\sigma}{dx}=\frac{1}{i}\frac{d\sigma}{dy}.$$

La $\sigma(z)$ è dunque una funzione analitica in tutto C ed ha precisamente per derivata la funzione $\Omega(z)$ che sarà pure analitica.

Digitized by Google

Sia C_0 un campo di Osgood. Dentro C_0 è:

$$\frac{ds_\infty(z)}{dz} = \Omega(z)$$

ed anche:

$$\frac{d\sigma_\infty(z)}{dz} = \Omega(z)$$

quindi dentro C_0 la $\sigma(z)$ differisce da $s_\infty(z)$ tutto al più per una costante K_0 che può anche essere nulla.

La funzione:

$$D(z) = \sigma(z) - s_\infty(z)$$

è dunque una funzione continua in tutto C, e costante dentro ciascun campo di Osgood. Ora io voglio dimostrare che essa è costante in tutto il campo C. A tal fine io considero una retta $x =$ cost e dimostro che su questa retta la differenza $D(z)$ è costante. Analogamente allora andrà la cosa sopra una retta $y =$ cost e quindi la predetta differenza sarà costante su tutto C.

Se sulla retta $x =$ cost che io considero la $D(z)$ non è costante, non sarà costante nemmeno $|D(z)|$. Sia z_0 e z_1 due punti di tale retta in cui $|D(z)|$ assume valori differenti. Dividiamo il segmento compreso fra z_0 e z_1 in parti δ tali che la somma di quelli in cui cadono punti di convergenza singolare sia minore di ϵ.

Se $\bar{z}_0$ e $\bar{z}_1$ indicano gli estremi di un medesimo tratto δ è:

$$\Sigma \{ |D(\bar{z}_1)| - |D(\bar{z}_0)| \} = |D(z_1)| - |D(z_0)| \tag{1}$$

dove la sommatoria è estesa a tutti i tratti δ. Ma nei tratti δ che non contengono punti di convergenza singolare la $D(z)$ è costante e quindi il termine corrispondente della sommatoria nullo, quindi la relazione (1) vale anche se la sommatoria si suppone solo estesa ai tratti $\bar{\delta}$ in cui cadono punti di convergenza singolare.

Ora per ipotesi $s_\infty(z)$ ha rapporti incrementali tutti in valore assoluto minori di N ed anche $\sigma(z)$ ha per la sua natura di funzione analitica tutti i suoi rapporti incrementali minori in valore assoluto di una medesima quantità finita. Lo stesso ac-

Digitized by Google

cadrà adunque di $D(z)$ e di $|D(z)|$. Allora se Q è una quantità maggiore di tutti i rapporti incrementali di $|D(z)|$ è:

$$\left|\Sigma\{|D(\bar{z}_1)| - |D(\bar{z}_0)|\}\right| < \Sigma Q\bar{\delta} \leq Q\epsilon\,,$$

e quindi:

$$\left||D(z_1)| - |D(z_0)|\right| \leq Q\epsilon,$$

ma ϵ è piccolo a piacere e quindi:

$$|D(z_1)| = |D(z_0)|$$

e ciò contro l'ipotesi. Dunque $D(z)$ è costante. Perciò:

$$s_\infty(z) = \sigma(z) + \text{cost}$$

ossia $s_\infty(z)$ è funzione analitica in tutto C.

Abbiamo adunque il teorema:

Se una serie di funzioni analitiche ha la convergenza uniforme a strati in un campo connesso C *e se inoltre sopra ogni retta* x = *cost e* y = *cost è rinchiudibile il gruppo dei punti di convergenza singolare, allora affinchè la serie converga verso una funzione analitica è necessario e sufficiente che esista una funzione continua* Ω(z) *verso cui la serie delle derivate converga nei punti di convergenza uniforme e che in ogni campo interno a* C *i rapporti incrementali della funzione verso cui converge la serie restino in valore assoluto tutti minori di una quantità finita fissa.*

Bologna, Settembre 1903.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 29 Novembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Boselli, Vice Presidente dell'Accademia, Rossi, Manno, Pezzi, Cipolla, Carutti, Pizzi, Chironi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier Segretario. — Scusano l'assenza i Soci Carle e Brusa.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 21 giugno 1903.

Il Presidente dà il benvenuto al Socio barone Carutti di Cantogno, il quale avendo ora la sua abituale dimora in Torino, ha chiesto di essere di nuovo inscritto fra i residenti. Il Presidente notifica che a norma dell'art. 24 dello Statuto accademico, egli seguirà nell'anzianità il Socio Fileti dell'altra Classe. Il Socio Carutti risponde con gentili parole di ringraziamento al saluto del Presidente.

Quindi il Presidente, comunicati gli estratti del R. Decreto 8 luglio 1903, con cui furono approvate le elezioni a Soci residenti dei professori Gaetano De Sanctis e Francesco Ruffini, presenta i nuovi Soci alla Classe. — Partecipa dipoi le lettere

Digitized by Google

dei signori Biadego, Boffito, Bonfante, Cian, Fr. D'Ovidio, Gloria, Masci, Novati, Porena, Vittorio Rossi, che ringraziano per le loro nomine a Soci corrispondenti.

La Classe viene dal Presidente informata del decesso del Socio straniero Teodoro Mommsen, avvenuto a Charlottenburg il 1° novembre p. pass. La Presidenza mandò una lettera di condoglianza alla famiglia dell'insigne storico e telegrafò al Socio straniero prof. Tobler di rappresentare l'Accademia ai funerali. Il Tobler adempì gentilmente all'incarico ed in nome dell'Accademia nostra depose sul feretro una corona recante sul nastro i colori italiani. Al Socio De Sanctis è dato l'incarico di commemorare l'illustre defunto.

Il Presidente dà relazione della cerimonia compiutasi quest'oggi alla Scuola degli Ingegneri, in onore del rimpianto Socio e Presidente Alfonso Cossa, alla cui memoria fu inaugurato un busto. Il Socio Boselli elogia il Socio D'Ovidio per l'affettuoso e felice discorso tenuto in questa occasione e gli porge i ringraziamenti dell'intera Classe, di cui si fa interprete.

D'ufficio sono presentate le seguenti pubblicazioni:

1° *Miscellanea di studi critici edita in onore di Arturo Graf*, Bergamo, 1903, dono del Socio Graf;

2° Rodolfo Dareste, *Les anciennes coutumes albanaises*, Paris, 1903, dono dell'autore Socio straniero;

3° Fedele Lampertico, *Bilanci generali della Repubblica di Venezia dal 1736 al 1755*, volumi II e III della seconda Serie, Venezia, 1903, dono dell'autore Socio corrispondente;

4° *Relazioni e discorsi di Carlo Negroni al Consiglio comunale di Novara*, Parte prima, Novara 1903, dono della Commissione amministrativa della biblioteca Negroni in Novara;

5° Roberto Paribene, *Lavori eseguiti dalla Missione archeologica italiana nel palazzo e nella necropoli di Haghia Triada dal 23 febbraio al 15 luglio 1903*, dono del Socio corrispondente

Digitized by Google

Luigi PIGORINI, Presidente della Scuola d'Archeologia dell'Università di Roma;

6° Luigi PIGORINI, *Le più antiche civiltà dell'Italia,* Roma, 1903, dono dell'autore;

7° DEL LUNGO e PRUNAS, *Dal primo esilio, lettere prime (1834) di N. Tommaseo a Gino Capponi,* Zara, 1903, dono del Socio corrispondente Isidoro DEL LUNGO;

8° Ulisse CHEVALIER, *Ordinaire et coutumier de l'église cathédrale de Bayeux,* Paris, 1902, dono dell'autore Socio corrispondente. E di lui pure due opuscoli ed il volume commemorativo: *L'œuvre scientifique de Ulisse Chevalier, souvenir de ses amis pour l'achèvement du Répertoire des sources historiques du moyen âge,* Valence, 1903;

9° Cinque opuscoli d'argomento geografico del Socio corrispondente Filippo PORENA, dono dell'autore;

10° Giuseppe BIADEGO, *Cortesia Serego e il matrimonio di Lucia della Scala,* Verona, 1903, dono dell'autore Socio corrispondente.

Il Socio CHIRONI presenta con parole d'elogio l'opuscolo del prof. Raffaele COGNETTI DE MARTIIS, *La giurisdizione del lavoro nel sistema delle leggi,* Torino, 1903.

Il Socio MANNO fa omaggio di un volume di Michele PINNA, *Indice dei documenti cagliaritani del R. Archivio di Stato dal 1323 al 1720,* Cagliari, 1903.

Per l'inserzione negli *Atti* sono presentate le seguenti note:

1° dal Socio MANNO, uno scritto del prof. Alessandro COLOMBO, *Una nuova vita della contessa Matilde*;

2° dal Socio CIPOLLA, un suo scritto intitolato: *L'abbozzo del trattato conchiuso nel 1167 tra il comune di Piacenza e i Malaspina*;

3° dal medesimo Socio CIPOLLA, una breve indagine del prof. Agostino ROSSI, recante il titolo: *Alcune osservazioni intorno all' " Historia sicula " del Malaterra.*

Digitized by Google

Il Socio Renier offre per le *Memorie* accademiche una monografia del Dr. Arnaldo Segarizzi, *Lauro Quirini umanista veneziano del sec. XV*. — Il Presidente designa a riferirne i Soci Cipolla e Renier.

In seduta privata il Presidente comunica una lettera del Socio Ferrero, Direttore della Classe, colla quale rassegna le dimissioni da membro della Giunta per il premio Vallauri.

Quindi la Classe nomina il Socio Francesco Rossi quale delegato della medesima presso il Consiglio Amministrativo dell'Accademia.

Digitized by Google

LETTURE

Una nuova " Vita " della contessa Matilde.

Nota del Prof. Dott. ALESSANDRO COLOMBO.

In un cod. ms. della Biblioteca Roncalli di Vigevano, anticamente segnato col n° 424 (1), si trova, inserta per così dire nella " Cronica di Parma dal 1034 al 1339 ", una notevole *Jstoria abreuiata de Ortu et progenie Comitisse Matildis* (ff. 141-5) (2). Essa non è punto una copia o, quanto meno, una derivazione immediata della *Vita Comitissae Mathildis* scritta in prosa da *Anonimo*, estratta da un cod. lucchese e pubblicata prima dal Leibnitz (3) e poi dal Muratori (4): il lettore potrà facilmente persuadersene, mettendo a confronto l'ediz. muratoriana con la nostra. E nemmeno appare una figliazione delle altre *vite matildiche*, di cui l'illustre prevosto della Pomposa riportò, con alcuni frammenti, i titoli di tre (5), e più tardi il Bethmann diede, in ordine cronologico, il completo elenco (6). È bensì vero che la *vita* esistente nel cod., che noi chiameremo *parmense*, al pari delle altre finora note, trae le sue origini dal poema di Donizone e ne è quasi il compendio in prosa; ma la parte mag-

(1) Di questo cod. già parlò il prof. Flaminio Pellegrini, nel V vol. della notevole raccolta del prof. Mazzatinti, *Inventarii de' Manoscritti delle Biblioteche d'Italia*. E noi pure ne abbiamo discorso, in nota a un nostro lavoro edito nel vol. V (1900) del " Bollet. Stor.-Bibl. Subalpino ", 304, dal titolo: *Un contributo alla storia di Facino Cane*.

(2) Tale istoria si trova accennata, oltre che nel sommario del cod. predetto dato dal Pellegrini, dal comm. Vittorio Fiorini, in *Comunicazione al Congresso Internazionale di Scienze Storiche* (Roma, 2-9 aprile 1903) — *Dei lavori preparatorii alla nuova edizione de' R. I. S.*, p. 6.

(3) G. G. Leibnitz, *Script. Rer. Brunsv.*, I, 689.

(4) L. A. Muratori, *Rer. It. Script.*, V, 389-397.

(5) *R. I. S.*, V, 338-9. Sono precisamente il cod. reggiano e i codd. 1° e 2° della Biblioteca Estense.

(6) L. G. Bethmann, in *Mon. Germ. Hist.* edit. dal Pertz, XIV (SS. XII), 350. Sono in numero di sette: il *Polironese* (il *Lucch.* ed. dal L. e dal M.), il *Veronese*, il *Reggiano*, il *Mantovano*, l'*Estense 1°*, l'*Estense 2°*, l'*Estense 3°*. A questi si può aggiungere il nostro cod. *(Parmense)*.

Digitized by Google

giore, che in essa vien data ai fatti di Parma e alle relazioni, che la famiglia di Matilde ebbe con quella città, è già una prova che, nello stendere la propria redazione, l'autore, certamente di Parma o del territorio ed ecclesiastico per giunta (1), ebbe presenti e il noto poema donizoniano e le non poche leggende, che, specie nell'Italia centrale e settentrionale, si erano andate formando intorno alla illustre contessa (2). Non possiamo dire di lui il nome nè il casato, ma solo che visse nel sec. XV, come dimostrano i caratteri interni ed esterni tutti del codice. È quindi posteriore per età, non per importanza, agli altri Anonimi ricordati dal Muratori e dal Bethmann; e noi crediamo di far cosa utile dando, nell'occasione della ristampa delle opere muratoriane, il testo completo della sua " jstoria ".

Prima, però, sarà bene intrattenerci sulla famosa donna, che tanto occupò di sè i secoli undecimo e dodicesimo, e in modo particolare sulla sua genealogia, sia perchè di questa specialmente si occupa il nostro Anonimo (3), sia anche perchè in lui abbiamo trovato non poche e notevoli varianti ne' nomi e nelle date.

Matilde di Canossa, nota comunemente col nome di *gran contessa,* fu figlia terzogenita del marchese Bonifacio di Toscana e della duchessa Beatrice di Lorena. Donna di singolari virtù e di saggezza non comune, fu a buon diritto, come scrive il Muratori (4), " Italiae ac aevi sui nobilissimum decus ". Tutti la dicono nata nel 1046, essendo morta, come scrive Donizone (*De insigni obitu*, versi 98-99), nel 1115, addì 24 luglio, in età d'anni 69:

> Sex deciesque novem vivens annos in honore,
> Iulius ante dies octo quam det prope finem.

La stessa cosa dice la *vita* edita dal Muratori (5): " migravit

---

(1) L'A. si mostra sempre caldo fautore di Matilde e de' pontefici, e inveisce contro la stessa Parma, perchè fautrice de' *pessimi* imperatori e antipapi.

(2) Così è della sua *verginità*, ammessa *come credenza* dal nostro A., il quale aggiunge anzi che essa *maritum non habuit*! Mentre è notorio che ne sposò due, sebbene da loro non abbia avuto eredi.

(3) Come è provato dal titolo stesso della sua " jstoria ".

(4) *R. I. S.*, V, 337.

(5) *Ibid.*, 397.

Digitized by Google

ad Dominum, anno humanatae Divinitatis MCXV. vigesima quarta die Julii, aetatis autem suae anno XXXXXXXIX „. Il nostro A. invece, sebbene non lo dica espressamente, fa più d'una volta comprendere che il vero anno di nascita, per lui, è il 1045. Difatti, al principio del f. 143 *v*, dice che Matilde " habebat septem annos „ quando le morì il padre; e, s'intende, *sette anni compiuti*, perchè altrimenti avrebbe scritto: " septimum annum agebat „. Bonifacio morì il 6 maggio 1052 (1); per cui, facendo il computo: 1052 — 7 = 1045. Ma v'ha di più. Al medesimo f. 143 *v*, in fine alla " Recapilatio temporum „ de' principi di Canossa, si legge: " et vixit (*Matilde*) LXX. annis „; e al principio del f. 144 *r*: " Vixit dicta Comitissa Matildis in hoc Mondo LXX. annis „. Il che dà ancora: 1115 — — 70 = 1045. E, come se ciò non bastasse, sempre nel verso del f. 143, si aggiunge: " vixit post mortem patris LXIIJ. annis „. Cioè: 1052 + 63 = 1115, anno della morte della gran contessa.

Ma altre differenze, non meno notabili, si riscontrano nella " jstoria abreuiata „. Così Sigifredo o Sigefredo, come scrive Donizone, è fatto marchese della casa Malaspina " de Comitatu Lunensi „; subito prima erasi detto: " Tamen dicitur quod fuit de Comitatu Luccano „, dove il *Luccano*, in fondo, è la stessa cosa che il *Lucensi* di Donizone e dell'Anonimo muratoriano. Dunque per il nostro non è ben sicuro, che il famoso capostipite della casa di Canossa sia " de Comitatu Lucensi „ o " Luccano „, cioè proveniente da Lucca e della famiglia viscontale di questa città; ma, data l'autorità del poeta matildino, non può a meno di ricordare una tale circostanza, sebbene la corregga con un prudente *dicitur*. Tanto è vero che più avanti, là dove fa la già citata *recapilatio*, quasi a conferma di quanto avea detto prima, scrive solo che egli venne " de Lunensi Episcopatu „. E noi crediamo che non si debba affatto trascurare questa opinione; perchè, quantunque nelle carte lucchesi abbondino quelle de' secoli nono e decimo, finora non è possibile riattaccare il famoso Sigifredo alla famiglia viscontale di Lucca.

(1) Così dicono Donizone (l. I, c. XV) e il nostro (f. 143 *r*); mentre l'Anonimo del Muratori mette solo l'anno (*R. I. S.*, V, 392). Nelle *Tavole sincrone e genealogiche di Storia Italiana*, di Carlo Belviglieri, tav. XVII, n° XIII (Firenze, Le Monnier, 1885), troviamo invece il 1054.

Digitized by Google

Tale notizia mi comunicava gentilmente il cavalier Benedetto Baudi di Vesme; e, secondo i risultati ultimi delle sue ricerche genealogiche, questo soltanto si può fino ad oggi affermare di Sigifredo: dalla illustre famiglia de' *Supponidi* deriva un Azzo, che fu conte nella regione centrale d'Italia; Azzo, che noi diremo *senior*, ebbe tre figlie, delle quali l'una sposò Sigifredo, che è il nostro, l'altra il padre di Azzo di Parma, la terza il conte di Lecco, della famiglia de' Guideschi duchi di Spoleto: per conseguenza abbiamo: Azzo conte di Lecco, Azzo " de Comitatu Parmensi „ e Azzo-Adalberto detto " de Comitatu Lucensi „ conte di Reggio, tutti e tre cugini: e la famiglia da Lucca si sarebbe trasportata a Parma per l'eredità di Azzo *senior*. Questo non dice precisamente la nostra *jstoria*, a meno che non vi si voglia vedere un lontano accenno nella frase: " ut dilataret dominium suum „; ma il fatto, che in essa è chiamato Azzo il figlio primogenito di Sigifredo: " quorum primus est Atto „, mentre Donizone e l'Anonimo murator. portano come tale Sigifredo (*iunior*), proverebbe che l'A. nostro sapeva qualche cosa degli ascendenti materni de' Canossa (1).

Un'altra questione, che merita di essere trattata e che dall'Anonimo di Parma appare risolta, non ostante qualche errore od inesattezza nelle notazioni cronologiche e onomastiche dei sovrani dell'epoca, è quella dell'anno preciso in cui il trisavolo di Matilde venne in Lombardia, che allora avea un significato molto più ampio dell'attuale, e comprendeva eziandio, oltre Po, i comitati di Parma, Piacenza, Modena e Reggio (2). Donizone e l'Anonimo del Murat. non dicono al riguardo nulla, limitandosi il primo a far sapere che partì " amplificare uolens proprium honorem „ (l. I, c. I), e il secondo " studens sui nominis gloriam ampliare „ (3). Lo stesso silenzio serbano i principali

(1) Col nome di *Azzo* furono pure chiamati, come vedemmo, i primogeniti dei conti di Lecco e di Parma; e questi due sono adunque cugini di Azzo, comunemente detto " de Comitatu Lucensi „, in linea femminile. Così si deve intendere il " cugino „, che si legge nell'istrumento di vendita del 958, pubblicato dal P. B. Bacchini (*Storia del Monast. di S. Bened. di Polirone, Append.* Modena, 1696) e ricordato dal Muratori (*Ann. d'It.*, a. 958).

(2) Cfr. Muratori, V, 346, n. 21; Vesme, *Le orig. della feudal. nel Pinerolese*, in *Studii Pinerol.*, vol. I della *Bibl. Soc. Stor. Sub.*, p. 7, n. 2.

(3) *R. I. S.*, V, 389.

Digitized by Google

biografi della gran contessa, quali il Fiorentini (1) e il Renée (2); solo il Ferretti (3), ultimamente, ha voluto avanzare un' ipotesi, che però è molto vaga, ammettendo come probabile la fine del secolo IX o il principio del X. Invece il nostro A. dà senz'altro l'anno: 930 (f. 143 *v*). E aggiunge: " vixit in Lumbardia X. annis et mortuus est 940 „. Più chiari di così non si potrebbe essere. È vero che lo storico nostro dice, subito dopo, quasi a sfoggio di erudizione, *nell'anno nono* del pontificato di Stefano (VII) e *quattro anni dopo* la morte di Berengario, ch' egli chiama *terzo;* come in principio avea scritto, lasciando però una lacuna per l'anno: " hoc fuit (la venuta di Sigifredo in Lombardia) tempore Berengarij tertij, qui regnauit in Lombardia 7. Annis... „ (f. 141 *v*). Ma noi ritroveremo altri errori somiglianti nel corso della *jstoria abreuiata;* segno evidente che l'A. suo non era molto forte in fatto di cronologia. Ma ciò non infirma l'attendibilità della data. E notiamo che, riguardo all'anno della morte, sul quale pure riserbano assoluto silenzio Donizone e l'Anonimo murator., il Panciroli (4) vorrebbe fosse avvenuta prima del 928, il Ferretti (5) citato nel 945, e altri ancora nel 961 (6). Il fatto poi che Berengario I, re d' Italia e imperatore, è detto *terzo*, si potrebbe benissimo spiegare, ritenendo che l'A. abbia voluto alludere alla terza sua restaurazione, avvenuta l'anno 905. E mentre è noto che egli morì il 7 aprile 924, il nostro ammetterebbe in proposito due date fra loro in contraddizione: l' anno 936 già ricordato (f. 143 *v*) e il 946 (f. 141 *v*); Rodolfo dell'Alta Borgogna e Ugo di Vienna (Bassa Borgogna) non sarebbero esistiti (7), e il figlio di questi Lo-

---

(1) F. M. Fiorentini, *Memorie della gran contessa Matilde* ecc. Lucca, 1756.

(2) A. Renée, *La grande Italienne (Mathilde de Toscane)*. Paris, 1859. Traduz. ital. dello stesso anno.

(3) A. Ferretti, *Canossa. Studii e ricerche*, p. 20. Torino, Loescher, 1884.

(4) G. Panciroli, *St. della città di Reggio trad. in volg. da P. Viani*, v. I, l. II, p. 119. Reggio, 1848.

(5) Ferretti, loc. cit., dice di averla trovata in Sigonio (*De regno Italiae*, l. VI, a. 945, col. 408).

(6) C. Dionisotti, *Le Famiglie Celebri Medioev. dell'Italia Super.*, p. 152. Torino, 1887.

(7) Donizone (l. I, c. I) invece ricorda Ugo, cui chiama " rex optimus „; e così l'Anon. murat. (loc. cit.), chiamandolo " natione Burgundium „.

Digitized by Google

tario avrebbe solo cominciato a regnare nel 946, venendo a morire dopo tre anni, nel 949, e succedendogli l'usurpatore Berengario, che, invece di II, è detto naturalmente IV (1). Ma, come già osservavo, tali inesattezze non attenuano o distruggono punto l'importanza di altre affermazioni, che più direttamente toccano l'oggetto principale del racconto.

Ed ora veniamo a' titoli feudali di Sigifredo. Donizone lo chiama " princeps preclarus „ (l. I, c. I); ma questa parola, per noi, non ha altro valore che quello di *primario* o *capo illustre* (2). Più chiaro invece, ed anche più esplicito, è l'Anonimo di Parma: egli lo dice *marchio*; e certamente, come dimostra anche il nome, era di nazione langobarda. Imparentato co' conti di Parma e co' duchi di Spoleto, fu, come i suoi figli, fiero avversario dei berengariani. Qualche carica importante dovette occupare a Parma o a Reggio, presso i quali monti era venuto a stabilirsi definitivamente, abbandonata la natìa Lunigiana o Lucca. E se è vero che Azzo (o Attone) fu suo primogenito, avendo questi ottenuto in feudo dal vescovo di Reggio, diventando così vassallo di lui, il castello di Canossa, cui poscia ridusse a fortezza inespugnabile, è presumibile che non lungi da Canossa si fosse fissato Sigifredo padre. Del resto, lo dice anche la *jstoria*: " Atto ... stetit in loco patris „. Qualcuno aggiunge che fu conte di Palazzo in Milano nel 901 (3). Il nostro A. però, ad eccezione del titolo avuto per nascita, non ricorda che ne abbia ricevuti altri da vescovi, papi, re o imperatori; la qual cosa, se fosse giunta a sua conoscenza, non avrebbe omesso, avendolo fatto, come vedremo, per gli eredi e successori. Più tosto è da credere che egli, essendo partito " cum multa peccunia „ (f. 141 r) dal paese natio, abbia impiegato detto danaro in non pochi acquisti nel parmigiano e nel reggiano; i quali, uniti a' beni avuti dall'eredità di Azzo vecchio, vennero a costituire la base della futura grandezza e potenza di casa Canossa.

Poche cose ci restano a dire su' suoi discendenti. Com'è

---

(1) E *quarto* lo dice pure l'An. mur. (loc. cit.): " Berengarius Longobardus hujus nominis quartus „.

(2) Noi crediamo inesatta l'interpretazione di *principe* nel senso odierno della parola fatta dal Renée (op. cit., App. *B*, in fine).

(3) Cfr. Belviglieri, loc. cit.

Digitized by Google

noto, egli ebbe tre figli: nel numero, se non nell'ordine di nascita, vanno d'accordo gli storici e biografi di Matilde, e quindi anche il nostro A. Il quale pure ricorda che gli altri due, Sigifredo (*iunior*) e Gerardo, si fermarono, dopo la morte del padre, in Parma, diventandone cittadini e dando ivi origine, il primo alla famiglia de' *Barati*, il secondo a quella de' *Guiberti*, detti altrimenti del Drago o Figuiberti. Quanto ad Azzo ripete, riassumendolo, il noto racconto di Donizone della fuga della regina Adelaide (da lui chiamata *Adeleta,* simile all'*Adeleita* (1) del cantore di Matilde) dal castello, dove l'avea imprigionata re Berengario II, perchè, rimasta vedova di Lotario, si opponeva a divenire sua sposa; ma, anzichè dalla rocca di Garda, la fa evadere, mercè l'aiuto del noto prete Martino e di una ancella, sotto spoglie virili, da Sermione (2). Dice poi che essa, riparatasi nel castello di Canossa, passò a seconde nozze con Ottone di Sassonia re di Germania, per opera specialmente di Azzo e del pontefice, chiamato, con lo stesso errore di Donizone e dell'Anonimo muratoriano, Giovanni (XII) anzichè Agapito (II). Ma sorvoliamo sugli avvenimenti, che furono conseguenza diretta di questo matrimonio, e che dal nostro A. sono narrati in modo abbastanza esatto, se non completo; e veniamo ad alcune particolarità, che, per il nostro intento, hanno maggiore importanza. — Anzitutto, l'Anonimo di Parma è più preciso di Donizone (3), quando dice che Ottone I " jmperauit VJ Anni (*sic*) Anno dominj 961 „ (f. 142 *r*); ma, come il poeta (4), riesce poi vago allorchè afferma che quell' imperatore, in premio de' servigi prestatigli, donò ad Azzo " multas Ciuitates et principatus „ (*ibid.*). Ecco un primo ingrandimento signorile de' Canossa; nè il moto ascendente, come vedremo, si fermerà qui. Che Azzo

---

(1) L'An. murat. (loc. cit.) dice " Adeleida „.

(2) F. 141 *v*. — Altri, come Ditmaro e l'Annalista sassone, dicono che Adelaide fu incarcerata presso il lago di Como.

(3) Questi, come l'Anon. del M., non dice nulla al riguardo.

(4) L. I, c. I in fine:

> " Muneribus magnis Attonem ditat et altis,
> Cui nonnullos comitatus contulit ultro „.

E l'Anon. murat., V, 391: " Attonem... magnis ditavit muneribus, et Comitatus decoravit honore „.

Digitized by Google

fosse marchese, intanto, non v'ha dubbio (1): lo stesso nostro A. lo dice indirettamente, chiamando con tale titolo il padre suo Sigifredo e il figlio Tedaldo. Ma, anzichè *comes*, lo fa solo *dominus*, si intende di Canossa; mentre noi abbiamo prove sincrone certe, che, intorno al 962, fu creato conte di Modena e di Reggio (2), e che fin dal 958, se non prima, era ornato del titolo comitale (di Canossa?) (3). L'Anonimo di Parma ricorda ancora che Azzo, insieme con la moglie Ildengarda (o Ildegarda), fondò il monastero di Bersillo, ora Brescello, sulla destra del Po; e, ripetendo lo stesso errore di Donizone (4), lo fa padre di tre figli: Rodolfo, premortogli, Gotifredo, vescovo di Brescia (5), e Tedaldo, l'erede e successore di tutti i suoi beni e titoli (6). Ma per contro, ciò che non dice nè il cantore di Matilde nè l'Anon. del Muratori, ci ha lasciato l'anno preciso della morte di lui, 980: " visit post patrem Sigifredum XL.[ta] annis, et sic obijt 980 " (7).

Di Tedaldo l'Anonimo racconta poche cose. Tuttavia lo chiama *marchio*, come già abbiam detto, e *propugnator ecclesie Romane*, lo fa signore di Ferrara, dove costrusse il castello, che da lui prese il nome e che fu distrutto da' veneti nel 1307, e fondatore del celebre monastero di S. Benedetto di Polirone. Dalla moglie Giulia (8) dice che ebbe molti figli; ma cita soltanto il più celebre di tutti, e suo successore: Bonifacio (9).

(1) Bacchini, op. cit., loc. cit.; I. Affò, *St. della città di Parma*, I, *Append.* Parma, 1792; Muratori, *ad an.* 962.

(2) Cfr. Muratori, *R. I. S.*, V, 349, n. 70; e *Ant. It. M. Aevi*, *diss.* 8.

(3) V. nostra n. 1 a pag. 6.

(4) L. I, c. III. L'An. mur. ne ricorda solo due (loc. cit.): Gotofredo e Tedaldo.

(5) E poi di Luni, dal 981 al 986. Cfr. Fr. Davoli, *Vita della Gran Contessa Matilde di Canossa*, in *Note*, p. 297. Reggio Emilia, 1888.

(6) Ebbe anche una figlia, Prangarda, che andò sposa a Manfredo, figlio di Arduino marchese di Susa. Cfr. Affò, op. cit., loc. cit.

(7) Il Renée (op. cit., App. *B*) porta l'anno 950, non però come data della morte. Il Ferretti (op. cit., 43) ritiene " fuor di dubbio ch'ei viveva ancora nel 981, benchè il Sigonio [*De regno Italiae*, l. VII, a. 964, col. 429], con altri, indichi l'anno 964 come quello della sua morte ". Però osserva: " In qual anno morisse Azzo Adalberto non è ben noto " (ibid.).

(8) L'Anon. murat. la chiama (loc. cit.) " Voiliam ".

(9) Donizone (l. I, c. IV) ne ricorda tre: Tedaldo, vescovo di Arezzo, Bonifacio e Corrado; così anche l'Anon. del Mur. (loc. cit.).

Digitized by Google

La data della morte è il 1007, comunemente ammessa dagli storici di Matilde (1), e ultimamente negata (2).

Alquanto più a lungo si ferma sul padre di Matilde. Non ricorda, è vero, la prima moglie di lui, Richilda, e nemmeno gli altri figli Federico e Beatrice, avuti dalla seconda (3); ma per contro ci dà una notizia, che compensa queste e qualche altra omissione o inesattezza storica. Donizone (l. I, c. X) afferma che l'imperatore Corrado (il Salico), in premio de' soccorsi avuti nell'impresa di Parma, ribellatasi a lui nel 1037, strinse alleanza con Bonifacio *comes* e *marchio* e gli concesse, con diritto di feudo, una *marca:*

Ac ideo dixit, quod marchia serviet ipsi;

ma non dice quale sia (4). Il Muratori, nella annotazione a questo verso (5), dubita che tale marca fosse costituita dalle città di Modena, Reggio, Parma ed altre situate in queste regioni, oppure che fosse un'altra marca ignota allo stesso Donizone. Il Davoli (6), mentre chiama il passo " di colore oscuro " e si dichiara pronto " a mutar d'avviso, ove buone ragioni..... vengano addotte in contrario ", propenderebbe, pur vedendo l'aperta contraddizione co' documenti, per la stessa marca di Toscana. Il nostro A., invece, taglia addirittura la testa al toro, e così scrive (f. 142 *v*): " ..... Jmperator Ei omnia priuilegia Jmperialia confirmauit, et fecit eum *Marchionem marchie Januensis* ". La famosa marca di Donizone è dunque la " marca

---

(1) Sigonio, op. cit., lib. VIII, a. 1007, col. 476; Fiorentini, op. cit., I, 13.

(2) Il Ferretti (op. cit., 47), fondandosi sopra un documento pubbl. dal padre Bacchini (op. cit., App.), in data giugno 1007, che fa Tedaldo ancora vivo in quel tempo, dice che, rimanendo ferma la data del giorno (8 maggio) ammessa da Donizone (l. I, c. VII), dovette morire dopo quell'anno; e dà molto peso all'opinione del Muratori (*ad an.* 1012), che il crede ancora vivente nel 1012. Il Davoli (op. cit., 303-4) ritiene senz'altro che sia quest'anno.

(3) L'Anonimo murator., seguendo in questo fedelmente Donizone, cita Richilda, dalla quale dice che non ebbe figli (loc. cit.); e, quali figli di Beatrice di Lorena, ricorda solo Federico e Matilde (V, 392).

(4) Nulla al riguardo in Anonimo murat. (loc. cit.).

(5) *R. I. S.*, V, 354, n. 110.

(6) Davoli, op. cit., 317-8.

Digitized by Google

di Genova „! (1). È detto ancora *dux* (f. 143 *r*) e *dominus in Mantua* (f. 143 *v*). Ma la prima parola, per noi, non differisce gran che da *marchio*, ove si tenga presente che *marchese* era chiamato il *duca* de' circoli di confine, ed era a questi superiore soltanto perchè, essendo sul confine, ove le guerre erano continue, avea eziandio la suprema autorità militare. Ad ogni modo, se si vuol trovare una ragione di quel titolo, basti pensare che suo era il *ducatus Tusciae*, il quale è propriamente qualche cosa di diverso della *marca di Toscana* (2). Il fatto, poi, che egli è detto " signore in Mantova „ prova che non solo a sud e ad ovest, ma anche a nord, oltre Po, avea esteso il proprio dominio (3). Alcuni, però, fanno datare detta signoria da Tedaldo (4).

Ma veniamo a Beatrice, la vedova di Bonifacio, e alla figlia sua Matilde, la *gran contessa*. Al pari di Donizone e dell'Anon. muratoriano, l'Anonimo di Parma tace del secondo matrimonio di colei con Goffredo duca di Lorena, padre di Goffredo il Gobbo, primo marito di Matilde, ed insiste invece nel far rilevare che merito suo precipuo fu di aver educata la propria figliuola " in castitate et puritate mentis et cordis „ (f. 143 *r*), e di averla nutrita " in omni sanctitate „ (f. 143 *v*). Però non va d'accordo con loro nell'anno della morte (5). E invero, il poeta di Matilde non è, a questo riguardo, molto preciso. Egli dice, al cap. 17° del libro I, che visse dopo la morte di Bonifacio " bis denis annis post ipsum quinque peractis „, vale a dire 25 anni

(1) O *di Liguria Orientale*; cfr. De Simoni, *Delle marche dell'Alta Italia* ecc., 2ª edizione.

(2) Cfr. Vesme, *L'origine romana del comitato Langobardo e Franco*, in " Boll. Stor.-Bibl. Sub. „, a. VIII-1903, 367 sgg.; F. Gabotto, *Le origini " Signorili „ del " Comune „*, *ibid.*, 128-9 e 134, nª 1.

(3) Che fosse signore di Mantova lo fa intendere anche Donizone (l. I, c. XII), là dove accenna al conte Alberto " vice, ... servus | Predictique ducis... „, cioè di Bonifacio.

(4) Cfr. Belviglieri, loc. cit. — Su' dominii del march. Bonifacio cfr., fra gli altri, Ferretti, op. cit., 55-6. Suoi erano certamente Reggio, Modena, Ferrara, Brescia, Mantova e Parma, e il ducato di Toscana; dubbii il ducato di Spoleto e Camerino. Era tuttavia uno de' più estesi e più ricchi stati, che esistessero allora in Italia.

(5) L'Anon. murat. (loc. cit.) dice infatti, ricopiando Donizone: " decima octava Aprilis die, anno gratiae millesimo septuagesimo sexto „. Tale data è pure ammessa senza esitazione dal Ferretti (op. cit., 71).

Digitized by Google

finiti; e poi aggiunge, cap. 20° dello stesso libro, che morì il 18 aprile 1076:

> ... vita de presenti bene migrat
> Octo decemque dies aprilis dum sinit ire,
> Christi post ortum vera de Virgine corpus
> Anno milleno bis terno septuageno.

Orbene, dal 1052, data della morte di Bonifacio, al 1076 non corrono 25, ma 24 anni, e nemmeno compiuti, ammesso ch'egli si spense il 6 maggio. Questa è la ragione per cui le *Cronache pisane*, edite dall'Ughelli (1), portano il 1077; il quale anno è pure accettato dal nostro A., sebbene non dica il giorno, che, secondo le sopracitate *Cronache*, sarebbe il 28 aprile, e faccia poi una confusione nel computo degli anni e nelle solite notazioni cronologiche. Diffatti scrive che furono 26, anzichè 25 gli anni vissuti da Beatrice come vedova di Bonifacio; il che porterebbe al 1078; a meno che non si voglia interpretare la frase " vixit XXVJ annis „ come " vigesimum sextum annum agebat „: la quale interpretazione non ci sembra logica, e ci condurrebbe sempre ad ogni modo al 1077, e dopo il 6 maggio. Ma subito dopo aggiunge: " Jmperij henrici tercij anno XXX°, pontificatus Gregorij anno tercio „ (f. 143 *v*). Come conciliare queste due affermazioni con quella di poco prima? Gregorio VII, il grande amico di Matilde, fu consacrato papa il 29 giugno 1073 (2); e l'*anno terzo del suo pontificato* darebbe precisamente la data di Donizone, la quale pure è scritta sul di lei sarcofago esistente nel camposanto di Pisa. Quanto al calcolo degli anni d'impero d'Enrico IV, detto III perchè tale appunto è come *imperatore romano*, è chiaro che il nostro A. è incorso in un grave, benchè involontario, errore. Il fiero nemico de' pontefici, l'umiliato di Canossa non salì al trono di Germania che nel 1056, dopo la morte del padre suo (5 ottobre) e ancora bambino; quindi il *30° anno* di governo sarebbe per lui il 1086. Tuttavia una spiegazione di questo errore possiamo avere in altro passo

---

(1) Ughelli, *Italia Sacra*, III. Ma il Muratori (V, 364, n. 231) osserva che, " more Pisanorum, hoc est 1076 „.

(2) F. Gregorovius, *St. della città di Roma nel Medio Evo*, II, 301 (trad. ital. del Prof. Manzato). Roma, 1900. Era stato eletto il 22 aprile dello stesso anno; il 21 moriva papa Alessandro II.

Digitized by Google

dell'A. stesso, là dove, parlando ancora di Enrico, dice che egli " cepit M°.XLVIIJ et jmperauit XXXVJ " (f. 144 *r*). Sono due altre inesattezze (1), tanto più strane in quanto che, altrove, dà della morte di codesto re una data abbastanza esatta, il 1105 (f. 144 *v*); ma noi, prendendo come buono anche il 1048, fatto il necessario computo, avremo sempre che il trentesimo anno di governo di Enrico è il 1078. Non si deve però dar molto peso a queste notazioni cronologiche, impossibili a pretendersi esatte in uno, che scrivea forse a memoria o per tradizioni, le quali ancora duravano nella sua città ed il poema donizoniano avea servito a tener deste: noi le abbiamo puramente ricordate come comento al testo, mentre è nostra ferma convinzione che la data, ammessa come vera dall'A., sia senz'altro il 1077 (2). Certo è che egli, oltre a mostrarsi poco forte in cronologia (3), dà a vedere di non conoscere troppo bene l'aritmetica (4).

Ancora poche parole su Matilde, e poi abbiamo finito. Il vero racconto delle sue imprese non comincia che al f. 144 *v*; e l'A. prende le mosse dalla lotta tra re Enrico IV e papa Alessandro II, contro cui era stato eletto antipapa Onorio (Cadalo di Parma), cioè dall'anno 1061. Ma, anzichè far notare le somiglianze o differenze tra questo e il racconto donizoniano o dell'Anonimo lucchese — basterà perciò la pubblicazione integrale del testo — ci limiteremo alla critica di alcuni fatti, che, a nostro avviso, sono della massima importanza.

E, per primo, ci si presenta la famosa umiliazione di Canossa. La versione, che ne dà l'Anonimo di Parma, è alquanto diversa da quella fino a poco fa comunemente accettata, e che

(1) Enrico IV regnò 49 anni; e morì, dopo essere stato spodestato dal figlio suo l'anno prima, nel 1106, a Liegi.

(2) Al f. 144 *r*, in fine, scrive infatti: " Et hac persecutione *(contro la Chiesa)* mortua est domina Beatrix... et sepulta est pissis . M°LXXVIJ ".

(3) S'intende quella che riguarda la storia politica e civile, non la ecclesiastica, dov'è abbastanza esatto: dev'essere un frate.

(4) Così dice (f. 145 *r*) che la contessa Matilde " XXX[ta] annis pugnavit pro ecclesia Romana "; mentre da tutto il racconto appare che la somma dovrebbe essere aumentata di qualche decina, computando anche il tempo, in cui governò in unione con la madre.

Digitized by Google

derivò naturalmente da Donizone (l. II, c. 1) (1). Infatti, egli tace tutta la leggenda imperiale (2): non fu Enrico a chiedere l'intercessione della *cugina* Matilde, perchè Gregorio gli levasse dal capo la terribile scomunica; ma essa stessa, " timens fidei ", prese l'iniziativa dello accordo tra il papa e il re, e li indusse entrambi a venire co' loro seguiti a Canossa. Nè accenna punto a' tre giorni di ansiosa aspettativa dello scomunicato sovrano, prima di essere introdotto alla presenza dell'inflessibile pontefice; ma dice soltanto: " Jmperator uenit ad pedes pape Gregorij, et papa absoluit eum, et fecit fieri pacem inter eos " (f. 144 *v*). Se quest'ultimo particolare non è pienamente esatto, appare più conforme alla verità storica il primo; il che non è picciola gloria per il nostro Cronista.

Sorvolando sulla data erronea della morte di Enrico IV (1105), ammessa anche da Donizone (3), e sul fatto che il nostro A. fa succedere a lui il figlio Corrado, estinto fin dal 1101, ci preme di far notare che egli, seguendo in gran parte il poeta matildino, afferma che Enrico V (detto per la solita ragione IV), dopo la pace definitiva con la Chiesa, avvenuta specialmente per opera della gran contessa ", donò a questa " Liguriam (4) et omnes Ciuitates Citra Padum " (f. 145 *r*). Ciò sarebbe avvenuto nel 1112, e secondo Donizone, il quale però non accenna alle città *citra Padum*, nel 1111 (5). Che cosa s' intende per " Liguria " e " città al di qua del Po "? Se al primo quesito si può rispondere facilmente, ricordando quanto fu detto di Bonifacio a proposito della " marca ", non così al secondo. Che sia un nuovo — l'ultimo — ingrandimento de' dominii di casa Canossa?

Quanto alle iscrizioni sepolcrali di Matilde, il lettore può con-

(1) L'Anon. murat. (V, 393, cap. VIII) riassume esattamente il racconto di Donizone.

(2) La dimostrano tale gli ultimi studii di critica storica. Cfr. Holder-Egger, l'attuale direttore de' *Mon. Germ. Hist.*; la *Vita di Matilde* dell'Overmann; la *Biblioth. Histor.* (II, 1468) del Bethmann; oltre ai noti lavori del Gebhardt, del Ranke e del Prutz.

(3) Lo stesso scrive l'Anon. del Muratori, V, 396, c. XIV.

(4) Ebbe il governo del " regno ligure " col titolo di vice-regina, scrive Donizone (l. II, c. XVIII); nulla al riguardo l'Anon. murat. (loc. cit., c. XV).

(5) Ciò risulterebbe anche dal racconto del solito Anon. (ibid.).

Digitized by Google

sultare con profitto, oltre il Renée (1), la già ricordata opera del Ferretti (2); ma nè l'uno nè l'altro menziona quella, che si legge nel margine inferiore de' ff. 144 *v* e 145 *r*: cinque distici latini di discreta fattura (3), che non furono tuttavia scritti dal solito Anonimo, ma da colui che annotò tutta la " Cronica di Parma ", il pavese Bernardino de' Carlevarii, dottore in leggi.

Vigevano, 24 ottobre 1903.

[F. 141 *v*] (4). Jncipit Jstoria abreuiata de Ortu et progenie Comitisse Matildis, que maritum non habuit, Jmo ut creditur uirgo permansit (5). Tamen dicitur quod fuit de Comitatu Luccano. Fuit quidam Nobilis Marchio de domo Marchionum malaspine de comitatu Lunensi nomine Sigifredus, potens et magnus ualde in diuitijs potentia et subditis et uassalis. Hic habuit tres filios probissimos. Quorum primus est Atto, secundus Sigifredus, tertius Junior dictus est Gerardus. Hic dominus Sigifredus pater cum tribus filijs predictis, dimesis suis propinquis et contratis, uenditis suis Juribus, ut dilataret dominium suum, cum peccunia multa transiuit Alpem illam et uenit in Lombardiam. Et habitauit in montibus Regij et Parme: hoc fuit tempore Berengarij tertij qui regnauit in Lombardia 7. Annis, a natiuitate Christi..... (6). Mortuo igitur domino Sigifredo patre, predictj tres filij suj se diuiserunt: duo. scilicet Sigifredus et Gerardus, facti sunt Ciues Parmenses; Sigifredus fuit ut dicitur pater illorum de baratis, Gerardus uero fuit pater Guibertinorum. Et dicitur quod fuerunt illi de gente uel poc*reatione* (7)

---

(1) Renée, op. cit., App. *E*.

(2) Ferretti, op. cit., 123-30.

(3) Essi hanno tutta l'apparenza d'un puro esercizio retorico. Eccone la traduzione letterale: " In questo sepolcro marmoreo io, Contessa, son rinchiusa col nome, col quale una volta era chiamata: Matilde. Trascorsi mille e cento e quindici anni del Signore, fui liberata della propria carne; soccombetti, ma per vivere in Dio, mentre il quinto mese, luglio, avea di residuo otto giorni. O Mantova, essendo io stata [tua] Signora, loda il [mio] amore per te; benefica fui quivi a' monaci; o popolo pio, vivi memore, avendo per te fondato un convento e questa cappella anche Tedaldo, che mi [fu] dolce Antenato ".

(4) Precede, come intitolazione, e dell'identica mano: " De Comitissa Matildis ". — Naturalmente, nella presente ediz., noi abbiamo sciolto tutte le abbreviature d'uso comune e corretto la punteggiatura.

(5) Nota margin. poster.: " De questa contesa parla Dante in lo Libro XXVIIJ dil purgatorio ".

(6) Lacuna del testo.

(7) Così abbiamo interpretata la sigla del testo: pocr9. Recte *procreatione*

Digitized by Google

draghi, qui dicti sunt Figuiberti, quia hoc nomen semper seruauerunt. Dominus Atto, tanquam primogenitus et excedens fratres in sensu diuitijs et potentia, stetit in loco patris sui et Edificauit Canosam. Et turibus et palatijs et muris extrusit. Tunc temporis mortuus est Rex Lombardie Berengarius tertius, cui successit Lotharius secundus, qui cepit 946. et Jmperauit annis 3., qui solum regnauit duobus annis. Hic habuit uxorem nomine Adheletam speciosam et sapientem. Jsto Lothario Rege mortuo successit ei unus princeps suus nomine Berengarius, qui regnum usurpauit et dictus est Berengarius IIIJ.ᵘˢ, qui cepit 949. et Jmperauit cum Alberto filio suo XJ Annis. Hic cepit Reginam predictam uxorem condam Lotharij Regis. Et quia nolebat ei consentire et accipere eum in uirum, posuit eam in Carcerem Jn Sirmione super Lacum garde in Episcopatu Veronensi. Nec dimisit cum ea nisi unum sacerdotem nomine [f. 142 r] Martinum et unam famulam qui sibi ministrabat. Et ibidem aliquo tempore steterunt. Et tandem deo uolente sacerdos fregit carcerem et eam adusit in habitu uirili. Et ducens eam hincinde, cum non inuenirent locum tutum Refugij, tandem occulte uenerunt Canossam ad dictum dominum Attonem. Qui libenter eam recepit et occulte tenuit timore Regis Berengarij Regis Lombardie. Et statim dominus Atto hoc significauit pape Johanni, quod si ei placeret eam Jntendebat dare in uxorem Ottoni Regi Alamanie (1). Cum gaudio annuit papa. Tunc directis nuntijs occulte Regi Ottoni super hac Re. Rex Otto uenit Veronam, ad quem dominus Atto duxit eam Reginam et sibi eam tradidit uxorem, qua recepta statim duxit in Alamaniam. Quod cum conperisset Rex Berengarius, congregato Exercitu, obscedit Canossam per tres Annos. Sed dominus Atto missit ad Regem Ottonem ut succureret, sicut sibi promiserat. Tunc Rex Otto cum ellectis theutonicis uenit Veronam. Quod audiens Rex Berengarius ab obscidione et occurit Regi Ottoni cum exercitu suo, et facto congressu tandem Rex Otto Berengarium debelauit, (2) et cepit et in Alamaniam misit, ubi in carcerem mortuus est, et tandem tota lombardia Regi Ottonj pacifice se subiecit. Tunc Rex Otto Juit Romam ad papam et confirmatus est ab eo in Regem Jtalie. Hic primus Rex theuthonicus, qui fuit Rex et Jmperator. Hic Otto factus Jmperator multas Ciuitates et principatus donauit domino Attonj, cuius procuratione et occasione ad tantam uenerat dignitatem. hic Otto primus Jmperauit VJ Annj, Anno dominj 961. predictus dominus Atto habuit uxorem Nobilissimam nomine Jldengardam, bonis et sanctis Operibus plenam; nam ipsa cum uiro suo Edificauit Monasterium de Berssillo: hec habuit tres filios, scilicet Rodulfum Gotifredum

(1) Nota marginale: " rex otto ".
(2) Nota marg.: " Rex Alamanie Debellauit Regem Berengarium ".

et Tedaldum . primus mortuus est ante patrem, secundus fuit Episcopus Brissiensis, tertius fuit probissimus et Nobilissimus Marchio et propugnator [f. 142 *v*] ecclesie Romane. Huic domino Tedaldo dedit papa Ferariam, Jn qua fecit Castrum quod uocauit nomine suo, scilicet Castrum Tedaldi. Quod durauit usque ad tempora quo ueneti eum acceperunt et tenuerunt contra ecclesiam (1). Et tunc fuit captum et diruptum a Legato pelagrua . MCCCVIJ.

Jste dominus Tedaldus fecit Monasterium sancti Benedicti de Pulirono. Hic habuit uxorem nomine Guilia, ex qua habuit plures filios, inter quos fuit Excellentior dominus Bonifatius, qui in omnibus successit patri. Jste dominus Bonifatius duxit in uxorem dominam Beatricem dictam Matildim, filiam nobilis Viri d. Ducis Frederici. Qui Fredericus mortuus istam filiam suam reliquit heredem.

Predictus autem Dominus Bonifatius ex ista uxore sua habuit unam filiam, que uocata est Matildis, (2) que fecit quam mirabiles Res et maxime in Lombardia. Et quantum ad Ecclesias, et quantum ad Monasteria, et quantum ad pontes. Nam fecit fieri Ecclesiam maiorem in parma et in Cremona. Nam ipsa fuit propugnatris pro sancta Romana Ecclesia. Et papa, qui erat pro tempore suo, eam appellabat in suis litteris filia beati Petri Apostoli. Jn diebus illis Conradus primus qui erat Jmperator obscedit Parmam . notatur quod Parma dicebatur Grisopolis, idest aurea Ciuitas (3). Nam in ea uiguit studium artium et litterarum, et specialiter gramatice et Juris ciuilis. Et Petrus damiannus, qui postea fuit Episcopus hostiensis et sanctus Episcopus et Cardinalis, ibi docuit gramaticam in contratata (*sic*) Sancti Geruasij. Quo tempore ibi magnum miraculum etcetera. hic Jmperator cepit MXXVIJ. et Jmperauit XIIJ annis.

Jste Conradus Jmperator non potens habere Ciuitatem parme uocauit in auxilium suum Comitem siue Marchionem Bonifatium, cuius auxilio et prudentia habuit Ciuitatem. Quo facto dictus Jmperator Ei omnia priuilegia Jmperialia confirmauit, et fecit eum Marchionem marchie Januensis. Sed tamen Ciuitas parme habita combussit.

Conrado successit Henricus IJ[us]. Qui cum esset in Placentia in extumagno misit Comiti [f. 143 *r*] Bonifacio, quod miteret sibi de aceto suo de Canosa. Qui Magnificus Dux Bonifacius fecit fieri unam uegetem de argento bono ma*n*gnam, (4) et eam impleuit aceto et sibi misit. Et Jmperator gratanter recepit et gratias egit . hic cepit M°.XL. et Jmperauit annis XJ.

---

(1) Nota marg.: " Veneti ceperunt Ferrariam anno M.CCC.VIJ ".

(2) Nota marg.: " Matildis ".

(3) Nota marg.: " parma ".

(4) Così scriviamo, perchè nel testo si legge: *mãgnã*.

Digitized by Google

Predictus Marchio Bonifacius omni anno ibat pomposam, et ibi cum Abbate confitebatur pecata sua et faciebat penitentiam per totam quadragesimam; ipse enim dotauit illud Monasterium. Specialliter more Regis et multas ecclesias. Semel autem cum esset in coro in pompoxa in eminenti loco, uidit Monachelos paruos orantes uultibus dimissis et pronis ad terram cantantes diuinum Officium, et admirans quod nulo modo leuabant caput, Jnterogauit quare sic stabant. Responderunt ei alij antiqui quod sic erat moris eorum. Volens igitur sanctissimus princeps probare utrum pueri essent firmi in oratione, misit super tectum quendam, et fecit quod in medio puerorum proiecit X. libras illius monete, sed mirum ualde quod nulus puerorum se mouit, nec ullum denarium tetigit, de quo ualde edificatus recesit, et dixit, uidete isti pueri iam sunt sancti.

Fecit autem predictus M.[cus] Bonifacius multa mirabilia in uita sua. Et primo anno dominj M.°LIJ. Felix dux marchio et Comes VJ.[a] die maij plenus sanctis operibus migrauit ad dominum. Et penes ecclesiam maiorem sepultus est in Mantuam, ubi adhuc cernitur eius sepulcrum.

Mortuo autem predicto duce Bonifacio, remansit uxor eius Nobilis domina Beatrix, Comitissa gloriosa, cum Nobilissima filia sua domina Matildi, quam in castitate et puritate mentis et cordis custodiuit. Jsta domina Beatrix et filia sua Matildis duo Monasteria solemnia construxerunt, scilicet Mon.[m] de frasenorio in Episcopatu Mutinensi, aliud fuit Mon.[m] de Canosia: nam ibidem primo stabant clerici XIJ. sub uno preposito, et tunc per eas factum est Monasterium Monachorum.

Domina Beatrix post mortem dominj Bonifacij Viri sui uixit XXVJ annis cum filia sua Matilde, quam in [f. 143 *v*] omni sanctitate nutriuit, que filia Matildis habebat VIJ. annos et uixit LXX. annis: predicta domina Beatrix mortua est pissis et sepulta ibi in honore M°LXXVIJ Jmperij henrici tercij anno XXX°, pontificatus Gregorij anno tercio.

Jsta sunt Monasteria, que construxerunt Comitissa Matildis et predecessores suj. Scilicet.

Monasterium Pompossinum.
Monasterium Polironensse.
Monasterium Guastalensse.
Monasterium Fraxinorensse.
Monasterium Canossium.
Ecclesiam maiorem Parmensem.
Ecclesiam maiorem Cremonensem.

Ciuitates duas, scilicet Ferariam, Mantuam; et Marchiam Januensem et Comitatus diuersos semper habuit Comitissa Matildis.

Recapilatio temporum supradictorum dominorum et dominarum suarum.

Dominus Sigifredus primus ueniens de Lunensi episcopatu 930. anno

Digitized by Google

a natiuitate Christi, uixit in Lumbardia X. annis et mortuus est 940. pontificatus stephani VIIIJ.° anno, post mortem Berengarij tercij Anno IIIJ.°, uacante Jmperio.

Sigifredo successit filius suus Atto, quem duxit pater de Episcopatu Lunensi. Qui uisit post patrem Sigifredum XL.ta annis et sic obijt 980. anno. post mortem Ottonis secundi Anno VJ.°, uacante Imperio quod uacauit XXIIJ Annis (1).

Dominus Tedaldus filius predicti Attonis uixit LX. annis, et mortuus est Anno dominj M°.VIJ. Et fuit dominus per Ecclesiam, post mortem Ottonis tercij anno V.to, uacante Jmperio.

Dominus Bonifatius filius predicti dominj Tedaldi uixit XLV. annis post mortem patris, et obijt M°.LIJ. Jmperij henrici tercij anno Vto.

Domina Comitissa Matildis filia predicti dominj Bonifacij dominj in Feraria et Mantua uixit post mortem patris LXIIJ annis, et mortua est Anno domini M°.CXV, et est sepulta in Monasterio sancti benedicti de pulirono in Episcopatu Mantuano M°.CXV. die XXIIIJ° mensis Julij, pontificatus pape Paschalis anno XV.to, Jmperij Henrici V.ti anno X.mo (2).

[F. 144 *r*]. Et uixit dicta Comitissa Matildis in hoc Mondo LXX. annis. M°.CXV. Ind. X. Nobilis Comitissa Matildis mortua est, XXIIIJ° die Julij, in uigilia beati Jacobi apostoli. Jpsa pugnauit semper pro Ecclesia Romana contra Reges, contra principes et contra hereticos. Summos pontifices qui tunc fuerunt fouit et defendit, Recepit et pro eis pugnauit. Et maxime contra Henricum tercium, qui cepit M°.XLVIIJ. et Jmperauit annis (3) XXXVJ. Qui factus Jmperator cepit deseuire in Clerum in tantum, quod papam Alexandrum uolens eicere de papatu M.LXJ. Alium papam Jnstituit Episcopum Parmensem Candalum nomine, qui erat Episcopus ualde peccuniosus, et manu armata expulit papam Alexandrum, qui erat uerus papa. Nam parmenses adherebant Regij Henrico contra Ecclesiam Romanam.

---

(1) Nota in alto: " Jmperium uacauit annis 23 ".

(2) Nel margine inferiore troviamo il seguente *Ephithafium* (*sic*), scritto, come tutte le altre note marginali, dal solito comentatore dell'*Anonimo*, Bernardino de' Carlevarii di Pavia, dott. in leggi e vissuto nel sec. XVI

" Hoc ego marmoreo claudor comitissa sepulchro
" Nomine, quo quondam dicta Mathildis eram:
" Mille annis Domini cursis, centumque Decemque
" Quinque simul, propria carne soluta fui:
" Occubui uictura Deo, dum quintus haberet
" Mensis residui Julius octo Dies.
" Mantua, cum fuerim princeps, tibi numina Lauda:
" Larga fui hic monachis: plebs pia, uiue memor,
" Quum tibi coenobium fondauerit hocque sacellum
" Et theodaldus, qui mihi dulcis Auus ".

(3) Scritto in margine.

Digitized by Google

Non post multum temporis iste Antipapa expulsus est de Roma et uenit parmam et ibi cito uitam finiuit. Mortuus est etiam papa Alexander M°.LXXIJ. et creatus est papa Gregorius M°LXXV., contra quem iterum Jnsurexit dictus Jmperator pessimus, et Jnterficiebat clericos uendebat ecclesias et omnia mala fatiebat. Et dicens quod Gregorius predictus non erat uerus papa, fecit eligi ab amicis et sequacibus suis unum alium de parma nomine Rolandum in Antipapam. iste Rolandus cum litteris Jmperatoris et sismaticorum quj eum sequebantur juit Romam. Et papa Gregorius celebrabat Sinodum, in quam audaciter ingressus Rolandus Antipapa protestatus est ibi, quod Gregorius non erat papa Sed lupus rapax. Tunc tota fidelis Sinodus clamauit, tu es uerus papa, et excomunicauerunt Jmperatorem et factores eius, et Rolandum turpiter eiecerunt: in ista grauissima persecutione, deuota et fidelis Comitissa Matildis semper pro honore ecclesie pro papa contra omnes stetit. Et hac persecutione mortua est domina Beatrix mater Comitisse Matildis et sepulta est pissis M°LXXVIJ. Tamen fidelis Comitissa timens fidei tractauit concordiam. Et fecit quod papa Gregorius et Jmperator uenerunt Canosam [f. 144 *v*] ad Eam, et tunc multi de Roma et Tuscia uenerunt cum papa, Et multi Nobiles de Alamania et Francia et Lombardia uenerunt cum Jmperatore Canossam, fecit ibi quod Jmperator uenit ad pedes pape Gregorij et papa absoluit eum, et fecit fieri pacem jnter eos (1), sed pacem fregit consilio Guiberti de parma et Rauenatas Archiepiscopi, cui rex papatum promiserat. Sed deuota matildis contempsit Regem henricum et pape Gregorio adhesit, sed post aliquod tempus Jmperator Henricus predictus juit Romam, et papam Gregorium expulit et Guibertinum pessimum Antipapam fecit, et tunc fuit magna Sisma in ecclesia, quia uterque papa tandem Romę stetit, et persecutio magna fuit fidelium, et heresis guibertina (2) tunc quasi totum mundum Jnfecit; sed Comitissa Matildis aduersus Regem et guibertum uiriliter resistit, et papam Episcopos Abbates et quosque fideles fugientes sicut portus recepit et aluit. Quod Jmperator comperit, et rediens de Alamannia Ciuitatem Mantue et alia loca Comitisse Matildis obsedit et uastauit; quod sicut martir pro fide et ecclesia pacienter substinuit. Sed deo adiuuante Rex Henricus et Antipapam, heretici et sismatici mortuj sunt. Nam predictus Henricus tercius sismaticus et excomunicatus est mortuus Anno dominj M.CV. Quibus mortuis Redita est pax ecclesie. Et destruebantur ubique errores; demum Matildis ad Restaurationem fidei et consolationem fidelium misit Romam ad papam Paschalem, qui uenit ad eam; qui papa cepit M°.C. et sedit annis XVIIJ. Et conuocatis clericis Catholicis tenuit Sinodum in Guastalla, presente domina Matilda, ad

(1) In margine: " Pax ".
(2) In margine: " Heresis Guibertina ".

Digitized by Google

cuius preces dominus papa Pascalis confirmauit Conradum filium predicti Henrici in Jmperatorem, quare bonus et fidelis ecclesie erat. Et etiam ad preces eiusdem d. Matildis, papa Recepit parmenses ad missericordiam, qui cum Guiberto et henrico fuerant rebeles ecclesie. Et dedit [f. 145 r] in Episcopum parmensem Cardinalem Bernardum. Et Celebrato concilio M°CVIJ. d. papa cum d. Matilda uenit parmam, et consecrauit ecclesiam maiorem ob Reuerentia d. Matildis, que eam fecerat fieri; papa autem profectus est in galiam. Mortuo etiam predicto bono Conrado filio predicti Henrici tercij, Successit sibi Henricus quartus M°.CXJ (1). Qui jnfra annum juit Romam pro Coronacioni magno potentatu, et ueniens de Alamania Nouaria cum recipere noluit et combursit, et funditus euertit (2). Et procedens uenit ad uidendum d. Matildim, cui promisit quod esset obediens Ecclesie et fidelis. Quj jnde recedens jntrauit tusciam, in uia Arecium restitit, quod similiter funditus euertit. Quj transiens jntrauit Romam et papa Eum benigne recepit. Cumque papa pararet se ad dandum sibi Coronam, prestito Juramento quod esset fidelis Ecclesie, Rex dixit quod uolebat dare Episcopis baculum et fustem, sed papa noluit. Quare Rex iratus precepit suis accipere arma et expoliare Ciuitatem, et fecit magnam stragem. Et cepit papam Paschalem Anno XIJ.^{mo} pontificatus suj et Cardinales et multos alios prelatos. Domina autem Matilda hoc audiens misit jlluc solempnos Ambasatores, ad cuius preces Rex licet pessimus papam et omnes dimisit. Tunc ad preces domine Matildis facta pace 1112. in Pascate coronatus est predictus Henricus. Qui coronatus VIJ.^{mo} die maij uenit in lombardiam ad uidendum d. Matildim tribus diebus. Que mirabiliter recepit eum. Et de uera fide et Reuerentia Romane ecclesie monuit. Et d. Henricus Jmperator tunc donauit sibi Liguriam (3) et omnes Ciuitates Citra Padum. Hic Reuerebatur d. Matildis ac si esset mater propria, et recessit; quo timore Mantua, que sibi rebelauerat tempore Henrici tercij pessimj, redijt ad mandata domine Matildis. Que existens in Bondeno recepit eos M.CXIIIJ°. Domina Matildis Comitissa XXX.^{ta} annis pugnauit pro ecclesia Romanna. Et uidetur, quod dominus eam fecerit ut defenderet Ecclesiam dei. Nam tempore suo fuerunt pape Victor, Nicolaus, Alexander, Gregorius, [f. 145 v] Desiderius, Vrbanus, Paschalis. Antipape suo tempore fuerunt tres, omnes de Parma, scilicet Candalus, Rolandus et Guibertus, quorum persecutio fuit grauis.

(1) Nota in alto: " Henricus quartus iuit jnfra annum romam ad coronationem ".

(2) Nota in basso: " nouaria combusta ".

(3) In margine: " donauit Liguriam ".

L'abbozzo della convenzione conchiusa nel 1167 tra il Comune di Piacenza e i Malaspina.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Tra i fatti che ebbero azione grandissima per preparare e secondare lo svolgersi della potenza della Lega Lombarda, da una parte, la rovina della potenza di Federico I Barbarossa in Italia, dall'altra, va annoverato il distacco dei Malaspina dalla parte imperiale. Il Giesebrecht (1) con tutta ragione mette in vista l'importanza del guadagno fatto dalla Lega Lombarda, per mezzo di Piacenza, allorchè con questa città vennero a patti Obizzo e Moroello Malaspina.

Il 29 nov. 1164 Federico I avea confermato ad Obizzo Malaspina i suoi possessi nella Marca e nell'arcivescovado di Genova (2). Ancora per non breve spazio di tempo rimasero i Malaspina nell'amicizia imperiale. Del loro posteriore distacco dalla medesima rimangono varie testimonianze. Già il Muratori (3) avea pubblicato il *breve recordationis* contenente i patti stretti il 3 maggio 1168 fra Obizzo e i Consoli della Lega Lombarda. A questo documento si riferiva evidentemente Cristoforo Poggiali (4), quando sotto l'anno 1167 scriveva: " Negli ultimi giorni " di questo, o per i primi dell'anno seguente entrò in quella " lega anche il marchese Obizzo Malaspina, e lo stesso Mura" tori... ha posto in luce i patti, ch'egli stabilì a comune difesa " colle città collegate ". Posteriormente Giovanni Vincenzo Boselli (5) diede alle stampe il patto del 26 dicembre 1167, che fu

(1) *Geschichte der deutschen Kaiserzeit*, V, 2, 591. Lipsia, 1888.

(2) Muratori, *Antichità Estensi*, I, 161-2; Stumpf, 4029.

(3) *Antiq. Italicae*, IV, 263-6 (dall'archivio comunale di Reggio). È un *breve recordationis*.

(4) *Memorie storiche di Piacenza*, V, 292-3. Piacenza, 1758.

(5) *Storie Piacentine*, I, 318. Piacenza, 1793.

Digitized by Google

poi ripubblicato da C. Vignati (1). Il Boselli (2) stampò anche il frammento a noi pervenuto di una sentenza arbitrale pronunciata (verso il 1170 o il 1171) da Ruggeri de Sarturiano (Sartoriana) e da Bosone Balbo, rispetto alla contestazione avvenuta circa le lire 2150, per le quali, in virtù del patto del 1167, il Comune di Piacenza era obbligato verso Obizzo Malaspina. Anche questo frammento fu ricevuto nella raccolta dal Vignati (3).

Nel luglio del 1903 potei, con tutto agio, esaminare il preziosissimo archivio di S. Antonino di Piacenza. Ad esso mi apersero l'accesso il rev^mo^ arciprete G. Tononi, nome rispettato da quanti si occupano della nostra storia medioevale, nonchè il rev. canonico Luzardi, ai quali mi dichiaro obbligatissimo.

Nella raccolta delle pergamene, che costituisce una ricchezza inapprezzabile, trovai l'originale dell'abbozzo del trattato in discorso. Da questo abbozzo siamo illuminati intorno alle trattative che immediatamente precedettero la conclusione del patto.

Il testo è duplice. Abbiamo cioè un testo primitivo, al quale di prima mano si fecero numerose aggiunte. Queste esprimono naturalmente un secondo stadio nel processo del componimento. Un terzo stadio ci è finalmente dato dal testo definitivo, edito dal Boselli. Tra la bozza e il testo definitivo abbiamo numerose e gravi differenze. Ci sono trasposizioni: ci sono espressioni cambiate. Oltre a ciò abbiamo alcune sovrabbondanze, ed una omissione. Anzitutto, si noti che il testo definitivo reca espresso il nome di Moroello, e intero vi figura il nome di Guglielmo. Il cenno sulla moneta (4) è aggiunto; similmente, la lunga finale (5)

(1) *Storia diplomatica della Lega Lombarda.* Milano, 1866, p. 149-50. Per questo, come per il documento seguente, il Vignati dipende dal Boselli, dopo del quale nessuno, ch'io sappia, ha riscontrato gli originali dei due documenti.

(2) Op. cit., I, 324-25.

(3) Op. cit., p. 150-1, in nota. — I Malaspina continuarono poi nella fedeltà verso la Lega Lombarda. Come tali figurano nel patto di Venezia del 1177 (Stumpf, 4201). Obizzo fu presente in Piacenza, 30 aprile 1183, alle trattative cogli imperiali (MURATORI, *Ant. Ital.*, IV, 291), e il 1° maggio dell'anno stesso ivi riconfermò i suoi legami colla lega (loc. cit., 293). Così pure nei giorni 22, 23, 27 dic. 1185 quei vincoli venivano ribaditi (loc. cit., 319-20).

(4) Ed. Boselli, p. 319, righi 22-24.

(5) Ed. Boselli, p. 320, r. 5-13.

Digitized by Google

è un'amplificazione molto diffusa del breve cenno che sta nell'abbozzo: " Et ita ut — ab utraque parte ".

D'altra parte tutto il passo " set de his denariis — in ipsis " kalendis ", che troviamo nell'abbozzo, compreso il cenno sui denari dovuti a Razo de Landa e a Gerardo de Ragio, manca nel testo definitivo.

Nell'abbozzo manca naturalmente la data. Una mano del secolo XIX vi appose la nota: " 1167, 29 decembre ", alludendo, ancorchè con una leggera svista cronologica, al documento pubblicato dal Boselli.

Il documento appellasi *breve* (" sicut in hoc breve scriptum est "), e il suo contenuto giuridico dicesi *concordia* (" hanc concordiam firmam tenebunt ").

Pubblico il documento come sta, distinguendo le aggiunte, fatte alla prima redazione, per mezzo delle parentesi rotonde. Ripeto che le aggiunte sono costantemente della mano che scrisse prima il testo. Il carattere è il postcarolingico perfezionato, proprio del sec. XII; anche se per altra via non ci fosse dato di fermare la data del documento, la forma del carattere ce la farebbe manifesta.

Aggiungo in nota qualche dilucidazione testuale e qualche raffronto col testo definitivo, a maggior chiarezza del testo presente.

Talis est concordia Opizonis marchionis et filii, videlicet quod ipse et filius debent salvare et custodire omnes homines Placentie et episcopatus et comitatus, et omnes illos, qui sunt in eorum societate vel erunt, in rebus et in personis, per se et homines et (1) sue partis, et facere vivam werram ubicumque Placentini et alie civitates voluerint, secundum eorum voluntatem et preceptum, et dare eis Auramalam (2) et Petram Grodam et Carexetum (3) et Crucem in eorum forcia et custodia, ita ut faciant ipsa loca custodire suis expensis. Et non debet ipse, neque filius f[a]cere pacem, nec treguam, neque werram recredutam, sine licentia atque precep[to] Placentinorum et aliarum civitatum. Et debet habitare in Placentia cum comitissa, vel filius cum sua uxore, secundum voluntatem Placentinorum, donec werra durabit. (Et dare debet G. fratri suo de

(1) *La parola* " et " *sta qui malamente e venne infatti intralasciata nel testo definitivo.*

(2) Oramala.

(3) Cereseto (Borgotaro).

podere comuni medietatem de omnibus iustis redditibus et terciam partem pedagii de Cruce, exceptata Auramala). Et facere debet cum filio, ut ab omnibus illis suis hominibus, quos Placentia [et] alie civitates voluerint, fiat sacramentum civitatum et quod hanc concordiam firmam tenebunt (1) et quod ab ipso marchione et filio sicut in hoc brevi scriptum est adimplebitur et observabitur. Preterea idem marchio et filius debent relevare Terdonam usque ad kalendas aquilis proximas, dando eis Placentini ad hoc cum aliis civitatibus mille equites et mille inter pedites et archatores, qui per unum mensem ibi maneant suis expensis. Et facta pace vel mortuo imperatore, seu postquam recesserit de Longobardia, debent statim redire ad pristinum statum pedagii, sicut erat ante werram. Et Placentini et alie civitates debent similiter salvare et custodire ipsum marchionem et filium et suos homines in rebus et in personis, et adiuvare eum et filium manutenere suum podere quod habet et tenet (excepto toto podere fratris et Bedogna (2), unde illum molestare nec forciare debent per comune). Neque debent facere pacem, nec concordiam cum imperatore, vel Papiensibus, sine marchione et filio, ita tamen ut non possit eos tenere in werra per fraudem. Item debent Placentini cum aliis civitatibus dare ipsi marchioni duo millia librarum imperialium, et insuper centum quinquaginta libras eiusdem monete. Tali ordine, scilicet CCC.L. libras usque ad kalendas februarias proximas, set de his denariis voluntate et precepto marchionis Razo da Linda et Gerardus de Ragio equaliter debent habere. IIII. libras in ipsis kalendis, octingentas usque ad kalendas marcii proximas, et mille usque ad medium medium proximum. et insuper debent expedire creditores eiusdem marchionis, scilicet de Cremona et de Placentia, illos de Cremona usque a kalendas iunii, et illos de Placentia usque ad proximum festum sancti Martini, expediendo primitus Janonum Mantegacium et Fulconum Iniquitatis, et Bertrammum Maliparentis (3) de eorum debitis. Et debent facere iurare venturos consules, quod totum hoc supra determinatum est, attendent, et quod ipsi venturi consules alios consules, qui post eos erunt, similiter iurare facient, et quod civitatem iurare facient sine fraude ita adimpleri. Insuper debent Placentini facere iurare consules Cremone et Mediolani et Parme et Laude et missum uniuscuiusque harum civitatum in publica concione ex parte populi, scilicet quod similiter versus iamdictum marchionem et filium suosque homines attendent et facient, et quod solvent totam illam partem suprascripte pecunie, que eis in concordia consignata fuit. Et ita ut supra dictum est observari debet ab utraque parte.

(1) tenebt. *Nel testo definitivo* tenebunt, *giusta l'edizione.*

(2) *Oggi chiamasi Bedonia.*

(3) *Nel testo definitivo:* Bertramum de Maloparente.

Digitized by Google

Alcune osservazioni intorno all' "Historia Sicula" del Malaterra.

Nota di AGOSTINO ROSSI.

Che valore ha l'*Historia Sicula* del Malaterra (1) considerata sotto il punto di vista dell'imparzialità e della veridicità storica? Merita essa, sempre sotto tale punto di vista, il giudizio non benevolo dell'Amari (2), o si addice al Malaterra la lode del Di Meo, che lo ritenne " autore di molta stima " (3), o, più d'ogni altra, coglie nel vero l'opinione di Bartolommeo Capasso, il quale affermò del Malaterra che, " sebbene talvolta esalti più del dovere il suo eroe, il conte Ruggero Bosso, pure le sue lodi non son tali che giungano a falsare la verità? " (4).

Avendo fatto argomento di alcuni nostri studî le fonti della storia di Sicilia nel periodo normanno, di necessità abbiamo dovuto porci il detto problema; e, poichè non era naturalmente possibile che ci facessimo un'opinione personale intorno ad esso senza un accurato esame dell'*Historia Sicula*, così in quest'esame medesimo siamo venuti raccogliendo in ordine sempre all'accennata questione alcune osservazioni, le quali ci paiono abbastanza nuove, e perciò crediamo bene rendere di pubblica ragione.

Il lettore abbia però sempre presente il titolo di questo nostro scritto e quanto ora abbiamo detto, per non pretendere da noi un lavoro esauriente sull'argomento.

---

(1) Ci serviamo dell'edizione fattane dal MURATORI, *Rer. Ital. Script.*, V. p. 549 e segg.

(2) *Storia dei Musulmani di Sicilia*, III, p. 23. Vedansi anche nello stesso volume le pagine 32, nota 1, 105, 134, nota 1 (nella qual pagina il Malaterra è detto " vero storiografo di corte "), 155, ecc.

(3) *Annali Critico-Diplomatici del regno di Napoli della mezzana età*, VIII, p. IX; Napoli, Stamperia Orsiniana, 1803. A pag. 36, ibid., il Di Meo pure dice " irrefragabile " l'autorità del Malaterra.

(4) *Le fonti della Storia delle Provincie Napoletane dal 568 al 1500*, p. 82, Napoli, Marghieri, 1902.

Digitized by Google

I. — Un fatto, di cui bisogna innanzi tutto tener conto a proposito dell'imparzialità e veridicità dell'*Historia Sicula*, è che il Malaterra era di nascita normanno. " A transmontanis partibus " venientem ", egli dice sè stesso nella nota lettera al vescovo di Catania Angerio, che precede l'*Historia* (1), e, se questa indicazione può parere non abbastanza precisa, l'espressione *nostri* frequentemente adoperata dal Malaterra parlando dei Normanni (2), ci toglie qualsiasi dubbio sulle origini normanne dell'autore dell'*Historia Sicula*.

Non basta. Un'altra circostanza alla quale fin da principio devesi por mente, è che l'*Historia Sicula* fu scritta per espresso incarico dato al Malaterra da Ruggero Bosso, il quale volle con essa tramandare ai posteri il ricordo della conquista normanna della Calabria e della Sicilia (3).

Il conte Ruggero anzi non solo affidò al Malaterra il detto incarico, ma gli diede anche l'ordine di scrivere la narrazione commessagli " plano sermone et facili ad intelligendum, quo ut " omnibus facilius quidquid diceretur patesceret " (4), e, di più, come si ricava da un passo dell'*Historia*, sul quale dovremo poi tornare (5), ordinò pure al Malaterra di narrare cose che, per loro stesse considerate, a lui Ruggero non facevano certamente onore; ond'è chiaro che il Conte s'ingerì anche circa il modo in cui l'*Historia Sicula* dovea essere condotta (6).

Le circostanze ora esposte conviene avere bene presenti,

---

(1) Muratori, *Rer. Italic. Script.*, V, p. 547. È noto che il nome di Giorgio, vescovo di Catania, il quale trovasi nelle edizioni della lettera, è errato e va sostituito con quello di Ansgerius (Angerio).

(2) V. *Hist. Sicula*, lib. I, cap. VII, VIII, lib. II, cap. XV, ecc. Cfr. anche la prefazione del Muratori all'ediz. da lui fatta dell'*Historia*; op. e vol. cit., p. 540.

(3) V. la precitata lettera del Malaterra al vescovo di Catania Angerio; loc. cit., p. 547.

(4) Ibid.

(5) Lib. I, cap. XXV.

(6) Altrove, e cioè nel principio del libro terzo, il Malaterra scrive anche: " Quoniam ex edicto Principis tempus scribendi imminet, quod ne" glegendo hactenus minus potatum est, ad fontem, quo hauriam, unde " limpidius eructetur, recurrere ipsius Principis urguens festinantia pro" hibet "; dal che è chiaro pure che il conte Ruggero dava fretta al Malaterra mentre questi componeva la sua *Historia*.

Digitized by Google

perchè esse ci fanno comprendere dentro quali limiti si debba ragionevolmente parlare dell'imparzialità e della veridicità dell'*Historia Sicula*. È, in altri termini, per esse evidente che noi non possiamo pretendere dal Malaterra un racconto così scrupolosamente imparziale ed esattamente veridico, come avrebbe potuto scriverlo uno che non fosse appartenuto alla gente della quale s'accingeva a narrare le gesta e che avesse preso a scrivere indipendentemente da qualsiasi ordine del conte Ruggero; poichè il sentimento naturale di patria e di stirpe e certi legami personali dipendenti da condizioni individuali specialissime, più o meno, poco o molto, influiscono sopra ogni uomo; nè agli uomini si deve chiedere più di quel che possono dare.

Il problema di cui ci occupiamo, in forza delle fatte considerazioni, per essere posto ragionevolmente, deve pertanto consistere nel vedere se il Malaterra, date le accennate circostanze, nelle quali si trovò, abbia serbato nella narrazione de' fatti tutta quella libertà di giudizio e quella veridicità che la sua condizione personale per lo appunto potè consentirgli.

II. — Leggendo con attenzione l'*Historia Sicula* del Malaterra, assai facilmente ci si avvede qua e là di errori di fatto nei quali l'autore è incorso. Così, per addurre qualche esempio, nel principio dell'*Historia*, dove il Malaterra ci dà alcune notizie relative all'andata dei Normanni in Francia e agli Altavilla, la nota concessione di terre sul suolo francese fatta da Carlo il Semplice a Rollone è attribuita a Lodovico II (1).

Se non che, errori di tal fatta rientrano nella categoria di quelle inesattezze, che nei cronisti medioevali si dànno così frequentemente, e che poco o nulla vogliono dire rispetto al fatto, non solo dell'imparzialità, ma anche della veridicità di una fonte

---

(1) Lib. I, cap. II. Avvertasi però che il Malaterra scrive: " Rex autem, " qui tunc temporis Franciae praeerat, Ludovicus, *ut credimus*, secundus ", ecc.

La concessione suaccennata ci è così narrata da Orderico Vital, *Ecclesiasticae Historiae*, l. III: " Carolus Rex Roloni filiam suam nomine Gislam " dedit in matrimonium, totamque terram a flumine, quod Epta vocatur, " usque ad mare Oceanum, in perpetuum possidendam reliquit ". V. *Historiae Normannorum Scriptores Antiqui*, ed. da Andrea Duchesne, Parigi, 1619, p. 459.

Cfr. anche nella stessa raccolta Dudone decano di San Quintino, *De Moribus et Actis Normann.*, lib. II.

Digitized by Google

storica. Una fonte, in realtà, pur essendo nei particolari di fatto spesse volte inesatta, può essere egualmente veridica, quando l'intonazione generale di essa sia tale da non rivelare nell'autore alcun proposito di falsare la verità, e gli errori di fatto siano errori puramente materiali, dipendenti da ignoranza, da ingenuità o da altre cause simili. In caso diverso, chi ha qualche pratica della storiografia medioevale sa che bisognerebbe ritenere non veridiche le testimonianze di tutti o presso che tutti i cronisti, compresi i maggiori e più autorevoli.

Non è dunque sopra fatti di tale natura che noi fonderemo le nostre osservazioni; ma sopra quei fatti, nei quali può rinvenirsi traccia d'una tendenza più o meno manifesta a falsare il vero di proposito e a colorire la realtà secondo un fine preconcetto.

Ora, quali sono per lo appunto codesti fatti nell'*Historia Sicula*?

Un primo fatto, anzi il fatto di maggior momento, è l'esaltazione frequentissima, per non dire continua, che il Malaterra fa della *strenuitas* militare e della forza fisica dei Normanni.

I Normanni combattono sempre o quasi sempre eroicamente, e di tale eroismo il maggior vanto tocca naturalmente al conte di Sicilia Ruggero. " Leoninam in omni certamine habens ferocitatem ", dice il Malaterra del conte Ruggero (1). E le espressioni *impetu leonino*, *leonina ferocitate*, ricorrono pure a proposito di altri combattenti normanni, i quali compiono contro i nemici straordinari atti di valore e dànno prova d'una forza fisica e di un coraggio grandissimi (2).

Della forza e del vigore fisico dei Normanni il Malaterra poi si piace di raccontare cose singolari e fuori dell'ordinario. Così nel capitolo nono del libro primo dell'*Historia Sicula* egli narra di un Ugo, normanno, " cognomento Tudextifem " (3),

(1) Lib. II, cap. XLIII.

(2) V., p. es., il lib. III, cap. XI, dove si parla di Giordano, figlio del conte Ruggero, a proposito dell'assedio e della resa di Trapani, e il lib. I, cap. X, nel quale, narrandosi di un combattimento coi Greci a Montepeloso, Guglielmo Braccio di Ferro è paragonato ad un leone furibondo.

(3) O *Tudebufem*, secondo la lezione di un altro codice. V. la nota (15) a pag. 552 dell'edizione Muratoriana.

Digitized by Google

il quale " nudo pugno equum in cervice percutiens uno ictu, " quasi mortuum dejecit „; nel capitolo trentacinquesimo dello stesso libro, a proposito dell'assedio posto a Reggio di Calabria da Roberto Guiscardo e dal conte Ruggero, racconta che quest'ultimo " quendam (*sic*) fortissimum et enormi corpore virum, exercitui " Normannorum multis contumeliis exprobrantem, quem omnes " quasi gigantem extollebant, impetu facto, hastili robore dejiciens " interfecit „; nel capitolo quarto del libro secondo riferisce che lo stesso Ruggero spaccò in due con un colpo di spada il corpo di un nemico. Ed altri particolari ancora di simil genere si leggono nell'*Historia Sicula*. Straordinaria poi sopra tutto ci appare la forza fisica del conte Ruggero; e a proposito di ciò ci basti riferire il modo in cui, secondo il Malaterra, il Conte, preso dai Saraceni, se ne sarebbe liberato. " Porro Comes „, narra l'*Historia Sicula*, " in tanto discrimine positus, pristinarum rerum haud " immemor, extrahere ensem, quo accinctus erat, expetens, et " in modum falcis virens pratum resecantis, circumquaque im- " piger vibrando ducens, pluribus interemptis, sola dextra et Dei " adjutorio liberatur, tanta strage de inimicis facta, ut sicut in " condensis saltibus jacerent a vento diruta ligna, sic circum- " quaque sibi adjacerent hostium ab ipso perempta cadavera „ (1).

A chi legga questa narrazione, non priva di efficacia, parrà d'essere in pieno poema romanzesco.

Un'altra circostanza degna, inoltre, di osservazione è che il Malaterra, non pago di narrare le prodezze e le audacie degli Altavilla stabilitisi già da tempo nell'Italia meridionale, si crede pure in dovere di raccontare taluni atti di valore e di coraggio di quelli fra gli Altavilla che non erano andati con gli altri loro fratelli nella Puglia.

" Sed ne aliquis „, scrive egli, " existimet illos, qui in " Apuliam cum aliis fratribus non venerunt, minoris valentiae " a reliquis fratribus fuisse, et ideo in Normannia remansisse, " de Serlone pauca dicenda sunt „ (2). Nè di Serlone soltanto, ma anche di Tancredi, padre di Serlone, il Malaterra rammenta " aliquid memoria dignum „; ossia la forza con la quale Tancredi uccise un cinghiale, " non quidem illum ictu feriendo, sed acuto

(1) Lib. II, cap. XXX.
(2) Lib. I, cap. XXXVIII.

Digitized by Google

" mucrone per durissimam frontem usque ad praecordia impin-
" gendo ", etc.; soggiungendo che, " non quidem omnia, quae
" memoranda forent, sed pauca, quae fama didicimus ab ipsis
" fratribus in Apulia, vel certe Calabria facta, quamvis rustico
" stylo exaravimus " (1).

Il fatto peraltro, che quanto all'esaltazione della *strenuitas* militare e del vigore fisico dei Normanni è più caratteristico nell'*Historia Sicula* e sul quale maggiormente si può fondare il giudizio che il Malaterra sia uno scrittore partigiano ed anzi un panegirista della sua gente, è che il nostro scrittore esagera per solito fino all'inverosimile la sproporzione numerica fra i combattenti normanni ed i combattenti nemici dei Normanni stessi (2), oppure narra d'imprese ardite condotte dai Normanni con un numero d'uomini troppo esiguo per non parere poco ammissibile.

A questo proposito crediamo anzi bene fermare l'attenzione del lettore su di un passo dell'*Historia Sicula*, dal quale si vede manifestamente come la misura della *strenuitas* guerresca nel concetto del Malaterra fosse appunto data sopra ogni altra cosa dallo scarso numero d'uomini con cui un capo militare s'accingeva ad imprese difficili ed importanti. Parlando nel libro terzo (3) di Roberto Guiscardo in procinto di andare a combattere contro l'Impero bizantino, il Malaterra, infatti, scrive: " Nam quantae
" audaciae, cuiusve militaris strenuitatis Dux iste fuerit, cum per
" multa exercitia satis abundeque clareat, etiam si reliqua omnia
" sileant, ex hoc potissimum indubitanter annotari potest, quod
" cum tam populosum Imperium tamque copiosum Imperatorem,
" totve millia hostium pauca manu spe subiugandi bello lacessere
" tentatûm ire praesumebat, ipse armatae militiae non plusquam
" mille trecentos milites secum habuisse, ab eis, qui eidem ne-
" gotio interfuerunt, attestatur ".

Dato ciò, bene si spiega che l'inferiorità numerica dei Normanni in confronto dei loro nemici nelle battaglie e l'esiguità

---

(1) Lib. I, cap. XL.

(2) Infatti, l'Amari, *Stor. dei Mus. di Sicilia*, III, p. 23 cit., fa del *dissimulare*, com'egli dice, *il numero degli ausiliari ed esagerare quel dei nemici* uno dei capi principali d'accusa contro il Malaterra, ch'egli in questa ed in altre cose non ritiene *semplice*.

(3) Cap. XXIV.

Digitized by Google

del numero dei Normanni stessi nel compimento d'imprese audaci siano elementi di fatto che il Malaterra ordinariamente non trascura, anzi mette in evidenza ed ingrandisce a dismisura nel suo racconto.

Inutile sarebbe quì riferire molti esempi — e sono davvero frequenti — del fatto in discorso, che si ricavano dall'*Historia Sicula*. Basterà rammentare soltanto a tale proposito qualche cifra più manifestamente esagerata ed inverosimile. Tale è, nel capitolo che riguarda la battaglia di Cerami (1), la cifra di trenta o trentasei *milites* (2), coi quali Serlone, seguìto dal conte Ruggero, che non avea con sè più di 100 *milites*, uscendo dalle porte del *castrum* che dovea difendere, senza neanche attendere la venuta dello stesso Ruggero, " ut leo furibundus ", " multas strages dando ", mette in fuga i nemici, ch'erano nientemeno che 30.000, " exceptis peditibus, quorum infinita erat multitudo " (3). E tale è il numero di 160 *milites* normanni, che combattono vittoriosamente contro 20.000 fanti, oltre ai soldati a cavallo, per riprendere la città di Catania ricaduta per tradimento in potere dei Musulmani (4), non che quello di 100 *milites*, che, condotti da Giordano, figlio del conte Ruggero, sconfiggono durante l'assedio di Trapani 10.000 nemici usciti dalla città con grande impeto contro di loro (5).

La prima volta che il conte Ruggero mise piede in Sicilia egli era poi, secondo il Malaterra, accompagnato soltanto da 60 *milites*, coi quali mise in fuga i Messinesi, da lui abilmente attirati lungi da Messina (6).

E notevole è anche il numero stragrande di morti in battaglia che il Malaterra assegna per solito ai nemici dei Normanni. A Cerami sarebbero stati circa 15.000 i nemici uccisi;

---

(1) Lib. II, cap. XXXIII.

(2) L'incertezza della cifra deriva da quanto scrive in quel capitolo lo stesso Malaterra. Infatti, poco dopo di aver detto che il conte Ruggero " aciem dirigit (a Cerami), Serlonemque nepotem eius cum triginta militibus praetermittit ", il Malaterra scrive: " ipse (Serlone) triginta sex milites habens ".

(3) Ibid.

(4) Lib. III, cap. XXX.

(5) Lib. III, cap. XI.

(6) Lib. II, cap. I.

Digitized by Google

nè basta; chè il Malaterra, riferendosi sempre a quanto i Normanni fecero, soggiunge: " In crastinum vero pedites ad viginti " millia, qui fugientes scopulos et praerupta montis occupaverant, " oppugnantes, plurima ex parte perimunt; reliquos vero debel- " latos vendentes, pecuniam infinitam accipiunt " (1). E così nella battaglia di Castrogiovanni, nella quale i Normanni sarebbero stati soltanto 700, a ben 10.000 su 15.000 combattenti è fatto ammontare il numero degli uccisi dalla parte dei Musulmani (2).

All'esaltazione della *strenuitas* militare e del vigore fisico dei Normanni nei modi e nelle forme che abbiamo veduto altri fatti però s'aggiungono, i quali possono pure far credere alla parzialità del Malaterra.

Uno di essi è il prodigare che fa il Malaterra le sue lodi agli Altavilla anche al di fuori del loro valore guerresco e della loro forza fisica.

Vedasi a questo proposito il capitolo IV del libro primo dell'*Historia Sicula*, dove si parla di Tancredi d'Altavilla, della sua prima e seconda moglie e dei di lui figli, e Roberto Guiscardo è detto, del resto con piena verità, " vir magni consilii, " ingenii, largitatis et audaciae ". Ma poi di Guglielmo, conte di Puglia, di Drogone (3) e via via d'ogni altro membro della famiglia degli Altavilla ricorrono le lodi.

Del conte Ruggero fin da principio il Malaterra ci dà questo ritratto: " Erat enim iuvenis pulcherrimus, procerae staturae, " eleganti corpore, lingua facundissimus, consilio callidus, in or- " dinatione agendarum rerum providus, omnibus iocundus et af- " fabilis, viribus fortis, militia ferox, quibus artibus brevi tem- " pore omnem gratiam meruit " (4).

E un ritratto pieno di lodi abbiamo pure di Ruggero, figlio di Roberto Guiscardo e duca di Puglia (5).

Si legga per di più quanto il Malaterra scrive del dolore cagionato dalla morte di Giordano, figlio del conte Ruggero, in una forma che sa di esagerato, al punto da dirci che perfino gli

(1) Lib. II, cap. XXXIII cit.
(2) Lib. II, cap. XVII.
(3) V. lib. I, cap. XII
(4) Lib. I, cap. XIX.
(5) Lib. IV, cap. IV.

Digitized by Google

stessi Musulmani, " non quidem ex amore, sed ex moerore, quo " nostros affici videbant ", erano commossi per pietà fino alle lacrime (1), e si veda se pur da ciò non sia da trarre argomento ad asserire e provare la parzialità del Malaterra pe' suoi Normanni.

Inoltre il disprezzo col quale il Malaterra parla dei Greci non solo (2), ma dei Longobardi dell'Italia meridionale, da lui detti al pari dei Greci " genus semper perfidissimum " (3), ed anche " gens invidiosissima et semper quemcumque probum " suspectum habens " (4), e dei Calabresi, qualificati pure per " genus perfidissimum " (5), sembra altresì un'altra prova della nessuna serenità di giudizio del Malaterra.

E finalmente si deve notare come nell' *Historia Sicula* sia data larga parte all'intervento del soprannaturale; per il che basti rammentare l'apparizione di San Giorgio nel combattimento di Cerami, " eques splendidus in armis, equo albo insidens, " album vexillum in summitate hastilis alligatum ferens, et de- " super splendidam crucem, et quasi a nostra acie progrediens, " ut nostros ad certamen promptiores redderet, fortissimo impetu " hostes, ut densiores erant, irrumpens " (6).

L'Amari dà poi anche taccia al Malaterra di " saltare a " pie' pari le imprese fallite, o troppo scellerate " de' Normanni, e scrive di lui e di Guglielmo detto Apulo, essere essi larghi raccontatori dei delitti privati di Roberto Guiscardo e del conte Ruggero, " non tanto per libertà loro e grandezza d'animo dei principi, quanto per l'opinione di quelle compagnie di ventura passata nelle corti, dove si tenean vezzi guerrieri da vantarsene, e peccati veniali prodigalmente pagati alla Chiesa " (7).

III. — In tutti questi fatti che abbiamo messo in evidenza

---

(1) Lib. IV, cap. XVIII.

(2) Lib. II, cap. XXIX.

(3) Lib. I, cap. XIII.

(4) Lib. I, cap. VI.

(5) Lib. I, cap. XXVIII.

(6) Lib. II, cap. XXXIII cit. Vedasi anche com'esempio e prova della larga parte che il Malaterra dà all'intervento del soprannaturale il cap. VI del libro II; ed altri esempî ancora si possono addurre.

(7) *Stor. dei Musulmani di Sicilia*, III, p. 23 cit.

Digitized by Google

vengono a riassumersi, a dir così, i principali capi d'accusa contro l'imparzialità e la veridicità del Malaterra.

Se non che, qual'è il valore che hanno codesti fatti in relazione appunto col problema che discutiamo?

È questo che dobbiamo ora cerçar di vedere.

Già dall'esposizione stessa che ne facemmo il lettore si sarà accorto che taluno dei detti fatti non può pregiudicar seriamente, sotto il punto di vista dal quale noi la consideriamo, la fama del Malaterra.

Così, che il Malaterra parli sprezzantemente dei Greci, deve parere più che naturale in un normanno, ed è cosa comune pure ad altre fonti (1), e rispondente ad un concetto assai diffuso sul conto dei Greci stessi. Di più il Malaterra dice i Greci " genus " perfidissimum ", anzi " semper genus perfidissimum ", a proposito di un inganno che i Greci Cristiani di Troina avrebbero, secondo ch'egli racconta, macchinato contro il conte Ruggero (2). La natura del fatto al quale quelle espressioni di biasimo, anzi di sprezzo, si riferiscono, giustifica pertanto quelle espressioni stesse.

E così si dica di quanto concerne i Calabresi. Se il Malaterra, infatti, ce li dà egualmente per una razza perfidissima, lo fa a proposito di una ribellione di essi contro i Normanni. " Cum viderent ", egli dice, " fratribus (Roberto Guiscardo e il " conte Ruggero) inter se dissidentibus, sese a nemine suscitari, " coeperunt jugum Normannorum a se excutere, et servitium, quod " juraverant, vel tributum minime persolvere; unde et simula" tione fidelitatis traditione composita, castrum Leucastrense ac" cipientes, sexaginta Normannos, qui ad tuendum ibi castrum " relicti erant, una die peremerunt " (3). Nè diversamente è dei Longobardi dell'Italia meridionale, che il Malaterra dice " gens " invidiosissima, etc. " a proposito del fatto, da lui asserito, ch'essi avevano cercato di mettere secretamente in mala vista

(1) Basti citare in proposito Guglielmo detto Apulo. V. il libro I, vv. 212 e 225 e seg. del suo poema sulle gesta di Roberto Guiscardo in *Monum. Germ. Hist., Script.*, IX.

(2) Lib. II, cap. XXIX cit.

(3) Lib. I, cap. XXVIII cit. Altrove (v. il cap. XVII del lib. I) il Malaterra dice i Calabresi " genus formidolosissimum ".

Digitized by Google

a Guaimario IV, principe di Salerno, i Normanni (1), e " genus " semper perfidissimum ", riferendosi ad un tradimento che i Longobardi " Apulejenses " avevano, a detta sua, ordito contro i Normanni stessi (2).

Molto maggior danno possono recare invece alla fama d'imparzialità e di veridicità del Malaterra gli altri fatti suesposti, i quali perciò anche richiedono da noi un accurato esame.

E, per rifarci dal primo di essi, cioè dall'esaltazione che il Malaterra fa nell'opera sua della forza fisica e della *strenuitas* militare dei Normanni esplicantesi principalmente nel fatto del piccolo numero d'uomini, con cui quelli avrebbero ottenuto segnalate vittorie contro nemici incomparabilmente più numerosi e compiuto atti di singolare valore, è innanzi tutto da osservare che tale esaltazione può esagerare, anzi certamente esagera nei particolari, ma non falsa nella sostanza la verità storica.

Nessuno, infatti, può mettere in dubbio che i Normanni venuti nell'Italia meridionale, al pari di quelli che rimasero in

(1) Lib. I, cap. VI cit.

(2) Lib. I, cap. XIII cit.

Non possiamo a questo punto tralasciar di riferire un'osservazione dell'Amari, *St. dei Mus. di Sicilia*, III, pp. 182-83, il quale scrive: " Slealtà, " nel costui linguaggio (del Malaterra), significava impazienza del giogo " normanno, chè giogo egli stesso il chiama; significava ricusare il tributo " e il servigio che il duca, all'uso normanno, richiedea dalle città, le quali " un tempo elessero console il capo dei condottieri; richiedea da' condottieri che chiamarono un compagno a capitanare tutte le forze in guerra ". Col che l'Amari, dato il tono costantemente ostile delle sue parole verso il Malaterra, viene in certo modo a dire che l'accusa di slealtà data dal Malaterra alle popolazioni assoggettate dai Normanni è un'accusa partigiana, in quanto egli giudica le cose dal punto di vista normanno.

Se non che quì è il caso di domandare come il Malaterra, ch'era appunto un normanno e scriveva per incarico del conte Ruggero, avrebbe potuto giudicare in un modo diverso tutto ciò che aveva carattere di ribellione e di ostilità ai Normanni da parte delle popolazioni da costoro sottomesse.

Abbiamo notato ciò, perchè da questo si scopre sempre meglio il criterio, secondo noi errato, dell'insigne storico siciliano nel giudicare del Malaterra; ch'è quello di pretendere dallo storiografo del conte Ruggero un'obbiettività soverchia e non compatibile con le speciali circostanze e le personali condizioni nelle quali quegli scrisse la sua *Historia*.

Digitized by Google

Normandia, che invasero l'Inghilterra, ecc., fossero un popolo vigorosissimo, audace e sopra tutto militarmente forte (1).

L'Amari stesso che, come dicemmo da principio, non è benevolo al Malaterra, dà di essi questo giudizio, che ci piace riferire: " Come i compagni di Roll, così i Normanni d'Italia, in lor vita da masnadieri mostrarono splendidamente le virtù che fondano gli Stati ", e nota innanzi tutto nei Normanni " virtù di guerra, la quale s'apprese immantinenti agl' Italiani entrati nelle compagnie [loro] " (2).

Di più, pur essendo vero che continue emigrazioni da oltralpe ripararono le perdite e rinvigorirono le forze dei Normanni nell'Italia meridionale (3), non si può credere certo che queglino fossero molto numerosi.

Alla pochezza, non diciamo assoluta, ma relativa, del loro numero è, infatti, frequentemente accennato nelle fonti più autorevoli del secolo undicesimo e del secolo successivo.

Orderico Vital, nelle sue *Ecclesiasticae Historiae*, dice che nella spedizione intrapresa contro l'Impero d'Oriente Roberto Guiscardo non aveva nell'esercito suo, il quale, si noti bene, fu raccolto " ex omni Ducatu Apuliae et Calabriae " e composto " Normannorum et Langobardorum ", più di 10.000 soldati (4); e si tratta di un tempo oramai abbastanza lontano dai primi stabilimenti dei Normanni nel mezzogiorno d'Italia.

Certamente che nelle fonti si dànno anche espressioni, le quali possono far credere il contrario.

---

(1) " Northmannorum namque gens belligera et effera ", scrive di essi Dudone, decano di San Quintino, nella sua già cit. op. *De Moribus* etc., lib. III, p. 143 della pur cit. raccolta di A. Duchesne.

(2) *St. dei Mus. di Sicilia*, III, p. 53.

(3) Cfr. G. De Blasiis, *La Insurrezione Pugliese e la Conquista Normanna*, Napoli, Detken, 1864, II, p. 9.

(4) V. il lib. III, pag. 641, della cit. raccolta di A. Duchesne: *Historiae Normannor. Script. Ant.*

Si avverta però che Anna Comnena, enumerando le forze militari raccolte in questa spedizione da Roberto Guiscardo a Brindisi, parla di un numero di soldati molto maggiore. Accennato alle navi, essa, infatti, soggiunge: « οἱ δὲ στρατιῶται εἰς τριάκοντα χιλιάδας ξύμπαντες ἐτύγχανον συμποσούμενοι, ἑκάστης νηὸς ἄνδρας ἀπολαμβανούσης διακοσίους μεθ' ὅπλων καὶ ἵππων ». *Alessiade*, lib. I, c. 16, p. 75, nel *Corpus Script. Historiae Byzantinae*, Bonn, 1839.

Digitized by Google

Così Rodolfo Glabro ci parla di una " innumerabilis multitudo „ di Normanni, " etiam cum uxoribus et liberis „, venuti in Italia ancora alla notizia delle prime vittorie riportate dai loro connazionali sui Greci (1); il *Chronicon breve Northmannicum* ci dice, a proposito della prima invasione della Puglia, che i Normanni entrarono in quella regione " cum exercitu magno et forti „ (2): e lo stesso Amato, nell'antica versione in francese nella quale unicamente possediamo la sua *Storia dei Normanni* (3), adopera talora riferibilmente a questi ultimi le espressioni " sans nombre „ (4), " celle grant multitude „ (5), ecc.

Ma dello scarso valore di siffatte espressioni ci persuade l'esame appunto delle stesse fonti nelle quali esse si trovano. Infatti, il *Chronicon breve Northmannicum*, nelle poche notizie che ci dà e nel brevissimo spazio che occupa, adopera l'espressione " cum exercitu magno et forti „ a proposito dei Normanni ben tre volte (6), come una di quelle frasi fatte o uno di quei ritornelli obbligatorî, che vengono ripetuti ad ogni occasione che capita; e Amato ha espressioni che tolgono valore a quelle altre sue prime da noi riferite e per le quali è da ritenere che i Normanni non fossero in gran numero (7).

Gli stessi dati numerici poi che riferibilmente a taluna delle battaglie combattute dai Normanni nel primo mezzo secolo dopo la loro venuta nell'Italia meridionale ci forniscono alcune fonti, provano pure che i Normanni non erano molto numerosi.

---

(1) Lib. III, *ex Rod. Glabri Historiarum libris V*, p. 63, ed. Waitz, nei *Mon. Germ. Histor.*, *Script.*, VII.

(2) Muratori, *Rer. Italic. Script.*, V, p. 278, anno MXLI.

(3) *Ystoire de li Normant.* Vedi l'ediz. fattane per incarico della *Société de l'histoire de Normandie* dall'abbate O. Delarc, Rouen, Lestringant, 1892, con una dotta introduzione e note.

(4) V. ibid., lib. V, c. 13, p. 207.

(5) Ibid., lib. V, c. 15, p. 209.

(6) Cioè nel passo surriferito, a pag. 278, e in altri due passi, a pag. 279, dell'edizione Muratoriana cit. Manco a dire poi che la riferita espressione è adoperata a proposito di fatti diversi.

(7) Queste espressioni si riferiscono per lo più al numero dei combattenti normanni nei varî fatti d'arme che Amato narra; nè un miglior criterio per istabilire se la massa dei Normanni venuti in Italia fosse molto numerosa o no noi abbiamo. Vedansi, fra gli altri luoghi che si possono citare, i seguenti: libr. II, c. 8, p. 59, e c. 21, p. 71; l. VII, c. 12, p. 281, op. ed ediz. cit.

Digitized by Google

Così valga ad esempio la cifra di non più di 2000 Normanni di fronte a 18.000 Greci, " exceptis servitoribus ", che ci è data dagli *Annales Barenses* nel racconto della battaglia combattuta nel maggio del 1041 presso l'Ofanto (1). E, nell'inizio della stessa conquista della Sicilia, di 1000 cavalieri ed altrettanti fanti soltanto ci parla Amato, riferendosi all'esercito normanno che fu passato in rassegna da Roberto Guiscardo prima di andar contro Rametta (2).

Nelle cifre relative a fatti accaduti dopo le prime conquiste dei Normanni nell'Italia meridionale, insieme coi Normanni proprî e veri, debbono poi anche, come ognuno sa, comprendersi i soldati tratti dalle popolazioni che i Normanni assoggettarono (3).

Dovendosi ritenere pertanto che il numero dei Normanni non sia stato grande, anche per quanto riguarda la sproporzione numerica tra le forze combattenti loro e quelle dei loro nemici si può dire che il Malaterra abbia esagerato, ma non falsato la realtà dei fatti.

Aggiungansi poi, sempre a tale proposito, altre considerazioni. E prima di tutto è da osservare che, dove attribuisce ai Normanni un numero di combattenti troppo esiguo in confronto di quello dei combattenti nemici, il Malaterra parla spesso di *milites*.

Ora, come tutti sanno, ciascun *miles* o *eques* nel Medio Evo avea seco ordinariamente due o più uomini armati e montati a cavallo (4). Il numero dei *milites* combattenti dalla parte dei Normanni, datoci dal Malaterra nel racconto dei varî fatti di guerra ai quali si riferisce la sua *Historia*, non deve pertanto

---

(1) *Monum. Germ. Histor.*, *Script.*, V, p. 54.

(2) Op. ed ediz. cit., lib. V, c. 20, p. 211.

(3) Basta leggere anche superficialmente le fonti di questo tempo per trovare menzione degl'Italiani assoggettati dai Normanni che combattevano nelle file dei Normanni stessi.

Fra i non pochi passi che a tale proposito si possono citare, vedansi i vv. 235 e seg. del libro III del poema di Guglielmo detto Apulo, ediz. cit.

(4) V. Muratori, *Antiquit. Ital. M. Aevi*, t. II; *Dissertatio vigesimasexta; De militia saecul. rudium in Italia*, 484-85. Il Muratori parla veramente di tale uso riferendosi ai secoli XIII e XIV; ma cita poi esempî, dai quali si ricava che molto tempo prima i *milites* o *equites* conducevano seco, come egli dice, " alios... militaturos ad praesidium simul ac famulatum ".

Digitized by Google

essere preso alla lettera; bensì, come già, del resto, notò l'Amari (1), moltiplicato almeno per tre. Ciò che, naturalmente, attenua alquanto l'esagerazione delle cifre dell'*Historia Sicula* nel senso di far apparire i Normanni grandemente inferiori per numero ai loro nemici.

È questa un'osservazione, ad ogni modo, che ha un valore assai relativo. Ben più importante invece è il fatto che esagerazioni del genere di quelle del Malaterra, ed anzi maggiori, si dànno talora allo stesso proposito in altre fonti.

Una prova veramente saliente di ciò la si ha in Amato (2), il quale, seguìto in questo da Pietro Diacono (3), riferibilmente alla battaglia combattuta dai Normanni contro i Musulmani a Castrogiovanni scocca l'iperbole, come ben dice l'Amari (4), dei 15.000 cavalli e 100.000 fanti musulmani che vi avrebbero preso parte, superando l'esagerazione del Malaterra, il quale parla soltanto di 15.000 combattenti musulmani (5). È vero bensì che Amato lascia ai Normanni i 1000 cavalli e i 1000 fanti passati in rassegna da Roberto Guiscardo fin dagli inizî della conquista della Sicilia (6), mentre il Malaterra parla di soli 700 combattenti nella detta battaglia dalla parte dei Normanni (7); la quale cifra, del resto, ci è data pure da taluna fonte araba (8); ma, ad ogni modo, l'esagerazione di Amato è sempre di gran lunga maggiore di quella del Malaterra; oltre

---

(1) *Stor. dei Musul. di Sicilia*, III, p. 61, nota 3.

(2) Lib. V, c. 23, p. 213, ediz. cit.

(3) *Chron. Mon. Casinensis* di Leone Ostiense, continuata da Pietro Diacono, l. III, pp. 734-35, nei *Monum. Germ. Hist.*, *Script.*, vol. VII cit.

(4) Op. e vol. cit., p. 73, nota 1.

(5) Lib. II, cap. XVII, ediz. cit.

(6) "... lo magnifico duc..., liquel n'avoit que mille chevaliers et "mille pedons, et non plus... ". Loc. ultimamente cit. Cfr. Amari, *Storia dei Musul. di Sicilia*, III, p. 73, nota 1 cit.

(7) *Hist. Sic.*, loc. ultimamente cit.

(8) 'Ibn Ḫaldûn dice: "Ruggiero, venuto nell'isola, con settecento [uo"mini] si rivolse a Castrogiovanni... ". V. Amari, *Biblioteca Arabo-Sicula*, II, cap. L, p. 202. Nella sua *Stor. dei Musul. di Sicilia*, III, p. 73, nota 1 cit., l'Amari, a proposito di questo passo d''Ibn Ḫaldûn, dice che "potrebbe "essere appunto la tradizione normanna, intesa in Palermo nel XII secolo "da 'Ibn-Sceddâd, la cui compilazione ci manca ".

Digitized by Google

di che, come osservò l'Amari (1), i 700 combattenti del Malaterra potrebbero essere i soli *milites*, senza contarvi gli uomini d'arme di ciascun *miles*.

Le esagerazioni di cui parliamo non sono pertanto di certo una particolarità del Malaterra; rispetto al quale potremmo anche osservare che non manca nel suo racconto il caso, in cui egli tacque una parte delle forze avversarie: il che male si accorda con l'idea ch'egli abbia esagerato ad arte la sproporzione numerica tra i Normanni ed i loro nemici allo scopo di glorificare il valore dei primi, poichè, come ognuno comprende, alla glorificazione dei Normanni non potea giovar certamente il rappresentare inferiori al vero le forze ad essi nemiche. E il caso accennato precisamente si riferisce all'assedio di Palermo, durante il quale giunsero dall'Africa ai Musulmani aiuti, di forze navali, come sembra, sebbene non in gran numero, dal Malaterra passati appunto sotto silenzio; ciò che già avvertì, quantunque senza trarne alcuna deduzione men che sfavorevole al dispregiato storiografo del conte Ruggero, Michele Amari! (2).

Un fatto, che riferibilmente a quanto ora discutiamo deve aversi in molto conto, è poi quello che il Malaterra desunse, com'è noto, la materia del suo racconto da ciò che gli fu riferito.

" Sciendum tamen vobis est, sive alteri, quicumque libri " huius recitator, vel certe interpres accesserit " — scrive egli nella già citata lettera dedicatoria dell'*Historia Sicula* al vescovo di Catania (3) — " si seriatim, minus ordinate, secundum " tempora, quibus facta sunt, quae adnotantur, vel certe aliqua " oblivione praetergressa repereritis, non haec tam mihi, quam " *relatoribus* culpando adscribantur; praesertim cum de ipsis tem" poribus, quibus fiebant, praesentialiter non interfuissem ", ecc. E i *relatores* del Malaterra, com'è ammesso, del resto, anche dall'Amari (4), furono indubbiamente tra coloro che nelle imprese del conte Ruggero ebbero parte (5): gente tutta, pertanto,

(1) *St. dei Mus. di Sic.*, ibid.

(2) Stessa op., III, p. 122, nota 4.

(3) Loc. cit.

(4) L'Amari, riferendo taluna asserzione del Malaterra, arriva anzi a dire: " Malaterra o il conte (Ruggero) ". V. *St. dei Mus. di Sic.*, III, p. 155.

(5) Che il Malaterra attingesse notizie da coloro stessi ch'erano intervenuti nei fatti da lui narrati, stanno a provarlo anche le seguenti parole

Digitized by Google

interessata, se non altro per millanteria soldatesca, ad esagerare ed esaltare il valore suo proprio e quello del Conte, e pronta ad alterare i particolari dei fatti d'arme (1).

Nè al Malaterra, straniero, da non molto tempo venuto in Italia e vissuto, per quanto s'ha a credere, esclusivamente fra la detta gente, era dato modo di controllare la verità di ciò che venivagli riferito.

Ora, anche tutto questo attenua notevolmente la gravità delle esagerazioni delle quali parliamo, nei riguardi dell'imparzialità e della veridicità del Malaterra, poichè, in fine, ogni uomo dà ciò che riceve dall'ambiente in cui vive.

V' ha di più ancora. Dove la sproporzione numerica posta tra i Normanni ed i nemici loro è nell'*Historia Sicula*, pel suo eccesso, più inverosimile, il Malaterra non manca talora di notare appunto codesta inverosimiglianza; e, se tuttavia egli mostra di tener per veri i dati che fornisce, è perchè crede fermamente nell'intervento dell' azione divina, o, comunque, del soprannaturale, a favore dei Normanni.

In prova di ciò basta leggere quanto egli dice, narrando, nel capitolo che si riferisce alla battaglia di Cerami (2), il fatto già ricordato di Serlone, che con trenta o trentasei *milites* fugò 30.000 nemici, " exceptis peditibus „, etc. " Hoc facto „ — scrive il Malaterra — " patenter cognoscere possumus, Deum nostris ' fautorem fuisse. Nam humanae vires, tam magnum quid, tamque ' nostris temporibus inauditum, nec praesumere quidem, nedum ' perficere potuissent. Si autem cum Propheta admirantes requi-

---

del capit. XXIV del libro terzo dell'*Histor. Sicula*, riferentisi all'impresa di Roberto Guiscardo côntro l'Impero d'Oriente, da noi più addietro riportate già nel testo: " ipse armatae militiae non plusquam mille trecentos ' milites secum habuisse, *ab eis, qui eidem negotio interfuerunt*, attestatur „.

(1) Di tali esagerazioni del proprio valore ed alterazioni de' particolari dei fatti aventi carattere militare, tra i Normanni, a noi pare che s'abbia una prova nelle stesse parole che riferimmo nella nota precedente, poichè da esse si vede come i soldati che parteciparono all'impresa d'Oriente condotta da Roberto Guiscardo affermassero di essere stati in un numero presumibilmente di non poco inferiore a quello nel quale in realtà furono, almeno stando ai dati (più addietro già adducemmo in proposito la testimonianza di Orderico Vital e, in nota, di Anna Comnena) fornitici da altre fonti.

(2) Cap. XXXIII cit. del lib. II.

Digitized by Google

" rimus: *quo modo persequebatur unus mille?*, nam hoc istis, ut " quondam filiis Israël provenisse cognoscimus, profecto nobis- " metipsis, ex eiusdem Prophetae verbis, absque mendacio respon- " dere possumus: *quia Deus suus vindicat eos, et Dominus in pro- " fundo iniquitatum suarum clavi irae suae concluserat illos* ", ecc. E la vittoria di Serlone è detta dal Malaterra " victoriam a Deo " per nepotem factam " (1).

Più sopra poi accennammo all'apparizione di San Giorgio, che il Malaterra narra come avvenuta al principio del combattimento che seguì il fatto d'arme di Serlone, a Cerami.

Ora, data la credenza del Malaterra che i Normanni nelle imprese da essi condotte nel mezzogiorno d'Italia e in Sicilia fossero stati assistiti dalla protezione divina (2), (credenza che dovette, del resto, in que' tempi facilmente e stiam per dire naturalmente formarsi non foss'altro pel fatto che nel conquistare la Sicilia essi combatterono i Musulmani, nemici della fede cristiana), le esagerazioni dell'*Historia Sicula* intorno alle quali è quì questione, mentre, da un lato, sempre più si spiegano, dall'altro, sempre meno possono essere attribuite ad un proposito di parzialità voluta e a mancanza di veridicità nel nostro autore. Posto l'intervento del soprannaturale, nel modo in cui lo intendevano i tempi nei quali il Malaterra visse, nulla, in realtà, vi ha più d'inverosimile; e che siffatta fede in quell'intervento nel Malaterra fosse sincera, da nessuno che rammenti la condizione di monaco e la religiosità di lui (3) potrà esser messo ragionevolmente in dubbio.

Tutto considerato, ognuno vede pertanto a che si riduca il fatto dell'esaltazione del valore guerresco e della forza fisica dei Normanni quale capo d'accusa contro l'*Historia Sicula* del Malaterra, in rapporto sempre alla questione da noi posta nel principio di questo scritto. Si tratta di notizie che il Malaterra ac-

---

(1) Ibid.

(2) Oltre che dai passi riferiti, questa credenza si desume poi da non pochi altri passi dell'*Historia Sicula*, che riteniamo superfluo citare. Vedasi, ad ogni modo, il cap. XVI del libro quarto, e notinsi le seguenti espressioni del cap. XXV dello stesso libro: " Quis dubitet progeniem hanc divinitus " quadam felicitate denotatam? ".

(3) Questa religiosità traspare da tutta l'*Historia Sicula*, in un modo che non potrebbe essere più evidente.

Digitized by Google

colse come le udì da coloro a contatto dei quali egli visse, e credette vere, sì perchè i suoi *relatores* erano pur sempre gente che alle ultime e più gloriose imprese dei Normanni avevano preso parte direttamente; sì perchè era ben naturale ch'egli, normanno, avesse un alto concetto del valore del popolo, al quale apparteneva; sì, finalmente, perchè, dove il suo buon senso poteva esser tratto a dubitare della verità di certi particolari, la convinzione che i Normanni erano stati in quanto avevano fatto assistiti da soprannaturali aiuti, dato l'ardor di fede suo e del suo tempo, doveva rimuovere tosto dalla sua mente quei dubbî.

Il che, come ognuno comprende, è cosa ben diversa dalla parzialità e dalla poca osservanza della verità storica!

Quanto or ora s'è detto della religiosità del Malaterra, della condizione sua di monaco, del fervor mistico del suo tempo, ci dispensa poi dal trattenerci a lungo sulla circostanza che il nostro autore nella sua narrazione dà non poca parte all'intervento del soprannaturale.

È questo, del resto, un fatto frequentissimo nella storiografia medioevale; ed in ciò alla pari del Malaterra si possono mettere Amato (1) ed altre fonti (2).

Il concetto poi speciale che i Normanni fossero sorretti nelle loro imprese da aiuti soprannaturali è comune ai loro storiografi di questo tempo (3), e, oltre che col fatto già più sopra accen-

---

(1) Vedasi, p. es., nell'*Ystoire de li Normant* di Amato, ediz. cit., il cap. 42 del libro II, p. 98.

(2) Per addurre qualche esempio, si veda Pietro Diacono, il quale, nella sua continuazione della *Chron. Mon. Casinensis* di Leone Ostiense, lib. III, p. 735 dell'ediz. dei *M. G. H.* cit., racconta che il martire Gennaro, mentre Riccardo principe di Capua assediava Napoli, si vedeva " cum aliis " dealbatis saepius... a principe et eius exercitu per castra armati discurrere ".

(3) Amato, narrando una visione che un prete avrebbe avuto, visione riferentesi alla grandezza di Roberto Guiscardo, fra gli altri particolari di essa, racconta di una dama, che il prete avrebbe veduto sulla cima d'un albero più bello e più grande d'ogni altro, il quale sorgeva in un giardino; e ravvisando nella dama naturalmente un simbolo, dà di questo la seguente interpretazione: " Porroit soi entendre que la dame fust la Providence " devine, *pour la disposition de laquelle subjuga et veinchi li Normant li* " *habiteor de ceste part, et christien, et li Sarrazin...* ". V. il cap. 3 del libr. V dell'*Ystoire de li Norm.*, pp. 196-97 dell'ediz. cit. Parlando di fatti singoli attinenti alla conquista normanna del mezzogiorno d'Italia e della Sicilia,

Digitized by Google

nato ch' essi tolsero la Sicilia ai nemici del nome cristiano, onde parea ben naturale a que' tempi pensare che l'ausilio divino avesse dovuto particolarmente assisterli, si spiega anche con quel tanto di straordinario e d'eroico che in realtà ci fu, militarmente parlando, nelle azioni loro, e che ai narratori delle loro gesta dovea facilmente parere oltreumano.

Venendo ora agli ultimi addebiti, fra quelli più addietro accennati, che si possono fare al Malaterra, ossia al fatto delle lodi nell'*Historia Sicula* prodigate ai capi normanni anche al di fuori della loro prodezza militare e della loro forza fisica e all'aver il nostro autore taciuto, secondo l'affermazione dell'Amari, le imprese fallite o troppo scellerate de' suoi, diremo innanzi tutto doversi quanto al primo addebito osservare come, pur largheggiando, e già lo si è veduto, nelle dette lodi, il Malaterra dia prova talvolta d'una certa indipendenza d'animo nel giudicare gli stessi personaggi da lui lodati.

Già notevole a questo proposito è quanto egli scrive nel principio del quarto libro dell'*Historia Sicula*, riferendosi al duca Ruggero, figlio di Roberto Guiscardo.

" Si esset unde nova „, egli dice, " et elegantior poëtria, " novo Duci adhibenda esset; ut facundior sermo a iuvene no- " vorum, ut in tali aetate assolet, appetitore, novo stylo novos " favores suo merito extorqueret. Sed ne stylum mutando *hoc* " *quasi adulatione facere dicamur,* prioris poëtriae ordine servato, " orationis seriem exequamur „.

A questa preoccupazione, che s'appalesa nel Malaterra, di poter esser detto adulatore, noi non daremo, ad ogni modo, un gran peso.

---

frequentemente poi egli accenna al favore e all'aiuto divino per rispetto ai Normanni. Così, a proposito della battaglia combattuta dai Normanni contro i Musulmani a Castrogiovanni, scrive: " Dieu combat pour exercit " de li Normant chrestien, kar les salva, et li non fidel confondi et destruist „. Lib. V, cap. 23, p. 214 della stessa edizione.

La stessa credenza che i Normanni fossero assistiti da forze soprannaturali trovasi anche in Guglielmo detto Apulo, dal cui poema, in prova di ciò, ci basti citare i seguenti versi (lib. III, vv. 246-47, ediz. cit.), i quali si riferiscono all'assedio posto dai Normanni a Palermo:

> Principio naves Affrae Siculaeque resistunt;
> *Nutu divino* tandem cessere coactae.

Digitized by Google

Ma di maggior momento, invece, è il fatto che nell'elogio dello stesso duca Ruggero, il nostro autore, dopo di aver esaltato non poche virtù di esso principe, scriva, parlando del modo in cui il Duca teneva giustizia: " iuste iudicans omnia, excepto " quod, pietatis affectu obviante, *in rigore iustitiae aliquantulum* " *remissior erat* " (1). In quest'ultime espressioni, checchè si dica, e sebbene all'accusa di un'osservanza della giustizia talvolta un po' rilassata sia in certa maniera scusa la pietà affermata dal Malaterra nel Duca, una punta di biasimo c'è, infatti, innegabilmente.

Assai importante a provare che il Malaterra non fu quell'adulatore degli uomini maggiori di sua gente che può sembrare a prima vista, pare il seguente passo del libro primo dell'*Historia Sicula* (2), che riguarda il conte Ruggero: " Nam " multo post per internuntios pace, ad tempus, inter ipsos facta, " invitatus a fratre, Rogerius cum quadraginta militibus fidis " sibi servitûm vadit, ubi quidem plurimum penuriarum passus " est; sed latrocinio armigerorum suorum in multis sustentabatur... ".

Quanto quì si racconta non torna, in verità, certamente ad onore del conte Ruggero.

Se non che, attenuano grandemente, per non dire infirmano il valore di questo passo, per rispetto all'indipendenza di giudizio del Malaterra, le espressioni che seguono immediatamente dopo e che suonano così: " ...quod quidem ad eius ignominiam " non dicimus; sed ipso (il conte Ruggero) ita praecipiente, adhuc " viliora et reprehensibiliora de ipso scripturi sumus, ut pluribus patescat, quam laboriose, et cum quanta angustia, a " profunda paupertate ad summum culmen divitiarum, vel honoris, attigerit " (3).

Per tal guisa, in realtà, il fatto narrato dal Malaterra è volto ad una interpretazione, la quale tende per lo meno a diminuire il biasimo che da esso moralmente potrebbe derivare al conte Ruggero; benchè però nelle riferite espressioni sia implicita

(1) Lib. IV, cap. IV, già più addietro cit.
(2) È nel cap. XXV, già più addietro cit.
(3) Ibid.

Digitized by Google

l'idea che il Malaterra reputava l'azione da lui raccontata a carico del Conte per sè stessa vile e riprensibile (1).

Invece, di molto peso, veramente, al proposito nostro è questo passo del capitolo primo del secondo libro dell'*Historia Sicula,* in cui sono esposte le ragioni che mossero il conte Ruggero all'impresa di Sicilia: "... Siciliam incredulam audiens, et " brevissimo mari interposito ex proximo intuens, *ut semper* " *dominationis avidus* erat, ambitione adipiscendi eam captus " est, duo sibi proficua deputans: animae scilicet et corporis; " si terram Idolis deditam ad cultum divinum revocaret, et " fructus, vel redditus terrae, quos gens Deo ingrata sibi usur- " paverat, ipse, in Dei servitio dispensaturus, temporaliter " possideret ".

Quì l'impresa di Sicilia ci è rappresentata negl'intendimenti del conte Ruggero come voluta non già soltanto a scopo religioso: per sottrarre, cioè, l'isola ai nemici della fede cristiana, e quindi per una ragione che la idealizza e la nobilita: ma anche a scopo di personale dominio e di possesso materiale; per quanto le espressioni, " et fructus, vel redditus terrae, quos gens Deo " ingrata sibi usurpaverat, ipse, *in Dei servitio dispensaturus* ", temperino alquanto siffatto concetto.

Ora questo è un dire le cose nella loro piena verità e lontano da ogni intendimento adulatorio verso il conte Ruggero.

E ciò anche maggiormente risulta evidente ed acquista insieme valore, quando il citato passo del Malaterra si confronti con quanto allo stesso proposito dice qualche altra fonte del tempo. Così vedasi, per esempio, Guglielmo detto Apulo, il quale nel libro terzo del suo poema scrive degli intendimenti, coi quali il conte Ruggero prese a conquistar la Sicilia:

Nam contra Siculos divini nominis hostes
Semper pugnavit, sanctam qua vivimus omnes
Exaltare fidem cupiens... (2)

---

(1) Infatti, ragionevolmente, non si può parlare di cose *più vili e riprensibili (viliora et reprehensibiliora),* se non in confronto di una cosa che si reputa vile e riprensibile essa stessa. Perciò anche, a noi non pare esatto, o pare almeno eccessivo, il giudizio dell'Amari, riferito a pag. 11 di questo scritto, circa il fatto che il Malaterra, al par che Guglielmo detto Apulo, racconta largamente " i delitti privati " del conte Ruggero e di Roberto Guiscardo.

(2) Vv. 199-201, ediz. cit.

Digitized by Google

e non accenna affatto a fini materiali che in quella conquista il Conte si proponesse. Dal che è chiaro quale delle due fonti intorno ad un punto di sì capitale importanza veramente adulasse.

Avvertansi inoltre alcune altre espressioni dell' *Historia Sicula* riferentisi allo stesso conte Ruggero (1), a Giordano di lui figlio (2), ecc.: espressioni che, se anche nell'intenzione del Malaterra non suonavano biasimo, certamente sono di per loro tutt'altro che adulatorie: gli aperti accenni ai dissensi fra il conte Ruggero e Roberto Guiscardo (3); e, in fine, il ritratto non troppo laudatorio e, ad ogni modo, sincero che il Malaterra fa dei Normanni in generale (4); e si dovrà concludere che, pure riferibilmente al fatto in questione, convien fare dell' imparzialità e della veridicità del Malaterra un miglior giudizio che non si creda.

Che poi, per venire all'ultimo capo d'accusa contro il Malaterra, questi abbia taciuto gl'insuccessi e le imprese troppo scellerate de' Normanni, è cosa che per sè stessa non vogliamo del tutto escludere. La conoscenza che l'Amari ebbe della storia di questi tempi fu così piena e minuta che l'autorità sua in affermazioni di questo genere non può essere facilmente impugnata.

Se non che, noi dubitiamo parecchio che codeste omissioni del Malaterra siano propriamente da ascrivere a parzialità dello scrittore, o non si debbano piuttosto attribuire, almeno il più frequentemente, ad insufficienza e imprecisione di notizie da parte dei *relatores* di lui. Aggiungasi che, data la qualità dei *relatores* del Malaterra da noi già addietro notata, sarebbe, ad ogni modo, più logico far risalire ad essi piuttosto che al Mala-

---

(1) Anche nel cap. VII del libro terzo il Malaterra accenna all'avidità di dominio ch'era nell'animo di Ruggero *(animo suo innata dominationis cupidine)*, e nel cap. XVI del libro quarto egli dice Ruggero " lucris inhians ".

In un altro luogo, cioè nel cap. II del libro quarto, il Malaterra scrive poi che, se Giordano, figlio del conte Ruggero, avesse assalito Siracusa, questa facilmente avrebbe dovuto soccombere; " sed pater *minus provide* " interdixerat sibi ne fieret ".

(2) " Erat vir praesumptuosissimus, et laudis avidus ", dice il Malaterra di Giordano nel cap. XI del libro terzo.

(3) V. lib. II, cap. XXI e XXIII.

(4) " Est quippe gens astutissima, iniuriarum ultrix, spe alias plus lu- " crandi patrios agros vilipendens: quaestus et dominationis avida: cuius- " libet rei simulatrix, etc. ". Cap. III del lib. I.

Digitized by Google

terra stesso l'accusa di parzialità a proposito delle omissioni suaccennate.

Ed i dubbî che a noi nascono su questo punto si avvalorano principalmente dal fatto che non sempre il Malaterra tace nel suo racconto le circostanze ed i particolari sfavorevoli ai suoi. Il che prova almeno che le omissioni giudicate tendenziose e parziali in lui non derivano da un sistema prestabilito, da un proposito preconcetto e costantemente attuato, poichè altrimenti avrebbero dovuto estendersi anche ai detti particolari e alle dette circostanze.

E, in realtà, parecchi esempi si possono addurre di quanto diciamo. Così, va notato che il Malaterra non tralascia di narrare che negli inizî della conquista normanna della Sicilia Roberto Guiscardo e il conte Ruggero furono per alcuni giorni impediti di passare nell'isola dalla superiorità delle forze navali dei Musulmani (1), e che, più tardi, i Normanni desistettero dal tentativo di espugnare Centorbi, dove trovarono viva resistenza (2): nè tace che i Normanni medesimi " Castro Ioannis minime praevaluerunt „ dopo la vittoria da essi colà riportata (3); come pure non nasconde i timori dei soldati normanni " prae nimia multitudine hostium „ a Cerami (4), le esortazioni del conte Ruggero ai soldati da lui lasciati in Troina, assentandosi egli dalla Sicilia per andar a trattare con Roberto Guiscardo intorno a ciò che conveniva fare, affinchè evitassero prudentemente gli " incursus „ dei nemici (5): indizio questo d'una inferiorità di forze manifesta e riconosciuta; ed, in fine, la rotta che Benarvet, o Benavert, diede ai Normanni usciti da Catania, non lontano da quella città (6).

Il fatto poi più addietro avvertito che, parlando dell'assedio di Palermo, il Malaterra non fece cenno degli aiuti venuti ai Musulmani dall'Africa, prova come il Malaterra abbia omesso talora anche circostanze che potevano tornar favorevoli alla reputazione de' suoi, conformemente a quanto di esso fatto già osser-

(1) Lib. II, cap. VIII.
(2) Stesso lib., cap. XV.
(3) Stesso lib., cap. XVII cit.
(4) Stesso lib., cap. XXXIII cit.
(5) Stesso lib., cap. XXXIV.
(6) Lib. III, cap. X. Sul nome Benarvet v. AMARI, *Storia dei Mus. di Sicilia*, III, p. 149.

Digitized by Google

vammo; ciò che pure conferma i nostri dubbi sul carattere di parzialità che alle omissioni del nostro autore si è voluto attribuire.

E, finalmente, devesi notare che delle devastazioni, delle crudeltà, delle ladrerie medesime commesse dai Normanni, il Malaterra fa nella sua *Historia* abbastanza frequentemente ricordo (1); ond'è che non si può propriamente dire ch'egli abbia taciuto le imprese più scellerate de' suoi; quantunque queste imprese, come già si notò a proposito di taluna di esse, egli talora abbia giustificato e colorito in modo da attenuarne grandemente la gravità (2). E nel far giudizio di queste giustificazioni ed attenuazioni stesse devesi poi tener conto anche dei criteri morali dell'autore e del tempo e dell'ambiente speciale in cui egli visse.

Pure intorno a quest'ultimo punto di discussione le conclusioni nostre sono pertanto più che altro favorevoli al Malaterra.

IV. — Riassumendo ora in brevi parole il risultato sostanziale delle indagini e delle osservazioni da noi fatte intorno all'*Historia Sicula*, dobbiamo dire che, date le particolari circostanze, nelle quali il Malaterra scrisse l'opera sua, questa, a ben analizzarla in sè stessa, non può, a parer nostro, essere ragionevolmente tacciata di soverchia parzialità e di poca veridicità.

Ammiratore e lodatore de' Normanni il Malaterra è, e ben lo si comprende; narratore ingenuo ed accoglitore facile di quanto coloro che lo circondarono riferirongli e dello straordinario e del miracoloso egli è anche; ma che la verità egli sacrificasse alla lode illimitata de' suoi e al proposito deliberato di glorificare ad ogni costo la gente alla quale apparteneva, è un giudizio per lo meno grandemente esagerato, e non ben rispondente, secondo noi, ad un esame sincero e ad una valutazione rigorosa de' fatti.

---

(1) Vedasi per tutto questo l'*Hist. Sic. passim.* Soltanto, per ciò che riguarda la crudeltà del conte Ruggero, segnaliamo quanto il Malaterra scrive nel cap. XXXVI del libro terzo. Riferibilmente alle ladrerie commesse dai Normanni, si rammenti poi in particolar modo il passo del cap. XXV del lib. I da noi riferito e discusso a pp. 23-24 di questo scritto.

(2) V. a tale proposito anche ciò che il Malaterra dice appunto nel cap. XXXVI del lib. terzo, citato nella nota precedente, a giustificazione di quanto è ivi narrato dei rigori del conte Ruggero.

ff. di Accademico Segretario, RODOLFO RENIER.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

JUN 29 1904

4897

LIBRARY
MUS. COMP. ZOOLOGY
CAMBRIDGE, MASS.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX. Disp. 2ª, **1903-904**.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

JUN 22 1904

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 6 Dicembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SALVADORI, Direttore della Classe, BERRUTI, NACCARI, SEGRE, PEANO, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA e CAMERANO Segretario. — Il Socio GRASSI scusa la sua assenza.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente annunzia alla Classe che nella scorsa domenica fu inaugurato nella R. Scuola di applicazione per gl'Ingegneri, che ha sede nel castello del Valentino, il ricordo marmoreo al compianto prof. comm. Alfonso COSSA, Direttore della Scuola stessa e Presidente dell'Accademia delle Scienze. La funzione riuscì degna dell'uomo e del luogo e fu ad un tempo semplice e commovente.

Il Presidente comunica inoltre che ha ricevuto dal Socio GUARESCHI la scheda di sottoscrizione per le onoranze al prof. SCHIFF, in occasione del suo settantesimo anno d'età. La scheda verrà depositata presso la Segreteria accademica.

Il Presidente presenta in omaggio all'Accademia, a nome del Socio corrispondente prof. T. TARAMELLI, la nota intitolata:

Digitized by Google

Di uno straterello carbonioso nella formazione porfirica tra Arona e Meina.

Il Socio Guareschi presenta in omaggio all'Accademia un esemplare del suo lavoro intitolato: *Storia della chimica. Lavoisier, sua vita e sue opere.* L' autore ne discorre brevemente. Dopo descritta la vita del grande riformatore, in modo da far conoscere anche l'ambiente in cui è vissuto, ne dà riassunti o tradotti i più importanti lavori.

Il Socio Guidi presenta per l'inserzione negli *Atti* una sua nota intitolata: *Prove a tensione di fili di rame.*

Il Presidente, a nome del Socio assente prof. Mosso, presenta per l' inserzione negli *Atti* una nota dello stesso Socio, intitolata: *L'apnea prodotta dall'ossigeno.*

Digitized by Google

LETTURE

Prove a tensione su fili di rame per condutture elettriche.

Nota del Socio CAMILLO GUIDI.

(Con una Tavola).

I fili di rame assoggettati ad esperienza furono in numero di sette, provenienti dalla *Società Anonima Elettricità Alta Italia*; essi avevano i seguenti diametri:

mm. 3,55; 4,50; 5,66; 6,70; 9,43; 8,00; 8,02

i primi cinque erano ricotti, i rimanenti due, crudi. Nella tabella seguente sono raccolti i vari risultati sperimentali, e cioè la resistenza massima, l'allungamento % di rottura e la contrazione %.

TABELLA I.

N° d'ordine	Indicazione dei saggi	Sezione mm²	Resistenza massima totale Kg.	Resistenza massima unitaria Kg/mm²	Allungamento % di rottura misurato su 30cm	Contrazione %
1	Filo rame cotto d = mm. 3,55	10	243	24,3	38	73
2	Id. Id. „ „ 4,50	16	387	24,2	38	69
3	Id. Id. „ „ 5,66	25	593	23,7	38	68
4	Id. Id. „ „ 6,70	35	829	23,7	38	65
5	Id. Id. „ „ 9,43	70	1626	23,2	38	66
6	Id. crudo „ „ 8,00	50	1923	38,5	4	42
7	Id. Id. „ „ 8,02	51	1920	37,6	4	44

Digitized by Google

Già in altro mio studio sperimentale su barrette di rame (*) misi in evidenza l'effetto rimarchevole che ha su questo metallo la ripetizione dello sforzo, nel senso di creare, nel fenomeno della deformazione, un *periodo* ben marcato *di proporzionalità*, nel quale cioè resta verificata quasi esattamente la legge di Hooke, mentre ciò non si riscontra alla prima sollecitazione, e di estendere sempre più, almeno fino ad un certo limite, tale periodo, per modo che il *limite di proporzionalità* molto basso ed incerto alla prima sollecitazione, resta, dopo un certo numero di ripetizioni dello sforzo, notevolmente innalzato e ben definito. Ho voluto ripetere tale indagine sopra alcuni dei fili in questione, e ne ho avuta una conferma degna di nota.

Le fig. 1, 2, 3 e 4 rappresentano per due fili ricotti e per due fili crudi, che indicherò rispettivamente colle lettere A, B, C e D una serie di diagrammi automaticamente disegnati dalla macchina, corrispondenti a varie sollecitazioni consecutive. I diametri primitivi dei fili assoggettati ad esperienza erano:

per il filo	A	$d =$ mm. 5,66
„	B	„ 9,43
„	C	„ 8,00
„	D	„ 8,02.

Ciascuna sollecitazione veniva arrestata quando il diagramma indicava oltrepassato di poco il punto di snervamento; si diminuiva allora gradatamente lo sforzo ritornando a zero, e poi subito lo si faceva crescere di nuovo fino ad oltrepassare ancora di poco l'inizio dello snervamento, e così di seguito, fintantochè due sollecitazioni consecutive dessero luogo a due diagrammi eguali.

Orbene dalle fig. 3 e 4 si rileva come nei fili crudi una triplice ripetizione dello sforzo abbia aumentato il limite di proporzionalità del 42 %; nel filo ricotto B, di mm. 9,43 di diametro, con sette ripetizioni, tale aumento fu dell'85 %, e nel filo A, di mm. 5,66, con 20 ripetizioni il limite di proporzionalità rimase aumentato del **134** %.

(*) *Esperienze sulla elasticità e resistenza a tensione del rame,* " Atti R. Acc. delle Scienze di Torino „, 1900.

Digitized by Google

È notevole il fatto che il modulo di elasticità non cambiò col ripetersi dello sforzo; i diversi diagrammi infatti, per ciascun filo, costituiscono, entro il periodo elastico, rette parallele (se si esclude, specialmente per i fili crudi, la prima sollecitazione). I rispettivi valori numerici di E sono:

per il filo A	$E =$	970	$^t/_{cm^2}$
„	B	„	930 „
„	C	„	1160 „
„	D	„	1150 „

Naturalmente ne conseguì una diminuzione nel diametro dei fili, e precisamente, dopo l'ultima sollecitazione, i nuovi diametri furono:

per il filo A	$d' =$ mm.	5,14
„ B	„	9,20
„ C	„	7,98
„ D	„	8,00.

Queste esperienze ebbero luogo dal 2 al 5 dicembre 1902.

Era interessante di constatare se le nuove proprietà elastiche generate dalla ripetizione dello sforzo fossero durature, ed a questo scopo, dopo sette mesi, e precisamente il 7 luglio 1903, assoggettai di nuovo gli stessi fili a ripetute sollecitazioni a tensione.

I fili A, B, D sopportarono tre sollecitazioni ed il filo C due; le fig. 5, 6, 7, 8 rappresentano i nuovi risultati. Per ciascun filo si è ottenuto, per il periodo elastico, un diagramma non più variabile colla ripetizione dello sforzo, e coincidente coll'ultimo, relativo allo stesso filo, ottenuto nella prima serie di esperienze; il che significa che le qualità elastiche del filo erano rimaste stazionarie. Spinta poi l'esperienza fino a rottura si ebbero i seguenti risultati (*):

(*) Nelle fig. 5, 6, 7, 8 d'' rappresenta il diametro del filo dopo la rottura.

Digitized by Google

TABELLA II.

Indicazione del filo	Diametro mm.	Resistenza massima unitaria Kg/mm²	Allungamento % di rottura misurato su 30 cm	Contrazione %
A	5,14	27,5	9	66
B	9,20	22,6	30	62
C	7,98	38,0	1	48
D	8,00	36,4	0,7	44

Confrontando questi risultati con quelli della Tabella I si possono fare le seguenti deduzioni. Le 24 sollecitazioni provocate nel filo *A*, l'hanno certamente incrudito aumentandone la resistenza unitaria e diminuendone notevolmente l'allungamento di rottura; questo però è risultato ancora più che doppio di quello fornito originariamente dai fili crudi. La contrazione è rimasta diminuita in quantità trascurabile. Per il filo *B* le 11 ripetizioni di sforzo non hanno aumentato la resistenza unitaria, l'allungamento e la contrazione hanno diminuito di ben poco, con tutto che il *limite di proporzionalità siasi aumentato dell'85* % come già si è detto. Finalmente nei fili crudi bastarono sei o sette ripetizioni di sforzo per ridurre notevolmente l'allungamento di rottura rimanendo, nello stesso tempo, diminuita di qualche poco la resistenza unitaria.

Dai risultati di queste esperienze si può dunque arguire che in un filo di rame ricotto una diecina di ripetizioni di sforzo a tensione di poco oltrepassanti il punto di snervamento, producono il vantaggioso effetto di raddoppiare circa l'estensione del periodo elastico, innalzando il limite di proporzionalità fino a raggiungere in cifra tonda quello iniziale dei fili crudi, senza che con ciò venga diminuita la duttilità del materiale. I fili ricotti cioè acquistano una resistenza elastica paragonabile a quella dei crudi, e non contraggono la fragilità di quest'ultimi.

Nell'idea che questa proprietà potesse essere utilizzata nel-

Digitized by Google

l'impiego dei fili di rame per condutture elettriche, nel senso di sostituire ai fili crudi quelli ricotti, per eliminare i pericoli che provengono dalla fragilità dei primi, e senza perdere in resistenza elastica, volli controllare i fatti osservati colle due seguenti esperienze.

1° Un filo di rame ricotto del diametro di mm. 5,66, corrispondente cioè al filo *A*, venne tirato fra due sopporti: la portata libera del filo era di m. 22,56; il tiro definitivo si ottenne dopo avere per dieci volte consecutive tirato e poi allentato il filo, di guisa che lo sforzo oscillasse fra zero ed un valore poco superiore al limite di snervamento. E precisamente, per mezzo di un dinamometro intercalato fra un sopporto ed un'estremità del filo, si potè assicurarsi che il filo nelle successive alternative dello sforzo venisse progressivamente cimentato agli sforzi seguenti:

Kg. 300, 350, 375, 400, 420, 435, 450, 460, 470, 480.

Il diametro del filo dopo l'ultima sollecitazione erasi ridotto a mm. 5,30, cosicchè, ammettendo che tale riduzione siasi prodotta uniformemente durante le successive sollecitazioni, si hanno per tensioni unitarie effettive (riferite cioè non alla sezione primitiva del filo, bensì a quella reale durante il tiro) corrispondenti agli sforzi indicati, i seguenti valori:

$^{Kg}/_{mm^2}$ 11,9; 14,1; 15,4; 16,6; 17,8; 18,6; 19,5; 20,2; 21,0; 21,8.

Dopo ciò, conservata una tensione costante di Kg. 400 pari a 18,1 $^{Kg}/_{mm^2}$ per la durata di 5′ si osservò, per mezzo di un livello a cannocchiale, che il filo si manteneva in equilibrio stabile con una freccia di mm. 12 su m. 22,56.

2° In seguito si sottopose un altro pezzo dello stesso filo ad uno sforzo di Kg. 300 pari a 11,9 $^{Kg}/_{mm^2}$, conservando invariate le condizioni di attacco e di portata, e si tentò poi di aumentarne, sempre progressivamente, la tensione, senza cioè tornare mai indietro; e ciò attaccando dei pesi nella sua mezzeria. Ma, come indicava il dinamometro, non fu possibile raggiungere uno sforzo di Kg. 350 senza che crescesse continuamente la freccia d'incurvamento.

Questi risultati confermano adunque quelli di laboratorio e

Digitized by Google

inducono a pensare alla possibile utilizzazione della proprietà suddetta nel montaggio delle condutture elettriche.

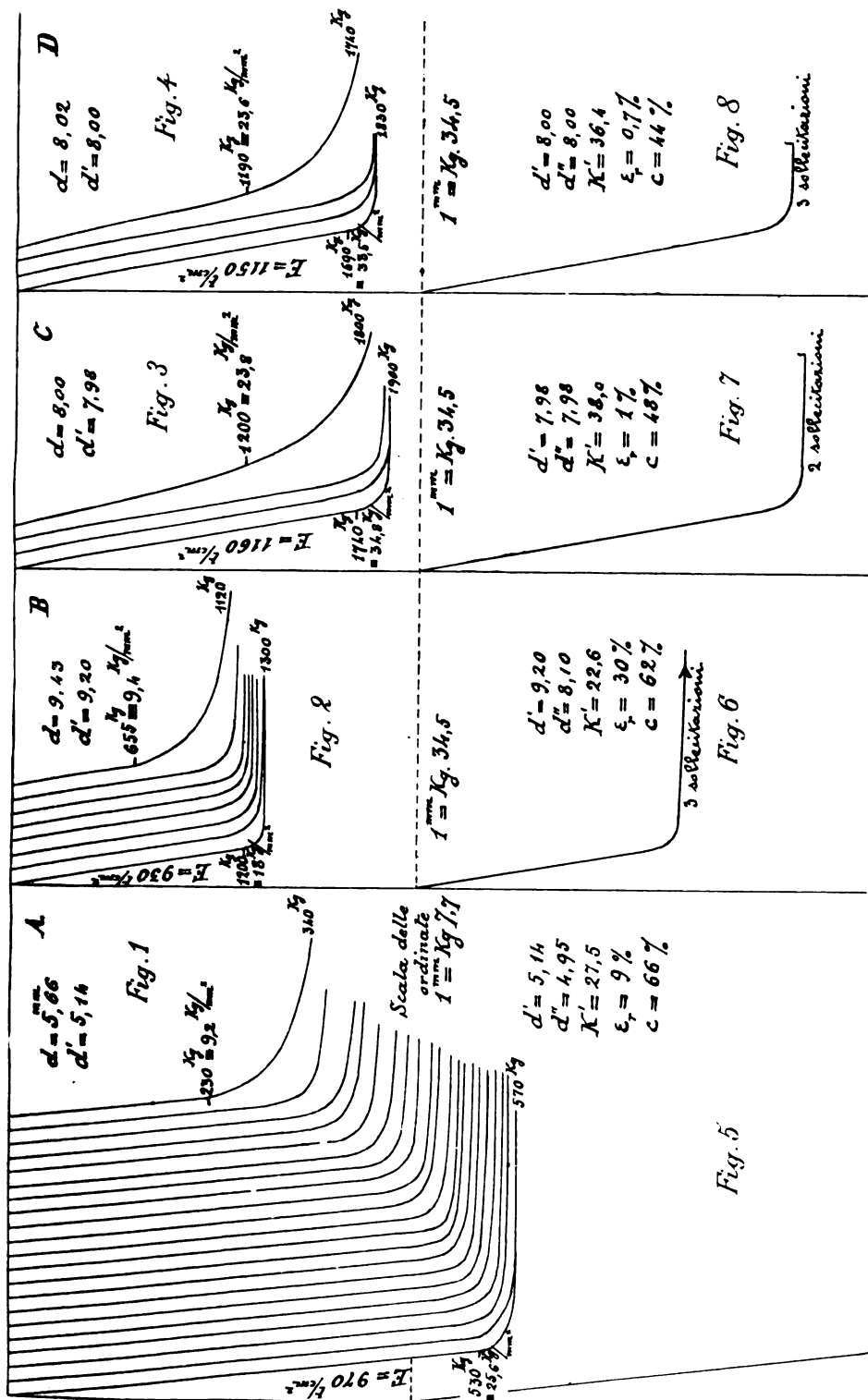
Volli infine sperimentare l'influenza che esercita sulle proprietà elastiche e resistenti del filo il *giunto* quale viene praticato nelle condutture elettriche (*). Preparati due di tali giunti, uno col filo ricotto *B* di mm. 9,43, e l'altro col filo crudo *C* di mm. 8,00, furono assoggettati alla prova di tensione, ricavandone il diagramma di deformazione. I saggi avevano sempre la stessa lunghezza utile di cm. 45, e su di una lunghezza di cm. 30, comprendente il giunto, veniva misurato automaticamente l'allungamento.

Il filo *B* fu assoggettato a dieci ripetute sollecitazioni nel modo già descritto, e si ottennero dei diagrammi affatto paragonabili a quelli della fig. 2. Sotto lo sforzo totale di Kg. 1310 cominciò uno scorrimento dei due tratti del filo sotto la legatura, dovuto probabilmente al fatto che il diametro del filo, dopo le dieci ripetute sollecitazioni, si era ridotto notevolmente e cioè a mm. 8,60. Rispetto alla sezione trasversale così ridotta lo sforzo unitario sopportato dal filo durante lo scorrimento era di 22,6 $^{Kg}/_{mm^2}$.

Il giunto fatto col filo crudo venne assoggettato ad una sola prova spinta fino a rottura. Si ebbe un diagramma simile al primo della fig. 3 con un allungamento di rottura dell'1,33 $^0/_0$; avvenne la rottura di un filo a mm. 50 dall'estremità dell'altro, sotto uno sforzo totale di Kg. 1860 pari a 37,2 $^{Kg}/_{mm^2}$, con una contrazione del 49 $^0/_0$.

Nel chiudere questa breve comunicazione mi è grato esprimere i dovuti ringraziamenti alla sullodata Società, la quale fornì tutti i saggi, e concorse anche col personale alle due prove su lunga portata.

Torino, 6 dicembre 1903.

(*) I due fili da riunire presentano agli estremi una ripiegatura ad uncino, ad angolo retto, lunga mm. 15; vengono sovrapposti per una lunghezza di mm. 130 e sono collegati da una legatura in filo di rame lunga mm. 200, la quale viene poi saldata con stagno contro i fili su tutta la sua lunghezza.

Digitized by Google

Digitized by Google

L'apnea prodotta dall'ossigeno.

Nota del Socio ANGELO MOSSO.

Fredericq studiando la respirazione (1) dei cani vide che in un determinato tempo (7 minuti) respiravano la stessa quantità di gas (14 litri), tanto se dava loro dell'ossigeno, quanto se dava loro aria atmosferica. Questa esperienza determinò meglio una cosa già nota, che cioè negli animali superiori e nell'uomo, la profondità ed il ritmo del respiro non cambiano quando invece dell'aria si respira ossigeno puro.

Hoppe Seyler (2) aveva combattuto l'ipotesi di Rosenthal e di Pflüger che le sostanze riducenti che si producono quando manca l'ossigeno fossero la causa dei movimenti respiratori, mostrando che gli animali nell'ossigeno puro non hanno l'apnea.

Nella lunga serie di esperienze che feci sulla respirazione, mi capitò spesso di trovare degli animali che sentivano in modo evidentissimo l'azione dell'ossigeno. Non solo confermai quanto aveva osservato Dohmen nel suo lavoro fatto sotto la direzione di Pflüger (3), che l'ossigeno quando si respira in quantità superiore a quella in cui trovasi nell'aria, produce una diminuzione nella profondità delle inspirazioni, ma ho trovato che esso produce anche una diminuzione nella frequenza e perfino l'arresto del respiro.

Non mi è riuscito di stabilire bene tutte le condizioni nelle quali deve trovarsi un animale, od un uomo, perchè si mostri manifesta l'azione dell'ossigeno, nè perchè manchi talora nella stessa persona, o nel medesimo animale, ripetendo a breve di-

(1) Léon Fredericq, *L'augmentation de la tension de l'oxygène du sang peut-elle produire l'apnée?* Travaux du Laboratoire. Tome V, pag. 56, 1896.

(2) F. Hoppe Seyler, *Ueber die Ursache der Athembewegungen*, " Zeitschrift für physiol. Chemie ", III Bd., pag. 105.

(3) W. Dohmen, *Untersuchungen aus dem physiol. Laboratorium zu Bonn*, 1865, p. 128.

Digitized by Google

stanza di tempo le esperienze. Per venire in chiaro di queste varianti occorrono lunghe indagini coll'analisi dei gas del sangue e l'esame della differente eccitabilità dei centri respiratori, ma non ebbi tempo per approfondire tale studio, che ora presento solo come un saggio.

La teoria primitiva del Rosenthal che l'apnea si produca per mezzo di un aumento dell'ossigeno nel sangue, trova nelle esperienze che ora espongo una nuova conferma, sebbene il processo appaia più complicato che non nella teoria del Rosenthal (1).

Dopo aver mostrato coi precedenti studi (2) fatti sull'uomo che la forma primitiva di apnea descritta dal Rosenthal, sarebbe meglio chiamarla *apnea prodotta dall'acapnia*, perchè prodotta dalla diminuzione dell'anidride carbonica nel sangue, vorrei chiamare questa, *apnea prodotta dall'ossigeno*, perchè essa è prodotta dall'aumento dell'ossigeno nel sangue.

Sono lieto di poter scrivere la presente nota in favore della dottrina di Rosenthal: ed è per me una soddisfazione tanto maggiore in quanto che trattando dell'apnea prodotta dall'ossigeno, posso recare nuovi esperimenti, senza disdire la dottrina opposta, rappresentata nei miei scritti sulla respirazione di lusso e senza dover negare che i moti del respiro possano essere autoctoni.

Un cane del peso di 9 kilog. riceve nella cavità addominale prima 4 centigrammi di morfina e dopo mezz'ora, vedendo che non dorme abbastanza tranquillo, gli iniettiamo un grammo di cloralio pure nell'addome. L'esperienza è fatta con tre gasometri pieni di aria, di idrogeno e di ossigeno; un imbuto è messo contro il muso dell'animale in modo che colle narici ne tocchi quasi il fondo; un tubo di gomma lungo un metro serve per far passare successivamente ora l'aria, ora l'idrogeno, ed ora l'ossigeno nell'imbuto.

Nel principio del tracciato (fig. 1) il cane respira l'aria che passa dal gasometro nell'imbuto (3). Un timpano doppio applicato

---

(1) Rosenthal, *Handbuch der Physiologie*, herausg. v. Hermann. Vol. 4, 2 parti, pag. 274.

(2) A. Mosso, *La fisiologia dell'apnea studiata nell'uomo*, " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 1902-1903, pag. 367.

(3) Questa e tutte le seguenti figure furono ridotte di un terzo.

Digitized by Google

intorno al torace scrive il respiro, e la penna si alza nella inspirazione. Dove c'è il segno *H* comincia a passare l'idrogeno, ma in piccola quantità, essendo poco forte la corrente. Dopo 10 inspirazioni il cane ne fa una più forte, cui succede una pausa di 11 secondi. Il tempo è scritto sotto ogni 2 secondi.

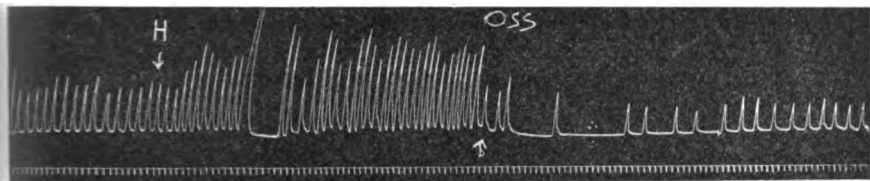



Fig. 1.

Continua a respirare l'idrogeno mescolato all'aria e cresce la frequenza del respiro. Nel punto segnato *Oss* passa l'ossigeno nell'imbuto, dopo 3 inspirazioni, divenute subito più piccole, comincia l'apnea: e la pausa dura 24 secondi; le inspirazioni successive sono più deboli e dopo si rinforzano, quantunque continui a passare l'ossigeno. Vediamo da questa esperienza che **quando si amministra dell'ossigeno ad un cane dopo che respirò idrogeno mescolato coll'aria, succede un rallentamento ed una pausa dei movimenti respiratori.**

Prima di analizzare quest'apnea più minutamente, riferisco altre esperienze nelle quali ridussi gli animali allo stato apnoico adoperando prima dell'ossigeno la rarefazione dell'aria invece che l'idrogeno. Per produrre la depressione barometrica metto gli animali sotto una grande campana di vetro della capacità di 53 litri, dove si trova un cilindro rotante messo in azione da un motore Baltzar, che sta fuori della campana, come ho descritto nel mio libro *Fisiologia dell'uomo sulle Alpi*, pag. 317, fig. 56.

La figura 2 rappresenta il tracciato di un coniglio del peso di 2050 gr. al quale iniettai in tre volte 0,75 gr. di cloralio nella vena giugulare. Si mette una cannula a tre vie nella trachea: un ramo è legato nella trachea, l'altro sta in comunicazione con un timpano di Marey che scrive sopra un cilindro la velocità della corrente che entra ed esce dai polmoni; nella espirazione la penna si alza e scende nella inspirazione. Il tempo è segnato sotto in minuti primi. L'animale dorme profonda-

Digitized by Google

mente. La pressione barometrica era 750 mm., la temperatura della stanza 18°. Dopo scritto il respiro normale: in α comincia la depressione che si ottiene chiudendo gradatamente l'entrata dell'aria in modo che la pompa messa in azione da un motore elettrico leva dalla campana una quantità maggiore di aria di quella che entra. Solo a 510 mm. si nota un leggero aumento nella forza delle espirazioni.

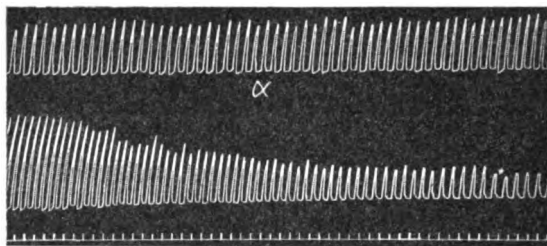



Fig. 2.

Dopo un minuto e 15 secondi che è cominciata la rarefazione essa raggiunge in principio della 2ª linea 430 mm. che è l'altezza del Monte Rosa: a questo punto si ferma la pompa e facciamo penetrare dell'ossigeno nella campana. Quando la pressione è 470 mm. si vede già diminuire; a 590 mm., alla fine della 2ª linea, è più piccola del normale; e dopo continua a diminuire e rallentarsi, mentre la pressione è tornata a zero.

Per assicurarmi che si tratta realmente di un'azione chimica e non di un fatto meccanico dovuto alla decompressione e al rapido passaggio dell'animale alla pressione barometrica primitiva, ripeto questa esperienza modificandola alquanto. L'animale essendosi svegliato torno ad iniettargli 0,25 di cloralio nella vena giugulare, perchè non si muova sotto la campana (fig. 3).

Si scrive la prima linea in alto collo stesso metodo della cannula tracheale a T, che comunica con un timpano registratore. Nella seconda linea è già cominciata la depressione, essa è 560 mm. e scende fino a 430 mm. alla fine della linea. Qui ho soppresso una parte del tracciato nella quale la pressione barometrica diminuisce fino a 350 mm. mentre la forza del respiro cresce continuamente. Dopo 20 secondi dalla fine della seconda linea si ferma la pompa e comincia a passare ossigeno sotto la

Digitized by Google

campana. Trascorrono 20 secondi nei quali il respiro è sempre forte e poi comincia ad abbassarsi, come si vede in principio della terza linea. Nel punto *A*, quasi nel mezzo della terza linea, la pressione è scesa a 470 mm. e la forza delle espirazioni è più piccola che non fosse nella prima linea, il ritmo non è cambiato. A questo punto sospendo il passaggio dell'ossigeno e in vece sua faccio penetrare aria sotto la campana, l'animale sente questa differenza e il respiro diviene più forte come si vede nell'ultima parte della terza linea.

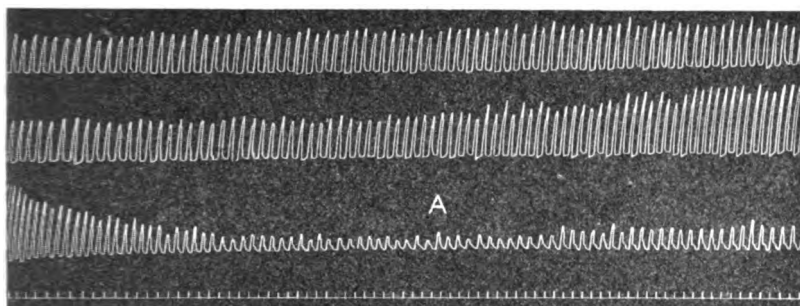



Fig. 3.

Bisogna dunque ammettere che per l'azione dell'ossigeno può succedere una diminuzione dell'attività respiratoria molto considerevole negli animali che furono prima sottoposti alla depressione barometrica.

L'aumento rapido del respiro che qui osserviamo per azione dell'aria (prima che l'animale sia giunto alla pressione barometrica ordinaria) non deve però tutto attribuirsi al fatto che sia cessata la corrente dell'ossigeno sotto la campana e siasi sostituita quella dell'aria. Anche se l'animale avesse continuato a stare in un'atmosfera di ossigeno, sarebbesi prodotto ciò nulla meno un aumento, come vedremo nella seguente esperienza.

Un cane giovane (fig. 4 *a*, *b*) del peso di 4400 gr. riceve nella vena giugulare in ripetute iniezioni 48 cc. di una soluzione di cloralosio all'1 °/₀. Si mette una cannula a **T** nella trachea e si scrive nel solito modo la respirazione con un timpano registratore messo in comunicazione col ramo libero della trachea. Pressione barom. = 725 mm. Temperatura della camera = 18°. Il tempo fu scritto ogni 2 secondi.

Digitized by Google

La prima linea rappresenta il tracciato normale, in *A* si ferma il cilindro e comincia la depressione. Quando è giunta a 365 mm. si torna a scrivere. Il tracciato essendo troppo lungo lo si taglia in due e la linea superiore continua nel tracciato 4 *b*. In *C* si lascia penetrare aria e la pressione torna lentamente a zero: la forza dei movimenti diminuisce ed anche il ritmo si rallenta; in *D* solleviamo la campana, il respiro si rinforza poco per volta e torna quasi normale. Torniamo a mezza atmosfera facendo

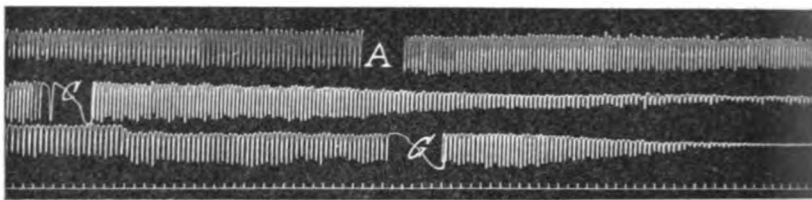



Fig. 4 *a*.

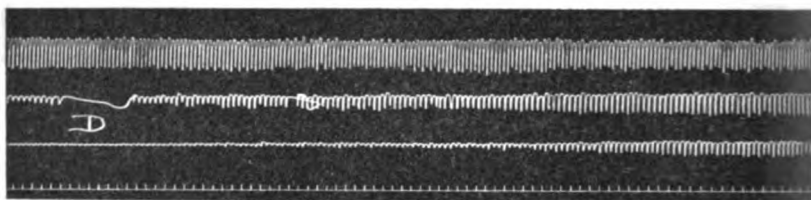



Fig. 4 *b*.

agire la pompa fino a che siamo a 365 mm. Nell'ultima linea (fig. 4 *a*), in *G* si fa passare ossigeno e rapidamente la respirazione diminuisce: si scende alla pressione di 725 mm. Paragonando l'effetto dell'ossigeno con la linea superiore *C* ottenuta coll'aria, si vede bene che trattasi di un'azione chimica e non di un effetto meccanico; perchè la diminuzione e l'apnea comparve più rapidamente e completa nell'ossigeno; ma l'effetto non è continuo e il respiro si rinforza mentre che circola l'ossigeno. L'analisi dell'aria fatta in ultimo diede a 60 % di ossigeno.

È dunque evidente che tanto nell'aria atmosferica quanto nell'ossigeno la diminuzione che osservasi passando da un regime povero ad uno ricco di ossigeno, non è un effetto permanente: esso presentasi come una

Digitized by Google

reazione, la quale appena prodottasi scompare, quantunque permanga la causa che l'ha generata.

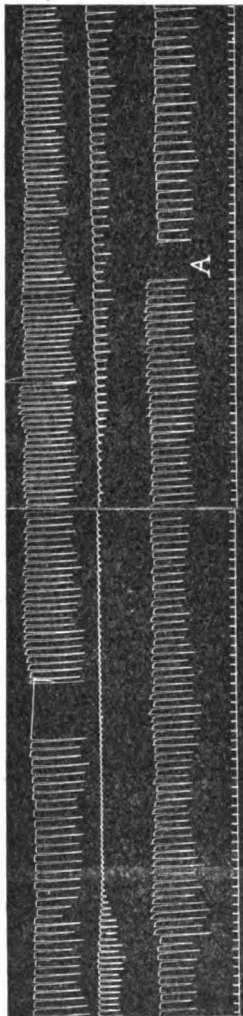
Sul medesimo cane ho ripetuto poco dopo l'esperienza in altro modo (fig. 5).

Il tracciato *A* nella fig. 5 in basso a destra, rappresenta la respirazione normale alla pressione ordinaria. Si fa agire la pompa e quando la pressione è 485 mm. si scrive il primo pezzo in alto della fig. 5; poi si ferma il cilindro e la pressione diminuisce fino a mezza atmosfera (365 mm.). Quivi regoliamo per mezzo di una vite l'accesso dell'aria in modo che vi sia una buona corrente, mentre che la pressione interna rimane stazionaria a 365 mm. Vediamo che il respiro si accelera e diviene meno forte.

Fig. 5.

Nella seconda linea (fig. 5) diamo ossigeno, mentre rimane costante la pressione a mezza atmosfera. Vediamo che l'effetto dura poco: il respiro diminuisce rapidamente di forza e verso la metà della linea, torna a crescere. Il ritmo che erasi accelerato si rallenta. Alla fine della seconda linea ho soppresso una parte del tracciato che comprende 50 secondi. Al principio e fino alla fine della terza linea vediamo che la forza del respiro ed il ritmo sono tornati come nella prima linea sebbene continui a passare l'ossigeno: i movimenti respiratori sono leggermente più forti che nello stato normale come risulta raffrontando le curve in *A*.

Le condizioni del sistema nervoso quando gli animali si trovano alla pressione di mezza atmosfera, sono identiche per la produzione dell'apnea a quanto osservasi al livello del mare. Sebbene l'animale si trovi

Digitized by Google

in un'atmosfera ricca di ossigeno che l'analisi dimostrò essere di 55 %, ciòè maggiore del doppio di quanto sia nell'aria comune, noi vediamo che nella depressione a mezza atmosfera (365 mm.) il cane respira più attivamente che non facesse in principio alla pressione normale.

Oltre ai fenomeni chimici della respirazione vi sono altri fattori che agiscono nella depressione barometrica i quali sono diversi da quelli che devono attribuirsi alla semplice razione dell'ossigeno.

Un'altra cosa importante risulta da questa esperienza ed è che quantunque il cane si trovi ad una depressione barometrica di mezza atmosfera, che corrisponde all'altitudine di 6335, i centri nervosi del respiro si comportano in modo poco diverso dal normale, così che ottenemmo una curva identica a ciò che si vede nelle curve 4 *a* e 4 *b* dove si è tornati alla pressione barometrica ordinaria.

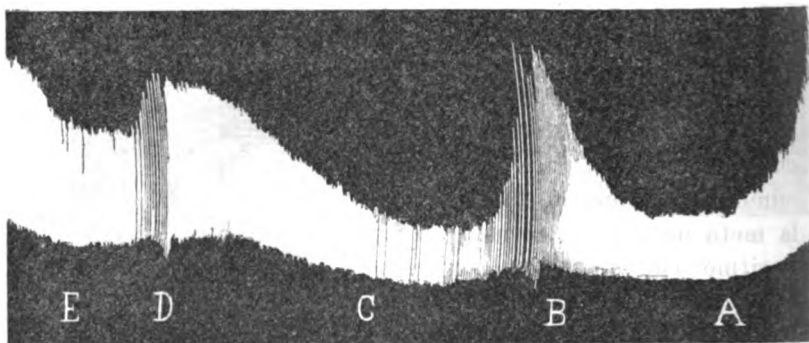



Fig. 6.

Anche senza adoperare l'ossigeno puro, basta l'aria semplice per produrre l'apnea quando si fa agire più lungamente la depressione barometrica, come si vede nel tracciato 6. È un cane del peso di 3700 gr., sul quale scrivo i movimenti del respiro per mezzo di una leva applicata sul torace. Perchè non si muova il punto di appoggio della leva, mi servo di un turacciolo che fisso sopra la pelle delle ultime costole con un filo che attraversa la pelle; l'animale è profondamente cloralizzato ed insensibile. La leva è lunga 90 mm. e la distanza dal fulcro 15 mm.

Digitized by Google

per cui i movimenti sono ingranditi 6 volte nel tracciato. Come motore adopero un orologio Richard che dà sul tracciato la distanza di 9 centim. ogni ora, così che la parte delle esperienze che ho riprodotto nella fig. 6 corrisponde a poco più di un'ora. Il tracciato a differenza degli altri deve essere letto da destra a sinistra. La temperatura rettale è 35°,4. Tagliamo al cane i due nervi vaghi. La pressione barometrica è 743 mm., la temperatura della stanza 17°, la frequenza del respiro 11 al minuto. Non riferisco la prima parte del tracciato nella quale vi fu un aumento progressivo della tonicità toracica che durò 25 minuti. Qui vediamo come va diminuendo; e nel punto A essa raggiunse il livello che aveva prima del taglio dei nervi vaghi. Amministro un altro grammo di cloralio, perchè il cane aveva fatto qualche piccolo movimento colle zampe.

Nel punto A dove si vede una piccola incavatura nella linea superiore del respiro, copro l'animale colla grande campana di vetro e incomincia la depressione barometrica. Le respirazioni durante la rarefazione dell'aria non cambiano e il tracciato decorre quasi orizzontale fino a che si raggiunge mezza atmosfera che corrisponderebbe all'altezza di 6335 metri sulle montagne. La depressione barometrica giunge fino a 303 mm. che corrisponde ad un'altezza di 7323 metri; il respiro si rallenta, il cane fa solo più 10, 9, 8, 9, 8 respirazioni al minuto, ma queste sono più profonde, come si vede nel tracciato prima della lettera B. In questo punto si ferma la pompa e si scende alla pressione normale. Il respiro subito si rallenta; ma le prime inspirazioni che succedono durante la depressione sono più alte, e vanno crescendo, mentre si rallentano sempre più; il cane fa solo 3 respirazioni al minuto. Il massimo rallentamento delle pause fu di 50 secondi fra una respirazione e l'altra; poi diminuiscono di forza, mentre sono ancora molto lente. Quando sono 2 al minuto si vede che sono più piccole che non fossero in A al principio della rarefazione; quindi tornano a rinforzarsi. Quando si è giunti al punto C la frequenza del respiro è solo 12 al minuto.

In C si torna a diminuire la pressione, chiudendo poco per volta l'accesso dell'aria, mentre che la pompa continua a funzionare. Le inspirazioni si rinforzano gradatamente e cresce la tonicità del torace. La frequenza del respiro è sempre 12 e 13

Digitized by Google

al minuto. Quando si è giunti alla pressione di 343 mm. la frequenza del respiro è solo 9, 8, 8, 9 al minuto. Arriviamo fino a 303 mm. di depressione barometrica e poi in *D* fermiamo la pompa e torniamo alla pressione di 743 mm. Succede una nuova apnea, come la precedente: ma questa volta è minore l'effetto; il ritmo e la forza cambiano meno. In *E* comincia un'altra esperienza simile che diede un risultato eguale a quello ottenuto in *D*.

Ho fatto altre esperienze simili in altri cani con lo stesso risultato: riferisco ancora un' esperienza sul gatto (fig. 7) dove l'apnea è anche più lunga.

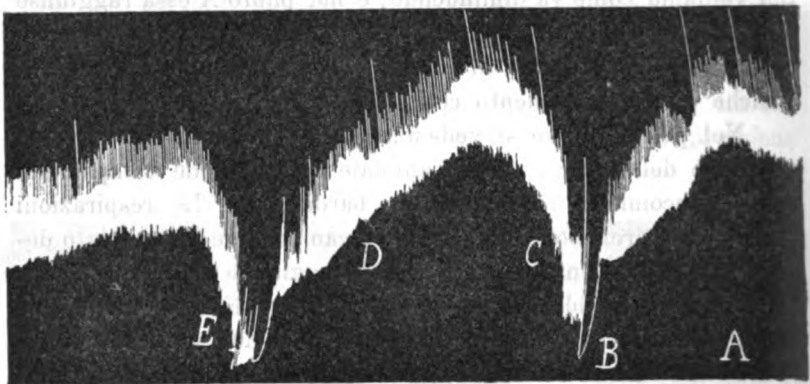



Fig. 7. ←—

Gattino del peso di 750 gr., al quale si amministrò 0,25 di cloralio nella cavità addominale. Quando è immobile e dorme profondamente si mette la leva sulle ultime costole e si scrive il respiro come nell' esperienza precedente. Temperatura rettale = 32°,7: pressione barometrica 735 millim. Temperatura esterna 24°. Frequenza del respiro 40 a 41 nel minuto. Nel tracciato manca una prima parte di quest'esperienza, nella quale scrissi il tracciato normale. Dopo feci una depressione nella campana fino a 430 mm. Il respiro diventò più forte ed irregolare; di quando in quando succedono inspirazioni più profonde, come si vede nel principio del tracciato a destra. Anche questo tracciato è scritto coll'orologio di Richard; esso comprende poco più di un'ora; e si legge da destra a sinistra.

In *A* senza causa nota e mentre persiste la depressione barometrica di 430 mm. succede una diminuzione della tonicità

Digitized by Google

muscolare, e scema la forza delle respirazioni come avviene qualche volta nel sonno.

Il respiro presenta di quando in quando delle inspirazioni più forti, come si vede nella parte superiore del tracciato, mentre che continua a diminuire la tonicità dei muscoli toracici.

La differenza che osservasi fra il tracciato 6 e 7 per la regolarità del respiro, fa uno strano contrasto: è una differenza che trovasi spesso. Vi sono degli animali che periodicamente fanno una inspirazione più forte, mentre altri in condizioni eguali non la fanno e il respiro decorre uniforme come nella fig. 6.

In *B* si ferma la pompa e la pressione torna a 735 mm. Succede un arresto del respiro che dura oltre 3 minuti. Dopo riprende lentamente: facendo prima 10 respiri in 30″, poi 18, 21, 22, 24 e la forza dei movimenti respiratori va pure crescendo.

In *C* si scrive un pezzo di tracciato normale che decorre orizzontale. Dopo *C* ricomincia la depressione barometrica; si riduce l'accesso dell'aria sotto la campana e la pompa produce la rarefazione.

L'elevazione della curva non deve interpretarsi come se tutta fosse dovuta ad un aumento di tonicità; sono i gas nell'intestino e nello stomaco che dilatandosi producono in parte questo effetto. Il respiro che prima era regolare torna a presentare delle inspirazioni più forti, che si ripetono di quando in quando al sommo della curva; quando incomincia a scendere e diminuire la tonicità muscolare la pressione è solo 595 mm. che corrisponde ad un'altezza di 1777 metri sui monti.

La pressione nella campana continua a diminuire e giunge fino a 435 mm., mentre che la curva scende e la frequenza del respiro diminuisce. A quest'altezza del Monte Rosa il gatto fa solo 8, 6, 7 respirazioni in 30″. Dopo, senza che ne conosciamo la causa, in *D* si rinforzano le inspirazioni: poi rapidamente diminuiscono mentre la pressione è sempre 435 mm.: a questo punto si ferma la pompa e la pressione torna a 735 mm.: il respiro si arresta e l'apnea dura 3 minuti, poi riprende la frequenza del respiro, prima 10 in 30″, e cresce a 18, 21 e 22 in 30″.

In *E* comincia un'altra depressione barometrica cogli stessi risultati.

Questo gatto presenta nell'apnea un tipo diverso dal cane della figura precedente. Qui l'arresto del respiro è immediato

Digitized by Google

e più lungo di quello che si osservi generalmente, perchè dura oltre 3 minuti. Nel cane vi fu prima un aumento nella forza delle inspirazioni, mentre diminuiva la frequenza del ritmo e dopo il ritmo crebbe mentre diminuiva la forza e la tonicità.

Si deve dunque conchiudere che passando rapidamente alla pressione normale da una depressione barometrica che corrisponde all'altezza del Monte Rosa, può succedere un arresto del respiro che dura tre minuti.

Esame dell'apnea prodotta dall'ossigeno.

Dopo essermi assicurato che in un coniglio, od in un cane, il respiro non cambiava, facendo respirare dell'ossigeno, iniettavo successivamente piccole dosi di cloralio, fino a che si ottenesse un effetto coll'ossigeno. Per brevità non riferisco i tracciati e mi limito ad accennare una di queste esperienze. Ad un coniglio del peso di 2050 grammi dovetti amministrargli tre dosi di 0,25 gr. di cloralio nella vena giugulare prima che la respirazione con ossigeno riuscisse a produrre una diminuzione nella forza delle inspirazioni ed un leggero rallentamento del ritmo. La frequenza da 44 al minuto scendeva a 33. La forza delle inspirazioni nelle curve scritte riducevasi di circa la metà in altezza.

Il medesimo fatto si è ripetuto in altri animali, onde si può conchiudere che l'azione apnoica dell'ossigeno si manifesta, quando vi è una certa depressione dell'attività respiratoria in senso chimico. Quanto all'attività meccanica nella fig. 6 abbiamo veduto che l'apnea comparve malgrado che le inspirazioni fossero due o tre volte maggiori del normale. Ma non occorre la depressione barometrica, o la respirazione coll'idrogeno, per produrre un *deficit* nella respirazione che dia dopo l'apnea coll'ossigeno. Anche le semplici iniezioni di cloralio sono sufficienti. Una condizione essenziale, è che i bisogni chimici respiratori non siano completamente soddisfatti, e che vi esista una fame di aria, o *pneumatorexi* (πνευματόρηξις) come l'ha chiamata il Gad (1).

---

(1) I. Gad, *Ueber automatische und reflectorische Athemcentren*, " Archiv f. Physiologie ", 1886, pag. 389.

Digitized by Google

Anche qui sono necessarie le analisi dei gas del sangue per vedere se il cloralio è sufficiente per produrre tale rallentamento del respiro che tenga in *deficit* il bilancio chimico dell'organismo, respirando l'animale solo quel tanto che basti per non avere danno. Se in queste condizioni amministriamo dell'ossigeno all'animale, il respiro immediatamente diminuisce di attività e si rallenta.

Tanto in questa, quanto nelle precedenti esperienze, respirando l'ossigeno, l'animale non cerca per mezzo di un'attività maggiore di provvedere con moti respiratori più intensi, al supposto *deficit* dell'organismo. Questo improvviso abbassarsi delle inspirazioni accenna ad una mancanza di correlazione fra i fatti chimici ed i meccanici, la quale rende probabile che sia più complessa la realtà dei fatti.

Perchè si produca l'apnea coll'ossigeno, l'azione dei narcotici non deve essere troppo intensa. Vedendo che manca l'effetto dell'ossigeno quando gli animali sono troppo profondamente addormentati, viene naturale la conclusione che occorre una certa vitalità nei centri nervosi perchè questi sentano la fame dell'aria.

Due sono le condizioni che occorrono per produrre l'acapnia coll'ossigeno, la sete di aria, o pneumatorexi, e la diminuita eccitabilità del sistema nervoso. I fenomeni che osservansi nell'analisi di questi due fattori sono però molto più complessi che non quelli che entrano in azione per produrre l'arresto del respiro nell'acapnia.

Il tempo che occorre per produrre la fame di aria è tanto breve che non può pensarsi ad un adattamento del centro nervoso respiratorio ad una razione minore di ossigeno: e i mutamenti che succedono nell'eccitabilità sono molto intricati come si vedrà meglio nei seguenti esempi.

Un cane del peso di 10 kilog. viene addormentato col cloralio: per mezzo di un pneumografo doppio scriviamo i movimenti respiratori del torace. La prima parte del tracciato 8 rappresenta il respiro normale. Il tempo è scritto ogni 2 secondi. Il cane respira con un imbuto nel quale penetra il muso e per mezzo di un gasometro si fa passare nell'imbuto una corrente di aria. Nel punto *H* passa una debole corrente di idrogeno: il ritmo diviene un poco più frequente e poco cambia la forza

Digitized by Google

delle inspirazioni: solo verso il mezzo del tracciato fa una inspirazione più forte, cui seguono due più deboli, e poi il respiro riprende poco diverso dal normale. Nel segno *Os* passa l'ossigeno nell'imbuto e subito dopo una inspirazione vedesi che la successiva è più piccola, succede un'altra eguale e poi vi è una pausa più lunga. L'apnea è debole ma evidente; quantunque

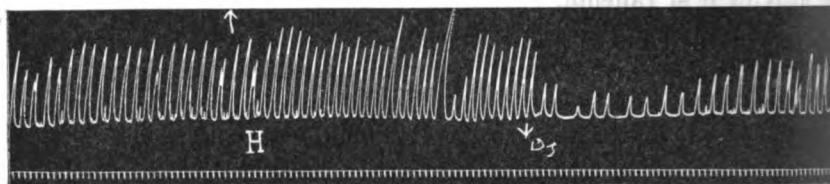



Fig. 8.

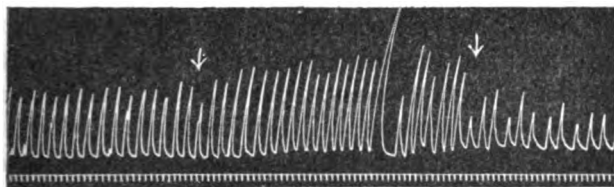
passi sempre l'ossigeno la forza dei moti respiratorî cresce e torna normale.

Per produrre degli effetti evidentissimi di una diminuzione del respiro coll'ossigeno, non occorre neppure che l'idrogeno si respiri mescolato all'aria per circa un minuto e mezzo, come nell'esperienza precedente, basta anche un tempo minore con una reazione minima nell'attività dei centri respiratorî, come vedremo nella seguente esperienza fatta coll'aria sul medesimo cane.

Il tracciato essendo troppo lungo l'ho tagliato per metà (fig. 9 *a*, 9 *b*). In principio della fig. 9 *a* passa aria dal gasometro, mentre il cane dorme; nel segno ↓ *H* passa l'idrogeno: succedono 24 respirazioni, ma la corrente è così debole che poco varia la frequenza e la forza dei moti respiratorî; quando nel segno ↓ *A* passa l'aria, subito diminuiscono in frequenza i moti respiratorî e sono più deboli. Alla breve e quasi inavvertita azione dell'idrogeno succede un lungo periodo di 4 minuti prima. che il respiro torni ad avere un'altezza che si avvicini alla normale.

Vedendo succedere un mutamento così profondo e duraturo ad una causa in apparenza fugace che produsse una leggera modificazione del respiro, viene il dubbio che qui ci troviamo dinnanzi un problema molto complesso. Prima di tutto è possibile che la reazione succeduta nel respiro per opera della diminuita razione dell'ossigeno non riveli che una parte accessoria

Digitized by Google

dei mutamenti succeduti nella nutrizione del centro respiratorio; ed è probabile che pur continuando a funzionare con un ritmo ed una forza poco diversa dal normale i centri nervosi del respiro abbiano subito un danno, od un mutamento, più grave che non appaia dalla funzione del moto.

H Fig. 9 *a*. A

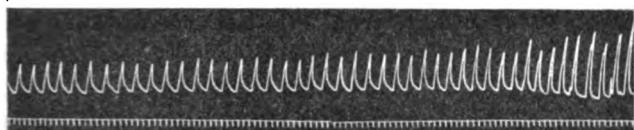



Fig. 9 *b*.

Esclusa l'ipotesi che si tratti di un adattamento, perchè la durata del tempo in cui fu ridotto l'ossigeno, fu poco più di un minuto, non possiamo neppure ammettere che l'idrogeno abbia modificato profondamente l'eccitabilità dei centri nervosi.

Un'altra prova che qui non si tratta di un adattamento, o di un'abitudine ad un regime più povero di ossigeno, per cui dopo i congegni nervosi possano funzionare meno attivamente, perchè la quantità di aria e di ossigeno è divenuta superflua, l'abbiamo nella durata eccessivamente lunga della reazione quale vedesi in questo tracciato e nel primo (fig. 1).

Non sappiamo spiegare perchè la reazione coll'ossigeno duri un tempo tre o quattro volte più lungo di quello che operò l'idrogeno mescolato all'aria senza produrre prima effetti molto evidenti nella funzione normale del centro respiratorio.

Una conclusione più grave io sarei inclinato a tirare da queste esperienze, ed è quella di ammettere che colla semplice guida dei movimenti respiratori studiandone il ritmo e la forza non possiamo conoscere i mutamenti che succedono nella nutrizione dei centri nervosi respiratori.

Digitized by Google

Forse, come è già successo pei nervi, noi dovremo ricorrere allo studio dei cambiamenti elettrici del midollo allungato per conoscere i fenomeni che succedono nel catabolismo e nell'anabolismo delle cellule nervose.

L'idea che lo studio dei moti respiratori sia insufficiente per sè solo, a farci conoscere lo stato delle cellule nervose che li producono, mi era già venuta quando studiando nell'ultima memoria il tono di questi muscoli vidi che esso poteva nel sonno presentare delle modificazioni profonde, senza che si alterasse il ritmo e la forza dei movimenti respiratori, mentre gli animali si mantengono completamente immobili e sono invariate le condizioni esterne. Ora in base a queste nuove osservazioni credo si debba stabilire come un fatto dimostrato che possono succedere delle modificazioni profonde nello stato dei centri respiratori, senza che queste si rivelino con un mutamento analogo nella funzione loro motrice.

Un'altra conclusione credo si possa trarre dalle precedenti esperienze: da esse risultò che tanto l'ossigeno, quanto l'aria, dopo una diminuzione della pressione barometrica, o la respirazione dell'idrogeno, arrestano il respiro, o lo rallentano, o ne diminuiscono la forza solo per breve tempo; e che dopo una pausa più o meno lunga, torna la frequenza e la forza primitiva del respiro, sebbene gli animali continuino a respirare l'ossigeno o l'aria.

Se si fosse certi che sempre l'eccitabilità è diminuita, sarebbe facile spiegare questo fenomeno, supponendo un aumento successivo dell'eccitabilità prima depressa, come vedremo in seguito esaminando la teoria di Gad.

Siccome però nelle esperienze 1, 8 e 9, dove è manifesta l'azione arrestatrice dell'ossigeno, manca ogni ragione per supporre che l'eccitabilità fosse molto diminuita, ed è anzi più probabile l'ammettere che fosse cresciuta, in base a questi esperimenti si potrebbe credere che i centri nervosi respiratori reagiscano in modo simile ai nervi. È noto che per i nervi motori non è l'intensità dello stimolo che li eccita, ma sono i mutamenti dell'intensità dello stimolo nel tempo. È probabile che sia il passaggio rapido da un regime povero in ossigeno ad uno più ricco che produce l'inibizione

Digitized by Google

del respiro, e non il valore per così dire chimico e la ricchezza dell'ossigeno respirato.

Se tale supposizione venisse confermata da altre esperienze noi avremmo trovato nello studio dell'apnea coll'ossigeno un fatto importante che avvicinerebbe la fisiologia dei nervi a quella delle cellule nervose.

Ad ogni modo per la teoria dell'apnea è utile vedere che l'arresto succede anche negli animali che sono privi dei nervi vaghi, come nel tracciato 6; così che non possiamo ricorrere all'ipotesi che si tratti di fenomeni riflessi, ma sono dei mutamenti che hanno la loro sede nei centri nervosi senza relazione coi nervi sensibili dei polmoni.

Per vedere se nell'apnea prodotta dall'ossigeno, o dall'aria, contemporaneamente alla inibizione del respiro, succedano anche dei mutamenti nelle cellule vicine che presiedono alla tonicità dei vasi sanguigni e alla inibizione che i vaghi esercitano sul cuore, feci delle esperienze nelle quali scrissi la pressione sanguigna nella carotide e vidi che effettivamente si produce un leggero abbassamento della pressione ed un aumento nella frequenza dei battiti cardiaci: ma entrambe queste variazioni sono tanto deboli che dobbiamo considerarle come dei fenomeni concomitanti e non come la causa delle variazioni osservate nel respiro.

Per brevità non riferisco alcun tracciato, bastandomi ricordare che esiste un effetto; perchè la pressione del sangue se presenta delle forti ondulazioni di Traube ed Hering, si regolarizza, diviene uniforme durante l'apnea prodotta dall'ossigeno e si abbassa. Il polso aumenta di frequenza; così che dobbiamo conchiudere che anche in questa apnea vi è un'azione sul centro inibitore del vago e sul centro vasomotore.

Avendo Kronecker e Marckwald (1) dimostrato che il midollo allungato è ineccitabile per le correnti elettriche durante l'apnea prodotta colla respirazione artificiale, volli vedere se anche in questa era così depressa l'eccitabilità dei centri nervosi: ma non trovai che essa fosse diminuita. Basta del resto esaminare i riflessi: per convincersi che non è cambiata la sensibilità generale, come succede nell'apnea per acapnia, per

(1) Kronecker e Markwald, "Archiv f. Physiologie", 1879, pag. 593.

Digitized by Google

mezzo del dolore il respiro si rinforzava o scompariva la pausa nell'apnea prodotta dall'ossigeno e dall'aria. Vedendo che lo stato di eccitabilità in questa forma di apnea è meglio conservato che non sia nell'arresto prodottosi nell'acapnia, viene il dubbio che si tratti di un semplice fenomeno di inibizione come è la pausa che segue l'eccitazione dei nervi sensibili.

Si può supporre che diminuito il metabolismo con l'azione dei narcotici, o dell'idrogeno, o della depressione barometrica, l'ossigeno e l'aria ristabiliscono così presto l'equilibrio disturbato che viene a superarsi lo stato normale dell'anabolismo, e si riducano all'inazione le cellule motrici respiratorie, che prima erano attive.

Gad (1) nella sua prima memoria sull'apnea descrisse una esperienza importante per comprendere la natura degli eccitamenti respiratori che possono sospendere il respiro. Quando in un coniglio cloralizzato si legano le due carotidi ed un'arteria vertebrale, mentre si scrive il respiro col aereopletismografo, la respirazione non cambia; se si comprime l'arteria vertebrale dell'altro lato, compare un acceleramento ed un approfondirsi del respiro. Se prima che compaiano le convulsioni descritte da Kussmaul e Tenner si lascia libera l'arteria, si produce l'apnea, dopo la quale il respiro ricomincia con respirazioni prima lente e piccole, che vanno rinforzandosi per ridivenire normali.

Un'altra esperienza importante di Gad è quella che egli fece per mezzo della trasfusione di una soluzione 0,6 $^{0}/_{0}$ di cloruro sodico riscaldata alla temperatura del corpo. L'influenza benefica della trasfusione nelle emorragie si produce prontamente, e qualche volta capita che per mezzo della trasfusione si produce l'apnea (2).

Sono due casi diversi, perchè nel primo penetra effettivamente una quantità di sangue arterioso ricco di ossigeno quando si apre l'arteria, mentre nel secondo è piuttosto una lavatura che si fa dei centri nervosi con del sangue diluito coll'acqua della soluzione fisiologica. Ciò nulla meno, Gad li spiega entrambi nel medesimo modo: " La spiegazione dell'apnea, egli dice,

---

(1) I. Gad, *Ueber Apnoë*. Würzburg, 1880, pag. 11.

(2) Gad, *Ueber æmorrhagische Dyspnoë*, " Arch. f. Physiologie ", 1886, pag. 545.

Digitized by Google

è in entrambi i casi la stessa: essendo in questi casi diminuita l'eccitabilità del centro inspiratorio e contemporaneamente aumentato lo stimolo, la respirazione potè mantenersi, e siccome dopo la grandezza dell'eccitamento scende più rapidamente, di quello che può rialzarsi l'eccitabilità, così per questo tempo (dell'apnea) lo stato di eccitabilità non raggiunge la forza dell'eccitamento per destare i movimenti respiratorî „.

Questa spiegazione, che l'intensità dell' eccitamento diminuisca più rapidamente di quello che cresca la eccitabilità del centro respiratorio, non è facile applicarla alle esperienze da me esposte dove i fenomeni appaiono molto più complessi. Nel tracciato 7 l' arresto coll' aria fu completo e quasi immediato durando più di tre minuti e dopo il respiro ricominciò con dei movimenti forti ed eguali che escludono l'idea di un graduato aumento della eccitabilità nel centro nervoso. Nel tracciato 6 il risultato è anche più complesso perchè ritornando alla pressione atmosferica ordinaria l' animale fa prima delle inspirazioni più forti e il ritmo va rallentandosi così che dopo un tempo relativamente lungo appare l' apnea nella sua maggiore intensità.

Per orientarmi su questo punto ho fatto delle esperienze (come quella della fig. 5) dove gli animali erano portati alternativamente dalla pressione ordinaria a mezza atmosfera. Questo metodo mi permetteva di conoscere senz'altre analisi dell'aria e riduzioni col calcolo, il valore chimico delle respirazioni, ma non vidi che esista un rapporto fra la fame di aria e l'intensità dei movimenti respiratorî e la durata dell'apnea quando la razione dell'ossigeno respirato si riduce a metà per mezzo della rarefazione dell'aria. Qualche volta, e questo appare paragonando la fig. 6 alla fig. 7, l'apnea tornando alla pressione barometrica ordinaria è più intensa se venne preceduta per un tempo eguale da una depressione barometrica meno forte.

Colson lavorando sotto la direzione di Leon Fredericq vide comprimendo l'aorta toracica dei mutamenti nel respiro che hanno una certa rassomiglianza coi precedenti. Quando si chiude l'aorta toracica si produce immediatamente una tendenza passeggera all'apnea che scompare dopo qualche minuto e talora

Digitized by Google

solo dopo qualche secondo, quantunque la pressione sanguigna si mantenga sopra la normale (1).

Un'altra esperienza fatta da due allievi di Fredericq che studiarono il ritmo respiratorio (2), Bienfait e Hogge, diede pure risultati simili ai precedenti. Essi facevano la circolazione cefalica artificiale sopra i cani per modificare a volontà la composizione del sangue che circolava nel capo e nella midolla allungata. La pressione si otteneva con due boccie piene di sangue che si tenevano all'altezza di 2,50 m.

Quando si faceva passare il sangue venoso immediatamente dopo il sangue ossigenato i movimenti respiratori che prima erano deboli e lenti diventavano subito forti; se dopo si faceva passare nuovamente il sangue arterioso i movimenti del respiro diventavano meno profondi e più lenti con tendenza manifesta all'apnea. In alcuni cani era il numero dei movimenti che diminuiva, in altri era l'ampiezza.

Lo studio dell'apnea prodotta dall'ossigeno e dall'aria l'ho continuato sull'uomo ed esporrò queste esperienze in una prossima memoria.

---

(1) Colson, *Recherches physiologiques sur l'occlusion de l'aorte thoracique*. Travaux du Laboratoire de L. Fredericq. Tome III, 1890, p. 155.

(2) Bienfait e Hogge, *Recherches sur le rythme respiratoire*. Ibidem, pag. 23.

L'Accademico Segretario
Lorenzo Camerano.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Dicembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ERMANNO FERRERO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Rossi, Manno, Pezzi, Carle, Cipolla, Carutti, Pizzi, Chironi, De Sanctis, Ruffini e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 29 novembre 1903.

Il Socio Carle presenta il primo volume di una sua opera su *La filosofia del diritto nello Stato moderno*, Torino, Unione tipografica editrice, 1903. Avendo avuto per questo studio a giovarsi delle opere scientifiche di Herbert Spencer, egli manda un riverente saluto alla memoria del grande filosofo recentemente defunto. Il Presidente crede di interpretare il pensiero della Classe associandosi al sentimento espresso dal Socio Carle.

Il Socio Renier legge la relazione sulla memoria del Dr. Arnaldo Segarizzi: *Lauro Quirini umanista veneziano del secolo XV*, che fu incaricato di esaminare insieme al Socio Cipolla. La relazione, che è inserita negli *Atti*, è unanimamente approvata. La Classe, presa cognizione della monografia, ne approva a grandissima maggioranza l'inserzione nel volume delle *Memorie* accademiche.

Digitized by Google

Il Socio PEZZI presenta uno scritto del Dr. Angelo TACCONE, *Il trimetro giambico nella poesia greca*. Il Presidente designa a riferirne il proponente Socio PEZZI in unione col Socio DE SANCTIS.

In seduta privata la Classe procede alla elezione di due membri nella Commissione per il premio Vallauri (Letteratura latina), essendo vacanti due posti per il decesso del Socio PEYRON e per le dimissioni recentemente date dal Socio FERRERO. Riescono eletti i Soci prof. Gaetano DE SANCTIS e barone Domenico CARUTTI DI CANTOGNO.

Quindi la Giunta per il premio letterario Vallauri resta formata dai Soci PEZZI, CARLE, DE SANCTIS, CARUTTI.

Digitized by Google

LETTURE

Relazione intorno alla memoria di Arnaldo Segarizzi: *Lauro Quirini umanista veneziano del secolo XV.*

Specialmente dopo la comparsa dell'opera di Giorgio Voigt sul risorgimento dell'antichità classica fra noi, la fervida e industre ricerca di parecchi critici nostri si volse ad illustrare sempre meglio quel glorioso periodo umanistico da cui l'Italia assorse agli splendori letterarî ed artistici del sec. XVI. A nessuno sono ignote le grandi benemerenze che ha in questo campo Remigio Sabbadini; ma è confortevole il riconoscere che intorno a lui si sono venuti formando parecchi giovani e valorosi indagatori, la cui opera mira a chiarire sempre meglio quella estesa e non agevole produzione dei nostri umanisti.

Il dott. Arnaldo Segarizzi è del bel numero di questi giovani. Egli ha particolarmente volta la sua attenzione al fiorire dell'umanesimo quattrocentino a Venezia e nel Veneto, e ci ha dato già notevoli lavori speciali, densi di fatti nuovi, sobrî, giudiziosi nella critica, garbati nell'esposizione, su Sicco Polenton, su Niccolò Barbo, su Michele Savonarola, l'avo del famoso frate Girolamo. Ora egli offre alla nostra Accademia un suo scritto su Lauro Quirini.

Nuovo non torna certamente il nome del Quirini agli studiosi dell'umanesimo; ma non molto di lui si sapeva, nè si sapeva tutto il vero, sicchè il Voigt ebbe a toccarne con certo noncurante dispregio. Dalla monografia del Segarizzi la figura di Lauro esce perfettamente lumeggiata. Col sussidio di nuovi documenti, qui è ricostruita la sua biografia, e per via di ricerche amorosamente praticate in varî depositi, è per la prima volta esaminata e valutata la sua produzione letteraria, che se non lo fa annoverare fra gli umanisti di maggior grido, induce nella convinzione ch'egli tra i secondarî primeggia. Ebbe infatti il Quirini con la lingua greca famigliarità non comune a' tempi

Digitized by Google

suoi; scrisse con facilità il latino e riuscì in questa lingua oratore efficace; coltivò con ardore gli studî filosofici e divenne ammiratore ed interprete di Aristotele. Fu appunto una questione aristotelica che accese aspra polemica tra il Quirini, allora ventenne, e Leonardo Bruni, alla quale polemica prese poi parte anche il Valla. Nè solo con codesti due solenni umanisti battagliò l'ardente Quirini, ma eziandio con Poggio Bracciolini, mentre con Isotta Nogarola e con altri studiosi del tempo fu in ottimi termini e s'ebbe gli elogi di Ciriaco d'Ancona, di Vespasiano da Bisticci, di Flavio Biondo. Nella rassegna che il Segarizzi fa de' suoi scritti, in buona parte inediti sino ad oggi, egli dà particolar valore a quelli filosofici e si trattiene sulle quattro lettere che Lauro scrisse da Candia allorchè cadde Costantinopoli, perchè non sono vuote declamazioni, ma contengono particolari storici rilevanti. Gli altri scritti del Quirini sono qui dottamente discussi e di parecchi è contestata con sode ragioni l'autenticità.

Ottima cosa è poi l'appendice a questa Memoria. In essa il Segarizzi dà in luce tre scritture del Quirini, scelte opportunamente tra le produzioni inedite del suo ingegno. Sono: 1°, un opuscolo filosofico contenuto nel ms. Canoniciano 308 della Bodleiana d'Oxford, che si raccomanda, non solo per la sua curiosità, ma anche per non esserne agli studiosi italiani punto facile la consultazione nell'originale; 2°, una lettera del Quirini al Valla tolta dal ms. Ambrosiano S. 99 sup.; 3°, il dialogo politico *De pace Italiae*, che si legge nel cod. Vatic. lat. 5356.

Basteranno le poche cose qui esposte a dare idea ai Soci colleghi dell'importanza innegabile e non ordinaria della Memoria del dott. Segarizzi. I sottoscritti, pienamente convinti dell'utilità che dalla pubblicazione di essa potrà derivare agli studî d'erudizione letteraria, ne propongono la lettura alla Classe.

C. Cipolla,
R. Renier, *relatore*.

---

ff. di Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona – Torino.

Digitized by Google

JUN 29 1904
4897

5-85-J

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

LIBRARY
CAMBRIDGE, MASS.

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXIX, DISP. 3ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

JAN 2 1904

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Dicembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SALVADORI, Direttore della Classe, BERRUTI, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, PEANO, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e CAMERANO, Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente comunica che in occasione dei festeggiamenti in onore del prof. Federico DELPINO nel suo settantesimo compleanno, ha incaricato a rappresentare l'Accademia il prof. FERGOLA di Napoli, nostro Socio nazionale non residente.

Il Presidente presenta in dono all'Accademia la memoria seguente: A. KÖLLIKER, *Die Entwickelung und Bedeutung des Glaskörpers*. Leipzig, 1904; 8°.

Il Socio PEANO presenta in dono all'Accademia l'opera seguente: *Histoire de la langue universelle,* par L. COUTURAT et L. LEAU. Paris, 1903; 8°.

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* accademici le note seguenti:

Dr. Galeazzo PICCININI, *Metodo di preparazione degli acidi malonici sostituiti,* dal Socio GUARESCHI.

Dr. Giovanni ISSOGLIO, *Prodotti di condensazione delle aldeidi orto- meta- e paranitrobenzoiche,* dal Socio GUARESCHI;

Digitized by Google

Dr. Alfonso Bovero, *Sulla costituzione del " dorsum sellae " nel cranio dell' " Arctomys marmota "*, dal Socio Foà;

I. L. Coolidge, *Les congruences isotropes qui servent à représenter les fonctions d'une variable complexe,* dal Socio Segre.

Il Socio Naccari, anche a nome del Socio Jadanza, legge la relazione intorno alla memoria del Dr. Efisio Ferrero, intitolata: *Sul terzo massimo invernale nell'andamento diurno del barometro.*

La relazione favorevole per l'inserzione della memoria nei volumi accademici, è approvata alla unanimità. Con votazione segreta la memoria del Dr. Ferrero viene unanimamente accolta per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Digitized by Google

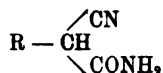
LETTURE

Metodo generale di preparazione degli acidi malonici sostituiti.

Nota del Dott. GALEAZZO PICCININI.

I derivati dell'acido malonico sostituito da radicali saturi si ottengono in generale facendo reagire i sodio-derivati dell'etere malonico con ioduri alcoolici o riducendo gli acidi malonici non saturi. Questi ultimi possono aversi spesso agevolmente condensando le aldeidi con etere o acido malonico in presenza di agenti disidratanti, di ammoniaca, basi ammoniche o basi organiche (1).

Essendo state ottenute in questo Laboratorio dalla reazione di Guareschi molte amidi ciansostituite aventi la costituzione

$$R - CH \begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown CONH_2 \end{matrix}$$

assai affini all'acido malonico, perchè sono amidi del seminitrile di questo acido, ne ho tentato la saponificazione allo scopo di ricavare gli acidi malonici corrispondenti. Questa nuova sintesi di acidi malonici saturi è semplice e di applicazione generale.

Punto di partenza sono le aldeidi che vengono trattate, secondo la reazione di Guareschi, con etere cianacetico e ammoniaca concentrata; nella reazione si formano come prodotti secondarii le amidi suaccennate. Le amidi sono bollite con acqua di barite, satura a freddo, e in lieve eccesso, in corrente di vapor d'acqua. In tali condizioni si effettua l'idrolisi del gruppo $- CONH_2$ che si fa assai rapidamente, poi più lentamente la saponificazione del gruppo — CN.

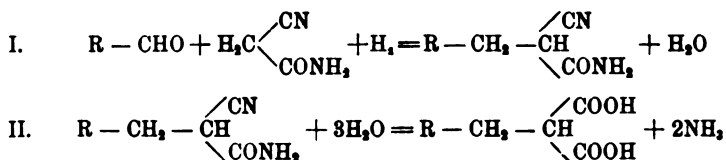
I sali baritici vengono decomposti infine con un acido minerale.

(1) B. 31, pag. 2608.

Digitized by Google

La sintesi quindi può essere espressa dalle equazioni:

$$\text{I.}\quad R-CHO+H_2C\langle{}^{CN}_{CONH_2}+H_2=R-CH_2-CH\langle{}^{CN}_{CONH_2}+H_2O$$

$$\text{II.}\quad R-CH_2-CH\langle{}^{CN}_{CONH_2}+3H_2O=R-CH_2-CH\langle{}^{COOH}_{COOH}+2NH_3$$

Questa sintesi permette di partire dalle aldeidi, condensarle con gli elementi della cianacetamide, producendosi nella reazione stessa l'idrogeno, che le riduce ad amidi sature. Cosicchè essa ha un vantaggio sul metodo di preparazione di acidi malonici, fondato sulla riduzione degli acidi corrispondenti non saturi, perchè permette di evitare la condensazione diretta delle aldeidi con l'acido o con l'etere malonico, che spesse volte non riesce (1) per la tendenza che hanno tutti gli acidi malonici sostituiti a scindersi con più o meno facilità in acido monobasico e anidride carbonica; e perchè non necessita della riduzione, avvenendo questa in seno alla reazione che genera le amidi stesse.

Il rendimento degli acidi da queste amidi, che ho provate, è quasi quantitativo, perchè la saponificazione, per quanto talvolta lunga, avviene completamente e sebbene il trattamento con barite in corrente di vapore debba esser talvolta prolungato per più ore, la quantità di acido che si può decomporre è assai piccola, perchè la reazione avviene in mezzo fortemente alcalino.

È lecito supporre che questa saponificazione avvenga in due tempi e cioè nel primo s'idrolizzi il gruppo $-CONH_2$, come dimostra il forte sviluppo di ammoniaca che si ha nelle prime ore di distillazione, nel secondo infine gli acidi cianurati così originati si saponifichino ulteriormente, generando gli acidi malonici. E allora dovrebbero ottenersi almeno in piccola quantità gli acidi cianurati accanto agli acidi malonici, quando la saponificazione non sia completa, come è dimostrato nel caso della decomposizione della n-eptilcianacetamide.

Negli altri casi però non sono riuscito col mezzo della barite a limitare la reazione alla formazione di questi acidi cianurati.

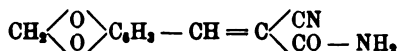
(1) Kommenos, " Ann. d. Ch. ", pag. 145.

Digitized by Google

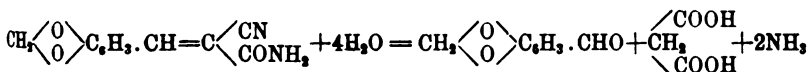
Studiando però più accuratamente le condizioni di reazione, si può trovare un alcali che conduca a realizzare questa saponificazione del solo gruppo — $CONH_2$. Dalla amide metilendiossifenilcianpropionica, sostituendo come alcali l'acqua di calce alla barite, sono riuscito in fatto ad ottenere l'acido cianurato corrispondente.

È questo pure un metodo facile ed elegante di sintesi di cianacidi, la cui preparazione è spesso assai difficile, essendo necessario ricorrere quasi sempre alla cianurazione degli alogenoderivati.

Infine ho tentato l'azione della barite sull'amide

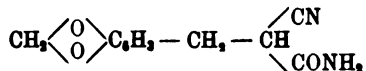
$$CH_2\left\langle{O \atop O}\right\rangle C_6H_3 - CH = C\left\langle{CN \atop CO - NH_2}\right.$$

per vedere se anche con amidi non sature il processo vada sino alla formazione dell'acido malonico.

L'esperienza ha dimostrato che questa amide non satura per addizione di una molecola d'acqua si scinde al punto del doppio legame e contemporaneamente si ha la eliminazione di tutto l'azoto sotto forma di ammoniaca; in fondo si ottiene per tal processo acido malonico e piperonalio che passa nel distillato. Ho provato in questo caso a sostituire l'acqua di barite con l'acqua di calce, ma la reazione va quasi totalmente nel senso della scissione, secondo l'equazione:

$$CH_2\left\langle{O \atop O}\right\rangle C_6H_3 . CH = C\left\langle{CN \atop CONH_2}\right. + 4H_2O = CH_2\left\langle{O \atop O}\right\rangle C_6H_3 . CHO + CH_2\left\langle{COOH \atop COOH}\right. + 2NH_3$$

Riassumo ora i dati dell'esperienza.

I. — Preparazione dell'acido metilendiossibenzilmalonico.

Si parte dall'amide

$$CH_2\left\langle{O \atop O}\right\rangle C_6H_3 - CH_2 - CH\left\langle{CN \atop CONH_2}\right.$$

(P. F. 186°) che si ottiene trattando il piperonalio con etere cianacetico e ammoniaca concentrata (22 %).

Digitized by Google

La decomposizione con acqua di barite, satura a freddo (1), in corrente di vapor d'acqua, si effettua con l'apparecchio che, già da molto tempo, serve in questo Laboratorio per il dosaggio dell'ammoniaca nelle acque.

Nelle varie esperienze ho impiegato quantità diverse di amide per notare il tempo necessario alla decomposizione completa. L'ammoniaca si sviluppa sempre nei primi momenti abbondantemente, ma poi a poco a poco lo sviluppo va indebolendosi, come si può vedere dal prospetto:

	NH_3 in mmgr. trovata nel distillato	
I. Esperienza	1° Distillato raccolto in 3 ore	2° Distillato raccolto in 4 ore
Amide gr. 0,9622	124,1	22
II. Esperienza	1° Distillato (4 ore)	2° Distillato (6 ore)
Amide gr. 3,3602	465.6	57.4

	trovato I	trovato II	calcolato per $2NH_3$
NH_3 %	15.18	15.56	15.59

In un'esperienza in cui adoprai gr. 10 di amide ho dovuto distillare per 22 ore perchè la decomposizione si effettuasse completamente.

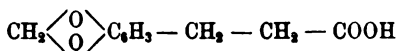
Non sono riuscito, per quanti tentativi abbia fatto, a limitare la reazione all'acido cianurato che rappresenta il prodotto intermedio della reazione, perchè in tali condizioni non si può cogliere il momento in cui tutto l'azoto del gruppo — $CONH_2$ è eliminato e comincia ad essere intaccato il — CN.

Introdotta l'amide, questa viene tosto solubilizzata dalla barite appena il liquido entra in ebollizione; il liquido limpido a poco a poco s'intorbida e via via che si genera il sale baritico dell'acido metilendiossibenzilmalonico si forma una massa cristallina brillante bianca. Quando è cessato lo sviluppo di am-

(1) La barite si aggiunge solo in lieve eccesso sulla quantità calcolata.

Digitized by Google

moniaca si lascia raffreddare il liquido, si filtra per separarne il sale cristallizzato. Il liquido filtrato decomposto con acido solforico, è concentrato a b. m. alla temperatura di 60°-70°. Si ottiene così una piccola quantità di acido malonico impuro dell'acido metilenidrocaffeico

$$CH_2\langle{}^{O}_{O}\rangle C_6H_3 - CH_2 - CH_2 - COOH$$

il cui sale di bario è assai più solubile, generato in seguito a parziale e lieve decomposizione dell'acido malonico per la lunga ebollizione del liquido. In fatto la massa cristallina insolubile si trova impura di carbonato di bario.

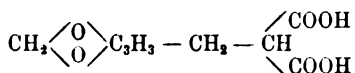
La quantità di acido monobasico formato è però quasi trascurabile.

Per ottenere l'acido malonico puro sciolgo in molta acqua bollente la parte cristallina poco solubile, lascio raffreddare la soluzione fino circa a 60°, poi decompongo con la quantità calcolata di acido solforico. È da evitare un eccesso di acido solforico perchè favorisce la decomposizione dell'acido. Concentro la soluzione acquosa a b. m., mantenendo la temperatura fra 60°-70°. Anche se sottoposto a lungo a questa temperatura l'acido non si decompone.

Per raffreddamento si ottiene l'acido metilendiossibenzilmalonico in bei cristalli incolori o lievemente colorati in giallo:

10 gr. di amide diedero gr. 9,2 di acido purissimo, cioè l'82,5 % del teorico.

Acido metilendiossibenzilmalonico

$$CH_2\langle{}^{O}_{O}\rangle C_3H_3 - CH_2 - CH\langle{}^{COOH}_{COOH}$$

Si presenta in cristalli incolori, prismatici, duri, splendenti o sotto forma di polvere minutamente cristallina, bianchissima, fondente tra 142°-144°.

Già a 130° comincia a rammollirsi; in fatto l'acido mantenuto a lungo a questa temperatura si dissocia svolgendo CO_2 e originando l'acido metilenidrocaffeico; alla temperatura di fusione si decompone schiumeggiando.

Digitized by Google

All'analisi diede:

Gr. 0,1101 diedero gr. 0,0452 di H_2O e gr. 0,2234 di CO_2

	trovato	calcolato per $C^{11}H^{10}O^{6}$
C %	55.33	55.46
H „	4.56	4.20

Determinazione del peso molecolare
(Apparecchio Riiber - Solv. Acetone).

Sostanza gr. 0,5795. Acetone gr. 11,002. $\Delta = 0^{\circ},37$;

	trovato	calcolato
Peso molecolare	237.7	238

In soluzione d'acetone non mostra la minima dissociazione, in relazione al carattere piuttosto associante dell'acetone.

È solubilissimo in acqua calda, assai meno nella fredda, ha tendenza a dare soluzioni sovrassature; solubile assai bene in alcool, etere, acetone.

La tensione di dissociazione dell'acido solido a 105° è già notevole; mantenuto a lungo a 120°-130° si decompone totalmente (prima di fondere) in anidride carbonica e acido metilenidrocaffeico:

Gr. 0,4414 di acido a 105° per 4 ore svilupparono gr. 0,0074 di CO_2, a 115°-120° per 3 ore gr. 0,0353, a 120°-130° per 4 ore gr. 0,0368. Totale gr. 0,0795;

	trovato	calcolato per 1 mol. CO_2
CO_2 %	18.01	18.48

Trattando un poco di acido a secco con due o tre goccie di acido solforico concentrato, si ottiene una bella colorazione rosso-violetta, che per diluizione del liquido passa al verde scuro; il passaggio non è netto se si aggiunge un poco troppo acido solforico. La medesima colorazione dà pure l'acido metilenidrocaffeico in presenza di ac. solforico concentrato (1), ma per diluizione non si ottiene il passaggio al verde.

(1) B. 13, pag. 757-758.

Digitized by Google

L'acido metilendiossibenzilmalonico trattato con acido nitrico ($d=1.40$), si scioglie colorandosi in giallo: la soluzione nitrica neutralizzata con carbonato di sodio e riscaldata, dopo raffreddamento, dà un liquido limpido colorato in rosso vinoso.

Può dare coi metalli alcalini due serie di sali: i sali acidi hanno reazione neutra al metilorange, acida alla fenolftaleina. Dunque il metilorange rivela uno solo dei due atomi d'idrogeno tipici:

I. Indicatore metilorange - gr. 0,1512 di acido sono neutralizzati da cc. 6,3 di NaOH $\frac{N}{10}$;

II. Indicatore fenolftaleina - gr. 0,1279 di acido furono neutralizzati da cc. 10,7 di NaOH $\frac{N}{10}$;

III. Indicatore fenolftaleina - gr. 0,1552 di acido sono neutralizzati da cc. 12,9 di NaOH $\frac{N}{10}$.

	trovato			calcolato per	
	I	II	III	NaOH	2NaOH
NaOH %	16.66	33.46	33.24	16.8	33.61

Questo fatto notevole è comune ai tre acidi malonici da me preparati.

La soluzione dell'acido neutralizzata con ammoniaca precipita col nitrato d'argento un sale bianco caseoso pochissimo solubile anche in acqua bollente (anche per prolungata ebollizione con acqua questo sale rimane inalterato); con acetato di piombo dà pure un sale bianco quasi insolubile in acqua a freddo e a caldo; con cloruro ferrico, con sali di bario e di calcio pure si ottengono i rispettivi sali tutti pochissimo solubili in acqua.

Sale di bario: $C^{11}H^{8}O^{6}Ba + 3H_2O$.

Cristallizza in prismi duri, incolori, splendenti, lasciando raffreddare molto lentamente la soluzione del sale in acqua bollente. Ottenuto per precipitazione forma una polvere bianca, pesante, amorfa:

Gr. 0,8695 di sale secco all'aria persero a 100°-105° gr. 0,0843; a 125° ancora gr. 0,0089; a 150° gr. 0,0150. Totale gr. 0,1082.

Digitized by Google

Gr. 0,2756 di sale anidro diedero gr. 0,1710 di $BaSO_4$ pari a gr. 0,1005 di Ba;

	trovato	calcolato per $C^{11}H^8O^6Ba + 3H_2O$
H_2O %	12.44	12.64
		calcolato per $C^{11}H^8O^6Ba$
Ba %	36.46	36.72

Sale di calcio: $C^{11}H^8O^6Ca + {}^1/_2 H_2O$.

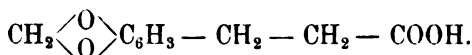
Si ottiene sotto forma di polvere bianca cristallina, neutralizzando la soluzione dell'acido con acqua di calce purissima. La precipitazione si agevola scaldando il liquido quasi all'ebollizione. È poco solubile in acqua a caldo e a freddo:

Gr. 0,8389 di sale secco all'aria scaldati a 100° per 3 ore persero gr. 0,0288; oltre 100° fino a 180°-190° non perde più di peso, ma a questa temperatura elevata imbrunisce;

Gr. 0,2253 di sale anidro diedero gr. 0,0466 di CaO pari a gr. 0,0332 di Ca;

	trovato	calcolato per $C^{11}H^8O^5Ca + {}^1/_2H_2O$
H_2O %	3.43	3.15
		calcolato per $C^{11}H^8O^6Ca$
Ca %	14.73	14.48

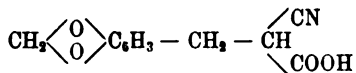
Acido metilenidrocaffeico

$$CH_2\langle^{O}_{O}\rangle C_6H_3 - CH_2 - CH_2 - COOH.$$

Si ottiene assai facilmente per decomposizione dell'acido metilendiossibenzilmalonico mantenuto alla temperatura di 130° per qualche ora. La massa solida si scioglie in etere e si lascia cristallizzare per evaporazione spontanea della soluzione. L'acido ch'io ho ottenuto in tal modo fondeva a 84°-85°. Lorenz (1) che per primo lo ha preparato per riduzione dell'acido metilenocaffeico con amalgama di sodio, dà, quale punto di fusione, 84°.

(1) B. 13, pag. 756.

Digitized by Google

PREPARAZIONE DELL'ACIDO METILEN-DIOSSIBENZIL-CIANACETICO:

$$CH_2\langle{}^{O}_{O}\rangle C_6H_3 - CH_2 - CH\begin{matrix}\diagup CN \\ \diagdown COOH\end{matrix}$$

Si ottiene soltanto l'idrolisi del gruppo $-CONH_2$ nell'amide metilendiossifenilcianpropionica, qualora si sostituisca, come alcali idratante, l'acqua di calce all'acqua di barite.

In tali condizioni e operando come nelle precedenti esperienze, l'idrolisi avviene assai rapidamente e per quantità di amide varianti da gr. 0,5 a 2 gr., essa è completa dopo circa 3 ore.

In un' esperienza in cui operai con gr. 5 di amide, furon necessarie 4 ore di ebollizione. Non conviene spingere il riscaldamento tanto a lungo, perchè la lunga ebollizione potrebbe poi generare una parziale saponificazione del gruppo —CN. Quando si limiti la durata dell'ebollizione nel termine suindicato, non si corre pericolo di intaccare il gruppo — CN che è assai più resistente alla saponificazione:

I. Gr. 0,6932 di amide. Acqua di calce satura a freddo gr. 218. Durata dell'ebollizione ore 2 $^1/_2$. NH_3 raccolta gr. 0,0527;

II. Gr. 5,2423 di amide. Calce caustica gr. 1 in 400 cc. di acqua. Durata dell'ebollizione ore 4. NH_3 raccolta gr. 0,3918;

	trovato		calcolato per 1 mol. NH_3
	I	II	
NH_3 $^0/_0$	7.60	7.47	7.80

Il liquido leggermente alcalino o neutro rimasto limpido, si lascia raffreddare, poi si tratta con ac. cloridrico diluito in eccesso e si estrae con etere. Dopo evaporazione dell'etere si ottiene una sostanza cristallizzata in aghi o in prismi incolori, o solo leggermente in colorati roseo. Si ricristallizzano dall'acqua bollente. Per raffreddamento si depone una polvere bianca cristallina. La soluzione acquosa reagisce fortemente acida al tornasole.

Seccata nel vuoto e su acido solforico, diede all'analisi:

I. Gr. 0,1120 di acido diedero cc. 6,2 di N a 14°,5 e 740^{mm};

Digitized by Google

II. Gr. 0,0918 diedero gr. 0,0356 di H_2O e gr. 0,2025 di CO_2;

	trovato		calcolato per $C^{11}H^{9}NO^{4}$
	I	II	
C °/₀	—	60.16	60.27
H „	—	4.30	4.10
N „	6.33	—	6.39

È solubile in acqua calda, assai meno nella fredda. Solubilissimo in alcool etere acetone, poco in benzene anche bollente. Fonde a 142° (termometro immerso).

Il rendimento di acido purissimo dall'amide raggiunge in tal modo il 90 °/₀ del teorico.

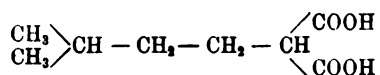
La determinazione acidimetrica (indicatore fenolftaleina) diede:

Gr. 0,1170 di acido furono neutralizzati da cc. 5,4 di NaOH $\frac{N}{10}$;

	trovato	calcolato per 1 mol. NaOH
NaOH °/₀	18.46	18.26

La soluzione acquosa neutra del sale ammonico precipita con nitrato d'argento un sale bianco caseoso, solubile a caldo; i sali di piombo e di ferro sono pure solubili a caldo, poco in acqua fredda. I sali di rame, magnesio, zinco, calcio e bario sono tutti solubilissimi anche a freddo e nella solubilità del sale baritico di questo acido abbiamo un carattere differenziale dall'acido metilendiossibenzilmalonico, il cui sale di bario è quasi insolubile a freddo.

II. — Preparazione dell'acido isoamilmalonico.

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix}\!\!>\!CH - CH_2 - CH_2 - CH\!\begin{matrix} / COOH \\ \\ \backslash COOH \end{matrix}$$

Mi sono servito in questa preparazione della isoamilcianacetamide (favoritami gentilmente dal prof. Guareschi), che si ottiene come prodotto secondario tanto nell'azione dell'etere

Digitized by Google

cianacetico, quanto della cianacetamide sull'aldeide isovalerica in presenza di ammoniaca concentrata.

L'operazione è condotta come precedentemente.

La saponificazione avviene più rapidamente che nel caso della metilendiossifenilcianpropionamide:

Gr. 1,1867 di amide sono trattati con 100 cc. di acqua di barite, satura a freddo, dopo 3 ore $^1/_2$ di distillazione non passa più ammoniaca;

Ammoniaca raccolta gr. 0,260;

	trovato	calcolato per $2NH_3$
NH_3 %	21.99	22.07

Il liquido rimane limpido; questo liquido è trattato con ac. cloridrico in eccesso ed estratto con etere. L'etere dopo evaporazione nel vuoto lascia una sostanza vischiosa che cristallizza poi rapidamente.

Così greggia la sostanza fonde a 87°-92°. Spremo fra carta per togliere la parte oleosa che rimane aderente ai cristalli e ricristallizzo dall'etere per evaporazione spontanea.

Ottengo infine l'acido bianchissimo in piccoli cristalli duri: fonde nettamente a 98° (termometro immerso) e non a 93°, come dànno Paal e Hoffmann (1), che per primi lo prepararono dal cloruro di isoamile ed etere sodiomalonico.

All'analisi diede:

Gr. 0,1816 diedero gr. 0,1328 di H_2O e gr. 0,3672 di CO_2;

	trovato	calcolato per $C^8H^{14}O^4$
C %	55.14	55.17
H „	8.12	8.04

Il sale acido di sodio ha reazione neutra al metilorange, acida alla fenolftaleina, come risulta dai seguenti dati:

I. Indicatore metilorange - Gr. 0,2006 di acido sono neutralizzati da cc. 11,8 di NaOH $\frac{N}{10}$;

(1) B. 23, pag. 1496.

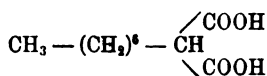
Digitized by Google

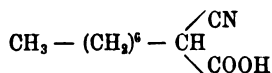
II. Indicatore fenolftaleina - Gr. 0,1378 di acido sono neutralizzati da cc. 15,7 di NaOH $\frac{N}{10}$;

	trovato		calcolato per	
	I	II	NaOH	2NaOH
NaOH °/₀	23.52	45.57	22.98	45.97

Il rendimento di acido purissimo raggiunge il 76 °/₀ del teorico.

III. — Preparazione dell'acido n-eptilmalonico.

$$CH_3 - (CH_2)^6 - CH\begin{matrix} / COOH \\ \backslash COOH \end{matrix}$$

La n-eptilcianacetamide presenta una maggiore difficoltà alla saponificazione; questa richiede un tempo maggiore che nelle altre esperienze per effettuarsi completamente. In una prima esperienza in cui l'ebollizione non fu molto prolungata potei separare il prodotto intermedio cioè l'acido n-eptilcianacetico:

$$CH_3 - (CH_2)^6 - CH\begin{matrix} / CN \\ \backslash COOH \end{matrix}$$

accanto all'acido malonico.

Ho adoperato quantità diverse di amide e di barite per notare il tempo necessario alla saponificazione:

	NH₃ in mmgr. trovata nel distillato		
I. Esperienza	1° Distillato (ore 3)	2° Distill. (ore 3)	3° Distill. —
Amide gr. 1.498 Acqua di barite cc. 200	171.7	44.9	
II. Esperienza	1° Distillato (ore 2 ½)	2° Distill. (ore 2 ½)	3° Distill. (ore 2 ½)
Amide gr. 0,920 Acqua di barite cc. 200	112.2	27.2	27.2

	trovato		calcolato per $2NH^3$
	I	II	
NH_3 °/₀	14.45	18.08	18.6

Digitized by Google

Nelle prime 3 ore (N. I) passa soltanto l'11,4 % di ammoniaca cioè appena poco più di una molecola di ammoniaca, nelle prime 2 ½ ore (N. II) passa il 12,2 %.

È quindi evidente che l'eccesso di barite presente nel secondo caso favorisce la saponificazione. Del resto dopo un certo tempo lo sviluppo dell'ammoniaca va facendosi più lento sino a divenire costante.

Appena il liquido entra in ebollizione, l'amide si scioglie completamente; dopo una mezz'ora di ebollizione il liquido si intorbida e a poco a poco si separa un sale bianchissimo insolubile e leggiero. Dopo 2 ore di distillazione lo sviluppo di ammoniaca si fa più debole; la saponificazione necessita, come si può vedere dalla tabella, all'incirca da 8 a 9 ore.

Cessato lo svolgimento di NH_3 lascio raffreddare il liquido (A); filtro per separare il sale insolubile; questo sale lavato bene e seccato viene indi sospeso in acqua e decomposto con acido cloridrico diluito in eccesso. A poco a poco si precipita l'acido n-eptilmalonico sotto forma di fiocchetti cristallini bianchi.

Raccolgo questo acido e lo ricristallizzo dal benzene. Si ottiene in tal modo in forma di cristalli lucenti che, all'aspetto e al tatto piuttosto untuoso, manifestano la loro analogia colle sostanze grasse.

È molto solubile in etere, alcool, solubilissimo in acetone. Poco o niente solubile in acqua. È questo il primo termine della serie degli acidi malonici sostituiti da un radicale alifatico normale, insolubile in acqua. Tutti gli altri acidi malonici a maggior numero di atomi di carbonio sono pure insolubili nell'acqua, mentre cresce la solubilità in benzene, alcool, etere. Anche l'ac. eptilmalonico secondario preparato da Venable (1) è insolubile in acqua, mentre l'acido essilmalonico secondario è solubile.

Fonde a 95° senza decomposizione, un poco più basso, cioè, dell'eptilmalonico secondario (97°-98°); non si può trarre però nessuna regolarità dalla serie degli acidi malonici, per quel che riguarda i punti di fusione.

---

(1) B. 13, pag. 1651.

Digitized by Google

All'analisi diede i seguenti risultati:

Gr. 0,1444 diedero gr. 0,1134 di H_2O e gr. 0,3151 di CO_2;

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{18}O^4$
C %	59.50	59.40
H „	8.72	8.91

Scaldato a 120°-130° si decompone in anidride carbonica e acido pelargonico.

Si comporta come un acido monobasico al metilorange; i sali contenenti un solo equivalente di metallo hanno invece reazione acida alla fenolftaleina:

I. Indicatore metilorange — gr. 0,0770 di acido sono neutralizzati da cc. 4,0 di NaOH $\frac{N}{10}$;

II. Indicatore fenolftaleina — gr. 0,0949 sono neutralizzati da cc. 9,3 di NaOH $\frac{N}{10}$;

	trovato		calcolato per	
	I	II	NaOH	2NaOH
NaOH %	20.79	39.28	19.8	39.6

La soluzione acquosa del sale sodico neutro precipita i sali di ferro dando un sale colorato in giallo-rossastro insolubile a caldo e a freddo; precipita i sali d'argento, di rame, di bario, di calcio, di piombo.

Tutti questi sali sono pochissimo solubili in acqua a caldo e a freddo; i sali alcalini e il sale di magnesio sono, al contrario, molto solubili.

Sale di bario: $C^{10}H^{16}O^4Ba + 3H_2O$.

Si precipita questo sale trattando la soluzione acquosa del sale sodico con cloruro di bario. Analoga composizione ha il sale che si forma nella saponificazione della eptilcianacetamide con barite. È una polvere bianca, al microscopio si presenta minutamente cristallina. Perde la sua acqua di cristallizzazione soltanto a temperatura molto elevata (180°-190°). Insolubile in acqua a freddo, pochissimo solubile a caldo:

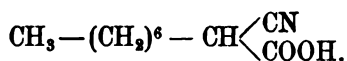
Digitized by Google

I. Gr. 0,2905 di sale secco all'aria, perdono a 180°-190° gr. 0,0410. Il sale rimane bianco;

II. Gr. 0,1836 di sale secco all'aria diedero gr. 0,1102 di $BaSO_4$ pari a gr. 0,0648 di Ba;

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{16}O^4Ba + 3H_2O$
H_2O %	14.11	13.81
Ba „	35.25	35.03

Acido n-eptilcianacetico

$$CH_3 - (CH_2)^6 - CH \begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown COOH. \end{matrix}$$

Il liquido (A) da cui fu separato per filtrazione il sale di bario dell'ac. n-eptilmalonico, viene estratto con etere per togliere ogni traccia di amide, nel caso che una parte di questa fosse rimasta indecomposta.

L'etere evaporato non lascia alcun residuo.

Allora decompongo il liquido con ac. cloridrico in eccesso; si depone una sostanza leggiera cristallizzata in fogliette dall'aspetto madreperlaceo.

Raccolta e asciutta all'aria pesa gr. 0,35.

Questa sostanza viene ricristallizzata dall'etere. Si ottiene così subito purissima fondente a 141° (termometro immerso). Ha carattere acido e sebbene pochissimo solubile in acqua, a caldo la soluzione reagisce acida sul tornasole. Fusa con potassa svolge ammoniaca. Evidentemente si tratta dell'acido cianurato, prodotto intermedio di saponificazione tra la n-eptilcianacetamide e l'ac. malonico corrispondente.

All'analisi diede:

Gr. 0,0853 di sostanza diedero cc. 5,4 di N a 14°,5 e 738^{mm};

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{14}NO_2$
N %	7.22	7.64

Alla fenolftaleina si mostra monobasico:

Gr. 0,0694 sono neutralizzati da cc. 3,75 di NaOH $\frac{N}{10}$;

	trovato	calcolato per 1 mol. NaOH
NaOH %	21.61	21.83

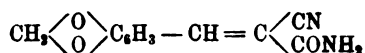
Digitized by Google

La soluzione neutra del sale ammonico precipita i sali di argento, di piombo, di rame e di ferro.

Il sale argentico e il sale di ferro sono pochissimo solubili a caldo e a freddo; i sali di piombo e di rame si sciolgono bene all'ebollizione. Non precipita i sali di bario e di calcio; ed è in grazia della solubilità del suo sale di bario che questo acido può essere separato con estrema facilità dall'acido n-eptil-malonico.

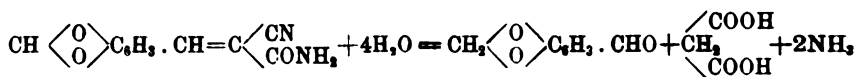
IV. — Decomposizione della piperalcianacetamide con acqua di barite e con acqua di calce.

Ho tentato, col metodo precedente, la saponificazione dell'amide:

$$CH_2\left\langle \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \right\rangle C_6H_3 - CH = C\left\langle \begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix} \right.$$

allo scopo di ricercare, se il metodo, che vale per le cianacetamidi sature, sia applicabile anche alle non sature. Contemporaneamente, per avere un termine di confronto, ho provato ad ottenere lo stesso acido, condensando piperonalio e acido malonico in presenza di acido acetico glaciale.

In nessuna delle due operazioni sono riuscito ad ottenere l'acido piperonalmalonico; soltanto saponificando l'amide con acqua di calce ho ottenuto una piccola quantità del sale di calcio di detto acido.

Trattando la piperalcianacetamide con la quantità calcolata di barite e distillando si verifica, dopo circa una mezz'ora, che insieme all'ammoniaca distilla del piperonalio; questa amide dunque è attaccata dalla barite nel doppio legame si addiziona una molecola di acqua e si rigenera piperonalio e acido malonico. La reazione può essere espressa così:

$$CH\left\langle \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \right\rangle C_6H_3 . CH = C\left\langle \begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix} \right. + 4H_2O = CH_2\left\langle \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \right\rangle C_6H_3 . CHO + CH_2\left\langle \begin{matrix} COOH \\ COOH \end{matrix} \right. + 2NH_3$$

Tutto l'azoto dell'amide viene eliminato sotto forma di

Digitized by Google

NH_3; gr. 0,7094 di amide in ore 6 eliminarono gr. 0,1105 di NH_3;

	trovato	calcolato per $2NH_3$
NH_3 %	15.57	15.74

Il liquido limpido è decomposto con ac. cloridrico ed estratto con etere: per evaporazione dell'etere si ottiene una sostanza cristallina fondente così greggia a 129°-130°. Non è altro che acido malonico.

La decomposizione con acqua di calce avviene nello stesso senso e colla stessa rapidità come usando l'acqua di barite. Il liquido rimane limpido. Dopo aver fatto passare in questo liquido a caldo anidride carbonica per precipitare l'eccesso di calce, si concentra a b. m. a debole calore. Il residuo è ripreso varie volte con poca acqua bollente. Si separa così il malonato di calcio in cristalli bianchissimi. Questo sale fu riconosciuto all'analisi:

I. Gr. 0,2173 di sale secco all'aria persero a 180°-185° gr. 0,0720 e per calcinazione diedero gr. 0,0518 di CaO pari a 0,04128 di Ca;

	trovato	calcolato per $C^3H^2O^4Ca+4H_2O$
H_2O %	33.13	33.64
Ca	18.99	18.69

Le acque madri del malonato di calcio concentrate depongono gr. 0,5 di un sale bianco che all'analisi mostrò non essere altro che sale di calcio dell'acido piperonalmalonico:

Gr. 0,1699 di sale secco all'aria persero a 95°-100° gr. 0,0234, a 120° gr. 0,0011 → Totale gr. 0,0245;

Gr. 0,1343 di sale anidro diedero gr. 0,0273 di CaO pari a gr. 0,0195 di Ca;

	trovato	calcolato per $C^{11}H^6O^6Ca+2\,{}^1/_2\,H_2O$
H_2O %	14.43	14.10
		calcolato per il sale anidro
Ca %	14.52	14.59

Decomposto con ac. cloridrico ed estratto con etere cede

Digitized by Google

all'etere una sostanza che fonde a 187°-189° e che assai probabilmente è acido piperonalmalonico greggio.

Il risultato non è strano se si pensa che varii acidi malonici non saturi sostituiti da un radicale aromatico non saturo, ad es.: l'ac. benzalmalonico (1) e gli acidi m- e p- nitrobenzalmalonici (2), si scindono già per riscaldamento in corrente di vapore in acido malonico e aldeide.

Cosicchè, se anche nel caso della piperalcianacetamide si formasse per l'ebollizione con barite l'acido piperonalmalonico, è permesso supporre, che questo acido si decomponesse subito in piperonalio e acido malonico, data la sua grande instabilità (3).

In fatto il piperonalio comincia a passare nel distillato dopo che già si è svolta abbondantemente l'ammoniaca.

Condensazione del piperonalio con ac. malonico.

In un palloncino con refrigerante a ricadere a gr. 15 di piperonalio e gr. 10,4 di ac. malonico aggiungo gr. 30 di acido acetico glaciale. Riscaldo indi a b. m. a debole calore per 2 ore.

Distillata la maggior parte dell'acido acetico, ottengo una massa bruna che estratta con etere, cede all'etere gran parte di acido malonico e piperonalio rimasti indecomposti.

Rimane insolubile nell'etere una sostanza (gr. 2,5) che ricristallizzata dall'alcool e decolorata con carbone animale fonde costantemente a 242°. Si scioglie in alcali prontamente, gli acidi la riprecipitano dalle soluzioni acquose alcaline sotto forma di fiocchetti bianchi. L'analisi e le proprietà mostrano trattarsi dell'*acido piperonilacrilico*.

All'analisi diede:

Gr. 0,1976 di sostanza secca a 100° diedero gr. 0,0757 di H_2O e gr. 0,4511 di CO_2;

	trovato	calcolato per $C^{10}H^8O^4$
C %	62.26	62.50
H „	4.25	4.16

(1) Claisen, " Ann. d. Ch. „, 218, pag. 129.

(2) Ch. Stuart, " J. of Ch. Soc. „, XLIII, pag. 403, XLVII, pag. 155, XLIX, pag. 359.

(3) Knoevenagel, B. 31, pag. 2608.

Digitized by Google

Lorenz (1), che l'ottenne per il primo da piperonalio, anidride acetica e acetato di sodio, gli attribuisce come punto di fusione 232°. Perkin (2) dà 238°, Knoevenagel (3) infine 237°. Il punto di fusione 242° fu ottenuto tenendo la colonna termometrica immersa e servendomi di termometro campione.

Riassumendo, anche nella condensazione tra piperonalio e acido malonico, in presenza di acido acetico glaciale non si ottiene ac. piperonalmalonico, ma un suo derivato di decomposizione cioè l'acido piperonilacrilico.

Riassumendo dunque posso concludere:

1° Il nuovo metodo di preparazione di acidi malonici sostituiti da radicali saturi per saponificazione dei monoderivati saturi della cianacetamide è un metodo buono e generale;

2° Ho potuto isolare con tal mezzo due acidi nuovi: il metilendiossibenzilmalonico e il n-eptilmalonico e preparare un acido già noto: l'isoamilmalonico;

3° La saponificazione della n-eptilcianacetamide richiede eccesso di barite sulla quantità calcolata e durata maggiore dell'operazione: in caso contrario si forma insieme al n-eptilmalonico anche l'acido n-eptilcianacetico. Ho potuto in fatto caratterizzare anche questo acido sconosciuto;

4° Variando le condizioni della saponificazione si può limitare l'azione idratante degli alcali al gruppo $CONH_2$; cosicchè questo riesce nello stesso tempo un metodo semplice e generale anche per la preparazione dei cian-acidi.

Sostituendo all'acqua di barite l'acqua di calce ho separato l'acido metilendiossibenzilcianacetico non ancora preparato;

5° La piperalcianacetamide, in relazione al carattere di molti acidi malonici sostituiti da radicali aromatici non saturi, non resiste all'azione di alcali quali la barite e la calce e si scinde per opera di questi in piperonalio e acido malonico.

Torino. R. Università. Laboratorio di Chimica farm. e tossicol.
Dicembre 1903.

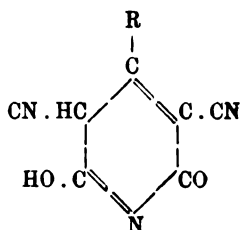
(1) B. 13, pag. 756.
(2) " J. of Ch. Soc. ", LIX, pag. 153.
(3) Bd. 31, pag. 2608.

Digitized by Google

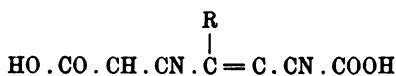
Prodotti di condensazione delle aldeidi orto- meta- e paranitrobenzoiche.

Nota del Dott. GIOVANNI ISSOGLIO.

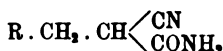
Per azione delle aldeidi sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca si formano dei composti: *diciandiossipiridinici* (1) dalla formola generale:

```
               R
               |
               C
             //  \\
    CN . HC/       \\C . CN
         |           |
         |           |
    HO . C\\        /CO
             \\   /
               N
```

Composti, che si potrebbero anche considerare, come le imidi degli acidi:

αα diciangluaconici-β sostituiti

$$HO.CO.CH.CN.\overset{\overset{\displaystyle R}{|}}{C}=C.CN.COOH$$

Condensandosi e chiudendosi la catena piridinica in β, γ, si mette in libertà dell'idrogeno, che non si sviluppa allo stato libero, ma va a formare dei composti secondarii.

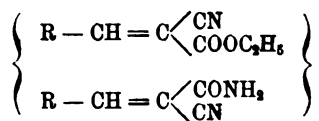
L'idrogenazione avviene specialmente sopra le *cianacetamidi non sature,* che si formano per l'azione diretta delle aldeidi sull'etere cianacetico, trasformandole nelle corrispondenti *cianacetamidi sature monoalchilsostituite* dalla formola generale:

$$R.CH_2.CH\begin{matrix}\diagup CN \\ \diagdown CONH_2\end{matrix}$$

(1) I. GUARESCHI, *Sulle diciandiossipiridine*, " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 1899, vol. XXXIV; *Condensazione delle aldeidi con l'etere cianacetico*, ivi, 1902, vol. XXXVII e " Liebig' Annalen ", vol. CCCXXV.

Digitized by Google

che si possono anche considerare come amidi dell'acido *acianpropionicoβsostituito.*

Accanto a queste in alcuni casi si hanno composti analoghi a quello ottenuto e studiato dal signor Carrick (1), ai quali si dà la formola generale:

$$\left\{ \begin{array}{l} R - CH = C\begin{cases} CN \\ COOC_2H_5 \end{cases} \\ R - CH = C\begin{cases} CONH_2 \\ CN \end{cases} \end{array} \right\}$$

Per consiglio del Prof. Guareschi ho studiato l'azione delle tre *nitrobenzaldeidi* sull'etere cianacetico, in presenza di ammoniaca, per vedere se in questo caso si formassero anche dei composti analoghi a quelli ottenuti dalla benzaldeide e quale differenza vi fosse nel comportamento dei tre derivati *orto*, *meta* e *para*.

I.

Metanitrobenzaldeide.

$$C^6H^4\begin{cases} CHO & (1 \\ NO^2 & (3 \end{cases}$$

Mescolai gr. 15,1 (1 mol.) di metanitrobenzaldeide con 22,6 (2 mol.) di etere etilcianacetico ed aggiunsi di poi 25 cm^3 (3 mol.) di ammoniaca al 20 %.

La miscela dapprima si colora in rosso ranciato e nello stesso tempo si svolge molto calore, per cui occorre raffreddare alquanto. Tenendo agitato il liquido, dopo circa un quarto d'ora si osserva una rapida solidificazione ed il prodotto acquista un colore giallo-pallido. Lasciai il tutto a sè per 24 ore, poi raccolsi alla pompa il prodotto ottenuto, lo lavai con poca acqua e lo asciugai fra carta, poi in essiccatore sopra l'acido solforico.

La sostanza secca pesava gr. 15,4; lo stesso rendimento ottenni sostituendo in una preparazione all'etere etilcianacetico il derivato metilico. La sostanza grezza ottenuta sottoposi reiterate volte ad estrazione con etere.

(1) " Journal für prakt. Chem. „ (2), T. 45, p. 500.

Digitized by Google

L'etere toglieva così un composto di aspetto cristallino biancastro, che fondeva verso 140°.

La sostanza, che si scioglieva in etere non era però molto abbondante, maggior residuo ottenni quando aggiunsi all'etere un poco di alcool; con questa miscela ho potuto eliminare anche gran parte della sostanza colorante.

Ho però trovato, che si poteva con migliore risultato sostituire all'etere, l'acetone; con questo solvente dopo due o tre estrazioni si asportava tutta la sostanza solubile.

Il prodotto principale insolubile in detti solventi si forma nella proporzione di circa il 40 %.

Lo sciolsi in 10 parti di acqua bollente, filtrando a caldo; si depositò per raffreddamento una sostanza cristallizzata in prismi, di colore appena giallo, infusibile verso 300°.

La sostanza raccolta su filtro ed asciugata fra carta cristallizzai più volte sino ad ottenerla purissima.

Trattata con idrato di magnesio a freddo svolge ammoniaca.

I cristalli ottenuti sono anidri, però scaldati verso 100°, scemano alquanto di peso, perchè perdono ammoniaca. Per procedere all'analisi della sostanza bisogna disseccarla nel vuoto sopra l'acido solforico:

I. Gr. 0,1554 di sostanza diedero gr. 0,2996 di CO^2 e gr. 0,0436 di acqua;

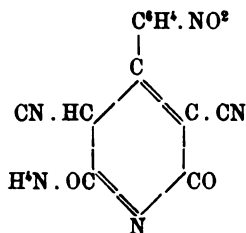
II. Gr. 0,1523 diedero a 731^{mm}, 1 ed a 17° cm^3 di azoto 31,2;

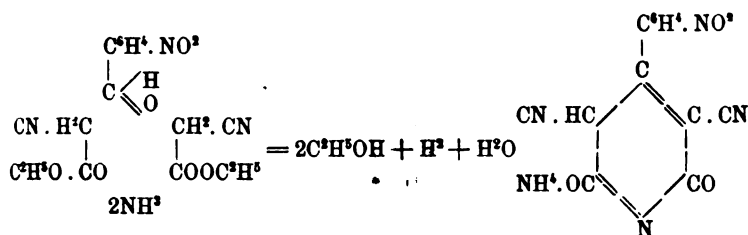
III. Gr. 0,4548 distillati con latte di magnesia fornirono gr. 0,0228 di ammoniaca;
da cui:

	trovato			calcolato per $C^{12}H^5(NH^4)N^4O^4$
	I	II	III	
C	52.57	—	—	52.17
H	3.11	—	—	3.01
N	—	23.19	—	23.41
NH^3	—	—	5.00	5.68

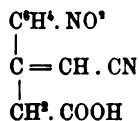
Digitized by Google

Da queste analisi risulta, che il composto ottenuto è il sale ammonico della *m.nitrofenilββ'dicianglutaconimide:*

```
            C⁶H⁴.NO²
               |
               C
             /   \\
   CN.HC//         \\C.CN
        |           |
        |           |
 H⁴N.OC\\           /CO
          \\      /
              N
```

La cui formazione avverrebbe in questo modo:

```
       C⁶H⁴.NO²                                      C⁶H⁴.NO²
        |  /H                                           |
        C<                                              C
          \\O                                         /   \\
CN.H²C          CH².CN                       CN.HC//       \\C.CN
   |              |     = 2C²H⁵OH + H² + H²O      |           |
C²H⁵O.CO        COOC²H⁵                           |           |
                                             NH⁴.OC\\        /CO
       2NH³                                          \\   /
                                                        N
```

Questo sale è poco solubile in acqua a freddo, ma molto solubile a caldo; è anche discretamente solubile in alcool concentrato, insolubile in etere ed in acetone. Come ho già osservato non fonde, che ad elevatissima temperatura, scomponendosi e svolgendo ammoniaca.

Scaldato con acido solforico al 60 % si trasforma in acido *βnitrofenilcianvinilacetico:*

```
C⁶H⁴.NO²
|
C = CH.CN
|
CH².COOH
```

che studierò in seguito.

La soluzione acquosa del sale di ammonio dà delle bellissime reazioni coi diversi sali metallici e coi sali degli alcaloidi:

Col *percloruro di ferro* dà un precipitato giallo-chiaro, che a caldo si trasforma in un sale di color rosso ranciato tendente all'ocraceo, poco solubile in acqua;

Col *solfato ferroso* dà un precipitato bianco-verdastro, solubile in acqua calda, la sua soluzione però non diventa rossa;

Digitized by Google

Col *nitrato d'argento* si ottiene un precipitato giallo pochissimo solubile in acqua anche bollente;

Col *solfato di magnesio* dà dei bellissimi prismi riuniti a fascio;

Il *sale di bario*, poco solubile in acqua a freddo, è in aghi sottilissimi di colore lievemente giallo;

Col *cloruro di calcio* forma un sale cristallizzato in prismi molto belli;

Coi *sali di sodio e di potassio* non precipita;

Col *solfato di chinina* dà un precipitato giallo polverulento, che al microscopio si presenta formato da piccoli cristalli mamellonari;

Col *cloridrato di nicotina* si ha un precipitato intenso sotto forma di fiocchetti bianchi assai leggeri. Le soluzioni all'1 per 300 di sale di ammonio precipitano intensamente il cloridrato di nicotina alla diluizione di 1 per 6000, si depositano poi ancora dopo alcuni istanti dei fiocchetti dalle soluzioni alcaloidee all'1 per 10000.

m.Nitrofenildicianglutaconimide. Questo acido si può preparare in due modi:

1) *dal sale di bario:* a ciò sciolsi a caldo in 20 p. di acqua il sale di bario ricristallizzato, lo trattai colla quantità calcolata di acido solforico in modo che tutto il bario venisse precipitato, filtrai ed il filtrato tirai a secco a b. m.

Il prodotto così ottenuto l'ho analizzato dopo averlo essiccato a 130°;

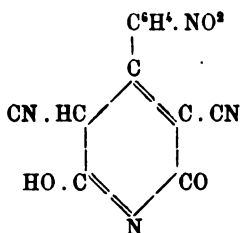
2) *dal sale d'argento:* sospeso questo sale nell'acqua, lo trattai con una corrente di idrogeno solforato. Il liquido filtrato è colorato in giallo ed è acidissimo; da questa soluzione però non riuscii ad ottenere l'acido puro:

Gr. 0,1382 di sostanza a 716^{mm},2 ed a 23° diedero 24,8 cm^3 di N;
da cui

	trovato	calcolato per $C^{13}H^6N^4O^4$
N %	19.65	19.85

Digitized by Google

La sostanza analizzata è quindi la *γm.nitrofenilββ'dicianαα'diossipiridina* od anche la *m.nitrofenildicianglutaconimide* libera:

```
          C⁶H⁴.NO²
             |
             C
           ╱   ⟍
CN.HC╱         ⟍C.CN
     |            |
     |            |
HO.C⟍           ╱CO
       ⟍      ╱
           N
```

Questo composto funziona da acido monobasico relativamente alla fenolftaleina:

Gr. 0,1556 di sostanza vengono neutralizzati da 5,4 cm^3 di idrato sodico $\frac{N}{10}$, equivalenti a gr. 0,0216 di NaOH;

	trovato	calcolato
NaOH %	13.89	14.20

Quest'acido riscaldato incomincia ad imbrunire verso 200° e a 260° fonde in un liquido bruno decomponendosi; riscaldato sopra una lamina di platino, presenta il carattere di tutti i nitroderivati, cioè deflagra; è solubilissimo nell'acqua, nell'alcool, nell'acido acetico glaciale, nell'etere acetico, poco solubile in etere solforico. Perciò le soluzioni alcooliche lasciano precipitare l'acido quando vengono trattate con etere etilico.

Coi sali di ferro, di bario, d'argento, ecc. precipita abbondantemente.

Sale d'argento. Preparai questo sale facendo reagire 5 gr. di sale di ammonio con 3 gr. di nitrato d'argento. Ottenni così un sale giallo canarino, pochissimo solubile in acqua, anche bollente e quasi inalterabile all'azione della luce:

Gr. 0,2920 di sale disseccato all'aria perdettero di peso a 100° e poi a 180° gr. 0,0458 e fornirono gr. 0,0678 di argento metallico;

	trovato	calcolato per $AgC^{12}H^5N^4O^4 + 4H^2O$
H^2O	15.68	15.61
Ag	23.21	23.42

Digitized by Google

Questo sale durante la calcinazione lascia sublimare una sostanza in aghetti di colore rosso-porpora.

Sale di bario. Lo preparai sciogliendo gr. 3 di sale di ammonio nell'acqua bollente ed aggiungendovi la quantità calcolata di cloruro di bario (gr. 2,60).

Per raffreddamento cristallizza in aghi setacei il sale di bario assai poco solubile in acqua.

Il suo colore è giallo-pallido:

I. Gr. 0,2680 di sale secco all'aria perdettero a 100° e poi a 180° gr. 0,0420;

II. Gr. 0,2108 di sale secco all'aria perdettero a 180° gr. 0,0322;

III. Gr. 0,2424 di sale secco all'aria perdettero a 180° gr. 0,0372 e fornirono gr. 0,0571 di $BaCO^3$.

Da cui:

	trovato			calcolato per $Ba(C^{12}H^5N^4O^4)^2 + 7H^2O$
	I	II	III	
H^2O	15.67	15.25	15.34	15.27
Ba	—	—	16.33	16.60

Sale cuproammonico. Il sale di rame della m.nitrofenildicianglutaconimide è piuttosto solubile in acqua, quindi trattando le soluzioni del sale di ammonio con acetato di rame (5 %) non si ha precipitato tale da essere sottoposto ad uno studio accurato.

Migliore risultato ebbi trattando il sale di ammonio reso fortemente ammoniacale con una soluzione parimenti ammoniacale di acetato di rame; in queste condizioni si separò un sale di colore azzurro-cinerognolo.

Disseccato questo sale prende colore verde-scuro con tendenza al cinereo.

Esso però non è stabile, per cui bisogna disseccarlo in un ambiente ammoniacale.

Dopo averlo disseccato fra carta lo analizzai:

I. Gr. 0,3022 di sale perdettero a 90°-100° gr. 0,0284 poi a 180° gr. 0,0140, in totale perdettero gr. 0,0624 e calcinati lasciarono gr. 0,0546 di CuO corrispondenti a gr. 0,0436 di Cu;

Digitized by Google

II. Gr. 0,4100 distillati con latte di magnesia fornirono gr. 0,0298 di ammoniaca;
da cui:

	trovato		calcolato per $CuC^{13}H^5N^4O^4+2NH^3+3H_2O$
	I	II	
Cu =	14.43	—	14.65
$2NH^3+3H_2O$ =	20.64	—	20.34
$2NH^3$ =	—	7.52	7.85

Pel sale anidro dalla formula:

$$CuC^{13}H^5N^4O^4$$

si avrebbe:

	trovato	calcolato
Cu %	18.20	18.45

Questo sale è instabile, tenuto per molto tempo all'aria alla temperatura ambiente perde acqua ed ammoniaca.

Tale perdita si ha anche quando si scalda il sale verso 90° e 100°, in queste condizioni si trasforma in un composto di colore verde-erba.

Questo poi lasciato a sè in ambiente ammoniacale, riassorbe nuovamente l'ammoniaca e l'acqua, che aveva perduta, e riprende il colore e le proprietà del sale cuproammonico recentemente seccato fra carta.

Ho anche analizzato il sale di colore verde-erba ed ebbi i seguenti risultati:

I. Gr. 0,2680 di sale a 180° perdettero gr. 0,0350 e calcinati lasciarono gr. 0,0546 di CuO;

II. Gr. 0,1242 diedero a 729,6^{mm} ed a 21° cm^3 21,9 di azoto;

III. Gr. 0,3313 diedero gr. 0,0207 di NH_3;
da cui:

	trovato			calcolato per $CuC^{13}H^5N^4O^4+1^1/_2NH^3+1^1/_2H^2O$
	I	II	III	
Cu	16.30	—	—	15.97
$1^1/_2NH_3+1^1/_2H_2O$	13.06	—	—	13.23
NH_3	—	—	6.25	6.42
N Totale	—	19.56	—	19.39

Digitized by Google

Il sale cuproammonico si scioglie a caldo nell'ammoniaca diluita e per raffreddamento cristallizza; nell'acqua bollente si scompone.

Il sale di rame anidro è di colore caffè-scuro.

Calcinandolo si rigonfia, come fa il solfocianato di mercurio, ma in grado però alquanto minore.

Metanitrobenzilcianacetamide. — La sostanza, che ottenni dai residui eterei ed acetonici, si scioglie in acqua ed in alcool, dal quale cristallizza in bellissimi aghi setacei bianchi, il cui punto di fusione oscilla tra 147°-148°:

I. Gr. 0,1130 diedero a $731^{mm},2$ ed a 15° cm^3 18,6 di N;

II. Gr. 0,1429 diedero gr. 0,2862 di CO^2 e gr. 0,0544 di acqua;

da cui:

	I	II
C =	—	54,61
H =	—	4,22
N =	18,77	—

Questi numeri corrispondono abbastanza bene alla formula:

$$C^{10}H^9N^3O^3;$$

per la quale si calcola:

C = 54,79
H = 4,11
N = 19,14.

Ne determinai anche il peso molecolare col metodo ebullioscopico (apparecchio Riiber) ed ebbi i risultati seguenti:

I. Sostanza = gr. 0,8994 acetone gr. 12,9956;

$\Delta = 0°,49$;

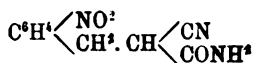
II. Sostanza = gr. 0,9322 acetone gr. 12,5118;

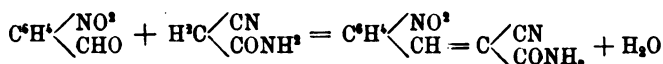
$\Delta = 0°,56$;

	trovato		calcolato
	I	II	
Peso mol.	235	222	219

Digitized by Google

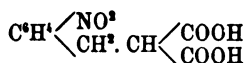
La formula di struttura di questo composto:

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NO^2\\CH^2\end{matrix}\right..CH\left\langle\begin{matrix}CN\\CONH^2\end{matrix}\right.$$

ossia quella della *βnitrofenilacianpropionamide*, altrimenti detta *m.nitrobenzilcianacetamide*, si deduce dalle proprietà e dal suo modo di formazione; e questo si spiega pensando, come la nitrobenzaldeide reagendo colla cianacetamide, che si forma dall'etere cianacetico in presenza di ammoniaca, dia luogo all'amide dell'acido *βnitrofenilcianacrilico:*

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NO^2\\CHO\end{matrix}\right. + H^2C\left\langle\begin{matrix}CN\\CONH^2\end{matrix}\right. = C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NO^2\\CH\end{matrix}\right.=C\left\langle\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}\right. + H_2O$$

Questa a sua volta assorbe i due atomi di idrogeno, che si mettono in libertà per la formazione dell'anello diossipiridinico, e si trasforma nell'amide satura soprascritta.

Serve a confermare tali ipotesi il comportarsi di questo corpo con l'idrato di bario in corrente di vapor d'acqua.

In questo caso vengono a svilupparsi due molecole di ammoniaca per la saponificazione dei gruppi —CN e —$CONH_2$ e si ottiene, come residuo della distillazione, il sale di bario dell'acido *m.nitrobenzilmalonico:*

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NO^2\\CH^2\end{matrix}\right..CH\left\langle\begin{matrix}COOH\\COOH\end{matrix}\right.$$

L'esperienza si eseguì in questo modo:

Gr. 1,0288 distillati per 8 ore circa in corrente di vapor d'acqua con 5 gr. di idrato di bario cristallizzato fornirono gr. 0,15827 di ammoniaca. Da cui si ha:

	trovato	calcolato per $2NH_3$
NH^3 %	15.37	15.57

Questa amide è solubile nell'acqua, nell'alcool, nel cloroformio, nell'acetone, meno solubile nell'etere.

Non assorbe il bromo; infatti gr. 0,20 circa di amide sospesi in poca acqua non tolgono nè il colore, nè l'odore a due goccie di acqua di bromo recentemente preparata, e ciò neppure dopo alquanto tempo.

Digitized by Google

Il suo modo di formazione, l'analisi elementare, l'azione del bromo e dell'idrato di bario, si accordano nel far ritenere, che questo composto sia veramente l'amide satura *nitrobenzilcianacetica*. Per l'amide non satura si calcolerebbe:

$$C = 55{,}30$$
$$H = 3{,}22$$
$$N = 19{,}35.$$

Metanitrocomposto di Carrick. — Le acque madri-ammoniacali depositarono una sostanza cristallina, che io raccolsi con cura e pesai; in tutto pesava gr. 4.

Questa sostanza, così grezza, fondeva sotto a 200° ed era pochissimo solubile in acqua, anche bollente, mentre si scioglieva discretamente nell'alcool a 90°.

La cristallizzai così più volte dall'alcool ed ottenni un composto bianco, cristallino, leggero, che fondeva a 186°,5.

Sottoposi anche questo composto all'analisi elementare ed ebbi i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1262 diedero a 736^{mm},64 ed a 15°,5 cm^3 16,6 di N;

II. Gr. 0,1626 diedero gr. 0,3414 di CO^2 e gr. 0,0588 di H_2O;

da cui:

	I	II
C =	—	57,26
H =	—	4,01
N =	15,08	—

Numeri, che corrispondono bene alla formula:

$$C^{22}H^{17}N^5O^3;$$

per la quale si calcola:

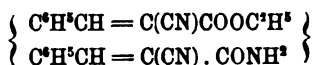
$$C = 57{,}02$$
$$H = 3{,}67$$
$$N = 15{,}11.$$

Questo sarebbe un composto analogo a quello ottenuto da Carrick nella reazione della ammoniaca acquosa sull'etere *acianocinnamico* (1).

(1) " Journal für prakt. Chem. „ (2), T. 45, p. 500.

Digitized by Google

In quel caso egli ottenne un corpo risultante dalla combinazione di una molecola di etere *fenilcianacrilico* e di una dell'amide corrispondente

$$\left\{ \begin{array}{l} C^6H^5CH = C(CN)COOC^2H^5 \\ C^6H^5CH = C(CN).CONH^2 \end{array} \right\}$$

Nel mio caso ottenni il nitroderivato di questo composto, e, che esso sia veramente tale me lo conferma non solo l'analisi elementare, ma anche:

1) Il peso molecolare determinato col metodo ebullioscopico (apparecchio Riiber):

Sostanza gr. 0,3969; acetone gr. 13,8781; $\Delta = 0°,098$;

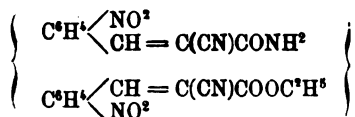
	trovato	calcolato
Peso molecolare =	487	463

2) Il dosamento dell'etossile ($—OC^2H^5$) col metodo di Zeisel (1). Infatti:

Gr. 0,1444 di sostanza diedero gr. 0,0769 di Ag I corrispondenti a gr. 0,01472 di $—OC^2H^5$;

	trovato	calcolato
$— OC^2H^5$ %	10.19	9.71

Al composto, che ho ottenuto, do la formula di struttura:

$$\left\{ \begin{array}{l} C^6H^4 \begin{array}{l} \diagup NO^2 \\ \diagdown CH = C(CN)CONH^2 \end{array} \\ C^6H^4 \begin{array}{l} \diagup CH = C(CN)COOC^2H^5 \\ \diagdown NO^2 \end{array} \end{array} \right\}$$

(1) Per questo dosamento ho dovuto adoperare una quantità minore di sostanza di quella accennata da Zeisel (" Monatsh. f. Chem. ", 1885, p. 989) ed una dose doppia di acido iodidrico, perchè avevo riscontrato un abbondante ed anormale svolgimento di iodo ed una percentuale molto minore di ossietile di quella calcolata (50 % in meno); ciò dipendente dalla riduzione che subiva il gruppo nitrico, scomponendo l'acido iodidrico secondo la reazione:

$$R.NO^2 + 6HI = 2H_2O + R.NH_2 + 3I_2.$$

Così diminuiva la concentrazione dell'acido iodidrico, che non poteva più reagire e decomporre l'etossile.

Digitized by Google

II.

Paranitrobenzaldeide.

$$C^6H^4\langle^{CHO\ (1}_{NO^2\ (4}$$

Pesai gr. 10 di p.nitrobenzaldeide, gr. 15 di eterecianacetico e cm³ 18 di ammoniaca concentrata al 20 %.

Le quantità erano tali, che una molecola di aldeide corrispondeva a due di etere ed a tre di ammoniaca.

Sciolsi dapprima la nitrobenzaldeide nell'etere cianacetico e vi aggiunsi di poi l'ammoniaca. Si sviluppò forte calore ed il liquido si colorò in rosso intenso.

Dopo aver agitato per circa un'ora ottenni una massa molto gialla cristallizzata.

Dopo 24 ore aggiunsi un volume circa di acqua fredda e dopo due ore raccolsi alla pompa la sostanza solida, lavandola bene.

Dopo averla asciugata fra carta ed in essiccatore su acido solforico, la pesai. Il rendimento fu del 120 % dell' aldeide adoperata.

La massa gialla, secca e polverizzata, fondeva in parte verso 180°, mentre rimaneva una sostanza infusibile anche ad elevata temperatura; era dunque una mescolanza di due o più prodotti.

Allora, siccome l'etere e l'acetone non davano buoni risultati, adoperai per separare i corpi una miscela di alcool ed etere etilico.

La prima estrazione asportò molta sostanza resinosa e gran parte di un corpo, che fondeva verso 160°-170°. Le successive asportarono altre quantità di detta sostanza.

La massa principale dopo essere stata così esaurita sciolsi in acqua calda. Si depositarono per raffreddamento dei bellissimi cristalli di colore giallo-canarino intenso, che raccolsi su carta ed essiccai all'aria.

Ho ripetuto più volte la cristallizzazione dell'acqua sino a che ho potuto avere la sicurezza, che la sostanza era pura.

Questo corpo non fonde sotto 300°, ma verso 250° imbru-

Digitized by Google

nisce svolgendo dei vapori ammoniacali; con latte di magnesia, svolge ammoniaca; ciò fa supporre trattarsi del sale di ammonio della *p. nitrofenildicianglutaconimide.*

Questo sale cristallizza con una molecola e $^1/_2$ di acqua di cristallizzazione;

I. Gr. 0,5444 di sostanza perdettero a 80°-90° gr. 0,0433 di acqua.

II. Gr. 0,4905 perdettero a 100°-110° gr. 0,0405 di acqua;

	trovato		calcolato per $C^{13}H^5N^4O^4(NH^4) + 1\,^1/_2 H_2O$
	I	II	
H^2O %	7.77	8.25	8.28

Gr. 0,1341 di sostanza secca all'aria fornirono a 734^{mm} ed a 17° cm^3 24,9 di N;

	trovato	calcolato per $C^{13}H^5N^4O^4(NH^4)+1\,^1/_2H^2O$
N %	21.10	21.47

Il sale di ammonio riscaldato a 90°-110° non perde ammoniaca, ma incomincia a perderne verso 140°-150°.

È poco solubile nell'acqua a freddo (3,5 %), solubilissimo a caldo, solubile in alcool, acetone, insolubile in etere. La soluzione acquosa dà coi sali metallici le seguenti reazioni:

Col *nitrato d'argento* si ha precipitato giallo intenso;

Con *cloruro ferrico* precipita anche in giallo;

Con *cloruro di bario* dà il sale di bario solubile in acqua calda;

Con *acetato di rame* precipitato verde pallido; il precipitato però non è molto intenso; più intenso si ha, se si aggiunge al sale di ammonio una traccia di ammoniaca, poichè in questo caso probabilmente si precipita il sale basico.

Adoperando soluzioni ammoniacali di ambedue i sali si ottiene un precipitato verde intenso di sale *cuproammonico.*

Paranitrodicianglutaconimide $C^{13}H^6N^4O^4$. — Ho preparato questa sostanza decomponendo il sale di bario colla quantità calcolata di acido solforico normale. Ho filtrato la soluzione

Digitized by Google

acida ed ho tirato a secco a b. m.; ottenni così l'acido puro, che analizzai dopo averlo essiccato in stufa a 140°:

Gr. 0,1272 diedero a 732^{mm},7 ed a 15°,0 cm^3 21,4 di N;

	trovato	calcolato per $C^{12}H^6N^4O^4$
N °/₀	19.22	19.85

La basicità dell'acido fu determinata adoperando, come indicatore, il metilorange:

Gr. 0,1544 di acido richiesero per la neutralizzazione cm^3 5,5 di soda $\frac{N}{10}$, ossia gr. 0,022 di NaOH;

	trovato	calcolato per 1 mol.
NaOH °/₀	14.24	14.20

La *p. nitrofenildicianglutaconimide* o *p. nitrofenildiciandiossipiridina* ha dunque funzione di acido monobasico relativamente al metilorange.

Quest'acido quando è anidro è bianco, cristallizzato dall'acqua prende colorazione gialla; è solubile nell'acqua, più a caldo, che a freddo, nell'alcool; insolubile nell'etere.

Le soluzioni alcooliche per evaporazione spontanea lasciano depositare dei bellissimi aghetti prismatici di colore giallo.

Quest'acido verso 250° imbrunisce e a 270°-275° si trasforma in un liquido bruno, facendo schiuma.

Le sue soluzioni precipitano coi sali di argento, di bario, ecc.

Sale di bario. — Il sale di bario è in cristalli prismatici e si forma trattando la soluzione acquosa del sale di ammonio con una soluzione al 10 °/₀ di cloruro di bario:

Gr. 0,4721 di sostanza perdettero a 180° gr. 0,0624 e diedero gr. 0,1142 di $BaCO^3$;

	trovato	calcolato per $Ba(C^{12}H^5N^4O^4)^2+6H_2O$
H^2O °/₀	13.21	13.10
Ba "	16.87	17.03

Paranitrobenzilcianacetamide $C^{10}H^9N^3O^3$. — Il residuo ottenuto dalla evaporazione della miscela etereo-alcoolica era formato essenzialmente dalla nitrobenzilcianacetamide, a cui

Digitized by Google

erano frammiste traccie di sale di ammonio, ed una piccola parte del composto di Carrick.

Ho purificato la sostanza trattandola, prima con poca acqua tiepida per privarla del sale di ammonio, poi con acqua bollente, che la scioglie tutta e la separa dal composto di Carrick, che in queste condizioni è insolubile.

Per raffreddamento la soluzione acquosa lascia depositare l'amide non satura, che cristallizzai più volte dall'alcool molto diluito. Ottenni così degli aghi brillanti, incolori, fusibili a 168°,5:

Gr. 0,1104 di sostanza svolsero a 725,6 ed a 16° cm³ 18,6 di N;

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{9}N^{3}O^{3}$
N %	18.92	19.17

È poco solubile in acqua fredda, più solubile a caldo, molto solubile in alcool ed acetone, pochissimo in etere. La soluzione acquosa ha reazione neutra. Non assorbe bromo.

Paranitrocomposto di Carrick $C^{22}H^{17}N^{5}O^{7}$. — Le acque madri di formazione, dopo che si è eliminata la massima parte dell'ammoniaca, lasciano precipitare una sostanza cristallina, che raccolsi, lasciai essiccare e pesai. In tutto ebbi gr. 2 di sostanza.

Il medesimo prodotto è quello, che rimane trattando i residui etereo-alcoolici con acqua bollente.

Dopo varie cristallizzazioni dall'alcool a 90° si ottengono dei piccoli prismi bianchi, leggeri, a splendore setaceo, che fondono a 194°-195°.

I. Gr. 0,1408 di sostanza diedero a 740,7^{mm} ed a 15° cm³ 18,1 di N;

II. Gr. 0,1452 diedero gr. 0,3072 di CO^2 e gr. 0,0491 di acqua;

III. Gr. 0,1316 diedero gr. 0,2746 di CO^2 e gr. 0,0443 di acqua.

	trovato			calcolato per $C^{22}H^{17}N^{5}O^{7}$
	I	II	III	
N =	14.79	—	—	15.18
C =	—	57.60	56.99	57.02
H =	—	3.70	3.73	3.67

Digitized by Google

Questa sostanza è insolubile in acqua anche bollente, insolubile in etere, solubile invece nell'alcool concentrato e nell'acetone.

III.

Orto-nitrobenzaldeide.

$$C^6H^4\begin{matrix}\diagup CHO \ (1 \\ \diagdown NO^2 \ (2\end{matrix}$$

Come in altri casi analoghi, l'ortonitrobenzaldeide dimostra la grande influenza, che ha la posizione del gruppo nitrico nel nucleo benzenico, pel suo modo di reagire coll'etere cianacetico.

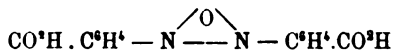
Mescolo gr. 5 di O. nitrobenzaldeide con gr. 7,4 di etere cianacetico, poi aggiungo cm^3 8 di NH^3 al 23 $^0/_0$ raffreddando con del ghiaccio. La miscela si fa omogenea colorandosi in rosso e prendendo consistenza vischiosa.

Dopo circa un quarto d'ora si ha forte sviluppo di calore; e mentre prima si sentiva l'odore pronunziato di ammoniaca, dopo si svolge grande quantità di acido cianidrico ed il liquido ribolle prendendo intensa colorazione rosso-bruna.

Si deposita allora una sostanza nera in piccola quantità, mentre la massima parte del prodotto rimane liquido e vischioso ed ha reazione neutra alla carta di tornasole.

Non ostante i numerosi tentativi, per ricavare da questa reazione delle sostanze pure ed analizzabili, riuscii soltanto ad estrarre pochi milligrammi di una sostanza giallo-ranciata, cristallizzata in prismi, solubile nell'acqua e nell'alcool, che trattata con latte di magnesia svolge ammoniaca.

Dal suo aspetto, dal suo punto di fusione, che oscilla fra 237° e 242° e dai suoi caratteri chimici, credo di poter indurre trattarsi qui del sale di ammonio dell'acido *ortoazoossibenzoico:*

$$CO^2H.C^6H^4 - N \overset{O}{\diagup\!\!-\!\!-\!\!\diagdown} N - C^6H^4.CO^2H$$

ottenuto dal sig. Homolka per azione del cianuro di potassio sull'aldeide ortonitrobenzoica (1).

Nulla però posso assicurare in proposito data la piccola

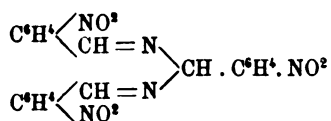
(1) "Berichte", T. 17, p. 1902.

Digitized by Google

quantità di sostanza non molto pura, che mi impedì di poterne fare l'analisi elementare, per assicurarmi della sua composizione.

Lisciviando con acqua fredda il liquido vischioso essiccato nel vuoto su acido solforico, si ottiene, come residuo, una sostanza bianca leggera, che cristallizza dall'alcool in aghi finissimi, setacei; anche questa però è in piccolissima quantità.

Questa sostanza, che fonde a 255°, è l'*idrobenzamide trinitrica* ottenuta già dal Bertagnini (1) per azione dell'ammoniaca sulla nitrobenzaldeide (p. f. 46°):

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}NO^2\\CH=N\end{matrix}\right. \qquad \qquad C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH=N\\NO^2\end{matrix}\right. \qquad \left.\right\rangle CH\,.\,C^6H^4.\,NO^2$$

Gr. 0,0482 svolsero a 719,2^{mm} ed a 16°,5 cm^3 7 di N. Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{21}H^{15}N^5O^6$
N °/₀	16.20	16.12

Se si eccettuano queste due sostanze, che si devono riguardare come prodotti secondarii nella reazione accennata, la massima parte dell'aldeide si resinifica.

Azione della O. nitrobenzaldeide sulla cianacetamide.

Avendo visto, che l'etere cianacetico reagiva con troppa violenza sull'ortonitrobenzaldeide, ho tentato di rendere meno viva la reazione sostituendo all'etere, la cianacetamide ed adoperando dell'ammoniaca più diluita.

Misi a reagire gr. 3,8 di O. nitrobenzaldeide, gr. 4,26 di cianacetamide, cm^3 5 di ammoniaca al 22 °/₀ diluiti con eguale volume di acqua.

Tenni nel ghiaccio il vaso in cui feci la miscela.

Si ottiene un liquido limpido, di colore rosso bruno, che dibattendo, si trasforma dopo poco tempo in una massa solida, compatta, gialla. Manifesto è l'odore di ammoniaca. Lasciato a sè il prodotto per parecchie ore incominciai a notare imbruni-

(1) " Ann. de Chim. et Phys. ", 3ª Serie, XXXIII, 469.

Digitized by Google

mento nella massa, che è accompagnato da un lento sviluppo di acido cianidrico.

Raccolsi allora subito alla pompa la sostanza biancastra, la asciugai fra carta e poi in essiccatore nell'acido solforico. Il rendimento è del 150 % dell'aldeide adoperata.

Così grezza, questa sostanza fonde totalmente in un liquido rosso bruno.

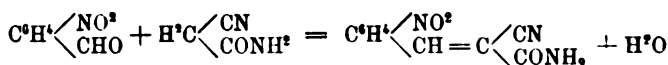
La cristallizzai dall'alcool diluito, si depositò per raffreddamento una massa di cristalli lunghi, setacei, fondenti a 173°-174°.

I. Gr. 0,1196 di sostanza svolsero a 16° ed a 731,1 cm³ 20,4 di N;

II. Gr. 0,1386 diedero gr. 0,2829 di CO^2 e gr. 0,0423 di H^2O;

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{10}H^7N^3O^3$
C =	—	55.66	55.30
H =	—	3.39	3.20
N =	19.37	—	19.35

La formola bruta soprascritta ben si accorda per la amide *O. nitrofenilcianacrilica*, od anche *O. nitrobenzalcianacetica*, la quale si formerebbe secondo questa reazione:

$$C^6H^4\left\langle{NO^2 \atop CHO}\right. + H^2C\left\langle{CN \atop CONH^2}\right. = C^6H^4\left\langle{NO^2 \atop CH=C\left\langle{CN \atop CONH_2}\right.}\right. + H^2O$$

e che sia tale lo dimostra la determinazione del peso molecolare col metodo ebullioscopico (apparecchio Riiber):

Sostanza gr. 0,5798 acetone gr. 14,4912 $\Delta = 0°,27$:

	trovato	calcolato
Peso molecolare	221	217

Questa sostanza è solubile in alcool, poco solubile in acqua a freddo, più solubile a caldo, solubile in acetone, pochissimo in etere.

In polvere fina produce forte prurito alle mucose nasali.

Notevoli sono le colorazioni, che questa sostanza dà con le soluzioni alcaline; in generale si sviluppa quasi sempre un'intensa fluorescenza verde.

Digitized by Google

Con una soluzione diluita di *carbonato di sodio*, scaldando appena si ha colorazione azzurra, che passa al verde, poi al giallo con fluorescenza verde spiccata.

Con *acqua di calce* si ha prima colorazione azzurra, che poi scompare.

Con *potassa caustica alcoolica*, prima si colora in giallo, poi passa al bruno e finalmente si ha colorazione verde-azzurra persistente.

Trattando la sostanza con acqua di barite in corrente di vapore, avviene dopo poco tempo la saponificazione del gruppo amidico nel carbossilico; continuando a lungo l'ebollizione, anche il nitrile —CN si saponifica. Nel primo caso si otterrebbe l'acido *ortonitrofenilcianacrilico*, già ottenuto dal Fiquet (1) per condensazione dell'acido cianacetico con l'aldeide ortonitrobenzoica, nel secondo si avrebbe l'acido *ortonitrobenzalmalonico*, già preparato e studiato dallo Stuart (2);

Gr. 0,4838 di sostanza, distillati per 2 ore circa in corrente di vapor d'acqua con 2 gr. di idrato di bario cristallizzato, fornirono gr. 0,0357 di NH_3.

	trovato	calcolato per 1 mol.
NH^3 %	7.54	7.80

Continuando la distillazione, anche l'altra molecola di ammoniaca si svolge, ma molto più lentamente.

Dai dati sperimentali deduco le seguenti conclusioni:

1) che la posizione del gruppo nitrico nel nucleo benzenico ha grande influenza nella condensazione delle nitrobenzaldeidi con etere cianacetico, e che quest'influenza si fa specialmente sentire per il derivato *orto;*

2) che per i derivati *meta* e *para* vi è perfetta concordanza coi prodotti, che si formano nella condensazione dell'aldeide benzoica, e che di più vi è un vero parallelismo nei ca-

(1) " Ann. de Chim. et Phys. ", Serie 6ª, T. XXIX, p. 490.
(2) " Journal of the Chemical Society ", vol. XLVII, p. 155.

Digitized by Google

ratteri fisici e chimici dei composti ottenuti. In ogni caso si hanno:

a) I sali ammonici delle *nitrofenildicianglutaconimidi;*

b) Le *nitrobenzilcianacetamidi;*

c) Dei derivati nitrici analoghi al composto ottenuto dal sig. Carrick dall'aldeide benzoica.

In questi corpi noto poi il carattere generale dei composti aromatici, che, cioè, il punto di fusione dei derivati *meta* è minore di quello dei *paraderivati*, come risulta dalla seguente tabella:

	meta	para
Glutaconimidi libere	260°	275°
Cianacetamidi	147°-148°	168°,5
Nitrocomposti Carrick	186°,5	194°-195°

3) che dalla condensazione dell'*O. nitrobenzaldeide* non ho potuto ottenere alcuno dei tre composti suaccennati, neppure sostituendo all'etere cianacetico la cianacetamide; in questo caso ottenni invece l'amide non satura o *ortonitrobenzalcianacetamide* pf. 173°-174°.

Dal Laboratorio di Chimica farmaceutica e tossicologica
della R. Università - Torino - Dicembre 1903.

Digitized by Google

Sulla costituzione del dorsum sellae *nel cranio dell'* Arctomys marmota (*Processo soprasfenoideo dell'* os petrosum).

Nota del Dott. ALFONSO BOVERO
Settore-capo e libero docente

(Con una Tavola).

In una Memoria pubblicata nell'Aprile u. s. in un coll'amico e collega Dr. U. Calamida (1) io avevo rilevato che nel cranio dell'*Arctomys marmota* gli apici delle due rocche petrose vengono a riunirsi fra loro, superiormente alla faccia endocranica del basisfenoide, per mezzo di due robusti prolungamenti ossei appiattiti in direzione craniocaudale, risultandone così una sutura sagittale, lunga 2 o 3 mm., superiormente al basisfenoide.

In complesso le mie osservazioni si riferivano allora a 6 cranî di Marmotte adulte: di queste io avevo potuto esaminare direttamente la superficie endocranica solo in 3 casi da me stesso preparati; negli altri 3 mi era riuscito verificare la detta disposizione dall'esterno a traverso l'apertura del *foramen occipitale.* Del fatto allora annunciato incidentalmente, che a mia conoscenza risultava affatto nuovo, io mi ripromettevo di occuparmi estesamente più tardi, quando avessi avuta l'opportunità di procurarmi un materiale più ampio e più completo in specie per quanto si riferisce all'età dei varî individui del genere *Arctomys.*

Poco tempo dopo la pubblicazione della mia Memoria, vale a dire circa a metà Luglio u. s., lo Staurenghi (2) cui, appunto

---

(1) A. Bovero ed U. Calamida, *Canali venosi emissari temporali squamosi e petro-squamosi,* " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ,, Ser. II, T. LIII (approv. seduta 5 aprile 1903), p. 77 dell'Estratto.

(2) C. Staurenghi, *Comunicazione preventiva di craniologia,* " Gazzetta medica lombarda ,, 19 luglio 1903, anno LXII, Nro 29, p. 283.

Digitized by Google

per aver dato io incidentalmente ed in un lavoro di argomento affatto diverso l'annuncio di tale osservazione, era sfuggita la notizia da me resa primieramente di pubblica ragione, avverte che, continuando le ricerche comparative sullo scheletro cefalico, ha constatato come nell'*A. marmota* il dorso della sella turcica non è formato dal postsfenoide, come per legge nei Mammiferi, bensì da due processi degli apici dei petrosi decorrenti innanzi alla sincondrosi postsfenoidale-basioccipitale, i quali si uniscono sulla linea mediana con sutura dentata. Anche allo STAURENGHI, di cui è nota la conoscenza profonda e la speciale lodevolissima insistenza per le ricerche sulla craniogenesi, tale comportamento riusciva affatto nuovo. Devesi qui notare che già prima della pubblicazione del mio lavoro, lo STAURENGHI (1) aveva, come nota preventiva, annunciato fra parecchi altri il semplice titolo di un suo studio: *Sui processi postsfenoidei delle rocche petrose nel* " Sciurus vulgaris „ e *derivazione da essi del dorso della sella turcica (dorsum ephippii) nel* " Sciurus erythropus „.

Ancora, in una Nota posteriore a quella sull'*Arctomys*, lo STAURENGHI (2) afferma che i processi postsfenoidei nel cranio dello *Xerus erythropus* non sono primitivamente continui con gli apici dei petrosi, ma passano per lo stadio di epifisi e divengono secondariamente apofisi o processi delle rocche petrose: rileva inoltre che le due epifisi dei petrosi in un cranio di *Xerus* si articolavano effettivamente sulla linea mediana e che tale riunione era dovuta in parte all'affrontamento delle due epifisi, nel resto all'interposizione di un terzo ossicino. I processi postsfenoidei degli *Xerus* dovrebbero quindi esseri intesi " come spettanti ad una serie discreta di ossicini — al minimo due — incombenti sulla *basis cranii interna* senza aderirvi e frapposti agli apici dei due petrosi, coi quali, i più prossimi, fanno coalescenza „. Questi ossicini, secondo lo STAURENGHI, sarebbero di

(1) C. STAURENGHI, *Note scientifiche*, " Gazzetta medica Lombarda „, anno LX, N. 38, 22 settembre 1901, p. 385.

(2) C. STAURENGHI, *Nota intorno ai processi postsfenoidei delle rocche petrose ed intorno alla loro natura in alcuni* Sciuromorpha (Sciurus vulgaris, Xerus erythropus, Arctomys marmota), " Gazzetta medica lombarda „, anno LXII, N. 34, 23 agosto 1903, p. 352.

Digitized by Google

origine endodurale, analogamente a quanto egli ha dimostrato per altre ossicina della base del cranio (1).

La condizione primitivamente epifisaria dei processi postsfenoidali negli *Sciuromorpha* sarebbe stata certificata chiaramente da STAURENGHI in un'*A. marmota*, nella quale erano anche indizî per ammettere degli ossicini frapposti fra le due epifisi principali: la riunione fra i due processi postsfenoidali dei petrosi, per quanto frequente, sarebbe tuttavia incostante anche negli esemplari adulti dell'*A. marmota;* STAURENGHI (2) in un *A. bobac* ha trovato inoltre che la loro riunione mediale si fa per mezzo di un legamento (sinfisi).

Non è naturalmente affatto il caso di porre delle questioni di priorità sulla osservazione delle particolarità sopra enunciate. Se la constatazione della riunione fra i processi postsfenoidei delle ossa petrose nel cranio dell'*A. marmota* venne annunciata quasi contemporaneamente da me e dallo STAURENGHI, pur ammettendo una lieve precedenza cronologica a mio favore ed astraendo dall'epoca, in cui, assai prima della presentazione della mia Memoria all'Accademia delle Scienze di Torino (seduta 22 Marzo 1903) io avevo avvertito e dimostrato a parecchi, fra gli altri ai professori FUSARI, CAMERANO, GRADENIGO, l'occorrenza della disposizione in questione, io sono lieto di riconoscere pienamente che a tale constatazione lo STAURENGHI fu, indipendentemente da me, condotto da logici criterî induttivi e dal metodo severo che egli adopera in tutte le sue indagini personali: egli aveva cioè presupposto il fatto osservato più tardi coll'esame del comportamento del *dorsum sellae* in altri *Sciuromorpha*, mentre per la natura stessa dei miei lavori io riconosco pure che la mia osservazione prima era stata affatto casuale.

Con tuttociò dalla scorsa primavera in poi mi sono dato

---

(1) C. STAURENGHI, *Formazione ordinaria di* ossicula petro-postsphenoidalia *epifisarî del* canalis nervi trigemini *nel* L. cuniculus *e* L. timidus; *formazione eventuale di* ossicula petro-sphenoidalia *epifisarî del* dorsum sellae *e di* ossicula petro-basioccipitalia *nel* L. cuniculus. *Rudimenti del* canalis nervi trigemini *nell'*E. caballus, " Atti della Società Italiana di Scienze Naturali ", Vol. XLII. Milano, 1903, p. 325.

(2) C. STAURENGHI, *Comunicazioni di craniologia comparata*, " Gazzetta medica lombarda ", anno LXII, N. 37, 13 settembre 1903, p. 364.

Digitized by Google

premura di raccogliere quanto più materiale mi fu possibile del gen. *Arctomys*, pensando che, come mi ero ripromesso, solo l'indagine condotta su numerosi cranî potesse condurre a risultati certi. Oltre ai 6 cranî di *A. marmota* primitivamente esaminati, io ho avuto la fortuna di potermi procurare altri 38 crani di Marmotte alpine di differente età a cominciare da pochi mesi fino ad età avanzatissime.

Gli esemplari da me direttamente collezionati provengono tutti dalle diverse vallate di Aosta, di Lanzo e del Po. Naturalmente mentre riesce abbastanza facile procurarci individui dei primi due o tre anni, io ho trovato più difficile per le speciali norme legislative intorno alla caccia in montagna e per l'epoca della gravidanza e del parto di questi Roditori (1) avere dei feti e dei neonati; come pure occorre non troppo di frequente imbatterci in esemplari di età molto avanzata.

Io ho potuto avere per la cortese premura dell'amico Dr. U. VALBUSA un esemplare nato da non più di tre mesi e mezzo: di un altro ho saputo che era stato tenuto in cattività per sei anni. Per alcuni di questi esemplari io ho proceduto all'esame accurato delle parti molli prima di sottoporre eventualmente il cranio alla macerazione: di altri, in ispecie dei più giovani, venne isolata la porzione della base cranica corrispondente alla regione ipofisaria ed ai processi postsfenoidei dei petrosi per un conveniente esame microscopico. Infine ai casi precedenti devo aggiungere ancora 6 cranî del Museo di Anatomia Comparata di Torino e di questi io potei prendere visione mercè la usuale inesauribile cortesia del Prof. CAMERANO.

Complessivamente quindi le mie osservazioni vertono su 50 cranî di *A. marmota* ed a questi solo si riferisce la presente nota, non avendo avuto opportunità di esaminare alcun esemplare di *A. bobac* ed intendendo tralasciare anche alcune poche osservazioni comparative fatte su altri *Sciuromorpha:* d'altronde osservazioni più ampie delle mie, estese a tutti gli *Sciuromorpha*, saranno certo rese di pubblica ragione dallo STAURENGHI ed io sarò ben lieto se esse confermeranno e completeranno le mie, esclusivamente condotte sulle comuni Marmotte alpine.

(1) BREHM, *La vita degli animali*. Vol. 2°. *Mammiferi*, 1873, p. 106.

Digitized by Google

Credo opportuno avvertire ancora una volta che le particolarità oggetto della presente Nota, a parte i brevi cenni preventivi miei e dello STAURENGHI, sono affatto nuove nella letteratura, non essendo io riuscito a trovarne cenno alcuno, per quanto accurate ed estese siano state le ricerche bibliografiche, ciò che per altro è accaduto pure allo STAURENGHI.

***

Osservando un osso petroso di Marmotta, isolato o riunito al basioccipitale, dalla faccia inferiore (Figg. 1, 4 e 5), noi verifichiamo come dalla porzione anteriore e mediale dell'osso stesso, nel punto cioè corrispondente all'apice della rocca, subito sopra all'apertura del *canalis tubae auditivae* (*cta*), disposta a mo' di fessura irregolarmente triangolare rivolta medialmente, si distacchi una robusta lamina ossea (*p s s*), ricoprente come un tetto l'apertura della tuba e diretta quasi orizzontalmente in avanti e medialmente con un'estensione diversa a seconda dell'età del soggetto. Tale lamina è fortemente appiattita in direzione craniocaudale ed ha una forma abbastanza regolarmente rettangolare, con una faccia sfenoidea o caudale, la quale riposa, considerando l'osso petroso nei suoi normali rapporti, immediatamente sulla faccia endocranica del postsfenoide ed in piccola parte anche sull'angolo lateroventrale del basioccipitale ricoprendo quindi per breve tratto le estremità laterali della sincondrosi basioccipitopostsfenoidea: la lamina offre inoltre a considerare una faccia endocranica, un margine dorsale ed uno ventrale fra loro quasi paralleli, una estremità laterodorsale o base continua coll'apice della rocca, una estremità ventromediale od apice in forma di un breve margine più o meno irregolare.

Questa lamina ossea, per la sua posizione rispettivamente al postsfenoide, merita appunto il nome di *processo postsfenoideo dell'osso petroso* datogli da STAURENGHI o, forse più appropriatamente ancora, quello di *processo soprasfenoideo.*

Come risulta dai brevi cenni dati prima e sopra riportati a tale processo osseo spetta appunto l'ufficio di costituire il *dorsum sellae*, essendo questo mancante come formazione propria del postsfenoide, quale è la regola più comune nel cranio dei Mammiferi e tanto meno esistendo come produzione dipen-

Digitized by Google

dente dal basioccipitale, come venne riscontrato da STAURENGHI (1) in alcuni *Bos taurus*. Sovrapponendosi diffatti al basioccipitale ed al postsfenoide i due processi soprasfenoidei riuniti fra loro direttamente mediante sutura (Figg. 3 e 4), oppure mediante un legamento dipendente dalla dura (Fig. 6), od anche, facendo astrazione dai rapporti diretti fra i due processi, dalla dura madre (Fig. 7) che passa da un osso petroso all'altro, essi stabiliscono un limite costantemente molto netto e più o meno completo fra la fossa cranica posteriore e la porzione ipofisaria della fossa cranica media.

La faccia sfenoidea o caudale del processo soprasfenoideo (Figg. 1, 4 e 5) è abbastanza regolarmente liscia; presenta costantemente a considerare una solcatura, più accentuata nei soggetti avanzati in età, la quale è diretta quasi sagittalmente incrociando così obliquamente la direzione del processo stesso. Tale solco (*sna*), come io ho potuto verificare in tutti i miei esemplari, è destinato ad accogliere il *n. abducens*, il quale, nel tragitto dalla fossa cranica posteriore (Fig. 7, VI) alla fossa cranica media, passa appunto fra la faccia sfenoidea del processo stesso e la faccia endocranica della porzione laterale del postsfenoide. La faccia sfenoidea del processo si presenta generalmente più rugosa ed il solco per il nervo abducente appare relativamente più ampio nei soggetti giovani. Costantemente mi è parso rilevare che il labbro laterale del solco stesso è più nettamente segnato di quello mediale. La disposizione del solco per il n. abducente ed i rapporti fra il processo soprasfenoideo ed il postsfenoide fanno sì (Fig. 3) che noi possiamo far passare con la massima facilità una grossa setola in direzione sagittale nel canale risultante dalla sovrapposizione del processo al postsfenoide. Del resto, appunto perchè si tratta di semplice apposizione, intercede sempre un lieve interstizio fra il processo ed il postsfenoide anche medialmente al solco per il n. abducente, sicchè si possono ordinariamente far transitare, in ispecie sulla linea mediana quando il processo di un lato si sutura con quello del lato opposto, in qualunque direzione delle setole più fini.

---

(1) C. STAURENGHI, *Dorso della sella turcica* (dorsum ephippii) *derivato dal basioccipitale in alcuni* B. Taurus L., " Bollettino della Società medico-chirurgica di Pavia ,, 1899.

Digitized by Google

La faccia endocranica del processo soprasfenoideo si presenta abbastanza regolarmente convessa in direzione sagittale, liscia, immediatamente rivestita dalla dura madre (Fig. 7), alquanto più ampia lateralmente ove si continua colla faccia anteriore e colla posteriore della rocca. La sua metà laterale è occupata pure in direzione sagittale da un'ampia solcatura a margini smussi (Figg. 2, 3), destinata (Fig. 7) ad accogliere il *n. trigeminus*. Tale solcatura, *impressio nervi trigemini* (*int*), interessa anche parzialmente la porzione mediale della faccia ventrale della rocca e si va via allargando verso il margine ventrale del processo stesso. Il labbro mediale (Figg. 2 e 3) dell'*impressio nervi trigemini* è per lo più, in ispecie negli individui adulti e vecchi, rilevato a mo' di un tubercolo. Medialmente la faccia endocranica del processo è tanto più ristretta quanto più giovane è l'individuo e quindi complessivamente meno sviluppato il processo medesimo.

Il margine dorsale del processo soprasfenoideo è irregolarmente curvilineo a concavità posteriore e mediale. La curva è completata da ciascun lato nei soggetti adulti dalla riunione dei margini dorsali dei due processi. Tale margine è tagliente, in ispecie medialmente: esso presenta per lo più (Figg. 1, 2, 3 e 4 *md*), quando il processo è completamente sviluppato nei suoi caratteri, una evidente incisura limitata medialmente da una spicola ossea unica (Figg. 3 e 4) o bifida (Figg. 1 e 2), corrispondente alla estremità dorsale del labbro mediale della solcatura notata sulla faccia sfenoidea per il n. abducente.

Il margine ventrale (*mv*) nella sua porzione laterale è più regolarmente rettilineo ed anche più spesso del margine dorsale: offre pure a considerare nei soggetti adulti una lieve incisura limitata lateralmente (Fig. 1 e 2) da una spicola ossea appuntita, la quale corrisponde alla estremità ventrale del labbro laterale del solco per l'abducente.

La estremità dorsolaterale o base del processo soprasfenoideo è sempre più ingrossata della estremità ventromediale: essa corrisponde all'origine del processo stesso dall'apice della rocca: i suoi limiti sono più evidenti dalla faccia sfenoidea (Figg. 1, 4, 5), che non dalla faccia endocranica (Figg. 2, 3 e 6). A me non è riuscito mai in nessuno degli esemplari da me esaminati di trovar traccia alcuna di sutura fra l'apice della rocca e questi

Digitized by Google

processi, ma costantemente ho riscontrato che i limiti tra il petroso ed il suo processo sono nettamente marcati sulla faccia sfenoidea da un solco assai pronunciato diretto sagittalmente tra l'apice della rocca ed il processo soprasfenoideo, il quale solco corrisponde in addietro alla sincondrosi petrobasioccipitale, in avanti alla sincondrosi petropostsfenoidale. Dalla faccia endocranica i limiti del processo soprasfenoideo si possono ritenere corrispondere ad un dipresso a quelli laterali della *impressio nervi trigemini;* del resto la faccia endocranica del processo soprasfenoideo si confonde insensibilmente colle faccie rispettivamente ventrale e dorsale della rocca.

In parecchi esemplari io ho distaccato con un tratto di sega il processo dall'apice della rocca ed ho constatato, in soggetti giovani come in quelli avanzati in età, col semplice esame a mezzo di una lente ed eziandio coll'esame microscopico, che la continuità fra l'apice della rocca ed il processo soprasfenoideo è fatta da tessuto osseo spugnoso..

Sezioni adatte dimostrano pure che la corrispondenza nel piano sagittale dei due solchi per l'abducente e per il trigemino rispettivamente sulle due faccie del processo soprasfenoideo, fa sì che in questo punto vi ha la porzione più ristretta del processo stesso.

Più complicato è il comportamento della estremità ventromediale od apice del processo soprasfenoideo ed il comportamento è anche assai diverso nelle differenti età della Marmotta. Nei cranî di individui molto giovani (Figg. 5, 6) tale estremità ventromediale è rappresentata per lo più da un sottile margine finamente denticolato, lungo mm. 1,5-2, obliquo in direzione ventrolaterale, in guisa che la sua estremità dorsale dista, se esaminiamo la *basis cranii interna* in condizioni normali, dalla corrispondente del processo opposto (Figg. 5, 6) assai meno che non le estremità ventrali degli stessi margini. I margini mediali cioè dei due processi soprasfenoidei determinano fra loro un angolo aperto in avanti. Lo spigolo fra il margine ventrale e quello mediale di ciascun processo è più o meno acuto e sporgente ventralmente: quello fra i margini mediale e dorsale è invece ottuso. La distanza massima fra i due processi soprasfenoidei misurata in rapporto delle estremità dorsali dei margini mediali è, nei soggetti da me fatti macerare, di mm. 4,5.

Digitized by Google

Quanto più gli individui sono avanzati in età, tanto più diminuisce la distanza fra i due processi soprasfenoidei, in guisa ch'io credo assolutamente costante nei crani di individui adulti o vecchi di *A. marmota* la loro riunione sulla linea mediana; per lo meno in tutti i casi da me esaminati, nei quali dalle caratteristiche generali del cranio, dalle dimensioni, dalla ampiezza della cavità craniana, dalla dentizione, potevo asserire di aver a che fare con soggetti adulti o vecchi, tale riunione era affatto costante: questa venne da me riscontrata diffatti in 36 casi sopra 50. È naturalmente difficile stabilire a quale età dell'animale si raggiunga lo sviluppo completo dei processi soprasfenoidei e quindi la loro riunione sulla linea mediana sopra al postsfenoide; mi pare però di poter asserire con grande probabilità di essere nel vero che questo completo sviluppo si raggiunge nell'*A. marmota* entro il terzo anno di vita.

La riunione dei margini mediali dei processi soprasfenoidei dei due lati a completare il *dorsum sellae*, oltre a modificare stranamente il comportamento generale della *basis cranii interna*, importa anche necessariamente una profonda modificazione della forma della estremità mediale di ciascun processo. È sufficiente uno sguardo comparativo alle Figg. 3 e 4 da una parte, 5 e 6 dall'altra, per poterci persuadere della verità di questo asserto. Durante il progressivo sviluppo in lunghezza ed in direzione ventromediale dei processi stessi, distaccando accuratamente la dura madre o macerando parzialmente la *basis cranii interna*, noi possiamo verificare con facilità come lo spazio fra le estremità mediali dei due processi soprasfenoidei sia occupato da una specie di legamento cordoniforme di lucentezza tendinea, teso appunto fra le dette estremità (Fig. 6), delle quali lascia però libero lo spigolo ventrale, che sporge così a mo' di punta più o meno acuminata.

A sviluppo completo (Figg. 3 e 4) noi troviamo che il legame tendineo fra gli apici dei processi soprasfenoidei è completamente ossificato ed il margine mediale di ciascun processo si riunisce a quello del lato opposto mediante una sutura più o meno sagittale, finamente dentellata in addietro, più irregolare o per lo meno con dentelli più grossolani in avanti. La sutura fra i due processi può decorrere esattamente sulla linea mediana (Fig. 4), oppure essere anche (Fig. 3) parzialmente spostata

Digitized by Google

da un lato. In taluni casi i due processi non costituiscono ancora una vera sutura, ma stanno per apporsi uno all'altro, in guisa da costituire, come ha osservato STAURENGHI, una sinfisi; è molto probabile però, per non dire certo, che questa disposizione scompaia più tardi per dar luogo ad una vera sutura. Suturandosi i due processi, i margini ventrale e dorsale di ciascuno di essi diventano continui con quelli del lato opposto.

Lo stabilirsi della continuità fra i margini dorsali dei due processi importa la netta delimitazione ventrale della fossa cranica posteriore ed i due margini descrivono complessivamente una curva regolare, concava dorsalmente: questo fatto è ben dimostrabile, come del resto il comportamento generale dei processi, anche a cranio integro, guardando dal *foramen occipitale*.

Più modificati appaiono i margini ventrali dei due processi quando si è stabilita la loro continuità (Figg. 3 e 4). In ciascuno di essi noi possiamo allora distinguere due porzioni: una laterale, tagliente, obliqua in direzione ventromediale, va dalla origine del processo dall'apice della rocca allo spigolo sporgente ventralmente più o meno acuminato, quale abbiamo prima descritto; la seconda porzione ha invece una direzione nettamente frontale, si dirige cioè dallo spigolo predetto verso la linea mediana, ove si continua rettilineamente con quello del lato opposto. I margini ventrali dei due processi soprasfenoidei così riuniti sulla linea mediana con la loro porzione diretta frontalmente, limitata da ciascun lato da una spicola ossea lanceolata e più o meno estesa, circoscrivono appunto i limiti dorsali della fossa ipofisaria, rappresentando così la faccia ventrale del *dorsum sellae* degli altri Mammiferi: le due spicole ossee, una per ciascun lato, che limitano lateralmente tale porzione mediale del margine ventrale dei processi soprasfenoidei, corrisponderebbero per la loro posizione e per i rapporti alle apofisi clinoidi posteriori degli altri Mammiferi.

La descrizione che precede e le figure annesse alle mie note, mi pare spieghino a sufficienza i reperti da me avuti: aggiungerò ancora che tutti i caratteri sovraccennati dei processi soprasfenoidei si vanno facendo vieppiù spiccati quanto più progredita è l'età dell'individuo esaminato.

Per quanto riguarda il meccanismo genetico della esclusiva partecipazione dei processi petrosi soprasfenoidei alla costitu-

Digitized by Google

zione del *dorsum sellae*, io ho poco da aggiungere a quanto in breve ha già scritto STAURENGHI e ciò perchè il materiale in cui si potesse seguire esattamente il progresso di sviluppo fu per me relativamente assai scarso. Dall'esame istologico delle sezioni seriate frontali della regione ipofisaria e dei processi soprasfenoidei da me praticate in 4 individui di età diversa, sezioni condotte previa decalcificazione coi soliti metodi (acido nitrico e fluoroglucina) e delle quali serie due riuscirono specialmente dimostrative, io posso confermare l'ipotesi avanzata già dallo STAURENGHI, che si tratti di ossificazione endodurale. Nei detti quattro casi, come del resto in tutti gli altri esemplari, anche nei più giovani esaminati macroscopicamente, io ho costantemente trovata una diretta continuità fra la estremità laterale dei processi soprasfenoidei e l'apice della rocca: non mi riuscì cioè affatto di colpire, anche negli individui più giovani, lo stadio in cui, secondo STAURENGHI, questi processi rappresenterebbero, per rispetto alle rocche, delle *epifisi*, ma sempre, anche negli esemplari più giovani da me preparati, i processi costituirebbero delle *apofisi*.

E neppure mi venne fatto coll'esame microscopico di verificare fra i due processi soprasfenoidei l'esistenza di nuclei ossei autonomi che, a loro volta, si comportino per rispetto all'estremità mediale del processo soprasfenoideo come delle epifisi per rispetto all'apofisi principale. Io sono ben lungi però dall'escludere la presenza accidentale di questi ultimi, poichè in parecchi degli esemplari giovani da me macerati mi è parso appunto che la continuità fra i margini mediali dei due processi fosse stabilita da piccoli nuclei ossei minutissimi, veramente puntiformi, compresi fra i denticoli dei margini mediali stessi, o nello spessore del legamento interposto ai detti margini, i quali nuclei si potevano percepire fra le pinze nelle manualità della pulitura della *basis cranii interna*. Ripeto che io sono precisamente propenso ad ammettere l'esistenza di tali nuclei, per quanto l'esame microscopico sia stato negativo anche nell'esemplare più giovane da me raccolto (mesi 3 e mezzo) e per quanto io abbia potuto escluderne la presenza in modo assolutamente perentorio in altri esemplari macerati, nei quali i processi ossei soprasfenoidei non erano ancora coalescenti fra loro. Può darsi cioè che la occorrenza di nuclei ossei secondarî fra i due processi soprasfenoidei,

Digitized by Google

come pure la primitiva indipendenza dei processi stessi dalle rocche siano, per lo meno nell'*Arctomys marmota*, fatti eventuali: ciò non esclude invece che in altri *Sciuromorpha* la loro presenza possa essere più costante o più facilmente dimostrabile.

Certo le ricerche fatte su un materiale più ampio e più adatto potranno modificare sensibilmente queste asserzioni, per quanto la spiegazione cercata da STAURENGHI del meccanismo di produzione dei detti processi sia affatto razionale e logica.

Ad ogni modo, scopo di questa nota è semplicemente quello di dimostrare il comportamento dei processi soprasfenoidei dei petrosi nella Marmotta alpina e la loro partecipazione alla costituzione del *dorsum sellae:* questa partecipazione si fa in misura diversa a seconda delle età, ma è da ritenersi come senza eccezione, che in tutti gli individui adulti e vecchi di Marmotta i due processi ossei si suturano fra loro sulla linea mediana. La disposizione che si riscontra negli individui giovani, nei quali i due processi convergono uno verso l'altro e sono fra loro riuniti da un legamento dipendenza della dura, si deve ritenere come transitoria.

Io ho fatto riprodurre, fra le altre figure rappresentanti le particolarità descritte, anche (Fig. 7) il comportamento della dura madre e dei nervi craniani per rispetto ai processi soprasfenoidei, specialmente per dimostrare le relazioni che questi processi contraggono col nervo abducente (VI): i rapporti degli altri tronchi nervosi (III, IV, V) non sono gran che differenti da ciò che si riscontra negli altri Mammiferi.

***

Prima di chiudere la presente nota io desidero ancora rilevare alcune particolarità interessanti della base craniana dell'*A. marmota*.

In tutti i crani di Marmotte da me esaminati il margine dorsale del postsfenoide offre sulla linea mediana una netta incisura lineare sagittale, la quale negli individui giovani è completata posteriormente da una incisura similare del margine ventrale del basioccipitale (Fig. 6, *f ps*): lateralmente il basioccipitale come il postsfenoide sono più ispessiti. Coll'apposizione

Digitized by Google

delle due ossa a costituire la sincondrosi postsfenoidebasioccipitale ne risulta una fessura lineare, per la quale una fine setola riesce facilmente alla faccia inferiore della base craniana. Nel cranio di individui adulti si riscontra per lo più solo l'incisura del postsfenoide, essendo scomparsa quella del basioccipitale. Finalmente nei cranî di Marmotte di età molto avanzata, nelle quali è scomparsa, per lo meno all'endocranio, la sincondrosi postsfenoidebasioccipitale, in luogo della fessura attraversante a tutto spessore la base del cranio, vi ha (Fig. 3, *fpb*) una fossetta allungata sagittalmente più o meno profonda, che ne la rappresenta: la produzione della detta fessura è certo in rapporto con il modo di sviluppo delle ossa che la limitano e meriterebbe forse uno studio più accurato.

Un'altra particolarità, che mi riesce per ora oscura e della quale non mi venne fatto di trovare menzione alcuna, merita pure un cenno speciale. Il postsfenoide della Marmotta è attraversato costantemente, in direzione affatto frontale, subito caudalmente e ventralmente alle estremità ventromediali dei processi soprasfenoidei da un canale, il quale sbocca da ciascun lato in rapporto della base dei processi pterigoidei nella parete mediale di un'ampia cavità, nella quale si apre pure, fra altri, il forame per il *n. mandibularis* (*foramen ovale*). Il diametro sagittale di questo canale varia a seconda dei soggetti da 1 a 3 mm.: esso riceve pure per lo più lo sbocco di 1-4 canalini, i quali si aprono d'altra parte sulla *basis cranii interna* sulla superficie ipofisaria del postsfenoide (Figg. 3 e 6 *ffi*) subito ventralmente ai processi soprasfenoidei. Su questo canale, parimenti costante nello *Sciurus vulgaris*, e sulle sue dipendenze potrò eventualmente ritornare più tardi.

Istituto Anatomico di Torino, diretto dal prof. R. FUSARI.
19 Dicembre 1903.

Digitized by Google

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1ª. *A. marmota* ♂ ad. Osso petroso destro, superficie inferiore.
„ 2ª. „ „ „ „ „ superiore.
„ 3ª. „ „ Faccia superiore della base craniana.
„ 4ª. „ ♀ ad. Faccia inferiore delle ossa petrose e dell'occipitale.
„ 5ª. „ ♂ juv. „ „ „
„ 6ª. „ „ Faccia superiore della base craniana.
„ 7ª. „ ♀ juv. „ „ „ con i rapporti (a destra è tolta la dura madre per dimostrare il decorso dei nervi; a sinistra la tenda del cervelletto è sezionata e stirata lateralmente).

Indicazioni generali. — *op* osso petroso — *bo* basioccipitale — *ps* postsfenoide — *pss* processo soprasfenoideo, *md*, *mv*, *mm* suoi margini dorsale, ventrale e mediale — *sna*, *cna* solco e canale per il nervo abducente; *int* impressio nervi trigemini — *bt* bulla tympanica, *pae* porus acusticus externus, *pai* porus acusticus internus — *cta* canale della tuba auditiva — *fo* forame occipitale, *co* condili occipitali — *fov* forame ovale — *fpb* fessura o fossetta postsfenoidebasioccipitale, *ffi* forametti della fossa ipofisaria — *svmm* solco pei vasi meningei medii — *sbeo* sincondrosi basiesoccipitale — *spb* sincondrosi postsfenoidebasioccipitale — *spp* sincondrosi prepostsfenoide — *ds* dorsum sellae — *h* ipofisi — *gG* ganglio di Gasser — II, III, IV, V, VI, VII, VIII nervi craniani — *tc* tentorium cerebelli.

Digitized by Google

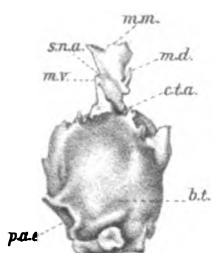
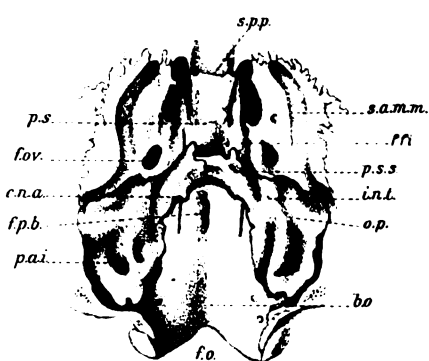



Fig. 4

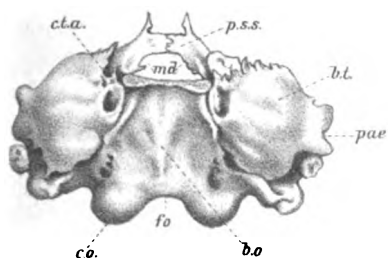



Fig. 5

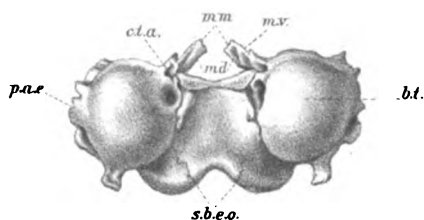



Fig. 6

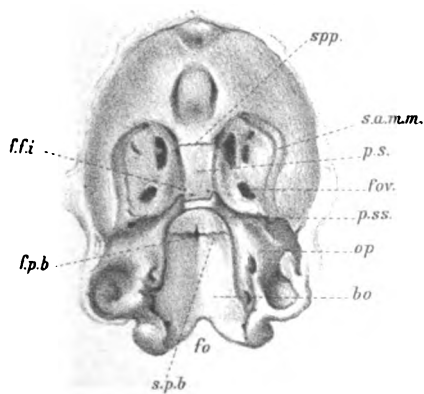
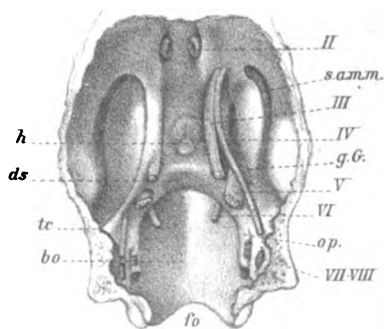



Fig. 7

Lit. Salussolia, Torino

Digitized by Google

Les congruences isotropes qui servent à représenter les fonctions d'une variable complexe.

Nota di J. L. COOLIDGE.

La géométrie des droites de l'espace non-euclidien a été le sujet de plusieurs mémoires récents. Je cite d'abord celui de M. Bianchi, *Sulle superficie a curvatura nulla in geometria ellittica* (*). Quatre ans plus tard apparait la suite de ces idées dans la thèse de M. Fubini, *Il parallelismo di Clifford negli spazi ellittici* (**). L'un et l'autre font usage des résultats du mémoire de M. Fibbi, *I sistemi doppiamente infiniti di raggi negli spazi di curvatura costante* (***).

Un point particulier de ces travaux c'est que l'on détermine une droite au moyen de deux ternes de paramètres, nommés *parametri di scorrimento.* Ils peuvent être définis comme les paramètres qui déterminent les translations non-euclidiennes de distance $\frac{\pi}{2}$ le long de la droite donnée, ou bien comme les coordonnées des points où les parallèles de droite et de gauche à la droite donnée, issues d'un point fixe, rencontrent le plan polaire de ce point. Ce qu'il y a d'important, c'est d'abord que deux droites parallèles ont les mêmes paramètres dans l'une des ternes, et ensuite, que les paramètres de chaque terne sont liés entre eux par une équation identique à celle d'une sphère de rayon un de l'espace euclidien. Il en résulte que l'on peut prendre comme représentants d'une droite, ou plutôt d'un rayon à sens bien déterminé sur cette droite, un couple de points sur deux sphères euclidiennes. A toute relation fonctionnelle entre ces deux sphères, correspondra une congruence de droites.

(*) " Annali di Matematica ,, Serie II, Tomo XXIV, 1896.
(**) " Annali della R. Scuola Normale di Pisa ,, tomo IX, 1900.
(***) Voir le même journal, Tomo VII, 1895.

Digitized by Google

C'est M. Study qui a le premier (1900) tiré l'attention des géomètres sur cette correspondance, dans son mémoire: *Ueber Nicht-Euklidische und Liniengeometrie* (*). Cependant M. Study ne donne pas la base analytique de ses raisonnements et, chose remarquable, il ne traite pas le cas d'une correspondance conforme des deux sphères. C'est mon objet dans le mémoire actuel de combler cette lacune. Le théorème capital que j'aurai à prouver est celui-ci:

A toute correspondance continue et directement conforme entre deux sphères euclidiennes, correspond une congruence isotrope de droites de l'espace sphérique (ou elliptique) et vice-versa.

On peut en tirer de nombreuses conséquences sur la détermination de ces congruences au moyen des fonctions monogènes d'une variable complexe. Nous aurons aussi à nous occuper des enveloppes centrales de ces congruences qui ne sont pas, comme dans le cas euclidien, nécessairement des surfaces minima.

§ 1.

La Représentation des Congruences Isotropes.

Je prends comme coordonnées d'un point (x_i) de l'espace elliptique (ou sphérique) les quatre grandeurs x_0, x_1, x_2, x_3 liées par la relation:

$$(x_i x_i) \equiv x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1.$$

Il y aura exception pour les points de l'absolu dont voici l'équation:

$$(x_i x_i) = 0.$$

Nous aurons les coordonnées des plans en écrivant u_i au lieu de x_i. Si j'appelle deux points qui sont conjugués par rapport à l'absolu, deux points *orthogonaux*, la condition d'orthogonalité de deux points (x_i) (x_i') ou de deux plans (u_i) (u_i') s'exprime:

$$(x_i x_i') = 0 \qquad \text{resp.} \qquad (u_i u_i') = 0.$$

(*) " Jahresbericht der deutschen Mathematiker Vereinigung ", XI.

Digitized by Google

Je détermine une droite au moyen de deux de ses points orthogonaux $(x_i)(\xi_i)$, ou bien de deux de ses plans orthogonaux $(u_i)(v_i)$, en me servant des six déterminants de Plücker:

$$p_{0i} = \begin{vmatrix} x_0 x_i \\ \xi_0 \xi_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_j u_k \\ v_j v_k \end{vmatrix}$$

$$p_{jk} = \begin{vmatrix} x_j x_k \\ \xi_j \xi_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_0 u_i \\ v_0 v_i \end{vmatrix} \qquad \left.\begin{matrix} i \\ j \\ k \end{matrix}\right\} = 1, 2, 3;$$

Nous aurons les deux relations:

$$\sum_{ijk} p_{0i}\, p_{jk} = 0 \qquad \Sigma p^2 = 1.$$

Il y aura exception pour les droites tangentes à l'absolu pour elles:

$$\Sigma p^2 = 0.$$

Que l'espace considéré soit elliptique, ou sphérique, la droite (p) est identique à la droite $(-p)$. On évite toute confusion en supposant que chaque droite de l'espace soit la base de deux rayons de sens opposés (*). Alors il y aura correspondance parfaite entre les valeurs des p satisfaisant aux équations données et les rayons de l'espace qui ne touchent pas à l'Absolu.

La condition d'intersection de deux droites (p) et (p') est:

$$\Sigma p_{0i} p'_{jk} + \Sigma p_{jk} p'_{0i} = 0.$$

Celle d'orthogonalité s'exprime:

$$\Sigma p_{0i} p_{0i}' + \Sigma p_{jk} p_{jk}' = 0.$$

(*) J'entends par *rayon* droite orientée. Il est un peu remarquable que ni M. Bianchi ni M. Fibbi ne signalent pas ce dualisme. Au reste, l'omission, qui serait fatale pour nous, ne nuit en rien à la valeur des résultats de ces géomètres.

Digitized by Google

Établissons, maintenant, les " parametri di scorrimento ":

$$p_{01} + p_{23} = X' \qquad p_{01} - p_{23} = X$$
$$p_{02} + p_{31} = Y' \qquad p_{02} - p_{31} = Y$$
$$p_{03} + p_{12} = Z' \qquad p_{03} - p_{12} = Z$$
$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 = 1.$$

Les rayons de l'espace elliptique (ou sphérique) peuvent être représentés par les couples de points de deux sphères euclidiennes de rayon un. Deux rayons de sens opposés situés sur la même droite correspondront à deux couples de points opposés diamétralement.

J'exclus explicitement dans la suite toute considération de rayons imaginaires. Alors notre correspondance tient sans exception.

J'appelle les deux sphères: S' et S:

Deux rayons polaires absolus l'un de l'autre correspondent à deux points identiques de l'une sphère, couplés à deux points opposés diamétralement de l'autre.

La condition d'intersection des rayons

$$(X_1' \ldots X_1 \ldots)\ (X' \ldots X \ldots)$$

s'écrit:

$$X'X_1' + Y'Y_1' + Z'Z_1' = XX_1 + YY_1 + ZZ_1.$$

Ces deux expressions sont égales à 0 dans le cas où les rayons se coupent en angle droit. La perpendiculaire commune à (X) et à (X_1) aura ses coordonnées de la forme:

$$\frac{\begin{vmatrix} Y_1'Z_1' \\ Y'Z' \end{vmatrix}}{\sqrt{\sum \begin{vmatrix} Y_1'Z_1' \\ Y'Z' \end{vmatrix}^2}}, \qquad \frac{\begin{vmatrix} Y_1Z_1 \\ YZ \end{vmatrix}}{\sqrt{\sum \begin{vmatrix} Y_1Z_1 \\ YZ \end{vmatrix}^2}}.$$

Deux rayons qui se coupent seront représentés par les couples de bouts de deux arcs égaux des deux sphères; ces arcs seront quadrantaux dans les cas où les rayons se coupent à angle droit. Une perpendiculaire commune de deux rayons est représentée par un couple de pôles des arcs de grands cercles joignant les couples de points correspondants.

Digitized by Google

On voit que si deux rayons sont parallèles, ou bien:

$$X_1' : Y_1' : Z_1' = \pm X' : \pm Y' : \pm Z'$$

ou bien:

$$X_1 : Y_1 : Z_1 = \pm X : \pm Y : \pm Z.$$

Maintenant nous voici dans le cas de démontrer notre théorème principal. Soit donnée une correspondance continue et conforme des sphères: S' et S. Alors l'angle formé par les arcs infinitésimaux:

$$(X' ... ;\ X' + \Delta X' ...)\ (X' ... ;\ X' + \Delta_1 X' ...)$$

est égal à celui formé par les arcs:

$$(X ... ;\ X + \Delta X ...)\ (X ... ;\ X + \Delta_1 X ...),$$

où $\Delta X ...$, $\Delta_1 X ...$ sont des incréments arbitraires.

En d'autres termes, les couples de pôles des grands cercles tangents à ces petits arcs, forment les points limites de deux arcs égaux, les perpendiculaires correspondantes se coupent. On voit alors, puisque chaque grand cercle a deux pôles, et chaque couple de droites non parallèles a deux perpendiculaires communes, que les perpendiculaires entre chaque rayon de la congruence et les rayons infiniment voisins, forment deux faisceaux de droites, dont les centres et les plans constituent deux couples orthogonaux.

Il y a maintenant deux cas possibles. Ou bien les centres de ces faisceaux sont deux points de la droite elle-même, et les plans lui sont perpendiculaires, ou bien les plans sont deux plans orthogonaux passant par cette droite, et les centres sont deux points orthogonaux de sa polaire absolue. Le premier est le cas d'une congruence *isotrope,* le second en est le polaire absolu. De l'autre part, nous avons les correspondances conformes directes qui préservent le sens des angles, et les correspondances inverses, qui les changent. Établissons la connexion des cas.

Supposons que nous ayons une correspondance continue et directement conforme. Choisissant deux points correspondants

Digitized by Google

j'arrange les axes des coordonnées des deux espaces euclidiens de telle sorte que ces points aient les mêmes coordonnées: $X' = X$, etc.

Nous aurons en écrivant les carrés d'élément d'arc sous la forme polaire:

$$\Delta\varphi'^2 + \cos^2\varphi'\Delta\theta'^2 = \lambda^2(\Delta\varphi^2 + \cos^2\varphi\Delta\theta^2):$$

ou bien:

$$\Delta\varphi' + i\cos\varphi'\Delta\theta' = \lambda(\Delta\varphi + i\cos\varphi\Delta\theta).$$

où λ est une fonction des points de la région à signe invariable laquelle nous pouvons supposer positive.

Maintenant il faut remarquer qu'un changement réel et continu de la correspondance des sphères ne peut pas faire changer subitement une congruence isotrope dans la polaire absolue d'une telle congruence.

J'arrange alors les choses de façon que λ prenne la valeur un pour tous les points de cette région; il n'y aura jamais besoin de passer par la valeur 0, et la nature de la congruence ne changera pas. Mais maintenant j'aurai pour les points de cette région $X' = X$, c'est-à-dire les rayons passent par le point $(1, 0, 0, 0)$ et nous avons un cas spécial d'une congruence isotrope.

Quand la correspondance est inversement conforme il y aura correspondance directe entre X' et $-X$.

A toute correspondance continue, et directement conforme entre deux sphères euclidiennes, correspond une congruence continue isotrope et vice-versa. Aux correspondances inversement conformes, correspondent les polaires absolues des congruences isotropes.

§ 2.

Le Traitement Analytique des Congruences Isotropes.

Il y aura, peut-être, intérêt à s'approcher des congruences isotropes d'un point de vue un peu différent. En tout ce qui suit je suppose que l'on peut exprimer deux points orthogonaux (x_i) (ξ_i) de chaque droite de la congruence en fonctions continues de deux paramètres indépendants p, q et que ces fonctions ad-

Digitized by Google

mettent les premières dérivées partielles. En suivant, à peu près, les notations de M. Fibbi (*), je pose:

$$\sum \begin{vmatrix} \xi_0 & \xi_i \\ dx_0 & dx_i \end{vmatrix}^2 + \sum \begin{vmatrix} \xi_j & \xi_k \\ dx_j & dx_k \end{vmatrix}^2 = Edp^2 + 2Fdpdq + Gdq^2$$

$$\sum \begin{vmatrix} x_0 & x_i \\ d\xi_0 & d\xi_i \end{vmatrix}^2 + \sum \begin{vmatrix} x_j & x_k \\ d\xi_j & d\xi_k \end{vmatrix}^2 = E'dp^2 + 2F'dpdq + G'dq^2$$

$$(dx_i d\xi_i) = edp^2 + (f + f')dpdq + gdq^2.$$

Considérons maintenant avec cette droite $(x_i \xi_i)$ une droite infiniment voisine dans la congruence. L'une des deux perpendiculaires communes à ces deux droites les rencontrera en deux points, dont les distances de (x_i) et de $(x_i + dx_i)$ respectivement seront indiquées par t et t'. Je cherche l'expression de t au moyen des dp, dq. Dans ce but j'exprime les coordonnées de chacun de ces deux points de rencontre de deux manières différentes (**). Nous aurons 4 équations de la forme:

$$[(x_i + dx_i)\cos t' + (\xi_i + d\xi_i)\sin t']\cos\epsilon + \beta_i \sin\epsilon = x_i \cos t + \xi_i \sin t$$

et 4 autres:

$$(x_i \cos t + \xi_i \sin t)\cos\epsilon + \alpha_i \sin\epsilon = (x_i + dx_i)\cos t' + (\xi_i + d\xi_i)\sin t',$$

avec les relations:

$$(x_i \alpha_i) = (\xi_i \alpha_i) = (x_i + dx_i \;\; \beta_i) = (\xi_i + d\xi_i \;\; \beta_i) = 0.$$

J'en tire:

$$\cos t \cos\epsilon = (x_i\, x_i + dx_i)\cos t' + (x_i\, \xi_i + d\xi_i)\sin t'$$
$$\sin t \cos\epsilon = (x_i + dx_i\, \xi_i)\cos t' + (\xi_i\, \xi_i + d\xi_i)\sin t'$$
$$\cos t' \cos\epsilon = (x_i\, x_i + dx_i)\cos t + (x_i + dx_i\, \xi_i)\sin t$$
$$\sin t' \cos\epsilon = (x_i\, \xi_i + d\xi_i)\cos t + (\xi_i\, \xi_i + d\xi_i)\sin t.$$

(*) Loc. cit.

(**) Je suis une marche analogue à celle de M. Bianchi. Voir la page 259 de la traduction allemande de son livre: *Vorlesungen über Differentialgeometrie.*

Digitized by Google

Il s'agit, maintenant, d'éliminer t' et ϵ en tenant compte des relations:

$$(x_i\, d\xi_i) + (\xi_i\, dx_i) = -(dx_i\, d\xi_i)$$
$$2(x_i\, dx_i) = -(dx_i\, dx_i)$$
$$2(\xi_i\, d\xi_i) = -(d\xi_i\, d\xi_i).$$

Je ne donne pas les calculs, qui ne présentent rien d'intéressant.

L'équation finale prend la forme:

$$[edp^2 + (f+f')dpdq + gdq^2](\mathrm{tg}^2 t - 1) +$$
$$+ [(E-E')dp^2 + 2(F-F')dpdq + (G-G')dq^2] = 0.$$

Dans le cas d'une congruence isotrope les deux racines de cette équation sont indépendantes de $\frac{dp}{dq}$, et alors:

$$\frac{e}{E-E} = \frac{f+f'}{2(F-F')} = \frac{g}{G-G'}.$$

Il y aura alors deux surfaces centrales, c'est-à-dire deux lieux de ces points de striction, ou centres. L'enveloppe des plans perpendiculaires aux droites de la congruence, et passant par les centres, s'appelle de même l'*enveloppe centrale.*

Supposons, par exemple, que (x_i) soit un centre: (ξ_i) en sera l'autre puisque $(x_i\,\xi_i) = 0$ et les centres sont des points orthogonaux. On voit alors que les deux valeurs de $\mathrm{tg}\,t$ tirées de l'équation quadratique doivent être 0 et ∞. Pour cela, il faut et il suffit que:

$$e = (f+f') = g = 0.$$

Je prends maintenant un point (y_i) situé sur la droite $(x_i \xi_i)$ et éloigné de (x_i) d'une distance fixe l.

$$y_i = x_i \cos l + \xi_i \sin l$$
$$(dy_i dy_i) = \cos^2 l (dx_i dx_i) + \sin^2 l (d\xi_i d\xi_i).$$

Cet élément d'arc ne sera pas changé quand on remplace

Digitized by Google

l par $-l$. Nous retrouvons alors le théorème de géométrie euclidienne:

Si dans une congruence isotrope on porte sur les droites des longueurs constantes égales, de l'un et de l'autre côté des centres, les deux surfaces ainsi construites seront applicables l'une sur l'autre.

On voit inversement:

Si les segments de droites qui joignent les points correspondants de deux surfaces applicables l'une sur l'autre ont longueur constante, ces droites appartiennent à une congruence isotrope, dont les surfaces centrales sont les lieux des centres de ces segments.

Il est bien aisé de démontrer (*) que les surfaces développables d'une congruence quelconque sont données par les équations:

$$(Ef - Fe)dp^2 + (Eg - F(f' - f) - Ge)dpdq + (Fg - Gf')dq^2 =$$
$$=(E'f - F'e)dp^2 + (E'g + F'(f' - f) - G'e)dpdq + (F'g - G'f)dq^2 = 0.$$

En particulier, pour une congruence isotrope, où $e = \ldots = 0$

$$Edp^2 + 2Fdpdq + Gdq^2 = 0$$
$$E'dp^2 + 2F'dpdq + G'dq^2 = 0.$$

Mais alors, d'après les définitions mêmes de ces coefficients, les droites $\left(\xi_i \frac{dx_i}{ds}\right)$ et $\left(x_i \frac{d\xi_i}{ds}\right)$ touchent l'absolu, et par conséquent les plans $\left(x_i \xi_i \frac{dx_i}{ds}\right)$, $\left(x_i \xi_i \frac{d\xi_i}{ds}\right)$ sont des plans tangents aussi bien à l'absolu qu'à la surface focale.

Les surfaces focales des congruences isotropes sont des surfaces développables circonscrites à l'absolu. Les polaires absolues de ces congruences auront pour surfaces focales des courbes situées sur l'absolu.

(*) Fubini, loc. cit., p. 30.

Digitized by Google

§ 3.

L'Enveloppe centrale. — Conclusions.

Les raisonnements que nous venons de faire sont ouverts à une certaine objection. En effet, nous avons supposé en commençant que nous pourrions trouver deux points orthogonaux de chaque droite dont les coordonnées seraient des fonctions continues de p et de q admettant les premières dérivées partielles. Ensuite nous avons supposé tacitement que l'on pourrait assujettir les centres à cette condition. Il s'agit de démontrer que cette supposition était légitime.

Nous supposons simplement que les coordonnées Plückeriennes $p_{0i}\, p_{jk}$ soient capables d'être exprimées en fonction de p et de q admettant des premières dérivées partielles. Il en sera de même des coordonnées $X'... X$.... Faisons les projections stéréographiques de ces sphères sur leurs plans équatoriaux et soient u, v, resp. x, y les coordonnées cartésiennes des points de ces plans. Alors puisque u, v, x, y sont des fonctions de p et de q admettant les premières dérivées partielles, u et v seront des fonctions continues de x et de y admettant aussi des premières dérivées partielles. Mais puisque la relation entre les deux plans est directement conforme, il s'ensuit que si je pose $w = u + iv$; $z = x + iy$, w sera fonction monogène de z. Nous pourrons prendre w et z comme paramètres complexes pour déterminer les rayons de la congruence. Si donc, je le répète, nous nous limitons à la considération de telles congruences, où les coordonnées plückériennes sont des fonctions de l'espèce déjà signalée nous aurons le théorème:

A toute congruence isotrope correspond une fonction monogène d'une variable complexe, et inversement, toute fonction monogène peut être représentée par les rayons d'une congruence isotrope.

Un corollaire de cette proposition est le suivant: Si je prends x et y comme variables indépendantes, les variables u et v admettront non seulement les premières dérivées partielles mais toutes les autres. Les coordonnées p seront dans le même cas, et aussi (x_i) et (ξ_i) les coordonnées des centres qui dépendent d'une façon algébrique des p et de leurs dérivées.

Digitized by Google

J'appelle maintenant une surface telle que nous en avons déjà considérée, c'est-à-dire:

$$y_i = x_i \cos l + \xi_i \sin l, \qquad l = \text{constante}$$

une surface L. En outre je choisis deux paramètres p et q de telle sorte que les carrés des éléments d'arc des surfaces centrales prennent la forme:

$$\mathcal{E} dp^2 + \mathcal{G} dq^2; \qquad \mathcal{E}' dp^2 + \mathcal{G}' dq^2.$$

Le discriminant de l'élément d'arc d'une surface L sera:

$$(\mathcal{E}\mathcal{G})\cos^4 l + (\mathcal{E}\mathcal{G}' + \mathcal{E}'\mathcal{G})\cos^2 l \sin^2 l + (\mathcal{E}'\mathcal{G}')\sin^4 l$$

et par suite ne peut pas devenir nul tant que $\mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{E}', \mathcal{G}'$ seront tous différents de 0. En outre cette expression est le dénominateur de la fraction qui donne la courbure totale relative (*), laquelle est une fonction uniformément continue de l et des coefficients.

Apres ces préliminaires nous pouvons aborder la question de l'enveloppe centrale, laquelle est, dans l'espace euclidien, une surface minima. Je prends comme définition d'une surface minima de l'espace non-euclidien la propriété que les lignes asymptotiques d'une telle surface forment un système orthogonal (**). La polaire absolue d'une surface minima en sera, alors, une autre. On voit en outre que chaque surface centrale est la polaire absolue de l'enveloppe centrale déterminée par les autres centres; il suffit de voir si les surfaces centrales sont des surfaces minima.

Je prends, d'abord, une congruence isotrope de toutes les droites passant par un point fixe. Les surfaces centrales sont ce point, et son plan polaire absolu, et si l'on prend le point pour surface (x_i) on voit que la courbure totale des surfaces L, qui sont des sphères de centre (x_i), croît indéfiniment quand l s'approche de 0. Modifions maintenant un tout petit peu notre congruence. Les expressions pour la courbure totale seront toutes

(*) Bianchi, loc. cit.

(**) Voir, par exemple, Bianchi, " Atti dei Lincei ", serie 4ª, vol. 4°, 1888, et Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces,* T. III, 1894, pag. 471 et suiv.

Digitized by Google

modifiées de très-peu, et continueront de croître d'une façon continue avec l décroissant. Cependant cette courbure ne peut jamais devenir infiniment grande, nous l'avons déjà vu; ça ne peut donc pas devenir négatif pour $l = 0$.

Les enveloppes centrales des congruences isotropes ne sont pas, en général, des surfaces minima.

Il y a, évidemment, tout un champ de recherche sur la nature géométrique des congruences qui représentent des fonctions monogènes particulières. Ce n'est pas, pourtant, l'objet de ce mémoire d'y entrer. Je termine en signalant seulement deux faits importants pour une telle étude.

D'abord, puisque X', ..., X ... et $-X'$, ..., $-X$ sont les coordonnées de deux rayons de la même droite il en sera de même de w, z et $\frac{-1}{\overline{w}}$, $\frac{-1}{\overline{z}}$ (en désignant par $\overline{z}$ la variable conjuguée de z etc.). L'expression analytique totale d'une congruence de droites consiste en une relation entre w et z qui se transforme en elle même en échangeant chaque variable avec sa valeur diamétrale. Si une relation donnée n'a pas cette propriété, on peut y adjoindre en facteur sa transformée sans rien changer dans la congruence. En tout problème énumératif il faut diviser le résultat par deux, quand les paramètres complexes des droites satisfaisant aux conditions données se permutent entre eux au moyen de cette transformation.

En second lieu, si je pose

$$\mathfrak{w} = \left(w - \frac{1}{\overline{w}}\right), \qquad \mathfrak{z} = \left(z - \frac{1}{\overline{z}}\right),$$

on voit que deux droites parallèles auront le même paramètre $\mathfrak{w}$ (resp. $\mathfrak{z}$), et que l'opération de changer l'orientation d'une droite aura l'effet de changer $\mathfrak{w}$, $\mathfrak{z}$ en $\overline{\mathfrak{w}}$, $\overline{\mathfrak{z}}$. On peut, alors, prendre $\mathfrak{w}$ et $\mathfrak{z}$ comme paramètres des génératrices de l'absolu de l'un et de l'autre système qui rencontrent une droite donnée. On en tire une nouvelle démonstration du théorème qu'une relation monogène entre w et z correspond à une congruence isotrope.

Turin, décembre 1903.

Digitized by Google

Relazione sulla memoria del Dr. EFISIO FERRERO: *Sul terzo massimo invernale nell'andamento diurno del barometro.*

Fu notato dal Rykatschew che in alcune stazioni dell'emisfero boreale, appartenenti alla zona temperata, l'andamento diurno del barometro mostra, nei mesi invernali, oltre i due soliti massimi alle 10 del mattino e della sera e i due minimi alle 4 pure del mattino e della sera, un terzo minimo e un terzo massimo tra le 2 e le 3 ore di notte.

Il Dr. Efisio Ferrero volle fare uno studio di questo singolare fenomeno, estendendolo ad un numero di stazioni molto maggiore di quello che il Rykatschew aveva considerato.

Da questo studio risulta che nell'emisfero Nord il primo indizio di un terzo massimo verso le 2 di notte non compare se non intorno al 30° parallelo. Essa cessa verso il 66° parallelo. I mesi, in cui il fenomeno è più palese, sono quelli di gennaio e dicembre. La sua ampiezza è piccola assai; non supera mai i $^{2}/_{10}$ di millimetro.

Poche sono le osservazioni di stazioni dell'emisfero Sud, che il Ferrero potè esaminare: ma da esse appare probabile che lo stesso fenomeno si verifichi nelle latitudini medie dell'emisfero australe.

Lo studio del Dr. Ferrero ci pare accurato e importante per la conoscenza delle variazioni della pressione atmosferica; noi ne proponiamo quindi la lettura alla Classe e la inserzione nei volumi dell'Accademia.

N. JADANZA,
A. NACCARI, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 27 Dicembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Morera e Grassi.

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Boselli, Vice-Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Pezzi, Graf, Cipolla, Carutti, Pizzi, Chironi, De Sanctis, e Renier Segretario. — Scusano l'assenza i Soci Carle, Brusa e Ruffini.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 24 maggio 1903.

Viene scoperto il busto del rimpianto Vice-Presidente Bernardino Peyron, ed il Presidente, invitando il Socio Pezzi a commemorarlo, pronuncia le seguenti parole:

Non appena furono resi i funebri onori al venerando Vice-Presidente di quest'Accademia Bernardino Peyron, la Classe di scienze morali, storiche e filologiche, alla quale egli era ascritto, affidava al chiarissimo Socio Prof. Domenico Pezzi il còmpito di tesserne la commemorazione, da leggersi alle due Classi unite dell'Accademia. E veramente, così per affinità di studî come per lunga amichevole consuetudine col Peyron, il nostro dotto collega Pezzi era l'uomo adatto al non facile lavoro.

Intanto la egregia famiglia Peyron, antivenendo un vivo desiderio dell'Accademia, le offriva in dono un busto dell'illustre suo congiunto; busto che noi accettammo con profonda grati-

Digitized by Google

tudine, e che è destinato ad ornare questa massima aula, dove trova la degna compagnia dei simulacri di tanti insigni predecessori di Bernardino Peyron. Esso viene a noi tanto più gradito, in quanto è opera della signorina Carolina Peyron, nipote dell'estinto, ed è scolpito con magistero d'arte ispirato ed avvalorato da tenero affetto. Alla gentile scultrice esprimo un cordiale ringraziamento a nome dell'intera Accademia, avvezza ormai a ricevere dalla famiglia Peyron, da Amedeo e Bernardino a Carolina, cospicui tributi di scienza e d'arte.

Alla commemorazione del compianto nostro Vice-Presidente ed alla inaugurazione del suo busto è pertanto consacrata l'odierna adunanza plenaria. La quale è onorata altresì dall'intervento della famiglia Peyron, cui porgo il riconoscente omaggio dell'Accademia.

Quindi il Socio Pezzi legge la sua commemorazione, che è accolta da calorosi applausi e di cui il Presidente lo ringrazia a nome della intera Accademia. La commemorazione è pubblicata negli *Atti*.

Sono esposte le seguenti relazioni, che parimenti compaiono negli *Atti*:

1° quella della Commissione pel premio Vallauri per le scienze fisiche, quadriennio 1899-1902, letta dal relatore Socio Naccari;

2° quella della 2ª Giunta per il premio Bressa, internazionale, quadriennio 1899-1902, letta dal relatore Socio Naccari;

3° quella della Commissione pel premio Gautieri, filosofia, triennio 1900-1902, letta dal relatore Socio Chironi.

Il Presidente invita gli Accademici a fare osservazioni o nuove proposte per ciò che concerne i premi Vallauri e Gautieri; ma nessuno chiede la parola.

Quindi, a norma dei regolamenti speciali, chiuso definitivamente il periodo delle proposte, si procederà in una, o in varie adunanze prossime a Classi Unite, al conferimento dei tre premi suddetti.

Digitized by Google

LETTURE

BERNARDINO PEYRON

Commemorazione letta dal Socio DOMENICO PEZZI.

ONORANDI COLLEGHI, EGREGIE SIGNORE E SIGNORI,

Di Bernardino PEYRON nostro vice-presidente, collega, amico nostro desideratissimo, io potrei forse discorrere in modo meno impari al merito Suo, ai voti dei congiunti e di tutti noi, se la morte d'Uomo da gran tempo avuto in alto pregio e singolarmente amato non fosse sventura, assai più che dell'eloquenza, amica della meditazione e del silenzio. Dal giorno, non mai dimenticato, della mia prima giovinezza in cui ebbi l'onore di conoscerlo di persona, sino a quello che fu l'ultimo per Lui, un lungo corso d'anni e molte e varie vicende non valsero se non ad accrescere la bontà Sua verso di me, la riverenza o la gratitudine mia verso di Lui, per tal guisa che la mia natura m'inclinerebbe non tanto a commemorarne la vita operosa e modesta, quanto a lasciarmi dominare da una folla di non tutte liete, ma tutte care memorie. Più che a parlarvi dell'attività Sua d'uomo di studio, avrei l'animo disposto a seguirne la venerata e diletta immagine in quel mondo di visioni del passato che ogni uomo reca in sè stesso, ed in cui tanto più vive quanto meno vede occultarsi nelle lontananze dell'avvenire la fine della sua esistenza terrena. Ma, come il Peyron scriveva, commemorando un collega (1), " se è triste necessità, è altresì pietoso ufficio porgere una parola di rimpianto alla memoria di coloro, che noi chiamammo consorti negli ardui conati di recare alla scienza qualche nuovo elemento di progresso; è debito di grata amicizia rammentare la loro vita e le loro opere dopo tanta comunanza di desiderii e di speranze, per cui le scoperte e le fatiche d'uno qui sono i trionfi e la gloria di tutti ". Nè a parlare di Lui, a richiamarne

(1) *A*[*tti della R.*] *A*[*ccademia delle*] *S*[*cienze di*] *T*[*orino*], XV, 1879-80, p. 231.

Digitized by Google

fra noi la buona e cara immagine, altra ora può parere più propizia di questa in cui qui s' inaugura l' effigie che l'Accademia deve al memore affetto ed alla valentía artistica d'una nipote dell' Uomo egregio (2) e che ricorderà perpetuamente i sensi dell' insigne famiglia di Lui verso il nobile Parente e verso quest' istituto scientifico che del nome di essa doppiamente si onora.

Nell' adempiere questo pietoso ufficio, cui mi chiamava, prima dell'invito onorevole e gentile del nostro Presidente, il desiderio che l'egregio Estinto ebbe due volte la bontà di manifestarmi negli ultimi anni Suoi, io sento il dovere di rendere grazie alle cortesi persone che vollero agevolarmi il cómpito colle notizie di cui mi furono larghe (3). Nè tacerò il proposito mio d'astenermi da ogni giudizio che possa, in qualsiasi guisa e per qualsiasi causa, parere più degno di affettuoso panegirico che di storia severa: di astenermene, dico, non solo a cagione dell'inviolabile rispetto che, soprattutto in queste auguste sale, esige la verità, ma anche per quello che deve imporre ad ogni

(2) L'esimia signorina Carolina Peyron, figlia del comm. ingegn. arch. Amedeo, che solo pochi mesi sopravvisse al fratello.

(3) Fra i congiunti del Peyron, ai quali devo attestare la mia gratitudine, mi conviene ricordare qui in modo particolarissimo l'egregia gentildonna che lo Zio ebbe sì in pregio, la nobile signora Maria Teresa Pulciano-Peyron, per la bontà affatto sua di cui diede prova, e, tra i fratelli di essa, il sig[r] Giuseppe Peyron, dottore in matematiche. — Un vecchio compagno di studî ed amico mio, il bar. dott. Giacomo Lumbroso, interrogato da me intorno ai lavori scientifici del Peyron, rispondeva, come bene addicevasi alla sua dottrina e gentilezza, con un'estesa ed istruttiva lettera da cui potei trarre in varia guisa profitto. — Assai utili mi furono le notizie comunicatemi dal cav. dott. Carlo Frati, bibliotecario della Nazionale di Torino: oltre al dono del *Cenno necrologico e bibliografico* intorno al P. (estratto dal vol. V, disp. 3ª-4ª della *Bibliofilia* di L. S. Olschki) devo a lui cortese comunicazione degli *Appunti sulla vita e sul carattere del prof. B. Peyron, dati dalla famiglia*..., ad uso d'uno dei più insigni letterati italiani. — Molto appresi dai ragguagli che mi fornirono col miglior volere le segreterie di questa R. Accademia delle scienze e dell'Università di Torino. — Di non pochi ringraziamenti sono debitore all' onorevole Direzione della Società di mutuo soccorso fra gl'insegnanti per la cortesia con cui pose a mia disposizione gli *estratti* dal suo *Bollettino* contenenti *Relazioni* del Peyron lette in molte distribuzioni di premî d'incoraggiamento ad insegnanti elementari rurali. — In parecchi casi mi valsi della memoria sicura che conservo di racconti del Peyron stesso in non lontani colloquii.

Digitized by Google

biografo la memoria d'una modestia così schietta, profonda, costante come fu quella del nostro rimpianto Collega. Non saprei come si potrebbe parlare di Lui senz'avere ognora presente al pensiero ciò che scriveva Niccolò Tommaseo concludendo le sue considerazioni intorno al grande Maestro lombardo (4): " Gli ammiratori di lui mi perdonino le censure; egli le lodi ".

I.

Verso il principio del secolo scorso, poco dopo la restaurazione, anche nel nostro Piemonte tristizia di tempi ben poteva far sì che sospetti di natura politica divenissero a pubblici funzionarî cause di trasferimenti per lo più poco graditi. Non per altra cagione il nostro rimpianto Collega, nato a Vercelli addì 13 giugno 1818, figliuolo di Prospero, ispettore del Demanio, e di Carolina Cova, dovette, dimorando colla Sua buona famiglia a Pallanza, ove il padre era stato traslocato, fare ivi i primi studî. Il dolore che cagionò alla madre, sì vivamente amata, lo esito non felice d'un esame indusse il fanciullo intelligente e buono a diventare sì assiduo lavoratore che conseguì in breve tempo e si conservò, anche nelle scuole superiori, il più invidiabile posto fra i Suoi condiscepoli. Così, già nell'età sua prima, Bernardino Peyron, che doveva poi sedere tante volte, giudice sì rispettabile e sì rispettato, in commissioni di esami, mostrava coll'esempio Suo quanto possano valere le declamazioni retoriche con cui non cessa di muovere guerra all'istituzione dell'esame la temerità d'un volgo d'inesperti. Giunto alle porte dell'Università s'inscriveva, seguendo le proprie tendenze intellettuali, alla Facoltà di lettere, non lasciandosi distogliere dai giudizî, che in altre menti prevalsero, intorno al valore degl'insegnamenti letterarî fatti in quei tempi nell'Ateneo torinese ed allo stato degl'insegnanti secondarî (5). In età di ventun anno, nella primavera del 1839 (25 maggio—13 giugno), superava nel modo più onorevole, corrispondendo ad ogni aspettazione di congiunti, di maestri, di compagni, che tutti l'avevano in gran pregio, l'esame privato,

---

(4) *Ispirazione ed arte....*, Firenze, 1858, p. 435.

(5) Ricotti Ercole, *Ricordi*, Torino, 1886, p. 36.

Digitized by Google

e, poco dopo, il pubblico di professore di retorica, grado cui più tardi si sostituiva la laurea in lettere. Egli ebbe, già nel corso de' Suoi studi universitari e poi in notevole parte della vita, un bene, un onore a pochi concesso, ma di cui non era facile il rendersi ed il mostrarsi degno: Egli ebbe nella Sua propria famiglia la più alta scuola ed il più alto esempio di sapere e di operosità filologica. Il Maestro che fu la forza e la gloria del Piemonte negli studi classici ed in parte degli orientali insegnava a Lui, nipote carissimo, il greco, l'ebraico, il copto. Ancora negli ultimi anni della Sua vita Bernardino Peyron si ricordava delle sere, già troppo lontane, in cui sottoponeva a non facili prove gli occhi non fortissimi, ch'ebbero poi a dolersene, nel consultare quel *Lexicon graeco-latinum* dello Scapula che non so bene perchè tanto godesse le buone grazie dell' insigne Maestro. Quanta fosse verso di lui la reverenza, la gratitudine dell'Allievo, appena occorre ricordare dopo ciò che Questi ne scrisse, con tanta esuberanza di affetto (6).

E la riconoscenza sarebbe stata, non posso dubitarne, anche più meritata, se il giovane Alunno avesse avuto la buona sorte di venire immerso, se mi si' perdoni la locuzione, in un buon bagno di scienza tedesca, di quella scienza in cui il Maestro, libero affatto, nell'alta superiorità della sua mente, dai pregiudizi volgari che prevalsero pur troppo ancora per molti anni nelle nostre scuole, affermava, con fiera sincerità, d' avere, sino dalla sua giovinezza, sempre cercato i suoi maestri ed i

(6) " Patruus..... meus! quem comminisci haud mihi licet, quin pectus vehementissimo illius desiderio commoveatur. Nequeo enim dicere, quanto amore ei fuerim devinctus: illum loco parentis colui; illi si quid in litteris didici, adiudico; illius in hoc potissimum consessu glorior cognomine, in quo nempe sentio causam subesse et honoris, quo sum dignatus, et tantae, quam experior, benevolentiae " (*Psalterii Copto-Thebani specimen*....... [in *M*[*emorie della R.*] *A*[*cc. delle*] *S*[*cienze di*] *T*[*orino*], Sez. II, T. XXVIII, p. 7 dell'estr.]). V. anche *Codices hebraici* etc., p. xxxviii, ove dello Zio e Maestro il nostro Bernardino scriveva: " Equidem eximii cum paucis viri, quem veluti parentem colui, pio et grato animo semper repeto virtutes, summa in me beneficia et amorem ".

Con affettuosa stima lo Zio nell'appendice alla *Memoria* ora citata faceva menzione del Nipote " quem in litteris copticis aliisque discipulum navum ac diligentem habuisse glorior " (p. 13).

Digitized by Google

suoi giudici (7). Al nuovo lavoratore la filologia classica, elevata a dignità vera di scienza dall'opera potente della scuola Wolfiana, avrebbe offerto materia ignota affatto al vacuo umanesimo che qui ancora spadroneggiava, distraendo il pensiero da ogni grande problema. Le nuove indagini comparative intorno alle lingue, ai miti, all'intiera civiltà preistorica degl'Indogermani, soprattutto poi le indologiche, indagini cui l'illustre Zio si mantenne ognora estraneo, avrebbero potuto additare al giovane Nipote nuove regioni, nuovi orizzonti, e volgerne gli sguardi là ove avrebbe incontrato, con pochi altri egregi italiani, il Gorresio ed il Flechia. A queste considerazioni sia permesso aggiungere che, se al nostro Bernardino fu indubbiamente assai utile, come fu gloriosa, la disciplina domestica, probabilmente un po' più di libertà sarebbe stato piuttosto un beneficio che un danno, e per lo studioso, al cui ingegno le ali sarebbero meglio cresciute, e per l'uomo, che ne avrebbe tratto un'energia morale maggiore di quella che la ricevuta educazione potesse concedergli, e perciò più potente, più feconda autonomia in tutto il corso della lunga Sua vita.

Facilmente si comprenderà ora com' Egli, sebbene si sentisse inclinato all'insegnamento ed a questo si fosse venuto preparando negli studî universitarî, con abnegazione della propria volontà, ma non senza un grave dolore che rammentava ancora negli ultimi anni, siasi lasciato indurre a mettersi nella carriera bibliotecaria. Probabilmente l'indole mite, modestissima, quasi direi timida, la non comune attitudine a prove benedettine di pazienza in esercitazioni paleografiche, avevano tratto a simile consiglio Chi con pari bontà e perspicacia e coscienza dell'autorità propria si dava pensiero di Lui. Ed a quella biblioteca del nostro Ateneo in cui Amedeo Peyron aveva dato splendido saggio del suo valore, restituendo alla scienza la preziosa parola di palimsesti, il giovane Nipote ed Allievo dava la miglior parte

(7) *Discorsi pronunziati nell'inaugurazione del monumento ad Amedeo Peyron nell'Università di Torino*, 1872, p. 28.

Digitized by Google

della propria vita, gli anni dal 1845 al 1871, dimostrando coll'operosità Sua com' Egli fosse fra i pochi valenti che non isdegnano i lavori comuni e facili, nè temono i non comuni e difficili. Ai codici soprattutto fu intenta l'attività Sua, come e lo esempio glorioso dello Zio e l'educazione filologica a Lui data esigevano. Vedremo tosto quali e quanti di tale attività siano stati i frutti (8), ma è questo momento opportuno per notare che, se quella fosse stata resa libera da cure bibliotecniche, ed a questi fossero le accoglienze state più oneste e liete, probabilmente di maggior lavoro rimarrebbe fama al nome dell'Uomo egregio. Nè forse avrebb'Esso, in età poco più che cinquantenne, chiesto di venir messo in riposo, com' Egli fece per amore di quiete d'animo e di libera operosità intellettuale (9). " Mi rivedrà „, dicevami allora, " mi rivedrà in biblioteca come studioso „: e Lo rividi per lungo tempo, preparante alla stampa il bel volume dei *Codices hebraici.*

Ma non posso richiamare alla mente la figura di Bernardino Peyron funzionario della nostra maggior biblioteca, senza che sorga, accanto alla Sua, un' altra figura non meno onoranda per ogni ragione di sapere, d'ingegno, di fiera nobiltà d'animo, di vita, quella di Carlo Promis. Io lo vedo ancora, col suo passo misurato, inalterabile, venire a consultare intorno a qualche pagina di storico greco il Collega ellenista, ed era bello l'assi-

---

(8) Notiamo intanto col Frati (*Cenno* cit., pp. 3-4), com' Egli, sino dal 1845, attendesse principalmente in biblioteca alla sezione dei mss., " racimolando ne' magazzini, e collocando amorevolmente negli scaffali mss. pregevoli, ch'erano stati sino allora immeritamente trascurati; compilando di tutti i mss. (che sono in numero di oltre 4000) l'inventario topografico, che, scritto di Suo pugno, tuttora si conserva „.

(9) Ammesso a lavorare nella biblioteca, per propria istruzione, con particolari agevolezze, per deliberazione del Magistrato della riforma, il 23 nov. 1842, ebbe grado d'applicato f. f. d'assistente con R. decreto del 4 genn. 1845, poi d'assistente (R. D. del 29 maggio 1848), di primo assistente (R. D. del 7 ag. 1859), infine di vicebibliotecario (R. D. del 22 marzo 1860). Collocato in riposo, giusta domanda Sua (R. D. del 7 ott. 1871) ebbe qualità di bibliotecario onorario (R. D. del 30 dic. 1871), con " tutte le agevolezze richieste dalla Sua alta qualità „: parole egualmente onorevoli per Lui e per l'illustre ministro che le scrisse (il 10 genn. del 1872), Cesare Correnti.

Digitized by Google

stere a queste prove di fratellanza intellettuale fra il Nipote, l'Alunno del grande interprete di Tucidide e lo storico dell'antica Torino (10).

Aveva ormai compiuto l'anno quarantesimo quinto e da ventidue anni aveva dato alle nostre *Memorie* il Suo lavoro intorno a *Papiri greci del Museo Britannico di Londra e della Biblioteca Vaticana*, lavoro, come presto verrà detto, assai lodato dai giudici di maggiore autorità, quando quest' Accademia Lo eleggeva suo socio (11). Uomo serio e modesto dovette indubbiamente essere lieto delle condizioni in cui riceveva tale onore non meno che dell'onore stesso, di cui conservò ognora la più grata memoria. Gl' insigni uomini ai quali lo doveva vissero sempre nella Sua mente e l'efficacia di auguste rimembranze fu probabilmente fra le cause per cui conservò verso questa società scientifica ed in genere verso i consorzî accademici una fede, una riverenza non più frequenti fra persone nate più tardi. Perciò qualche amico, di minor età, nelle cose accademiche Lo definiva talvolta, rispettosamente scherzoso, l'ultimo dei credenti. Questa memoria sinceramente ossequiosa del nobile passato di società scientifiche, questa fede che in Lui rimaneva ancora nel loro avvenire, bene potevansi annoverare fra i titoli ch'Egli possedeva, e di cui non si tarderà a discorrere, ad onori accademici d'ogni grado. Fra i quali titoli, anzi fra quelli cui suole assegnare particolarissimo valore l'uso, non senza gravi ragioni d'imparzialità, voglionsi già qui ricordare, almeno per i tempi non lontani da questi nostri, la grande anzianità e la veneranda

---

(10) *Storia dell'antica Torino*, Torino, MDCCCLXIX, p. 120. — A mostrare come il P. agevolasse, " con cortese ed illuminata larghezza, le ricerche dei dotti ", giova anche ricordare col Frati (*Cenno* ecc., p. 4) quant' Egli " fece pegli studî sui mss. di Aristotele e sulle traduzioni ebraiche dall'arabo, dello Stagirita, conservate nella biblioteca torinese, che avea intrapresi il compianto prof. G. B. Barco ", intorno al quale v. sotto, nota 52. — E non vuolsi qui dimenticare che la biblioteca deve a B. Peyron cinque manoscritti copti dati dal Drovetti in dono allo Zio del nostro rimpianto Collega. Com'Egli ne pubblicasse una breve descrizione si vedrà fra poco.

(11) Socio nazionale residente per la Classe delle scienze morali, storiche e filologiche (15 gennaio 1863).

Digitized by Google

canizie: ma non meno di queste qualità, non meno de' meriti Suoi verso gli studî, era titolo grande ad onori di qualsiasi natura il non aspirarvi. L'età, la vista stanca, il desiderio di potere attendere ad altri lavori lo distolsero dal segretariato della Sua Classe accademica, che la fiducia, la simpatia di tanti colleghi Gli avrebbe conferito: anche per questa cagione parve e fu singolarmente generosa l'opera da Lui concessa alla Classe in supplenza del segretario perpetuo senatore Gaspare Gorresio, già travagliato dal malessere che ce lo tolse. Tre volte il Peyron fu chiamato dai voti dei Colleghi a quell'ufficio di direttore di Classe a cui ogni qualità Sua pareva destinarlo (12): a maggior numero di rielezioni ostava assolutamente il nostro *Statuto*. Fu delegato della Classe di scienze morali, storiche e filologiche al Consiglio d'amministrazione (13): fu membro della Giunta per la biblioteca accademica (14). Era affatto naturale che succedesse nella vicepresidenza dell'Accademia nostra (15) al rimpianto Cossa eletto presidente, e che il grado sì a buon diritto conseguíto paresse a molti promessa di più alti onori (16).

Le buone disposizioni d'animo del Peyron verso sodalizî scientifici che si propongono lavori collettivi ci fanno parere non istrana cosa ch' Egli potesse vedere con occhi benevoli anche congressi scientifici ed almeno una volta intervenirvi come membro, sebbene fosse fra gli uomini più alieni dal mettere in mostra sè stessi. In occasione d'una di tali adunanze d'orientalisti a Firenze, nel 1878, ove fu aggregato alla sezione di lingue africane pel copto, ed ove fu molto bene accolto un saggio de' Suoi *Codices hebraici*, Egli rivide ed ebbe più volte compagno in dotti ed amichevoli colloquii, di cui con piacere si risovveniva anche negli ultimi anni Suoi, un uomo che aveva conosciuto di persona gran tempo prima nella nostra biblioteca maggiore ed a cui Lo congiungeva lo studio comune del semitismo ebraico,

(12) Addì 17 giugno 1883, 21 dicembre 1886, 18 febbraio 1900.

(13) Eletto il 21 dicembre 1879, poi il 5 gennaio 1890, il 15 genn. 1893 ed il 14 giugno 1896.

(14) Nominato il 17 febbraio 1889; riconfermato il 21 febbr. 1892, poi il 16 giugno 1895, il 9 aprile 1899, l'8 giugno 1902.

(15) Il 31 marzo 1901.

(16) Il Peyron appartenne anche al R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti, come socio corrispondente (eletto addì 16 giugno 1889).

Digitized by Google

sebbene fosse fra essi grave contrasto di fede religiosa, Ernesto Renan, nome che dovrà riapparire in questa *Commemorazione* ad attestare la larghezza di spirito e la bontà di cuore di Bernardino Peyron.

Dalla professione vivamente desiderata dell'insegnamento Egli era stato distolto, come già sappiamo, ed avviato a carriera bibliotecaria da una volontà a cui non Gli pareva mai soverchia l'arrendevolezza. Ma al lavoro della scuola non rimase affatto estraneo. Già si toccò di Lui come esaminatore. E qui il Vostro collega molto volentieri farebbe parlare i suoi ricordi d'antico studente d'Università per dirvi con quanto cortese e cordiale benevolenza Egli si rallegrasse d'ogni saggio di buon volere giovanile, aggiungendovi colla bontà Sua il molto che poteva mancarvi. Molti anni trascorsero, e chi ha ora l'onore di commemorarlo innanzi a Voi ebbe quello di potersi valere della sì pregiata opera di Lui nella commissione universitaria per l'esame di glottologia. E qui, tacendo della non comune coscienziosità che Lo trasse, già vecchio, a nuovi studî per essere più competente giudice, e tacendo d'ogni altro merito, sia concesso almeno ricordare quello ch'Egli ebbe costantemente di non permettere alla Sua indulgenza, sì naturale in animo sì mite e buono, di violare i diritti della giustizia e della scienza che rispettò sempre religiosamente, non già, come sogliono ora molti, con vane declamazioni, ma con prove di fatti. E quanti ebbero l'onore di essergli colleghi, come giudici nel concorso ad una cattedra di liceo torinese nell'anno 1879, ben potrebbero, se alcuni di essi già non Lo avessero preceduto nella tomba, fare, ammirando, unanime testimonianza della scrupolosa integrità e diligenza con cui Egli adempiva l'ufficio non facile nè breve. Fu delegato scolastico per non pochi anni a Cavour ov'Egli ed il fratello con cui conviveva erano possessori di poderi e villeggiavano. Ma il Suo amore dell'istruzione rifulse soprattutto, strettamente congiunto colla Sua vera filantropia, nell'opera ch'Egli volle concedere, pregevolissimo dono, per venti anni, dal 1881 al 1901, alla Piccola Casa della Divina Provvidenza, insegnando letteratura italiana alle suore che si preparavano a conseguire

Digitized by Google

il diploma di maestre elementari (17). Fra gli uomini di studio ch'Egli onorava della Sua amicizia alcuno ben potrebbe dire non solo con quanta assiduità il dotto cospicuo attendesse al modestissimo insegnamento, ma quanta cura ponesse nella ricerca delle nozioni e delle forme più esatte e più chiare e meglio corrispondenti ai bisogni intellettuali delle povere fanciulle a cui rivolgeva la Sua parola. Così quanto più poteva parere umile il compito Suo, tanto pareva crescere il rispetto e lo zelo con cui Egli l'eseguiva. L'argomento richiamerà forse alla mente vostra la nobile parte che il Peyron ebbe nella Società degl'insegnanti di Torino: ma di ciò converrà parlare discorrendo degli scritti Suoi, com'è ora tempo di fare, nella seconda parte di questa *Commemorazione*.

II.

I lavori letterari, d'assai varia natura ed estensione, coi quali il nostro rimpianto Collega diede prova del Suo valore e della Sua attività, si connettono quasi tutti colle varie forme testè descritte della Sua vita operosa, specie con quella di bibliotecario. Nel darne breve notizia, chè far più non sarebbe qui opportuno, gioverà talvolta che l'ordine corrisponda meno alla stretta ragione del tempo che alle relazioni di affinità esistenti fra singoli scritti nella materia, nella trattazione, nello intento dell'Autore.

Il primo di tali lavori, del quale qui conviene fare menzione, appartiene ad un ordine di studi onde molto si onora la storia intellettuale del " piccolo paese a piè delle Alpi „ nella

(17) A questa prova di non comune bontà il Peyron fu indotto in gran parte dall'invito e dall'esempio di un giovane prelato appartenenente a quella nobile famiglia Pulciano a cui Egli sino dalla giovinezza era congiunto da vincoli di degna amicizia, poscia anche da altri di parentela: nell'ammirando istituto del Cottolengo aveva cercato una conveniente palestra alla sua carità cristiana il canon. Edoardo Pulciano, poi vescovo di Casale Monf. e di Novara ed ora arcivescovo di Genova.

Così, dando esempio non comune di modestia e di sincero amore dell'istruzione popolare, lo Zio e Maestro di B. P., l'autore del *Lessico* e della *Grammatica* del copto, aveva pubblicato una *Grammatica elementare della lingua italiana* (in due parti, con un volumetto di guida, Torino, 1848).

Digitized by Google

prima metà del secolo scorso, studi che in verità meritavano maggiore ammirazione e riconoscenza ed imitazione che non abbiano conseguíta quando, per le condizioni della patria nostra splendidamente mutate, sarebbe stato assai meno difficile il fare assai più. La *Memoria* di Bernardino Peyron (18) che già è stato conveniente ricordare, almeno di volo, ci rammenta la magnanima ostinazione con cui qualche uomo egregio assicurava al Piemonte la pregevolissima collezione egizia del Drovetti, invidiataci da ricchi e potenti stranieri, base d'un nostro insigne museo (19): ci rammenta anche più i saggi papirologici, che, pubblicati dall'anno 1824 al 1829, accrebbero gloria allo Zio, cui un autorevole filologo francese salutava più tardi come un vero iniziatore in questo genere di studi (20). Il Nipote non dimenticò quali doveri imponesse ad un lavoratore un nome quale era il Suo: non solo interpretò saggiamente, affrontando con prudente, felice coraggio le difficoltà oppostegli dai sensi non comuni di parecchie parole (21), ma con sapiente sobrietà commentò, ponendo particolar cura in quei luoghi che, com' Egli scriveva, " mi ripromettevano una buona messe di notizie profittevoli alle varie parti della storia e dell' archeologia " (22). Nè trascurò quanto riferivasi alla storia della grecità (23), volgendo la Sua attenzione alla natura costantemente greca degli elementi onde consta il lessico del dialetto (24), dei quali per altro notasi non di rado più o meno turbato il valore; mettendo in rilievo alterazioni avvenute nell'uso dei casi; raccogliendo indizî di pronunzia che si trasforma accostandosi al iotacismo

(18) *Papiri greci del Museo Britannico di Londra e della Biblioteca Vaticana tradotti ed illustrati* (*MAST.*, Ser. II, III, Torino, MDCCCXLI, pp. 1-112).

(19) Si consultino le *Lettere* del conte Carto Vidua, *pubblicate da* C. Balbo, Torino, 1834: II, 442, 448, 461, 475.

(20) V. Sclopis Fed., *Della vita e degli studî di Amedeo Peyron* (estr. dagli *AAST.*, V) Torino, 1870, p. 15.

(21) Basti citare, ad es., la voce κατοχή, cui Egli attribuiva, dopo gravi considerazioni, il significato di " volontaria ditenzione sacra " (p. 12).

(22) P. 3.

(23) Pp. 101-6.

(24) " Niun vocabolo egizio s'incontra nella nostra grecità, laddove i testi Copti riboccano di voci greche ". Dunque in Egitto " la colonia greca, senza pur accettare un'idea dai vinti, tutte le sue loro comunicò ".

Digitized by Google

che poscia prevalse. Anche giudicato da persone molto competenti e non immemori che 'noblesse oblige', questo primo lavoro del giovane filologo ebbe tale successo quale non avrebbero sdegnato provetti investigatori e ne rimase memoria come di lavoro classico (25).

Fra la data della pubblicazione dei *Papiri greci* e quella dell'*Evangeliario bobbiese*, di cui si avrà bentosto a far menzione, v'ha un intervallo che potrebbe parere incomprensibile a chi non tenesse conto quant'è mestieri delle occupazioni del Peyron come funzionario della nostra maggior biblioteca e non misurasse rettamente l'attività ed il tempo ch'Egli dovette spendere in quelle lunghe, minute, penose ricerche intorno al tesoro dei manoscritti della nostra Nazionale, delle quali appariscono i risultamenti nei due ponderosi volumi dei codici ebraici e degli italiani di cui la biblioteca si onora.

Ma, poco dopo l'importante monografia intorno ai *Papiri greci*, un brevissimo scritto del Peyron ci si presenta: poche pagine intorno alle *Meditazioni storiche* pubblicate da Cesare Balbo

(25) V. *Notices et textes des papyrus grecs du Musée du Louvre et de la bibliothèque impériale* (lavoro iniziato dal Letronne, continuato e condotto a termine dal Brunet de Presle, poi dall'Egger, in *Notices et extraits des manuscripts de la biblioth. imp.* etc., XVIII, 2ᵉ part., Paris, MDCCCLXV), p. 17: "Ces papyrus du British Museum et ceux du Vatican ont été reproduits, en 1841, avec une traduction italienne et un très-bon commentaire, par M. Bernardino Peyron, de manière à former le complément des doctes travaux de son oncle, M. l'abbé Peyron, sur les papyrus de Turin et de Vienne ".

Il dotto e cortese amico Lumbroso che richiamò la mia attenzione sul giudizio precedente, come sulle lettere testè citate del Vidua, nelle sue notevoli *Recherches sur l'économie politique de l'Égypte sous les Lagides* (Turin, MDCCCLXX, pp. VII-XI) discorre, colla competenza che in simili studî gli appartiene, dei meriti dello Zio e del Nipote. Avverte che sei papiri greci della Vaticana erano stati pubblicati, poco felicemente trascritti, dal Mai nella sua ediz. *Classicorum auctorum e Vaticanis codicibus editorum* (T. IV e V), ed aggiunge: "Chose singulière, deux de ces papyrus ayant échappé à l'attention de M. B. Peyron, qui republia seulement les quatre autres dans son *Mémoire*, cette omission entraîna le même oubli dans tous les

Digitized by Google

nel 1842 (26). Poche pagine, ma che non sarebbe lecito passare sotto silenzio, perchè ci fanno scorgere nel giovane Scrittore una tendenza a pensiero filosofico assai più intensa e manifesta che in ogni lavoro posteriore ed una cultura che non tutti solevano attribuirgli in simili studî. Anche la forma un po' cattedratica, come in parte anche nella dissertazione di cui testè si è discorso, mostra un giovane che solo da non lungo tempo ha compiuto gli studî universitarî e non è giunto ancora alla espressione più naturale e più semplice del proprio pensiero.

Solo dopo essersi sciolto da ogni vincolo d'ufficio colla nostra maggior biblioteca, il Peyron, intendendo il ' riposo ' come l' ' otium cum dignitate ' dei grandi antichi, diede principio ad una serie di pubblicazioni onde provenne in copia nuovo onore al Suo nome. Alla *Rivista di filologia e d'istruzione classica* (27), fondata nella primavera del 1872 per promuovere nuovi studî e combattere vecchi pregiudizî, Egli diede, prendendo animosamente posto fra i primi collaboratori, una *Notizia d'un antico evangeliario bobbiese che in alcuni fogli palimpsesti contiene frammenti d'un greco trattato di filosofia* (28). Colle prime carte che mancano è andata perduta ogni nota di spettanza al monastero di S. Colombano: ma il codice ha ogni altro carattere di manoscritto bobbiese. L'ab. Amedeo ne aveva fatto rivivere, col felice metodo chimico di cui soleva valersi, la scrittura dei fogli palimpsesti da Lui scoperti: nessuno per altro ne aveva dato ancora quella notizia che il Codice meritava. Esso è, notava il Nipote, un codice in pergamena, di carte novantaquattro, di forma quadrata, in 4° piccolo, con caratteri maiuscoli, senza di-

---

travaux postérieurs, personne ne recourut plus aux livres de Mai, et les deux papyrus qui éclairent à merveille quelques points obscurs de ceux de Londres, demeurèrent inutiles et comme s'ils n'avaient jamais existé „.

(26) Sono probabilmente un estratto da qualche collezione di piccoli saggi o da qualche rivista di cui non è stato possibile scoprire il titolo. Trovansi nel vol. 49 (*Varia*) della *Miscellanea Sclopis* nella biblioteca della nostra Accademia.

(27) I, 1872, pp. 53-71.

(28) Dal cod. F. VI. 1 della Nazionale di Torino.

Digitized by Google

stinzione di parole, a linee intere; mancano, come si è già avvertito, le prime carte; quattro, e la maggior parte d'una quinta, sono rescritte, e contengono, come due non rescritte, una confutazione, forse dovuta a qualche antico padre della Chiesa, d'una dottrina intorno alla Trinità; un'intera pagina è occupata da un brano del *Parmenide*. Questa scrittura può risalire al quinto secolo: il codice intiero, coi quattro Vangeli in latino, si mostra appartenente al secolo 6°.

Nella primavera del 1874 il nostro Peyron presentava all'Accademia *Psalterii copto-thebani specimen etc.* (29). L'importanza del lavoro non consiste soltanto nella pubblicazione d'un documento straordinariamente esteso nella sua classe e che ci porge un esempio prezioso di dialetto saidico, ossia di quella forma del copto che quanto più meritava, tanto meno aveva ottenuto l'onore d'uno studio intenso: ma a questa considerazione vuolsi aggiungere che allo *Specimen* datoci da Bernardino Peyron va innanzi, per diligente cura di Lui, una dissertazione postuma dello Zio e Maestro, ossia di Colui che aveva onorato la scienza italiana col *Lessico* e colla *Grammatica* della lingua copta.

Ed è qui opportuno ricordare le *Notizie ed osservazioni intorno a cinque manoscritti copti della biblioteca nazionale di Torino*, dei quali già si è detto come siano stati dal Drovetti dati in dono all'abate Amedeo e poi dal Nipote alla nostra maggior biblioteca (30). Contengono trattati gnostici intorno agli angeli; frammenti del salterio di Davide; un discorso con leggenda sulla

---

(29) *Psalterii copto-thebani specimen quod omnium primum in lucem prodit continens praeter decem psalmorum fragmenta integros psalmos duos et triginta ad fidem codicis Taurinensis cura et criticis animadversionibus* B. P. — *Accedit* Amadei Peyroni *dissertatio posthuma* (sic) *De nova copticae linguae orthographia a Schwartzio V. cl. excogitata* (*MAST.*, Ser. II, XXVIII², 1876, pp. 117-206). Dal cod. a. IV. 29 della nostra biblioteca. V. Rossi Franc., *Di alcuni manoscritti copti che si conservano nella bibliot. naz. di Torino*, I (*MAST.*, Ser. II, XLIII², 1893, pp. 223-300).

(30) V. sopra, nota 10. — Sono ora contrassegnati così: a. IV. 27, 28, 29. La descrizione di B. Peyron leggesi negli *AAST.*, XII, 1876-7, pp. 65-74. V. anche Rossi Franc., *Manoscritti copti esistenti nel Museo egizio e nella Biblioteca naz. di Torino* (*Rivista delle biblioteche e degli archivi*, X, pp. 113-22, specie 121-2); e del medesimo autore lo scritto testè citato (*MAST.*, Ser. II, XLIII, 1893, pp. 223-340; XLIV, 1894, pp. 21-70).

Digitized by Google

penitenza; frammenti d'*Atti* di martirii. Sono utili e per lo studio del copto menfitico e del saidico.

Poche pagine, pubblicate nei nostri volumi degli *Atti* (31) e nelle quali si tratta *Di due frammenti greci delle epistole di S. Paolo,* del 5° o 6° sec., che si conservano nella Nazionale di Torino, sono assai notevoli soprattutto perchè vi si mette in luce l'appartenenza di tali frammenti ad un codice conservato religiosamente fra i più preziosi documenti della biblioteca nazionale di Parigi. È questo un codice di dodici membrane, contenente epistole di S. Paolo in greco, scritto con bellissime lettere unciali miste, senz'accenti e spiriti, in Palestina od in Siria, nel sec. 5°, fors'anche prima, o nel 6°, ma non più tardi; restaurato malamente nel sec. 10° od 11°; nel 1218 adoperato, come altri codici vecchi, quasi semplice cartapecora per la legatura di nuovi libri (onde le dodici carte parigine): codice che fu già nel monastero di S. Atanasio (detto anche di S. Laura) sul monte Athos. " In fine d'un greco manoscritto della biblioteca torinese, proveniente..... dal monastero di S. Atanasio, appiccicate all'interna coperta così che facciano l'officio di fogli di guardia, scopersi „ (così il Peyron) " di quel preziosissimo codice altre quattro pagine in due carte formanti il foglio d'una cucitura „ (32). N'ebbe notizia il Pasini, ma non si diede cura di divulgarla. Queste carte torinesi ci porgono due frammenti (33) con alcune varianti notevoli.

Benemerito degli studi semitici, nè soltanto in Italia, si rese il Peyron soprattutto pubblicando un nuovo catalogo dei manoscritti ebraici della biblioteca nazionale (34), a cui, come testè abbiamo

(31) XV, 1879-80, pp. 493-8.

(32) Cod. gr. B. I. 5. — Le strette relazioni esistenti fra il manoscritto parigino ed il torinese appariscono dall'identità di scrittura e di altri caratteri paleografici, cui conviene aggiungere l'identità di origine.

(33) Il primo spetta alla 1ª epistola a Timoteo, VI, 9-13: il secondo all'epistola seguente, II.

(34) *Codices hebraici manu exarati R. bibliothecae quae in Taurinensi Athenaeo asservatur — recensuit, illustravit* Bern. Peyron — *Adjutor fuit in iis, quae ad linguam spectant,* Samuel Ghiron — Romae-Taurini-Florentiae, MDCCCLXXX.

Bene mi ricordo di avere appreso dal Peyron stesso che il rabbino maggiore, al cui aiuto Egli ebbe ricorso, si rese utile in particolar modo per la sua pratica del rituale israelitico, pratica che ben poteva rispar-

Digitized by Google

veduto, non breve tempo appartenne e diede opera diligente, nobile, efficace. A Lui, che già aveva composto, per utilità della biblioteca, un indice di codici ebraici (35), era ben noto quali e quante lacune si avessero a deplorare nel catalogo del Pasini, anche oltre ai codici che la biblioteca aveva più tardi ricevuti in dono dall'abate di Valperga Caluso, intorno ai quali l'illustre Zio non aveva giudicato opportuno dire tutto ciò che altrui può parere desiderabile (36). Nè al nostro Collega poteva sfuggire come ne' nostri codici ebraici, assai varii fra loro per argomento, non mancasse materia degna d'accurati studî (37). Ai bisogni dei dotti il nostro Peyron volle pertanto provvedere rifacendo affatto il catalogo del Pasini nella parte ebraica; arricchendo d'aggiunte, specie bibliografiche, la notizia somministrata dallo Zio dei codici del Caluso. Così Egli giunse al numero di CCLXXIV codici ebraici, in luogo dei CLXIX del Pasini. Li descrisse con ordine conforme alla loro collocazione: ma parecchi indici corrispondono al bisogno di maggior razionalità ed alle varie esigenze degli studiosi.

Nelle intenzioni, nelle speranze del Peyron questo bel volume non doveva essere altro che il primogenito d'una famiglia di cataloghi coi quali Egli si proponeva d'illustrare altre classi di

---

miare agli occhi già stanchi del nostro orientalista lunghe e penose letture, specie di preghiere. V. per altro p. XXVII.

(35) " Indicem codicum hebraicorum, supplementi instar ad Pasinum, equidem, ut meum munus fuerat in bibliotheca, redegi; indicem nullius sane pretii, in quo opera alphabetico auctorum nomine sic memorantur, ut in pluteo reperiri possent. Neque illius mentionem facerem, nisi publice iam factam esse ab externis videam. Quae sola mentio maior, quam par est, honor a me aestimatur „ *Codd. hebraici*, p. XXI.

(36) Peyron Am., *Notitia librorum manu typisve descriptorum* etc., Lipsiae, 1820.

(37) Dopo avere notato (*Codd. hebr.*, p. VII-VIII) come vi siano 1° codd. di libri biblici, 2° di libri di preghiere, 3° di commentarî di libri sacri ecc., d'opuscoli morali, cabalistici, medici, matematici, poetici e d'altri, in gran parte noti per mezzo di parecchi manoscritti ed edizioni, Egli aggiunge: " Attamen nonnulla, non modo inedita, sed omnino singularia esse in codicibus nostris iam inter eruditos constat „. Ma occorrono nuovi studî su tali codici. " Nam eorum pars, quae demum allata fuit ex Calusianis libris, parum innotuit; pars vero, quae ex edito Pasini catalogo magis est vulgata, iterum pertentari sinit „.

Digitized by Google

codici (38). Fedele al Suo disegno ed alla Sua promessa ben Lo mostra il volume che, già stampato, speriamo verrà ben presto messo in luce, ove gli studiosi vedranno indicati e descritti, assai meglio che nel Pasini, i codici italiani della nostra Nazionale (39).

Dell'attenzione Sua in particolar modo rivolta a tali codici abbiamo una prova degna di memoria nelle *Note di storia letteraria del secolo XVI tratte dai manoscritti della biblioteca nazionale di Torino* e pubblicate nel 1884 (40). Il Peyron prende a considerare sedici manoscritti, contenenti drammi, dialoghi sull'arte drammatica, poesie varie: sono " scritti d'un solo carattere, con quei segni intrinseci di cancellature e di correzioni, le quali non lasciano luogo a dubbio, che quello sia il carattere dell'autore „. S'aggiungono " postille e note in ebraico „, onde tale autore appare israelita. " Il nome di lui sta chiaramente preposto a due ed è più volte ripetuto in un terzo „, ma con difficile artifizio innestato ai versi. Esso dev'essere reso ai tredici altri: così " una dispersa ed ignorata famiglia di sedici codici torinesi si ricostituisce e rivive sotto il nome del suo autore, che è *Leone Ebreo De Sommi* „, probabilmente mantovano, noto per un dramma, *Drusilla*, e che vuol essere non confuso coll'autore dei *Dialogi d'amore*, opera filosofica venuta in fama verso il principio del sec. 16° (41). Il nostro De Sommi nominato scrit-

---

(38) " Quod si vita, viresque mihi contigerint, ut quae excogitavi expleam, alia deinceps de reliquis codicibus Taurinensibus commentaria evulganda curabo „, in alcune categorie dei quali, Egli scrive, " diutius me exercui „ (op. cit., p. XXVII-VIII; v. anche p. XXIII).

(39) L'indugio frapposto all'apparizione di quest'opera è dovuto al lavoro non facile nè breve che costò all'Uomo egregio la prefazione, in cui si proponeva di discorrere assai largamente della varia provenienza dei manoscritti di cui la maggior biblioteca nostra si onora: prefazione che, pur troppo, non potè essere condotta a termine dall'Autore nè in forma italiana nè in latina. Ma le parti già compiute e la materia ch'Egli lasciò raccolta per le altre ben permettono di confidare che quest'ultimo lavoro di Lui non andrà perduto per gli studiosi, ai quali lo zelo intelligente ed operoso di persone devote alla memoria del Peyron potrà darlo come dissertazione indipendente dal *Catalogo dei manoscritti italiani*, che intanto potrà essere fatto di pubblica ragione.

(40) *AAST.*, XIX, 1883-4, pp. 743-58. V. *Giornale storico della letteratura italiana*, IV, p. 296.

(41) Questo Leone Ebreo aveva il cognome ' Abrabanele '.

Digitized by Google

tore dell'accademia degl'Invaghiti, scrisse per essa altri drammi, che appartengono alla nostra collezione, con liriche, satire ed altre composizioni, che, dice il Peyron, " sembrano raccomandarsi per facilità di verso e festività d'imagini ", e versioni in ottava rima di quarantacinque salmi davidici. L'autore di queste *Note* spera d'avere posto fuori d'ogni dubbio che alla biblioteca nostra " dalle librerie dei Duchi di Mantova provenne una parte " dei nostri codici, " e provenne insieme con altri preziosi monumenti, che ora adornano le nostre collezioni per acquisto collettivo fatto dal Duca Carlo Emanuele tra gli anni 1625 e 1630 " (42).

Basterà ricordare di volo i *Cenni bibliografici* che il Peyron dava ai nostri volumi col titolo *Dell'ottica di Claudio Tolomeo* (43) per condurre a termine, entro ai limiti segnati a questo discorso, la descrizione della vita scientifica propriamente detta dell'Uomo egregio che qui si commemora. Non vi aggiungeremo se non poche parole ch'Egli stesso scriveva commemorando un collega, Vincenzo Garelli (44): " La scienza speculativa debb'essergli grata di ciò che le diede, e sarebbe ingiusta se volesse chie-

---

(42) V. le due ultime pp. delle *Note* cit. Dopo avere, un po' prima, avvertito che " fra i monumenti di tale provenienza certo è la Tavola Isiaca, che sta nel nostro museo di antichità, e si annovera con tutta verosimiglianza il Cupido dormiente, che pure esiste in quel museo ", verso la fine del Suo scritto il P. nota, intorno al Cupido: " dire che venne da Mantova, equivale a dire che il nostro museo possiede un lavoro di Michelangelo ".

(43) *AAST.*, XVIII, 1882-3, pp. 205-11. Vi si discorre delle vicende di questo trattato e dell'esistenza di una versione latina d'Eugenio Siculo, versione monca fatta nel sec. 12°, non del testo greco, che doveva già essere andato perduto, ma di una traduzione arabica, probabilmente del sec. 9°. Si dà notizia dei quattro codici della versione latina. Assai più largamente trattava di tale materia il Govi nell'introduzione a *L'Ottica di* Claudio Tolomeo *da* Eugenio..... *ridotta in latino sopra la traduzione araba di un testo greco imperfetto, ora per la prima volta conforme a un codice della biblioteca ambrosiana per deliberazione della R. Accad. delle scienze di Torino pubblicata da* G. Govi, Torino, 1885.

Altri due brevi scritti del P., la *Relazione* sull'opuscolo del bar. Papasians *Intorno ad un reliquiario armeno del sec. XIII* (*AAST.*, XVII, 1881-2, pp. 284-6), e le poche pagine in cui Egli diede annunzio d'un *Trattatello* del can. Roetti *Dei sordo-muti ciechi di nascita* (*AAST.*, XXIV, 1888-9, pp. 204-7) possono qui venire passati sotto silenzio.

(44) *AAST.*, XV, p. 242.

Digitized by Google

dergli conto di non averle dato tutto. Perocchè il tempo tolto alle speculazioni ei consumò nel fare il bene, e ancora questo bene ei fece in nome della scienza „.

Già altra volta, in principio di questo discorso, ho citato la *Commemorazione* del Garelli scritta dal Peyron, e l'ho citata per ricordarvi con quale nobile sentimento, con quale alta coscienza della comunione accademica degli spiriti Egli si facesse a rammentarci la vita scientifica di colleghi, che, per merito del Suo ingegno e del Suo cuore, rivivevano durevolmente nei nostri volumi. La prima di tali *Commemorazioni* di cui qui giovi dare notizia è quella cui fu argomento l'abate Giuseppe Ghiringhello (45), l'eminente dotto e pensatore di cui Gaspare Gorresio dicevami un giorno di non comprendere come potesse saper tanto e di cui narravami Giovanni Flechia come qui, in un'adunanza della intiera Accademia, Jac. Moleschott ne riconoscesse, non senz'ammirazione, la natura schiettamente liberale dello spirito. Non seguirò il Peyron nella descrizione dell'attività intellettuale dello egregio collega, da Lui messa in piena luce: noterò bensì con quanta larghezza di mente e gentilezza d'animo Egli si comportasse nel discorrere di quel poderoso libro del Ghiringhello in cui questi con dottrina ed acume di scienziato, ma non senza zelo un po' eccitabile di credente e di sacerdote aveva sottoposto ad esame la *Vie de Jésus* di Ern. Renan (46). Il Peyron, pur riconoscendo come vittoriosa la dialettica del Ghiringhello, che, Egli afferma, “ giudici competenti dicono stringente e poderosa „, non nasconde il dolore di cui a Lui, nè a Lui solo, fu cagione il fervore del Suo insigne collega. “ Dolse a molti, che quel legittimo zelo l' abbia talora spinto a servirsi del sarcasmo e

---

(45) *AAST.*, XIV, 1878-9, pp. 1188-1202. — Cure di buon collega aveva avute dal Peyron la stampa dell'ultima parte della grande memoria pubblicata dal Ghiringhello nei volumi accademici col titolo *La critica scientifica ed il sovrannaturale:* v. la *prefazione* di B. P. in *MAST.*, ser. II, XXXII, 1880, pp. 155-6.

(46) *La vita di Gesù, romanzo di* Ernesto Renan, *preso ad esame da* Giuseppe Ghiringhello, Torino, 1864 (pp. 425).

Digitized by Google

dell'ironia. Dolse a me, che il mio venerato collega a quel suo celebre avversario, che io conobbi a lungo or sono molti anni e nello scorso rividi „ (47), “ abbia dovuto parere, qual non era, sprezzante e iroso, quando invece noi tutti lo conoscemmo così naturalmente benevolo ed amico „. Nè tace il biografo quanto poco il lettore deva sentirsi attratto dal metodo non felice d'esposizione seguíto dal Ghiringhello nella “ confutazione d'un'opera tutta splendore e' seduzione di forma „ (48). Ciò giovava richiamare alla memoria, soprattutto di coloro i quali seppero quanto sincera e profonda fosse la fede religiosa del Peyron. Anche da ciò bene si scorge ove non di rado si trovi quella schietta tolleranza che fa stomaco il dovere udire predicata da certi pulpiti giacobini, a profitto della scienza meno seria, di sette e di combriccole. L'ultima pagina di questa *Notizia necrologica* è fra le più belle che il Peyron scrivesse (49). Con cura e benevolenza, degne dell'egregio estinto e di Chi ne parlava, discorse, poco più tardi, del socio Vincenzo Garelli (50). Ricordava poscia alla nostra classe accademica la vita di Salvatore Betti colla solita maestria (51), e con essa e pari affetto commemorava quel povero collega G. B. Barco a cui una fine precoce limitava a pochi e piccoli saggi la meritamente pregiata operosità scientifica (52). Del march. Matteo Ricci discorreva, parecchi anni dopo (53), come doveva discorrere d'un compagno di lavoro che Gli era

(47) V. sopra, pp. 10-1, ove si parla dell'intervento del Peyron al congresso degli orientalisti del 1878.

(48) P. 1191 e segg. del cit. vol. degli *Atti* accademici.

(49) Dopo aver detto come il Ghiringhello per la difesa della propria fede chiedesse aiuto alla scienza e l'ottenesse ampiamente, così Egli conchiude la Sua commemorazione del collega valentissimo: “.....con molto amore giunse a ritrarre in dotte pagine quel bello ideale, che sta nell'unione della fede e della ragione, e non s'accorse, che in quelle dotte pagine, in quel bello ideale, il modesto prete ritraeva sè stesso „ (vol. cit., p. 1202).

(50) *AAST.*, XV, 1879-80, pp. 231-42.

Nel medesimo anno Egli aveva, in occasione di care nozze domestiche, fatto di pubblica ragione la *Nota e giudizio delle proprie opere* dello zio Amedeo.

(51) *AAST.*, XVIII, 1882-3, pp. 187-97.

(52) *AAST.*, XIX, 1883-4, pp. 318-26.

(53) *AAST.*, XXXI, 1895-6, pp. 529-34.

Digitized by Google

stato vecchio amico, e, direi quasi, condiscepolo nell'insegnamento dell'illustre Zio. L'ultimo dei discorsi commemorativi fu letto dal Peyron nell'occasione delle onoranze rese dall'Accademia alla memoria del socio Tomaso Vallauri, istitutore di splendidi premî accademici a favore di cultori delle scienze fisiche e dello studio critico della letteratura latina (54). Nessuno più che Bernardino Peyron titoli di età, di anzianità ed altri maggiori potevano far parere degno dell'onorevole ufficio d'oratore: ben posso per altro affermare con piena certezza che il Nipote, l'Alunno, il Figlio intellettuale di Amedeo Peyron avrebbe di buon animo rinunziato all'onore. Ma un cortese e caldo invito lo chiamava a discorrere d'un uomo che a Lui adolescente era stato ripetitore di latino: questa e qualche altra considerazione vinse ogni esitazione in Lui, più cortese e mite e generoso che forte. Il discorso ebbe lode di saggia moderazione: vi si notò, vi si ammirò qualche frase felice per fine ironia, con cui pareva che l'Oratore perspicace ed onestissimo si sentisse tratto ad aggiustare qualche conto colla verità. Stretto penosamente fra la necessità di fare poco meno d'un panegirico e l'evidenza dell'inconciliabile dissidio fra l'umanesimo di cui doveva tessere lodi e qualsiasi studio scientifico, l'Oratore si sentiva costretto a non chiedere all'arte Sua altro che prove di prudenza, di buon gusto, soprattutto poi di bontà.

Ed ora alziamo le vele per correre acqua migliore. Teniamo dietro qualche momento almeno, chè più non ci sarebbe concesso, a Bernardino Peyron che dal Suo seggio accademico scende, schiettamente umile fra gli umili, a rendere un po' di giustizia ad alcune fra le più elette vittime dell'insegnamento primario, per le quali vivere, mi valgo delle Sue stesse parole, è sempre " dare il bene sociale dell'educazione, nè chiedere altro per sè fuorchè la libertà del sacrificio " (55). Nelle *Relazioni* ch'Egli

(54) *Onoranze rese alla memoria di T. Vallauri*, Torino, 1899 (estr. dagli *AAST.*, XXXIV, adunanza del 14 marzo 1899), pp. 12-20.

(55) *Relazioni* lette da B. P. nelle *Distribuzioni di premî d'incoraggiamento ad insegnanti benemeriti rurali* (estratte dai *Bollettini della Società di mutuo soccorso fra gl' insegnanti*), Torino, 1874-90. V. sopra, nota 3. Qui si è citato il *Discorso* del 1888, p. 10.

Digitized by Google

fece in nome del benemerito Comitato per assegnazione di premî ad insegnanti rurali di non comune valore desta la più gradita meraviglia il vedere come i meriti, dai più cospicui ai meno appariscenti, dei singoli candidati ai modestissimi premî vengano comparativamente esposti ed esaminati non solo colla più scrupolosa coscienziosità, ma altresì con una finezza affettuosa che ricorda le cure delicatissime con cui Egli, nella manifestazione delle Sue ultime volontà, si faceva a dividere quant'era Suo fra le persone più amate. A chi non poteva conseguire un premio Egli non voleva che mancasse una parola di conforto. Alti pensieri, alti sentimenti informano queste *Relazioni* (56). Senza che taccia la voce gentile del cuore, l'Oratore si lascia trarre qua e là a considerazioni letterarie ed a toccare di gravi problemi morali e sociali, mentre la forma non rinunzia mai alla sua semplice, ma signorile eleganza, cui appena altri potrebbe in qualche caso rimproverare un'ombra di ricercatezza (57). Chi legge, con un vero piacere non solo letterario

---

(56) Nelle ultime parole della *Relazione* letta nel 1874 (*estr.*, p. 8) il Peyron dopo aver fatto voti per meno grette rimunerazioni ai maestri delle scuole rurali, fedele al Suo nobilissimo concetto della vita, ardiva aggiungere: " So, che anche un favore solo di fortuna potè essere fatale, e che anche un'apparenza di dovizia potè far deviare dal sentiero di austere virtù. E però faccio voti, perchè insieme coll'implorata agiatezza rimanga ai maestri quello spirito di abnegazione, che li fa sì degni della missione cui compionò. Che se fosse per avvenire altrimenti, faccio voti, perchè rimanga piuttosto all'insegnamento l'attual modestia di ricompense. Meglio è sempre la virtù. Ma deh, non manchi mai agl' insegnanti la maggiore delle ricompense che la virtù abbia sulla terra, voglio dire il sussidio d'una vicendevole carità ed il sollievo d'una benevola parola ".

(57) Ma non occorre aggiungere lodi a quelle che, coll'autorità che gli spetta, sì largamente concedeva a queste *Relazioni* nel suo discorso funebre il collega onorevole Boselli: " Bernardino Peyron fu tutto zelo per le buone scuole e per gl'Insegnanti. Nei discorsi, veri gioielli, che pronunziò tratto tratto per i premî che conferisce la Società fra gl'Insegnanti, vi è tanta onda di cuore, tanta sapienza educatrice, tanta eleganza di penna che a me sembrano da annoverarsi fra le più belle scritture. In quelle pagine l'aroma delle buone lettere accompagna l'intuito dei tempi, e si sente l'eloquenza dei salutari avvedimenti. Nè solo scriveva per la scuola. Aveva la semplicità nella sapienza e la modestia nell'attività, così come congiungeva l'arguzia dello spirito all'ingenuità dell'animo, la festività alla cortesia e tutte queste doti inseparabilmente a severe e salde virtù ".

Digitized by Google

ma morale, questi non pochi discorsi, giunto alla fine non può astenersi dal chiedere a sè stesso, non senza vivo stupore, come mai un uomo non più giovane, avvezzo a lavori di erudizione, distratto da cure assai varie e di ben altra natura, potesse evitare sì felicemente la monotonia a cui l'identità dell'argomento avrebbe condannato senza pietà ogn'ingegno meno bene conformato per natura e per educazione e meno avvivato da costanti ispirazioni del cuore.

Non comune attitudine a condensare in forma breve, ma singolarmente espressiva nobili concetti appare non solo nei lodati discorsi, ma anche in lettere affatto familiari, ed è cosa naturalissima che più splenda nelle non poche epigrafi funerarie ch'Egli ci lasciò, dettate tutte con pari sincerità d'affetto, tanto per tombe auguste quanto per umili pietre sepolcrali di poveri cimiteri di campagna. Lasciò anche versi, gentili ricordi di feste domestiche: versi di cui Egli, con modestia rara, soprattutto per la schiettezza, diceva che

" Stan vergognosi a guisa di fanciulla
Cui manchi, un dì festivo, una ghirlanda ".

Li giudicava secondo i criterii severi ch' Egli aveva per Sè stesso nelle cose dello spirito. Nato al culto del bello e del vero, non meno che del bene, educato in tempi ne' quali non riputavasi pregio di vita intellettuale sfogliare con mano impaziente ed inesperta volumi e volumi per raccogliere note ed insaccarle in lavori immaturi, spesso non utili ad altri che agli autori, Egli acquistò e conservò per tutta la vita un alto concetto della scienza e dell'arte, ebbe per esse una riverenza che direi religiosa, e stette sempre fra coloro che non istimano il parere, ma l'essere (58).

---

(58) Non meno che la poesia Egli amò la musica, soprattutto la melodrammatica di tipo schiettamente italiano, in particolar modo poi la musica del Bellini, che corrispondeva più d'ogni altra alla natura affettuosa di Lui. Non Gli era stato concesso nella Sua giovinezza lo studio di quest' arte, ma la memoria ch' Egli conservava di melodie anche una sola volta udite ed il modo con cui sapeva valersi della Sua bella voce di tenore non lasciavano dubbio alcuno negl'intelligenti intorno alle Sue attitudini naturali al culto dell'arte dei suoni.

Digitized by Google

III.

Discorrendo di Bernardino Peyron come studioso già m'è avvenuto più volte di dover toccare di Lui come uomo e ricordarmi di quanto io Vi diceva commemorando, undici anni ormai sono, Giovanni Flechia: " è doloroso il non poter parlare se non dello scienziato, quando non meno fu degno d'essere commemorato l'uomo: quando l'uomo fu uno dei pochi eletti la cui vita è culto d'ogni alto pensiero e d'ogni nobile affetto ". Anche del Collega di cui ora onoriamo con pia riverenza la cara memoria ben vuolsi affermare che alla buona natura ed alla buona educazione domestica aggiunse, con mirabile costanza, tutta l'opera della volontà Sua per elevarsi ai più alti gradi del valore morale, proponendosi, come ad un antico allievo consigliava con affetto paterno il nostro Pellico (59), " un'altissima gentilezza per iscopo ". Ed a quale altezza Egli fosse giunto, procedendo per questa nobile ma non facile via, bene si scorgeva dalla Sua costante bontà verso tutti, in ogni tempo, in ogni caso, mirabilmente ricca di tolleranze, di compatimenti, di perdoni; dalla generosità che Lo traeva a vivere più per gli altri che per Sè stesso, sì che del tempo e dell'attività Sua a nessuno fra quanti erano attorno a Lui Egli pareva meno largo che alla propria persona. A ragione fu scritto di Lui da chi ben poteva averne sicura notizia: " qualità Sua predominante fu la generosità sotto le sue diverse forme. Non vi fu povero che abbia picchiato invano alla Sua porta; non vi fu studioso cui abbia negato aiuto o consiglio; non vi fu offensore che non sia stato perdonato ". E del bene, fatto con rara perseveranza e larghezza, Egli ebbe come il merito così le modeste, ma profonde e divine gioie, non turbate forse se non dal timore che agita spesso le coscienze più alte: dal timore di non fare tutto il bene che forse potrebbero. I maggiori Suoi onorò di un culto non meno riverente che affettuoso: dei maestri conservò pio ricordo, anche di quelli di cui non poteva non giudicare mediocre il valore.

(59) *Epistolario*, Firenze, 1856, lettera 54 (al Conte Giulio Porro), p. 73.

Digitized by Google

Per gli egregi fratelli fu uno dei maggiori beni della vita: i nipoti amò ed alla loro educazione ed al benessere loro e perfino ai piaceri artistici della loro giovinezza, soprattutto nella ammirabile famiglia del fratello Amedeo (60) con cui visse gran parte della Sua vita, Egli concorse per tal guisa che a tutti chiaramente appariva qual cuore di padre avrebbe avuto. E negli ultimi anni Suoi si vide cresciute attorno, anche sotto l'azione benefica della Sua parola e del Suo esempio, anche a Lui prole d'affetto, non solo una schiera d'uomini nobilmente operosi, ma una pleiade di donne elettissime, assuefatte a non disgiungere mai dalla grazia l'adempimento d'ogni più arduo dovere. Nè solo ai giovani della famiglia Sua Egli fu largo di benevolenza, ma a quanti facevano con operosità schiettamente modesta le prime prove, nè si scostò mai se non da quei pochi sciagurati in cui Gli pareva di scorgere una malignità tracotante fatta arte ignobile, ma troppo spesso efficace di rapida carriera. Fu degno amico di egregie persone, che a ragione Lo annoveravano fra i pochi veramente fedeli, sino a prove non comuni di sacrificio; fra i pochi che talvolta si cercano invano nell'ora della felicità, ma che non mancano mai nell'ora della sventura: preziosi amici a cui tutto si confida e coi quali si soffre e nelle cui braccia si muore. Tale lo conobbe, con altre non poche, l'insigne famiglia dei principi dal Pozzo della Cisterna, famiglia in cui venne introdotto dall'illustre Zio, che al principe Emanuele dedicava il suo *Tucidide* (61). Nei discorsi familiari del nostro rimpianto Collega fra le figure più frequentemente e con più affettuosa insistenza evocate rivivevano le figliuole del diletto principe, ed in particolar guisa l'Augusta sventurata a cui male augurati accorgimenti politici fregiavano per breve ora la fronte d'una corona di regina, a patto di contristarne e di abbreviarne la vita. Ma non meno sincero e devoto amico Bernardino Peyron fu a persone di mediocrissimo stato. Amò ed ebbe

---

(60) Il comm. ingegn. arch. Amedeo Peyron, la cui morte ancora recente è grave lutto non solo per i Suoi, ma per le molte persone che ben sanno quant'Egli valesse.

(61) " Io..... provava il bisogno di unire ancora una volta il Tuo nome al mio, siccome una parte de' nostri anni era già corsa unita per varie vicende " (op. cit., Torino, 1861, p. VII).

Digitized by Google

in pregio gli umili, i negletti dalla fortuna, i vinti nella dura lotta per la vita: la Sua sincera filantropia, la Sua sincera carità cristiana dimostrò non collo sterile frasario della retorica democratica, ma con ogni forma di squisita generosità, dal consiglio, dal conforto di vero uomo di cuore, dalle cure con assidua saggezza concesse ad opere pie, ad istituti di istruzione (62), sino ai soccorsi materiali largiti con quella delicata modestia che non lascia conoscere alla sinistra il dono della destra. E d'un valentuomo qual Egli fu sarebbe stranamente inutile il ricordare che, pur avendo l'animo aperto alla pietà d'ogni sventura, si conservò sempre fra i più irremovibili propugnatori dell'ordine sociale, e che un'invitta repugnanza a certe arti l'allontanava da quanti Egli vedesse farsi cortigiani di plebi e scroccatori di popolarità, o chiedere ad intrighi di chiesuole quanto la loro ambizione non osasse sperare dal valore individuale.

La fede religiosa in cui era stato nella credente e pia famiglia educato Egli professò sempre senza debolezza non meno che senz'esagerazione: nelle credenze de' Suoi visse e morì, rigorosamente fedele, pur riconoscendo ed onorando lealmente, come ne abbiamo avuto un insigne esempio, il valore d'uomini di cui le opinioni in tale materia Egli ben sapeva essere nel maggior contrasto colle Sue.

Le qualità dell'animo, soprattutto la schietta, ingenua bontà non disgiunta da perspicacia, dovuta a finezza naturale d'ingegno ed a lunga esperienza degli uomini e delle cose, Egli portava scolpite nell'aspetto e particolarmente nel volto. Vi erano in esso, con qualche carattere di semplicità pastorale, i segni della riflessione continua: lo sguardo era d'uomo molto

(62) Apprendo da notizie che devo alla cortesia della Sua degna Famiglia com'Egli sia stato, oltre trent'anni, membro della Congregazione di carità della sezione ov'Egli abitava in Torino: appartenne anche a quella di Cavour, ove a tale ufficio s'aggiunse quello di consigliere comunale, a cui Lo chiamarono molte rielezioni. In Torino ebbe parte nell'amministrazione della R. Opera della mendicità istruita, come condirettore dal 1878 al 1899: fu sopraintendente di tali scuole dal 1880 al 1899. Nominato nel 1874 delegato scolastico pel mandamento di Cavour fu riconfermato in tale ufficio finchè la salute gli permise di tenerlo, e vi diede prova di molta operosità.

Digitized by Google

intelligente, ma che sino dai giorni lontani della giovinezza gli occhi aveva offesi; simpatico il sorriso, ricco di bontà, non povero di accortezza. Il corpo ben può dirsi in genere che avesse anch'esso pregi più solidi dell'eleganza; pregi di sanità e di robustezza che conservò sino all'età più tarda. L'intiera persona, la voce, il parlare, il gesto, il vestire, tutto in Lui indicava una bonarietà sincera e signorile, nel miglior senso del vocabolo, tanto aliena da sussiego aristocratico, quanto da qualsiasi forma di volgarità. Pareva nato per acquistarsi in un tratto, senza sforzo alcuno e quasi inconsciamente, non solo la stima e la fiducia pienissima, ma la venerazione affettuosa di quanti Gli si accostassero. Nè chi bene Lo conoscesse poteva allontanarsi da Lui, uscire di casa Sua, senza sentire, stringendogli la mano, un'onda, lasciatemi dire così, di calma serena diffusa nell'animo a combattervi ogni perturbazione che prima del colloquio l'agitasse.

Ebbe onori, com'era del tutto naturale, nè solo accademici (63). All'uomo benefico fu dato non senza qualche larghezza quanto probabilmente sarebbe stato, fra tante declamazioni in apoteosi della scienza, misurato con mano avara all'uomo di studio. Ma ben può dirsi del Nipote ciò che Federico Sclopis diceva dello Zio (64): " Gli onori vennero a cercarlo, non furono da lui cercati ". Soprattutto Egli avrebbe allontanato da Sè ogni ricompensa che a Lui potesse parere più meritata da qualsiasi compagno di lavoro, esempio, anche in ciò di quella sinceramente severa modestia, di cui quanto n'è degna, altrettanto sarà pur troppo, in una vita sociale qual è l'odierna, rara l'imitazione. Perciò si comprende facilmente come non proprio tutti Gli siano toccati in sorte gli onori che pure si solevano giudicare a Lui dovuti e che era ovvio predirgli.

---

(63) Fu grande ufficiale dell'ordine dei SS. Maurizio e Lazzaro, ufficiale di quello della Corona d'Italia.

(64) Verso la fine delle già citate *Notizie* (*Della vita e degli studi di Amedeo Peyron*).

Digitized by Google

Fra la riverenza e le cure saggie ed affettuose de' Suoi, l'ossequio cordiale di quanti avevano l'onore di conoscerlo, la gratitudine dei molti in varia guisa beneficati, Egli giunse a tarda età, come lo Zio e Maestro. Quando, per l'ultima volta, noi avemmo la buona sorte di vederlo in compagnia nostra in quest'aula, il giorno tre dell'ultimo scorso maggio, poco meno d'una settimana prima della Sua improvvisa dipartita, Egli era vicino a compiere l'anno ottantesimo quinto. Ma la robustezza del corpo, la vita regolare, il provvido affetto della Sua egregia famiglia parevano promesse sicure di più lunga età. Il peso degli anni sembrava lieve per Lui: non so quale avanzo di freschezza giovanile rimaneva all'aspetto, e, come bene avvertiva il nostro Presidente, " con l'inoltrarsi negli anni Egli non aveva perduto la gioventù del cuore „ (65). E conservava la vivacità de' gesti e del sorriso, l'arguta giocondità della parola, sì che, trovandosi fra giovani, più pareva comunicar loro che trarre da essi di gaiezza di cuore. Ma, nell'ultimo anno, ai gravi timori di cui Gli era cagione la salute del fratello Amedeo erasi aggiunto il dolore della perdita dell'altro fratello (66), e col dolore una difficoltà di respiro dalla quale sentivasi a quando a quando improvvisamente assalito. Sopravvissuto a parecchi di tali assalti, Egli fu vittima di quello che Lo colse, affatto inatteso, nella notte del 9 maggio del corrente 1903. Erasi coricato più per tempo che non solesse, col proposito d'alzarsi di buon mattino e di far progredire assai verso il compimento la prefazione al suo volume intorno ai codici italiani della nostra Nazionale (67). Come allo Zio e Maestro, non inerzia, non debolezza senile bastò a fargli sospendere nè rallentare il lavoro: Glielo troncò la morte. Buon operaio della scienza morì fra la cara memoria di quanto aveva fatto e la speranza non meno cara d'un prossimo ultimo sforzo che coronasse l'opera Sua. Morì com'era vissuto, fermo nella fede di tutti i Suoi. Morì sinceramente rimpianto anche da coloro che meno Lo conobbero,

---

(65) *Parole pronunziate ai funerali del vice-pres. B. Peyron* (*AAST.*, XXXVIII, pp. 696-7).

(66) Il comm. Giuseppe Peyron, direttore compartimentale dei telegrafi in riposo, morto addì 27 febbraio 1902.

(67) V. sopra, nota 39.

Digitized by Google

e la morte non fu senza pietà nel sottrarlo al lento sfacelo della ultima vecchiaia, soprattutto al pericolo (da Lui vivamente temuto) della cecità, al dolore d'una nuova sventura domestica, ch' Egli con cuore angosciato sentiva farsi vicina. Si resero egregiamente interpreti dell'ossequio e del rammarico di quanti Lo conoscevano, e soprattutto di quello dei colleghi, i valentuomini che parlarono sopra il Suo feretro. Il nostro Presidente, dopo un affettuoso saluto, ingegnosamente paragonava lo zio Amedeo ed il nipote Bernardino ad " una stella doppia nel firmamento della scienza italiana „ (68). Il collega che gli doveva succedere nella vicepresidenza della nostra Accademia, l'onorevole Boselli, Lo salutava anch'esso, con non minore riverenza ed affetto, a nome del nostro Consiglio provinciale cui egli presiede, mettendone particolarmente in rilievo i meriti verso l'istruzione primaria (69). L'avv. Carta, direttore della nostra maggior biblioteca, discorreva, con ispeciale amore ed autorità, dell'opera del Peyron " come bibliotecario e bibliografo: opera che Gli assicura sin d'ora e per sempre un posto eminente fra i bibliografi italiani del secolo XIX „ (70). A queste pubbliche manifestazioni di stima profonda e cordiale degli egregi uomini nominati aggiungendo le numerose lettere di condoglianza inviate alla Presidenza della nostra società scientifica ed alla Direzione della biblioteca nazionale torinese da istituti scientifici e da persone insigni pel loro grado o per non comune valore e rinomanza, è facile scorgere quanta riverenza, quanto dolore abbiano accompagnato all'estrema dimora l'Uomo, non meno che dotto, venerato e caro, e quanta messe di lodi e d'affetto Egli abbia raccolto già in quest'età nostra di cui Federico Sclopis, chiudendo la sua commemorazione testè citata dello zio Amedeo, affermava che " la voce stridula della me-

---

(68) V. sopra, n. 65.

(69) V. sopra, n. 57.

(70) Chi scrive queste pagine ricorda qui volentieri di nuovo il *Cenno necrologico e bibliografico* dovuto a Carlo Frati, a cui sopra già si ebbe a rendere grazie per notizie con molto cortese larghezza somministrate (v. n. 3). Nè si passeranno sotto silenzio, fra le più brevi necrologie, quelle che si leggono nel *Giornale storico della letteratura italiana* diretto dai chiarissimi professori Renier e Novati (XLII, p. 304) e nel *Bollettino delle pubblicazioni italiane* (nº 29, maggio 1903).

Digitized by Google

diocrità ci assorda ed il vero merito tace „ e che “ scarsi omaggi si rendono a chi più vi avrebbe diritto „.

Così ho creduto di dovervi ritrarre, anche mettendo a troppo lunga prova l'indulgente bontà de' miei uditori, l'Uomo veramente egregio che abbiamo perduto. L'ho ritratto quale ebbi frequente opportunità di conoscerlo nel lungo corso di ben quarant'anni e soprattutto nell'intimità di colloquii non dimenticabili. Ed ora non mi resta che inviargli, in nome di tutti noi, l'ultimo saluto, quale si deve ai pochi che lasciano maggior desiderio di sè. Io Glielo invio, felice della certezza che presso alla Sua tomba non si udì, non si udirà mai altra parola che di venerazione, di gratitudine e di rimpianto. E se dal tesoro delle lettere nostre io dovessi trarre un motto, un verso, e sulla pietra sepolcrale di Lui, che molto amò la poesia, deporlo come si depone un fiore, io non vorrei scegliere altro che il saluto con cui uno de' più antichi epici nostri (71) prese commiato da un suo eroe, dal cavaliere intemerato morto piamente a Roncisvalle:

O santo vecchio! o ben nel mondo visso!

(71) Luigi Pulci, *Il Morgante maggiore*, canto XXVII, v. 1221.

Digitized by Google

Relazione sul concorso al primo premio Vallauri presentata alla R. Accademia delle Scienze.

Il concorso al primo premio Vallauri si chiuse col 31 Dicembre 1902. Conforme al programma pubblicato, il premio di lire italiane trentamila dev'essere conferito a quello scienziato italiano o straniero che nel quadriennio decorso dal 1° Gennaio 1899 al 31 Dicembre 1902 abbia *pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche.* Questa espressione di scienze fisiche, per deliberazione dell'Accademia, va interpretata nel senso più largo.

Al concorso si presentarono undici autori: sette italiani e quattro stranieri. Alcune delle loro opere vennero giudicate pregevoli: nessuno però parve meritevole del premio.

Il 1° gennaio 1903 con lettera circolare furono pregati tutti i soci nazionali residenti e non residenti di fare delle proposte adducendone le ragioni. Da più soci fu proposto Guglielmo Marconi per la telegrafia senza fili, da un socio il Prof. Batt. Grassi per i suoi studi sulle zanzare e sulla malaria.

La Commissione accolse queste proposte e le fece proprie e nella seduta del 27 Dicembre 1903 diede notizia di tali proposte all'Accademia, accompagnandole con i cenni seguenti sui meriti dei due candidati.

Gli scritti del Grassi sulla malaria sono per la massima parte contenuti in una serie di note presentate all'Accademia dei Lincei. Egli li riassunse poi e li inserì in un'opera, che tratta in ogni sua parte la questione dell'ufficio, che compiono le zanzare nella diffusione della malaria. L'opera porta per titolo: *Studi di uno zoologo sulla malaria* e fu pubblicata entro il quadriennio. Alcune delle note pubblicate nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei hanno invece data alquanto anteriore al quadriennio, ma la Commissione, considerando che gli studi

Digitized by Google

contenuti in quelle note ritrassero soltanto importanza dalle conferme ottenute con altre indagini fatte nel quadriennio, ammise nel loro insieme i lavori del Grassi sulla malaria al concorso.

Diamo un breve riassunto di questi studi.

Scoperto nel sangue umano il parassita della malaria, si vide che nel sangue stesso non avveniva il processo di fecondazione del parassita; restava dunque da scoprirsi il luogo dove questa si compiva. L'ipotesi che essa avvenisse nel corpo d'un insetto ematofago fu accolta come verosimile e il Dr. Manson suppose che questo insetto fosse la zanzara. Egli ammetteva però che la zanzara deponendo le uova nell'acqua, introducesse in questa il parassita e che questo con l'acqua passasse nel corpo dell'uomo.

Molti tentativi infruttuosi furono fatti di poi per chiarire la questione: essa fu studiata anche in Italia dal Bignami, dal Grassi, dal Dionisi. Fu nel 1895 che il Dr. Ronald Ross a Calcutta osservò nello stomaco delle zanzare gli organi di propagazione del parassita. Due anni dopo egli osservò in due grosse zanzare dalle ali macchiate, che avevano succhiato il sangue di persone malariche, dei corpi pigmentati che considerò come forme di sviluppo dei parassiti malarici.

Un gran passo era stato fatto certamente sulla via che doveva condurre alla conoscenza perfetta delle origini e della propagazione della malaria, ma rimaneva ancora molto da fare: sopra tutto era necessario accertare se alcuni fatti osservati negli uccelli potessero estendersi anche alla malaria umana. I primi indizi dati dal Ross non erano tali da risolvere il quesito, ed è qui che si svolse l'opera del Grassi.

Il primo scritto di lui, che la Giunta prese in esame, contiene l'asserzione che in tutti i luoghi malarici si trova lo zanzarone detto dai zoologi *Anopheles claviger*, *Fabr.*, e che non v'ha malaria dove esso manca.

L'*Anopheles claviger* s'infetterebbe succhiando il sangue di persone malariche e, pungendo poi delle persone sane, diffonderebbe la malattia. Dapprincipio il Grassi aveva considerato come sospette altre due specie di zanzare del genere *Culex*, ma gli esperimenti ch'egli fece col Bignami e col Bastianelli dimostrarono l'innocuità di quelle due specie. È giusto qui il ricono-

Digitized by Google

scere, come il Grassi stesso ebbe a dichiarare, che a distinguere le varie specie di zanzare gli giovò l'eccellente monografia del Ficalbi su quegli insetti: bisognava però stabilire quali fossero le specie innocue e quali le nocive.

Nella stessa nota sopra citata sono anche descritti i primi studi fatti al fine di riconoscere se nei zanzaroni, che avevano succhiato il sangue d'individui malarici, si riscontrassero i parassiti della malaria.

Di poi il Grassi dimostrò che il parassita non passa dalla zanzara alle uova di essa. Tutte le zanzare coltivate dalle uova furono trovate esenti da parassiti. Così fu abbandonata l'ipotesi del Manson e del Koch e dimostrato il diretto passaggio del parassita dalla zanzara all'uomo e da questo a quella. Pertanto la zanzara non s'infetta se non succhiando il sangue d'un uomo malato e l'uomo non viene colto da malaria se non lo punge una zanzara infetta. Qui sta il fondamento scientifico della profilassi della malaria, quale vien posta in pratica oggidì con benefici effetti.

Lavorando in parte col Bignami e col Bastianelli il Grassi studiò minutamente lo sviluppo del parassita umano nell'intestino medio della zanzara. Indagò se altre specie di zanzara, oltre quelle indicate, compissero lo stesso ufficio e potè dimostrare che le sole zanzare del genere *Anopheles* contribuiscono alla diffusione della malaria. Egli descrisse la distribuzione geografica degli Anofeli, i caratteri anatomici e fisiologici delle varie specie, i costumi: ne esaminò le uova, le larve e le ninfe.

L'opera che porta per titolo *Studi di uno zoologo sulla malaria*, contiene anzi tutto alcuni cenni storici, che riguardano le questioni di priorità specialmente rispetto al Ross. Vi si tratta di poi degli animali succhiatori di sangue umano affine di determinare fra essi quelli che possono aver parte nella propagazione della malaria. I metodi usati per la cattura e per l'allevamento delle zanzare, per infettarle col far sì che succhino il sangue di persone malariche e per far l'esame microscopico delle zanzare infettate sono descritti minutamente nel capitolo terzo dell'opera. Segue la storia naturale delle specie italiane di *Anopheles*, che, secondo il Grassi, sono tutte trasmettitrici di malaria, e lo studio dei loro costumi.

Il capitolo VI descrive gli esperimenti fatti dal Grassi

Digitized by Google

stesso sulle varie questioni riguardanti la parte che hanno le zanzare nella diffusione della malaria; il VII tratta dello sviluppo dei parassiti malarici umani nel corpo degli Anofeli. Segue la confutazione delle obbiezioni fatte alla teoria del Grassi.

L'opera si chiude con lo studio della profilassi della malaria e con la descrizione dell'esperienze fatte in luoghi, dove la malaria infierisce, per mettere alla prova i mezzi che possono difendere l'uomo dalla puntura delle zanzare.

È noto che questa malattia infesta quasi ogni regione di Italia, uccide ogni anno nel nostro paese parecchie migliaia di persone e molte più ne tiene inferme e inette al lavoro. È quindi superfluo parlare dell'importanza dell'argomento.

La conoscenza dell'origine del morbo può guidare ad attenuarne molto gli effetti. Se col mezzo di adatta cura medica durante i mesi invernali si sopprimesse l'infezione negli individui che durante l'estate precedente sono stati colpiti da malaria, le zanzare dell'estate successiva non verrebbero più infettate e la malattia non potrebbe riprodursi. Naturalmente è questa una meta ideale, alla quale è soltanto lecito sperare di avvicinarsi a poco a poco.

Col mezzo di reti metalliche applicate alle finestre e alle porte è pur possibile d'impedire alle zanzare l'ingresso nelle case. Così in luoghi, dove domina la malaria, nelle ore della sera e della notte che son quelle, in cui pungono le zanzare, si può preservare le persone dalle punture e quindi attenuare almeno il numero dei malati. Già nel 1899 il Grassi aveva potuto dormire impunemente con le finestre aperte in un luogo infestato fortemente dalla malaria avendo applicato ai fori delle finestre delle reti metalliche.

L'anno dopo egli fece un esperimento sugli impiegati della ferrovia alla Piana di Capaccio in Provincia di Salerno ed ebbe ottimi effetti. Altre esperienze, pure con buon successo, furono fatte da altri nella campagna romana, ponendo fuori di dubbio l'esattezza delle conclusioni del Grassi.

È noto che gli scritti del Grassi diedero origine a vive polemiche, ad aspre questioni di priorità. Certamente non si può dire che il progresso fatto recentemente nella conoscenza della malaria debbasi solamente a lui: ma qual è lo scienziato, anche sommo, del quale si possa dire oggidì che non sia stato

Digitized by Google

preceduto, nè aiutato da alcuno? Il Grassi, anche prima di compiere questi studi, aveva fama universalmente riconosciuta di zoologo valentissimo. Basta ricordare il lavoro sullo sviluppo delle anguille che gli valse la medaglia Darwin dalla Società Reale di Londra. Avendo egli grandemente contribuito, con metodo rigorosamente scientifico, a far conoscere e combattere una malattia ch'è un flagello d'Italia, egli parve alla Giunta degnissimo d'essere compreso fra i candidati al premio Vallauri.

Sui meriti di Guglielmo Marconi non ci tratterremo lungamente. Tutti sanno che questo giovane dotato, oltre che di fortissimo ingegno, d'una maravigliosa perseveranza, afferrato il concetto che le onde elettriche possano portare messaggi a distanze grandissime, diede all'esecuzione di questo disegno tutta la propria energia. Dapprima i suoi apparecchi eccitatori differivano poco da quelli del Hertz e nei suoi apparecchi ricevitori egli adoperava esclusivamente il *coherer* che era stato proposto e usato da altri. Il Marconi aggiunse le antenne, la cui altezza doveva essere accomodata alle distanze, che i messaggi doveano varcare. Ma fu poi necessaria una serie continuata d'ingegnosi perfezionamenti per dare agli apparecchi eccitatori la necessaria potenza, ai ricevitori la necessaria sensibilità.

La distanza superata dai dispacci andò continuamente aumentando. I successi ottenuti dal lavoro tacito ed indefesso del Marconi, rivelati di tratto in tratto al pubblico, eccitavano la generale maraviglia. I suoi competitori asserivano due anni fa che la telegrafia senza fili non avrebbe potuto superare qualche centinaio di chilometri. La mirabile serie di esperienze fatte fra la stazione di Poldhu in Cornovaglia e la nave “ Carlo Alberto „ nell'estate del 1902, mostrò come i dispacci potessero venir trasmessi attraverso grandi estensioni di territori, anche montuosi, attraverso l'intera Francia e la Spagna, a distanze di 1700 e anche 2000 chilometri.

Il successo ultimamente ottenuto con la trasmissione di dispacci dal Canadà all'Inghilterra superò le previsioni più ardite. Certo a rendere pratica e veramente utile l'invenzione occorreranno non pochi perfezionamenti, ma l'opera compiuta finora da Guglielmo Marconi è tale, da farlo inscrivere senza esitanza tra i candidati al premio Vallauri.

Digitized by Google

V'è un'obbiezione, a cui accennarono, combattendola, alcuni soci che proposero il Marconi.

Il testamento del Vallauri parla dell'opera più ragguardevole e più celebre pubblicata per le stampe su alcuna delle scienze fisiche. Ora è vero che il Marconi lavorò molto, ma scrisse poco. È però anche vero che alla sua invenzione fu data da lui pubblicità per le stampe.

Nel Maggio del 1901 egli tenne una lettura alla Società delle Arti di Londra trattandovi particolarmente del modo di ottenere che gli apparecchi ricevitori accolgano soltanto le onde di una certa lunghezza. La lettura fu pubblicata nel giornale *Nature* del 6 Giugno di quell'anno.

Più recentemente il Marconi fece un'altra lettura sui progressi della telegrafia senza fili alla " Royal Institution ", di Londra ed essa può trovarsi stampata negli atti di quel famoso Istituto.

Una nota scritta dal Marconi intorno al rivelatore magnetico delle onde elettriche da impiegarsi nella telegrafia senza fili fu presentata dal Fleming alla Società Reale di Londra e fu inserita nei *Proceedings*. Questo strumento venne sostituito dal Marconi al *coherer*, come più sensibile e più regolare in tutti i casi, in cui le onde elettriche, che arrivano al ricevitore, son molto deboli.

L'opera stampata si può dunque dire che esiste, poichè in questi scritti, benchè brevi, sono implicitamente compresi tutti i trovati del Marconi. Del resto, come osservava proponendo il Marconi il compianto socio Cremona, l'escludere dal premio il Marconi perchè non scrisse un'opera nel senso volgare della parola, sarebbe una pedanteria indegna dell'Accademia di Torino. Si può aggiungere che in fatto di scienze fisiche, volendo premiare il lavoro più importante, di rado si potrebbe premiare un libro. Tale sarebbe stato il caso del Darwin e del Helmholtz, ma per lo più studi scientifici molto importanti vengono esposti in poche pagine. Quella stessa larghezza, che l'Accademia, nell'interpretare la volontà del testatore, applicò alla espressione di scienze fisiche, va pure applicata alla parola *opera*, con che sarà tolta la sola obbiezione che possa esser fatta all'ammissione del Marconi fra i candidati al premio Vallauri.

Conforme all'art. 5 del Regolamento per il premio Vallauri

Digitized by Google

ogni Socio nazionale, residente o non residente, fu invitato a far nuove proposte nella seduta del 27 Dicembre 1903. Nessuna nuova proposta essendo stata fatta, l'elenco dei candidati fu chiuso in quel giorno.

Radunatasi poi la Commissione per deliberare sulle proposte definitive da presentarsi all'Accademia, esaminati novamente e discussi i meriti dei candidati, decise all'unanimità di proporre all'Accademia che, conforme all'art. 7° del Regolamento, il premio venga diviso in parti eguali tra il Prof. Battista Grassi e Guglielmo Marconi.

Il Presidente dell'Accademia
E. D'Ovidio.

Il segretario della Commissione
A. Naccari.

Digitized by Google

Relazione sul XIII premio Bressa.

Col 31 Dicembre 1902 si è chiuso il quadriennio, cui spetta il XIII premio Bressa destinato *ad uno scienziato di qualsiasi nazione che in quel quadriennio abbia fatto la più insigne od utile scoperta o prodotto l'opera più celebre in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non escluse la geologia, la storia, la geografia e la statistica.*

Nella seduta a Classi unite del 3 Maggio 1903 la prima Giunta esaminatrice del concorso al XIII premio Bressa presentò all'Accademia l'elenco dei candidati, le cui opere le parevan degne d'essere prese in considerazione per il premio. La seconda Giunta prese in esame quelle proposte e dopo accurato esame dei titoli dei candidati deliberò di presentare ai vostri voti i seguenti nomi:

1. **Duca degli Abruzzi** per il viaggio polare e per l'opera *La " Stella Polare " nel mare artico,*
2. **Grassi Batt.** per gli studi sulla malaria,
3. **Marconi Guglielmo** per la telegrafia senza fili,
4. **Moissan Enrico** per la sua opera *Le fluor et ses composés* e pei varî lavori di chimica compiuti nel quadriennio,
5. **Ramsay Guglielmo** per i suoi studi sulle proprietà dei gas da lui scoperti nell'atmosfera.

Darò notizia delle opere ora menzionate ripetendo per i primi tre candidati quanto a nome della prima Giunta ebbi l'onore di esporre all'Accademia nella seduta del 3 Maggio.

L'ardua impresa di raggiungere il polo Nord, tante volte tentata invano, attirò il Principe animoso, che s'era già compiaciuto prima più volte nell'affrontare pericolosi cimenti.

Digitized by Google

Nessuna spedizione italiana aveva mai solcato quei mari. Anzi alcuni viaggiatori, come, ad esempio, il De Long, nello scegliere i compagni per una spedizione polare avevano assolutamente escluso gli uomini di razza latina. Mostrare che anche gl'italiani possono superar tali prove parve al Principe opera degna d'incontrare per essa grandi disagi e pericoli.

Poco prima era stato compiuto il memorando viaggio del Nansen. Andare ancora più in là verso il polo, forse raggiungerlo, tale fu il disegno che il Duca si propose, che meditò e s'accinse ad eseguire, studiando ogni particolare con quella cura, che richiedeva la difficilissima impresa.

Dopo un esame attento dei molti tentativi anteriori parve al Duca che il disegno più opportuno fosse questo: spingersi con la nave al punto più settentrionale dell'arcipelago Francesco Giuseppe, vale a dire all'82° parallelo e di là percorrere in islitte sul ghiaccio la distanza di circa 900 chilometri, che divide quel punto dal polo.

Le vicende del viaggio sono ben note. Per ciò ne ricorderò solamente le date principali e mi tratterrò alquanto sulle osservazioni scientifiche.

La " Stella polare „ partì il 12 Luglio 1899 da Arcangelo e raggiunse il giorno 1° Agosto gli 82°4′ di latitudine. Così la " Stella polare „ va messa al quarto posto fra le navi che più si avanzarono verso il polo. Il " Fram „ arrivò a 85°47′, l'" Alert „ e la " Polaris „ a 82°27′.

Nel giorno 8 Settembre la nave fu abbandonata perchè il ghiaccio stringendola e comprimendola ne aveva forato un fianco e l'acqua l'aveva invasa.

Il 13 Dicembre il Duca ed il Cagni in una corsa di prova caddero da un'altezza di 7 ad 8 metri. Questo disgraziato accidente impedì al Duca di prender parte alla spedizione con le slitte.

La partenza di questa avvenne il 19 Febbraio, ma il freddo eccessivo che in quei giorni giunse a 52° sotto zero, e alcuni inconvenienti ch'era opportuno sopprimere, costrinsero il Cagni a ritornare.

La partenza definitiva avvenne soltanto l'11 Marzo. Dopo 44 giorni di marcia il Cagni con uno sforzo fisico e morale degnissimo di ammirazione raggiunse la latitudine di 86°34′, la più alta latitudine che sia stata mai raggiunta dall'uomo.

Digitized by Google

Lasciando la descrizione delle difficoltà e dei pericoli del ritorno, faccio un cenno delle osservazioni scientifiche compiute dalla spedizione.

Le osservazioni meteorologiche di pressione, di temperatura, di umidità, di direzione e di velocità del vento furono fatte durante il primo periodo di navigazione e poi per un anno intero nella baja di Teplitz dall'undici Agosto 1899 al dodici Agosto 1900. Le ore di osservazione erano le 9, le 15 e le 21.

Dapprima le gabbie, che contenevano gli strumenti meteorologici, furono collocate sulla nave, ma dopo il disastro dell'otto settembre 1899 esse furono poste ad una cinquantina di metri dall'accampamento a 10 m. di altezza sul mare. Durante i mesi più freddi fu sommamente difficile difendere gli strumenti dalla neve, che spinta dal vento invadeva il casotto e la gabbia, entrava negli apparecchi registratori e qualche volta seppelliva il tutto.

Questa serie di osservazioni fatte per il corso intero di un anno, benchè non possa servire a dedurre delle conclusioni generali sul clima di quei luoghi, costituisce un documento molto importante per lo studio della meteorologia di quelle altissime latitudini.

Date le condizioni specialissime, la spedizione fece, in quanto ad osservazioni meteorologiche, tutto quanto poteva.

Le osservazioni magnetiche si estesero a tutti e tre gli elementi del magnetismo terrestre. Per le somme difficoltà, che le condizioni locali opponevano, le osservazioni non poterono essere eseguite in luoghi diversi per determinare l'andamento delle linee magnetiche. Ma le osservazioni fatte alla baja di Teplitz, in una regione, dove misure magnetiche non erano mai state eseguite, hanno importanza notevole tanto più che l'intervallo fra le prime e le ultime osservazioni giunge quasi ad un anno.

Si fecero pure al capo Flora e nella baja di Teplitz delle osservazioni di gravità relativa.

Non furono copiose le raccolte di storia naturale, in parte perchè mancava alla spedizione un naturalista di professione, in parte per la rigidità del clima e per essere il suolo coperto quasi dovunque di ghiaccio e di neve. Tuttavia gli oggetti portati in Italia dalla spedizione non sono senza valore, come dimostrarono i nostri colleghi Camerano, Mattirolo, Salvadori, Spezia

Digitized by Google

ed altri nel volume che contiene i risultati scientifici del viaggio polare del Duca.

L'ardimento dell'impresa, la saggezza dei preparativi, il valore mostrato nell'esecuzione, l'importanza scientifica e morale del buon successo ottenuto furono gli argomenti che mossero la Giunta a proporvi fra i nomi degli altri candidati il nome augusto del Duca.

Veniamo ora agli studi del Grassi sulla malaria.

Scoperto nel sangue umano il parassita della malaria, si vide che nel sangue stesso non avveniva il processo di fecondazione del parassita; restava dunque da scoprirsi il luogo dove questa si compiva. L'ipotesi che essa avvenisse nel corpo d'un insetto ematofago fu accolta come verosimile e il Dr. Manson suppose che questo insetto fosse la zanzara. Egli ammetteva però che la zanzara deponendo l'uova nell'acqua, introducesse in questa il parassita e che questo con l'acqua passasse poi nel corpo dell'uomo.

Molti tentativi infruttuosi furono fatti di poi per chiarire la questione: essa fu studiata anche in Italia dal Bignami, dal Grassi, dal Dionisi. Fu nel 1895 che il Dr. Ronald Ross a Calcutta osservò nello stomaco delle zanzare gli organi di propagazione del parassita. Due anni dopo egli osservò in due grosse zanzare dalle ali macchiate, che avevano succhiato il sangue di persone malariche, dei corpi pigmentati che considerò come forme di sviluppo dei parassiti malarici.

Un gran passo era stato fatto certamente sulla via che doveva condurre alla conoscenza perfetta delle origini e della propagazione della malaria, ma rimaneva ancora molto da fare: sopra tutto era necessario accertare se alcuni fatti osservati negli uccelli potessero estendersi anche alla malaria umana. I primi indizî dati dal Ross non erano tali da risolvere il quesito, ed è qui che si svolse l'opera del Grassi.

Il primo scritto di lui, che la Giunta prese in esame, contiene l'asserzione che in tutti i luoghi malarici si trova lo zanzarone detto dai zoologi *Anopheles claviger*, *Fabr.*, e che non v'ha malaria dove esso manca.

L'*Anopheles claviger* s'infetterebbe succhiando il sangue di

Digitized by Google

persone malariche e pungendo poi delle persone sane diffonderebbe la malaria. Dapprincipio il Grassi aveva considerato come sospette altre due specie di zanzare del genere *Culex*, ma gli esperimenti ch'egli fece col Bignami e col Bastianelli dimostrarono l'innocuità di quelle due specie. È giusto qui il riconoscere, come il Grassi stesso ebbe a riconoscere, che a distinguere le varie specie di zanzare gli giovò l'eccellente monografia del Ficalbi su quegli insetti: bisognava però stabilire quali fossero le specie innocue e quali le nocive.

Nella stessa nota sopra citata sono anche descritti i primi studi fatti al fine di riconoscere se nei zanzaroni, che avevano succhiato il sangue d'individui malarici, si riscontrassero i parassiti della malaria.

Di poi il Grassi dimostrò che il parassita non passa dalla zanzara alle uova di essa. Tutte le zanzare coltivate dalle uova furono trovate esenti da parassiti. Così fu abbandonata l'ipotesi del Manson e del Koch e dimostrato il diretto passaggio del parassita dalla zanzara all'uomo e da questo a quella. Pertanto la zanzara non s'infetta se non succhiando il sangue d'un uomo malato e l'uomo non viene colto da malaria se non lo punge una zanzara infetta. Qui sta il fondamento scientifico della profilassi della malaria, quale vien posta in pratica oggidì con benefici effetti.

Lavorando in parte col Bignami e col Bastianelli il Grassi studiò minutamente lo sviluppo del parassita umano nell'intestino medio della zanzara. Indagò se altre specie di zanzara, oltre quelle indicate, compissero lo stesso ufficio e potè dimostrare che le sole zanzare del genere *Anopheles* contribuiscono alla diffusione della malaria. Egli descrisse la distribuzione geografica degli Anofeli, i caratteri anatomici e fisiologici delle varie specie, i costumi: ne esaminò le uova, le larve e le ninfe.

Gli studi del Grassi sono per la massima parte contenuti in una serie di note presentate all'Accademia dei Lincei; ma egli pubblicò poi entro il quadriennio 1899-1902 un'opera di circa 300 pagine, dov'egli tratta in ogni sua parte la questione della malaria.

L'opera che porta per titolo *Studi di uno zoologo sulla malaria*, contiene anzi tutto alcuni cenni storici, che riguardano le questioni di priorità specialmente rispetto al Ross. Vi si

Digitized by Google

tratta di poi degli animali succhiatori di sangue umano affine di determinare fra essi quelli che possono aver parte nella propagazione della malaria. I metodi usati per la cattura e per l'allevamento delle zanzare, per infettarle col far sì che succhino il sangue di persone malariche e per far l'esame microscopico delle zanzare infettate sono descritti minutamente nel capitolo terzo dell'opera. Segue la storia naturale delle specie italiane di *Anopheles*, che, secondo il Grassi, sono tutte trasmettitrici di malaria, e lo studio dei loro costumi.

Il capitolo VI descrive gli esperimenti fatti dal Grassi stesso sulle varie questioni riguardanti la parte che hanno le zanzare nella diffusione della malaria; il VII tratta dello sviluppo dei parassiti malarici umani nel corpo degli Anofeli. Segue la confutazione delle obbiezioni fatte alla teoria del Grassi.

L'opera si chiude con lo studio della profilassi della malaria e con la descrizione dell'esperienze fatte in luoghi, dove la malaria infierisce, per mettere alla prova i mezzi che possono difendere l'uomo dalla puntura delle zanzare.

È noto che questa malattia infesta quasi ogni regione di Italia, uccide ogni anno nel nostro paese parecchie migliaia di persone e molte più ne tiene inferme e inette al lavoro. È quindi superfluo parlare dell'importanza dell'argomento.

La conoscenza dell'origine del morbo può guidare ad attenuarne molto gli effetti. Se col mezzo di adatta cura medica durante i mesi invernali si sopprimesse l'infezione negli individui che durante l'estate precedente sono stati colpiti da malaria, le zanzare dell'estate successiva non verrebbero più infettate e la malattia non potrebbe riprodursi. Naturalmente è questa una meta ideale, alla quale è soltanto lecito sperare di avvicinarsi a poco a poco.

Col mezzo di reti metalliche applicate alle finestre e alle porte è pur possibile d'impedire alle zanzare l'ingresso nelle case. Così in luoghi, dove domina la malaria, nelle ore della sera e della notte che son quelle, in cui pungono le zanzare, si può preservare le persone dalle punture e quindi attenuare almeno il numero dei malati. Già nel 1899 il Grassi aveva potuto dormire impunemente con le finestre aperte in un luogo infestato fortemente dalla malaria avendo applicato ai fori delle finestre delle reti metalliche.

Digitized by Google

L'anno dopo egli fece un esperimento sugli impiegati della ferrovia alla Piana di Capaccio in Provincia di Salerno ed ebbe ottimi effetti. Altre esperienze, pure con buon successo, furono fatte da altri nella campagna romana, ponendo fuori di dubbio l'esattezza delle conclusioni del Grassi.

È noto che gli scritti del Grassi diedero origine a vive polemiche, ad aspre questioni di priorità. Certamente non si può dire che il progresso fatto recentemente nella conoscenza della malaria debbasi solamente a lui: ma qual è lo scienziato, anche sommo, del quale si possa dire oggidì che non sia stato preceduto, nè aiutato da alcuno? Il Grassi, anche prima di compiere questi studi, aveva fama universalmente riconosciuta di zoologo valentissimo. Basta ricordare il lavoro sullo sviluppo delle anguille che gli valse la medaglia Darwin dalla Società Reale di Londra. Avendo egli grandemente contribuito, con metodo rigorosamente scientifico, a far conoscere e combattere una malattia ch'è un flagello d'Italia, egli parve alla Giunta degnissimo d'essere compreso fra i candidati al premio Bressa.

Sui meriti di Guglielmo Marconi non mi tratterrò lungamente. Tutti sanno che questo giovane dotato, oltre che di fortissimo ingegno, d'una maravigliosa perseveranza, afferrato il concetto che le onde elettriche possano portare messaggi a distanze grandissime, diede all'esecuzione di questo disegno tutta la propria energia. Dapprima i suoi apparecchi eccitatori differivano poco da quelli del Hertz e nei suoi apparecchi ricevitori egli adoperava esclusivamente il *coherer* che era stato proposto e usato da altri. Il Marconi aggiunse le antenne, la cui altezza doveva essere accomodata alle distanze, che i messaggi doveano varcare. Ma fu poi necessaria una serie continuata d'ingegnosi perfezionamenti per dare agli apparecchi eccitatori la necessaria potenza, ai ricevitori la necessaria sensibilità.

La distanza superata dai dispacci andò continuamente aumentando. I successi ottenuti dal lavoro tacito ed indefesso del Marconi, rivelati di tratto in tratto al pubblico, eccitavano la generale maraviglia. I suoi competitori asserivano due anni fa che la telegrafia senza fili non avrebbe potuto superare qualche centinaio di chilometri. La mirabile serie di esperienze fatte fra

Digitized by Google

la stazione di Poldhu in Cornovaglia e la nave " Carlo Alberto , nell'estate del 1902, mostrò come i dispacci potessero venir trasmessi attraverso grandi estensioni di territori, anche montuosi, attraverso l'intera Francia e la Spagna, a distanze di 1700 e anche 2000 chilometri.

Il successo ultimamente ottenuto con la trasmissione di dispacci dal Canadà all'Inghilterra superò le previsioni più ardite. Certo a rendere pratica e veramente utile l'invenzione occorreranno non pochi perfezionamenti, ma l'opera compiuta finora da Guglielmo Marconi è tale, che il suo nome va scritto senza esitanza tra coloro che la Giunta considera degni d'essere proposti ai vostri voti.

I lavori di Enrico Moissan s'estendono a tutto il vasto campo della chimica inorganica, fino a quei punti dove essa si congiunge alla chimica organica. Tale è il caso, ad esempio, della sintesi dell'acido formico, dei carburi d'idrogeno, dei carburi metallici, ecc.

Devesi al Moissan quanto v'ha di importante nella storia del fluore. Egli ottenne libero questo elemento, che è il più energico che si conosca, e ne studiò le proprietà. Nell'opera *Le fluor et ses composés*, pubblicata nel 1900, il Moissan raccolse i risultati di tutte le sue importanti indagini sul fluore.

Il forno elettrico fu inventato dal Moissan e servì a lui medesimo e ad altri per fondere e volatilizzare i corpi più refrattari. Dall'uso di queste elevatissime temperature vennero molte importanti scoperte. È noto quale partito si tragga ora nell'industria da quella invenzione: si produce il carburo di calcio e se ne ha poi l'acetilene; si prepara il carburo di bario e quindi la barite caustica. Pure col forno elettrico si ottengono gli azoturi metallici e vien reso possibile il fissare l'azoto atmosferico e trasformarlo in ammoniaca.

Enrico Moissan arricchì la chimica di un gran numero di nuovi corpi importanti. Vanno specialmente ricordati fra questi i perfluoruri di solfo, uno dei quali prova la esavalenza dello solfo ed è un singolare gas inattivo, e l'idruro di silicio liquido che rappresenta il vero omologo dell'idruro di silicio gassoso e vale a confermare l'analogia del carbonio col silicio.

Digitized by Google

Sono pur molto notevoli gli idruri metallici puri, alla cui conoscenza tanto contribuì il Moissan. Fra quegli idruri, gli alcalini dànno origine a numerose reazioni chimiche nuove.

Non van dimenticati i tentativi fatti dal Moissan per ottenere l'ammonio libero e l'amalgama di ammonio, nè i suoi lavori di chimica fisica, come le misure del peso specifico dei gas la liquefazione e solidificazione del fluore e di altri gas.

Detto ciò per ricordare i meriti eminenti dell'illustre chimico francese, conviene indicare quali siano i lavori di lui, che cadono nel periodo 1899-1902. Tali sono molte nuove ricerche sul fluoro, una modificazione del metodo di prepararlo per elettrolisi, la scoperta del perfluoruro di manganese e quella di perfluoruri di solfo già menzionati di sopra.

In questo periodo di tempo dal Moissan e dal Dewar venne fatto solido il fluore. Nel 1900 fu pubblicata l'opera del Moissan *Le fluor et ses composés.*

Stanno pure nel quadriennio la scoperta e lo studio degli idruri metallici di composizione ben definita e delle loro principali reazioni sintetiche. Il Moissan confermò la formola degli idrosolfiti proposta dal Bernthsen e dimostrò che gl'idruri metallici non hanno le proprietà delle leghe. L'idrogeno non va dunque considerato come un metallo, il che risulta anche dalla grande resistenza elettrica che il Dewar riscontrò in esso allo stato liquido.

Fra gli studi compiuti dal Moissan nel quadriennio vanno pure menzionate le sue ricerche sull'ammonio e sugli ammoniuri metallici, come pure la preparazione di numerosi siliciuri e boruri metallici col mezzo del forno elettrico.

Guglielmo Ramsay, dopo alcuni lavori di chimica organica ed inorganica, si diede alla chimica fisica. Meritano speciale menzione i suoi studi sul punto critico dei gas e quello sul peso molecolare dei liquidi e l'altro sul peso molecolare dei metalli. I risultati di quest'ultimo lavoro lo condussero ad asserire che molti metalli hanno molecole monoatomiche e questo carattere costituisce forse la sola distinzione essenziale tra metalli e metalloidi.

Il Ramsay fu collaboratore validissimo di Lord Rayleigh

Digitized by Google

nella scoperta dell'argon, per la quale la nostra Accademia, non potendo dividere il premio, l'assegnò intero a Lord Rayleigh. Tutta la parte chimica di quell'insigne lavoro devesi al Ramsay. Questi poco dopo la scoperta dell'argon, scoprì l'elio traendolo dalla cleveite. Questo gas ha uno spettro, le cui linee caratteristiche erano già state osservate nello spettro solare. Erano state attribuite dal Lockyer ad una sostanza, che il Lockyer stesso chiamò *elio*, perchè credeva che non esistesse sulla terra. Ora si sa che esso esiste in molti minerali, nelle acque, nelle emanazioni vulcaniche e nell'aria atmosferica.

Il Ramsay riuscì a separare dall'aria tre nuovi gas, il *neon*, il *cripton* e lo *xenon*, detti i compagni dell'*argon*. Sono, come quest'ultimo, gas monoatomici ed inattivi, e secondo il Ramsay, costituiscono nel sistema del Mendelejeff, un gruppo intermedio fra quello degli alogeni e quello dei metalli alcalini.

Nel quadriennio 1899-1902 il Ramsay proseguì i suoi studi sui nuovi gas dell'atmosfera. Mediante la distillazione frazionata dell'aria egli potè ottenerne tali quantità da studiarne le proprietà fisiche. Conviene ricordare che questi gas sono diffusi nell'aria in piccolissime proporzioni. La quantità di xenon, ad esempio, che trovasi in una data massa d'aria, sta a questa come uno a venti milioni. Nel quadriennio medesimo cade la pubblicazione d'una monografia sull'argon e sui suoi compagni e di un' altra sull'elio e d'un'opera pubblicata insieme col Travers, intitolata *Studio sperimentale dei gas*, come pure quella della seconda edizione dell'opera sui gas dell'atmosfera.

Il Regolamento del premio Bressa lascia facoltà alla Giunta di presentare le sue proposte nel modo che più le sembra opportuno. In qualche caso i candidati vennero disposti in ordine di merito, in altri vennero divisi in gruppi, in altri casi ancora i nomi vennero proposti in ordine alfabetico, senza distinzione alcuna, lasciando all'Accademia la scelta.

Parve, dopo discussione, alla Giunta, che in questo caso, considerata principalmente la natura molto diversa dei meriti dei candidati, fosse da seguirsi l'ultimo partito, ed è per ciò

Digitized by Google

che noi vi proponiamo in ordine alfabetico e senza distinzione i nomi seguenti:

Duca degli Abruzzi,
Battista Grassi,
Guglielmo Marconi,
Enrico Moissan,
Guglielmo Ramsay,

certi che chiunque sia l'eletto, il vostro voto onorerà degnamente un merito insigne.

Il segretario della Giunta
A. Naccari.

Digitized by Google

Relazione della Commissione dei Premi Gautieri.

Onorevoli Colleghi,

Dei molti lavori venuti questo triennio in gara al premio Gautieri per gli studî filosofici, o ad invio degli autori stessi, o a proposta di soci come gli statuti consentono, uno in particolar modo attrasse a sè l'attenzione ed il giudizio dei vostri Commissarî: lavoro la cui comprensione è ben tracciata nel titolo, e ch'è tutto e fortemente materiato di ricerca storica, d'indagine critica, di considerazioni psicologiche.

Quest' opera laboriosa, e con onestà scientifica pensata e condotta, ha per argomento: *I tempi, la vita, la dottrina di Pietro di Abano* (Genova, 1900, pag. xvi, 490); la scrisse Sante Ferrari, nome conosciuto a chi per officio sia versato negli studî delle filosofiche discipline, ed a chi le prosiegua solo per bisogno o vaghezza di coltura. Com'è proposto nel titolo, l'A. a fin di rendere piena e compíta la figura dell'uomo e del filosofo, prende anzitutto a discorrere dei tempi in cui Pietro d'Abano visse e operò: e del secolo XIII è fatta l'esposizione nelle principali vicende politiche che lo commossero, e nelle idee filosofiche dominanti allora gl'intelletti vôlti alla speculazione. Fissata l' imagine, come or direbbesi, dell'*ambiente*, e fatta in particolar modo, perchè più legata al fine del libro, la descrizione di una parte e di un momento di esso con la ricerca e la narrazione delle condizioni intellettuali dell'Università di Padova, l'A. introduce alla vita di Pietro di Abano con grande copia di notizie bibliografiche; e la studia poi col soccorso dei materiali che raccolse nel maggior numero che potè, e che si possa, e ch'elesse con minuta indagine critica. La qual ricchezza appar più notevole dove l'opera " scientifica „ di questo nostro filosofo è largamente dichiarata: ciò che l'A. fa, componendola organicamente nelle parti di logica, gnoseologia, metafisica, fisica, matematica, astronomia, geografia, anatomia, fisiologia, medicina, psicologia fisiologica. Indottovi dall'argomento, ricerca come di eretiche poterono aver

Digitized by Google

nota talune di queste dottrine, ch'egli poi lungamente esamina a fin di determinarne il valore intimo: e di esse indaga e descrive da ultimo quanta influenza abbiano avuto nei tempi in cui apparvero, e più tardi; influenza esercitata pure in quel che sembrava movimento d'idee, ed era vaneggiamento di astrologi.

Queste parti singole formano il libro che la Commissione ha prescelto con unanimità di giudizio, ottenuta in seguito a lungo lavorìo di critica eliminatrice, talvolta non concorde, ma sempre sinceramente fatta: e lo prescelse, perchè lo stimò fra tutti il più compíto in riguardo al fine. Non è che da mende sia proprio immune, e che di omissioni e di talune inesattezze non si possa appuntarlo: la primà parte procede forse con soverchia lunghezza, più sentita per l'avvertirvi che si fa la mancanza di notizie recenti, che, se ricevute, meglio lumeggiando allo stesso A. il movimento filosofico del XIII secolo, l'avrebbero persuaso a non ritenerlo serrato in una cieca idolatria aristotelica. Forse nell'esame intorno il significato ed il merito delle dottrine di Pietro d'Abano, l'A. si abbandona in qualche punto alle idee sue, e nel ricostruire che fa la figura di un filosofo di presso che or sette secoli, fa mover troppo la sua coscienza filosofica personale; ma ciò di nulla diminuisce il valor dell'opera. La quale nelle parti ove più specialmente è trattata la storia di Pietro d'Abano, nella vita e negli scritti, è preziosa: la raccolta del materiale è fatta con ordine mirabile, con erudizione piena; la critica è condotta con finezza magistrale di giudizio; la composizione che ne risulta dà rilievo, colore e vita alla figura di un filosofo che grandemente concorse al movimento delle idee speculative dei tempi suoi, e molte intuizioni ebbe d'idee determinatesi più tardi, e accolte o discusse. Or a un lavoro di storia della filosofia, dal quale tanto possiamo apprendere, sarebbe pedanteria far carico di qualche menda o di qualche oblìo, s'esso lascia intatta la forte compagine dell'opera: che la vostra Commissione è unanime nel proporvi come veramente meritevole del premio che s'intitola a C. Gautieri.

G. Carle,
C. Cipolla,
G. P. Chironi, *relatore.*

Gli Accademici Segretari
Lorenzo Camerano.
Rodolfo Renier.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 27 Dicembre 1903.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BOSELLI, Vice-Presidente dell'Accademia, FERRERO, Direttore della Classe, ROSSI, MANNO, PEZZI, CIPOLLA, CARUTTI, PIZZI, CHIRONI, DE SANCTIS e RENIER Segretario. — Scusano l'assenza i Soci CARLE, BRUSA e RUFFINI.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 13 dicembre 1903.

La *Société Nationale des Antiquaires de France* invita l'Accademia a farsi rappresentare alle feste centenarie della sua fondazione, che seguiranno a Parigi l'11 aprile 1904. L'Accademia sarà rappresentata o dal Direttore di Classe FERRERO, che è membro di quella Società, ovvero, se egli dichiarerà di non volersi recare a Parigi, da qualche altro nostro Socio, o straniero o corrispondente, che la Presidenza designerà a tempo opportuno.

Da parte del Socio corrispondente Luigi PIGORINI il Presidente presenta la relazione del Dr. Luigi PERNIER sui *Lavori eseguiti dalla Missione archeologica italiana nel palazzo di Phaestos dal 16 marzo al 15 luglio 1903*, Roma, 1903.

Digitized by Google

Il Socio PIZZI fa omaggio di un opuscolo testè edito da G. B. GERINI, *La mente di Giuseppe Allievo, monografia pubblicata per il 50° anno del suo pubblico insegnamento.* Torino, 1904.

Il Socio DE SANCTIS incaricato col Socio PEZZI di riferire intorno allo scritto del Dr. Angelo TACCONE, *Il trimetro giambico nella poesia greca*, legge la sua relazione, che è unanimamente approvata. Presa cognizione della Monografia, la Classe, con pienezza di voti segreti, ne delibera l'inserzione nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio RENIER presenta per gli *Atti* un breve scritto di Pietro GAMBÈRA, che s'intitola: *Cinque nuove notarelle dantesche.*

Digitized by Google

LETTURE

Cinque nuove notarelle dantesche

di PIETRO GAMBÈRA.

I.

Che hai che pure invêr la terra guati?
. . . .
. . . .
Gli occhi rivolgi al logoro, che gira
Lo rege eterno con le ruote magne.
(*Purg.*, XIX, 52, 62-63).

Così Virgilio parla a Dante che, a capo chino, pensava ancora al recente sogno della *femmina balba*, per incitarlo a salire l'erta scala che unisce il quarto col quinto girone del Purgatorio. È dunque chiaro che gli ultimi due versi significano: *rivolgi gli occhi in alto*, allo Zodiaco che è lo stradale (il *logoro*) tutto percorso, durante l'anno, dalle *ruote magne* del carro solare. Ma i commentatori, senza accennare al senso di quei due versi, dicono che *logoro* significa *invito* o *richiamo* e che le *ruote magne* sono le sfere celesti.

II.

Feriami il sole in su l'omero destro,
Che, già raggiando tutto l'occidente,
Mutava in bianco aspetto di cilestro.
(*Purg.*, XXVI, 4-6).

I commentatori moderni trasportano le due virgole del secondo verso alla parola *raggiando*, e così offendono il significato reale della terzina.

Dante camminava sul settimo girone del Purgatorio tenendo la mano destra *di fuori* (verso *la riva*), e già si avvicinava al lato ovest del sacro monte, ossia alla scala che sale al Paradiso

Digitized by Google

terrestre. Perciò il sole, che era verso il tramonto, ovvero *già raggiava tutto l'occidente*, doveva ferire coi suoi raggi *l'omero destro* del Poeta e mutare, *in bianco, aspetto di cilestro* (l'aspetto azzurro del cielo), giacchè tutto il cielo si mostra, non più azzurro, ma bianco, quando il sole è verso il tramonto.

Adunque il soggetto dei verbi *raggiando* e *mutava* (transitivi) è il pronome relativo *che* (il qual sole), e non già *tutto l'occidente*, che invece è l'oggetto del verbo *raggiando*.

III.

> **E più corrusco, e con più lenti passi,**
> **Teneva il sole il cerchio di merigge,**
> **Che qua e là, come gli aspetti, fassi.**
> **(*Purg.*, XXXIII, 103-105).**

A mezzodì il sole si mostra più fiammeggiante (*corrusco*), perchè i suoi raggi, arrivandoci meno obbliqui e per via più breve attraverso l'atmosfera, sono da questa meno assorbiti e riflessi.

Dopo l'equinozio di primavera (stagione in cui Dante pone il fittizio suo viaggio), il sole si avanza ogni dì più verso nord, e quindi l'apparente suo moto diurno, sulla sfera celeste, riesce sempre più lento, perchè fatto sopra un parallelo minore. Così vediamo il moto diurno delle stelle tanto più lento, quanto più sono situate verso i poli del cielo (*Purg.*, VIII, 85-87).

Il sole, scostandosi dall'Equatore celeste, dove ha la massima velocità apparente, raggiunge la minore sua velocità quando arriva al tropico del Cancro (solstizio d'estate), ovvero al tropico del Capricorno (solstizio d'inverno).

Perciò, siccome Beatrice, stando nella costellazione dei Gemelli, si era *rivolta in vêr la plaga, sotto la quale il sol mostra men fretta* (*Parad.*, XXIII, 11-12), risulta che essa guardò verso la precedente costellazione del Cancro, ossia verso oriente, per ammirare il trionfo di Cristo.

Si noti ora, riguardo all'ultimo verso della terzina di cui si tratta, che il meridiano (*cerchio di merigge*) è diverso per ogni luogo di chi cammina verso levante o verso ponente, ossia che *qua e là, come gli aspetti, fassi.*

Digitized by Google

IV.

La colpa seguirà la parte offensa
In grido, come suol; ma la vendetta
Fia testimonio al ver che la dispensa.
(*Parad.*, XVII, 52-54).

Cacciaguida, dopo d'aver predetta a Dante la sua cacciata da Firenze, aggiunge che, secondo il solito, la colpa sarà attribuita alla parte vinta; ma che *la vendetta* (di cui Dante sarà vittima), attesterà la verità, la quale di vendetta è cagione (*la dispensa*), giacchè *veritas odium parit.*

Questa interpretazione è confermata dall'invito che Cacciaguida fa poi a Dante di continuare a dire la verità anche ai più potenti; e dal nobilissimo pensiero espresso dal Poeta coi versi:

E s'io al vero son timido amico,
Temo di perder vita tra coloro
Che questo tempo chiameranno antico.

Adunque i commentatori sbagliano dicendo che la vendetta, cui Dante accenna per bocca del suo trisavolo, sia la vendetta divina contro i suoi persecutori.

V.

Così si fa la pelle bianca, nera,
Nel primo aspetto della bella figlia
Di quei ch'apporta mane e lascia sera.
(*Parad.*, XXVII, 136-138).

Il Poeta, coi versi, che precedono e seguono questa terzina, dice che da fanciulli abbiamo la coscienza pura (candida), ma che, fatti adulti, la nostra coscienza diventa immonda (nera), perchè siamo mal governati. E paragona, con la terzina sopra citata, questo fatto morale ad un fatto fisico; cioè, la faccia (*pelle*) della Luna (*bella figlia* del Sole), essere *bianca nel primo aspetto* (plenilunio), ma poi diventare *nera* (novilunio), perchè cessa di essere illuminata dal sole.

Questa interpretazione naturalissima, la quale è, in sostanza, quella del Buti, illustrata scientificamente dall'Antonelli, vien posposta dai commentatori moderni ad altre interpretazioni tanto strane e capricciose da non meritare di essere confutate.

Digitized by Google

Relazione sulla memoria presentata dal Dott. Angelo Taccone, intitolata: *Il trimetro giambico nella poesia greca.*

Il dott. Angelo Taccone nella sua memoria intitolata " Il trimetro giambico nella poesia greca „ ha studiato con grande diligenza e matura preparazione il trimetro giambico da Archiloco ad Aristofane. Il suo lavoro è basato sopra una statistica accuratissima delle forme varie che assume quel verso nei frammenti dei giambografi, nelle tragedie di Eschilo, Sofocle ed Euripide e nelle commedie di Aristofane.

La memoria del Taccone riassume e corregge gli studî precedenti sull'argomento, ed è al tempo stesso ricca di osservazioni utili e nuove. Degno di nota è il paragrafo terzo, in cui con la testimonianza degli antichi scrittori di cose metriche, con quella dei segni musicali dell'epigrafe di Seikilos, e col ragionamento dimostra la bontà della teoria secondo cui scandendo il trimetro giambico per dipodie si deve porre l'arsi principale sulla seconda lunga di ciascuna di esse; e del pari il paragrafo quarto, in cui, esposte le caratteristiche generali che distinguono il trimetro dei giambografi, il trimetro tragico, il tragicomico ed il comico, si studia in quale misura possa applicarsi ai due ultimi la legge di Porson.

Ma la parte più notevole del lavoro è quella in cui il dott. Taccone passa in rassegna con la massima precisione le forme singole del trimetro giambico dalla più semplice alla più complessa, raccogliendone con infinita pazienza gli esempî e rettificando, mediante uno studio approfondito dei fatti, varie inesattezze dei precedenti trattatisti.

La memoria del Taccone è assai chiara, sobria ed ordinata, e viene molto opportuna ora che si tenta di rinnovare radicalmente le dottrine metriche, perchè solo facendo parlare coscienziosamente i fatti si potrà, fra la varietà delle ipotesi, trovare il terreno sicuro per stabilire definitivamente un accordo. Non

Digitized by Google

va taciuto del resto che per scrivere una storia completa del trimetro giambico greco, il Taccone avrebbe dovuto studiare anche i frammenti di Epicarmo, quelli della commedia di mezzo e nuova e il giambo didattico. Ma nonostante questa lacuna, il suo lavoro va considerato come il contributo più importante alla storia del trimetro giambico greco che si abbia fino ad ora. E perciò la Commissione propone che sia ammesso alla lettura.

D. Pezzi,
G. De Sanctis, *relatore.*

---

ff. di Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

JUN 20 1904
4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

LIBRARY
CAMBRIDGE, MASS.

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 4ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 3 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SALVADORI, Direttore della Classe, NACCARI, SPEZIA, SEGRE, PEANO, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, MATTIROLO, MORERA e JADANZA, che funge da Segretario. — Scusa l'assenza il Socio CAMERANO, Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica una lettera del Socio corrispondente Federico DELPINO colla quale ringrazia l'Accademia della parte da essa presa alle feste celebratesi in Napoli in occasione del suo 70° compleanno.

Presenta pure in omaggio all'Accademia, da parte del Socio corrispondente Otto PENZIG, un opuscolo, intitolato: *Contributo alla conoscenza delle piante acarofile,* Genova, 1903 scritto in collaborazione col Dr. C. CHIABRERA.

Il Socio GUIDI fa omaggio alla Classe di un suo lavoro intitolato: *L'arc élastique sans articulation*, Lausanne, 1903, 8°, già stampato nelle *Memorie* accademiche e tradotto ora in lingua francese dall'ing. A. PARIS.

Il Socio SEGRE presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche uno scritto del Dr. Umberto PERAZZO, col titolo: *Sull'incidenza di rette, piani, spazi ordinari in uno spazio a cinque dimensioni, e su alcune corrispondenze birazionali fra*

Digitized by Google

piani e spazi ordinari. Il Presidente ne affida l'esame del medesimo ai Soci Segre e Morera.

Vengono presentate e accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° dal Socio Guidi: *Una risoluzione diretta del problema della sezione reagente,* dell'ing. Modesto Panetti;

2° dal Socio Peano: *Sulla teoria generale delle grandezze e dei numeri,* del prof. Cesare Burali-Forti;

3° lo stesso Socio Peano presenta una sua nota avente per titolo: *Il latino, quale lingua ausiliare internazionale,* che contiene la storia di diversi tentativi fatti per adoperare una lingua scientifica universale.

Digitized by Google

LETTURE

Una risoluzione diretta del problema della sezione reagente.

Nota dell'Ing. MODESTO PANETTI.

(Con una Tavola).

1. — Il calcolo dei solidi prismatici soggetti a sforzo normale eccentrico comprimente, quando il centro di pressione sia esterno al nocciolo della sezione, e non si possa fare assegnamento sulla resistenza a tensione del materiale, di cui il prisma è costituito, si fa, come è noto, considerando la sezione reagente.

La posizione dell'asse, che la separa dalla parte inerte, si determina ammettendo, che il materiale ceda sotto l'azione della più piccola tensione, e che per conseguenza si sviluppino soltanto compressioni sugli elementi della sezione. In questa ipotesi, che può corrispondere rigorosamente al vero nel solo caso di prismi formati colla semplice sovrapposizione di parti non cementate, si segue abitualmente il metodo grafico ideato dal Mohr, che però risolve il problema soltanto per tentativi.

Furono pure compilate tabelle per alcune sezioni d'uso più comune nella pratica, nelle quali sono registrate le posizioni dell'asse corrispondenti a un certo numero di posizioni del centro. Per tutte le altre posizioni intermedie il problema si risolve interpolando.

2. — Il presente metodo grafico dà in modo diretto e rigoroso la soluzione nel caso generale: quando cioè si ammetta nel materiale l'attitudine a reagire per tensione fino ad un valore unitario massimo t, come è da supporsi avvenga nei prismi costituiti da conci collegati con materia cementante. La posizione dell'asse r, che limita la sezione reagente, e che non è più, come nell'ipotesi enunciata nel n. 1, luogo delle tensioni nulle,

Digitized by Google

resta anche in questo caso determinata in modo univoco, se si ritiene applicabile con rigore la formola del Navier per la presso-flessione fino al limite di rottura per tensione.

Il metodo qui svolto però conduce in modo diretto al risultato, solo quando si tratti di sezioni che ammettono un *diametro* x, passante pel centro di sollecitazione X. Poichè allora è lecito conchiudere subito che l'asse neutro s, e quindi la retta r, devono essere paralleli alle corde bisecate da x, cioè averne la direzione coniugata.

In vero, non potendovi essere due soluzioni distinte del problema, basterà provare che la supposta orientazione degli assi è sempre conciliabile colle condizioni del quesito. In fatti, in conseguenza di essa, le pressioni elementari avranno in tutti i punti di ciascuna corda coniugata ad x il medesimo valore. Quindi il punto di applicazione della loro risultante apparterrà certo alla mediana comune x, e potrà sempre, per un'opportuna scelta della r, venir a coincidere con X, com'è richiesto dall'equilibrio di ogni porzione del prisma.

3. — Sia O l'estremo del diametro x più vicino al centro di sollecitazione, y l'asse uscente da O nella direzione coniugata ad x, obliqua in generale, normale nel caso della figura, per la quale si scelse un esempio importante nelle applicazioni: la sezione a corona circolare della muratura di un camino da officina. Siano u, v, l le distanze del centro X (o, ciò che fa lo stesso, della corda i, a cui appartiene) e delle rette s ed r dall'asse y, misurate parallelamente ad x.

Se dallo stesso asse y e nella stessa direzione si misurano le ascisse x dei punti della sezione, la tensione unitaria in uno qualunque di essi alla sinistra di r sarà data da:

$$\sigma = C(x - v), \tag{1}$$

ove C è una costante di valore ben determinato in ogni caso speciale. Come elemento di area conviene scegliere la striscia compresa fra due corde di ascisse x ed $x + dx$, poichè in tutti i suoi punti σ ha lo stesso valore. La tensione elementare corrispondente si esprime allora con

$$\sigma dF = 2Cy(x - v)dx ,$$

Digitized by Google

se y indica il segmento di ordinata, che il contorno limitante la sezione stacca da ciascuna parte del diametro x, e quindi $2y$ è la lunghezza della corda distesa su detta ordinata.

Per l'equilibrio fra lo sforzo normale esterno N e le tensioni distribuite sulla parte reagente della sezione, occorre che la somma algebrica di queste ultime sia:

$$2C\int_0^l y(x-v)dx = N, \tag{2}$$

e che il punto di applicazione della loro risultante appartenga ad i, poichè allora, per quanto è stato detto, cadrà certo in X. Deve quindi essere:

$$2C\int_0^l y(x-v)(x-u)dx = 0. \tag{3}$$

Alle (2) e (3), che esprimono algebricamente le condizioni generiche del problema, se ne deve aggiungere un'altra da cui risulti, che la tensione positiva massima σ_1, che si verifica nei punti della r, è uguale al valor limite ammessibile t. Cioè, come si deduce dalla (1):

$$\sigma_1 = C(l-v), \qquad \sigma_1 = t. \tag{4}$$

La posizione degli assi s ed r dev'essere tale, che le corrispondenti ascisse v ed l soddisfino le tre uguaglianze scritte.

4. — Si tracci in primo luogo un diagramma $OMXD$ le cui ordinate y_1 siano proporzionali ad $y(x-u)$. Esso si costruisce per punti, portando sull'asse y in OA per ogni valore dell'ascissa la semicorda y corrispondente; proiettandone l'estremo A da un polo P situato sul prolungamento di x ad una distanza a arbitraria; e conducendo da X la parallela ad ogni proiettante, fino ad intersecare in M l'ordinata presa in esame. Si ha dalla figura, anche nel caso di assi obliqui:

$$y_1 = \frac{1}{a}\,y(x-u);$$

quindi la (3) diventa:

$$\int_0^l y_1(x-v)dx = 0. \tag{3'}$$

Digitized by Google

Essa esprime che, rispetto all'asse neutro s, la porzione del diagramma di ordinate y_1, limitata alla parte reagente della sezione, ha momento nullo.

Considerato quindi detto diagramma come un diagramma di carico, se ne deduca la curva funicolare p_1. Per comodità delle costruzioni che seguono, conviene scegliere una parallela all'asse y per portarvi nel dovuto senso, a partire da un punto o, le misure delle aree, e prendere il polo P_1 sull'orizzontale per o. Nella figura fu scelta la i stessa. Del resto base di riduzione e distanza polare sono affatto arbitrarie.

L'intersezione S della tangente iniziale alla p_1 (che, per la scelta fatta del polo P_1, è l'orizzontale EH) colla tangente relativa ad un punto qualunque R_1 dà in posizione l'asse neutro s, supposta reagente la sola parte della sezione alla sinistra dell'ordinata r passante per R_1. In fatti rispetto ad s, per una nota proprietà della curva funicolare, è nullo il momento statico della porzione del diagramma delle y_1 alla sinistra di r.

Se p_1 è stato dedotto come poligono funicolare, la determinazione di s è rigorosa soltanto per assi r coincidenti colle ordinate, che servirono a scomporre il diagramma delle y_1 in striscie. Se in vece lo si costruì come 2ª integrale, per es. con un integrafo, la tangente e quindi il punto S è facile a dedursi per ogni posizione di R_1 con esattezza.

Come caso speciale, se si ritiene il solido assolutamente inetto a resistere a sforzi di tensione, gli assi s ed r vengono a sovrapporsi in s_0, che resta subito determinato dall'intersezione S_0 della curva funicolare p_1 colla sua tangente iniziale.

Il problema di Mohr è così risolvibile in modo diretto, tracciando il diagramma delle y_1 e il poligono funicolare ad esso relativo fino al punto in cui interseca il suo primo lato.

5. — Nel caso generico la precedente costruzione dà infinite coppie possibili di assi r ed s. Trattasi di determinare quella per la quale è soddisfatta la seconda delle (4). A questo scopo bisogna ancora tracciare un diagramma, del quale ogni ordinata, misurata nella direzione y, dia il valore della tensione positiva massima σ_1 nell'ipotesi che ad essa si limiti la sezione reagente.

Digitized by Google

Eliminando la costante C fra la (2) e la prima delle (4), si ha:

$$\sigma_1 = \frac{N(l - v)}{2\int_0^l y(x - v)dx}; \tag{5}$$

espressione facilmente interpretabile per via grafica, ricorrendo alla curva funicolare p_2 del diagramma di ordinate $2y$, a cui si può ridurre la sezione trasversale del prisma. Nel caso della figura, come si è già fatto costruendo la linea $OMXD$, dalle ordinate del contorno esterno vanno dedotte pel tratto AB quelle della semicirconferenza, che limita internamente la sezione, per avere le semicorde y che figurano nella (5).

Sia b la base scelta per misurare le aree delle singole striscie con segmenti, che si vedono portati l'un dopo l'altro a partire da H fino in K sull'ordinata estrema della figura. Sia n la distanza polare P_2H colla quale si è costruito il poligono funicolare p_2. Anche qui, per semplificare le costruzioni, si scelse P_2 sull'orizzontale per H, e si potè quindi far coincidere il 1° lato di p_2 colla stessa EH, che è tangente iniziale della curva funicolare p_1.

Ciò posto, per una coppia qualunque di assi s ed r si consideri il segmento $\eta = ST$, che sul 1° di essi è determinato dalla tangente a p_2 nel punto R_2, in cui p_2 è tagliato dal 2° (*), Detto segmento misura, ridotto alla base bn, il momento statico $2\int_0^l y(x - v)dx$ della porzione di sezione alla sinistra di r e rispetto ad s.

La (5) si può perciò riscrivere così:

$$\sigma_1 = \frac{N}{bn} \cdot \frac{l - v}{\eta}. \tag{5'}$$

Grazie allo speciale raggruppamento delle figure, i segmenti $l - v$ ed η sono già in posizione i lati di un triangolo noto STR. Se quindi in una scala arbitraria, scelta per le tensioni unitarie,

(*) Se p_2 si costruisce come poligono funicolare, siccome i suoi lati sono esattamente le tangenti alla curva funicolare nei punti situati sulle dividenti, conviene scegliere le stesse ordinate dividenti che servirono al tracciamento di p_1 per aver senz'altro e con tutta la desiderabile esattezza la tangente R_2T corrispondente ad ogni coppia rs definita dal poligono p_1.

Digitized by Google

si porta in direzione parallela ad x un segmento $S_0I = \frac{N}{bn}$, e su esso, preso come omologo al lato ST (Cfr. il complemento a della figura), si costruisce un triangolo S_0IZ' simile a TSR, il lato IZ', parallelo ad ST, misura nella medesima scala la tensione σ_1.

Nel caso di assi ortogonali si ottiene più facilmente IZ', conducendo per S_0 la normale a TR.

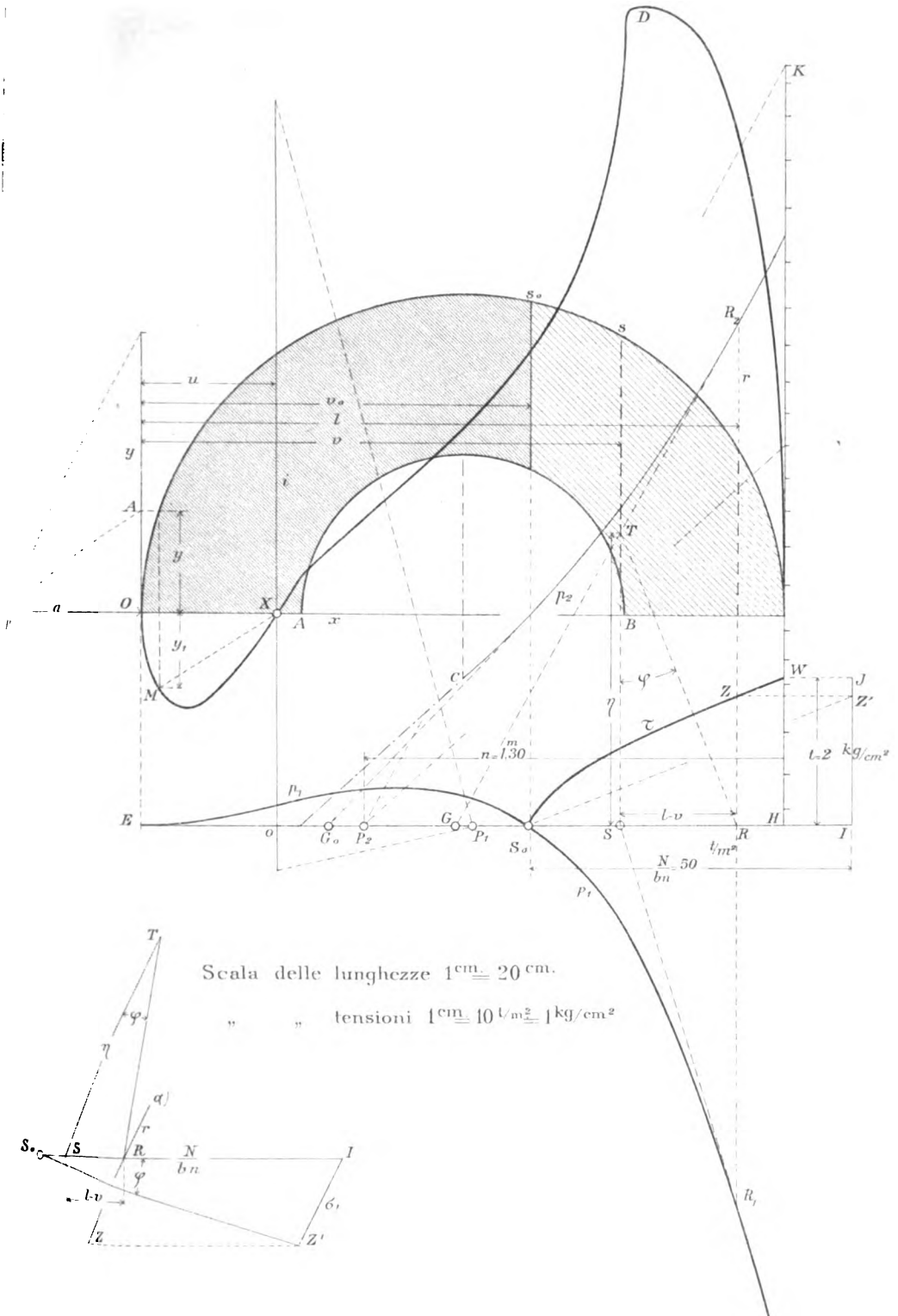
Proiettando poi Z' parallelamente ad x sull'asse r in Z, e ripetendo la costruzione per altre coppie possibili di assi s ed r, si ottiene per punti una linea τ, che limita il diagramma delle tensioni σ_1. Sono estremi di detta linea: a sinistra il punto S_0, poichè ad esso corrisponde una tensione positiva nulla, come risulta dal caso speciale studiato alla fine del n. 5; a destra W, la cui ordinata HW misura la tensione unitaria, che si verificherebbe nel lembo della sezione più lontano dal centro X, se tutta quanta reagisse. È quindi facile un controllo, se la sezione del prisma è, come nell'esempio trattato, una figura di cui si conosca il momento centrale d'inerzia rispetto alla direzione coniugata della x.

6. — Tracciata la linea τ (o anche solo una parte di essa, se si può prevedere in qual tratto verrà utilizzata), basta cercarvi il punto Z di ordinata uguale al valor limite t, che si intende di ammettere. La parallela condotta per esso all'asse y dà senz'altro la corda r, che limita la sezione reagente, e la p_1 fornisce in conseguenza l'asse neutro corrispondente s.

Per valutare le tensioni unitarie nei singoli elementi allineati su di una parallela qualsiasi al diametro x, conviene costruirne il diagramma, che è rettilineo, di ordinata nulla nei punti dell'asse s e di ordinata uguale alla compressione media $\frac{N}{F_1}$ in corrispondenza dell'asse baricentrico della sezione reagente F_1. Anche a questo scopo serve la curva funicolare p_2, che determina detto asse coll'intersezione G della sua tangente iniziale colla R_2G: finalmente la parallela ad R_2G condotta per P_2 stacca sulla HK un segmento, che, moltiplicato per b, misura l'area F_1.

Digitized by Google

Lit. Salussolia, Torino

Digitized by Google

7. — L'esempio illustrato nella figura suppone uno sforzo normale eccentrico in X di 65 t. La sezione a corona circolare di raggi rispettivamente uguali a 1. m. ed a m. 0,50 reagirà fino ad s_0, se inetta a sopportare sforzi di tensione, ovvero fino ad r se la tensione specifica massima a cui può resistere è di 2 $\frac{\text{Kg.}}{\text{cm}^2}$. Nel primo caso, come risulta dalle costruzioni accennate al n. 6, e non riprodotte nella figura, la compressione unitaria in O raggiunge 9 $\frac{\text{Kg.}}{\text{cm}^2}$, nel secondo discende a 8,1 $\frac{\text{Kg.}}{\text{cm}^2}$.

Del poligono funicolare p_2, si potè limitarsi a tracciare la seconda metà, essendo facile determinarne numericamente l'ordinata in corrispondenza dell'ascissa di mezzo, e quindi il punto C dal quale se ne cominciò la costruzione. Fu inoltre scelto quale base di riduzione b un metro, e quale distanza polare n una lunghezza espressa da un numero in rapporto semplice coll'intensità N della sollecitazione esterna, come è buona regola, quando non vi siano ragioni speciali per adottare altri valori.

Digitized by Google

Sulla teoria generale delle grandezze e dei numeri.

Nota di C. BURALI-FORTI in Torino.

Il sig. E. V. Huntington ha recentemente pubblicati alcuni interessanti e notevoli articoli (*) nei quali dà i sistemi di postulati atti a definire, rispettivamente, le *grandezze*, gli *interi*, i *razionali*, i *numeri reali*. I postulati per le grandezze non nulle, e dei quali è dimostrata l'*assoluta indipendenza*, sono in numero di *sei* e tra essi non è compresa la proprietà commutativa della somma, che l'A. dimostra, valendosi dei numeri interi e del postulato della continuità, il che costituisce un notevole progresso sui lavori precedenti relativi allo stesso argomento (**). L'A. viene così a definire, con procedimento rigorosamente logico, gli enti dei quali si serve l'*Analisi*, grandezze e numeri, mediante postulati, il cui numero, è quello dei postulati per le grandezze, aumentato del numero dei postulati atti a definire le tre classi di numeri. — Nelle mie *Propriétés formales*, i *numeri* (interi, razionali, reali) sono *definiti formalmente* (definizione *nominale*) per mezzo dei postulati per le grandezze; risulta quindi la possibilità, di far dipendere gli enti di cui si serve l'analisi, dai soli postulati per le grandezze.

(*) " Transactions of the American Mathematical Society ". — *A complete set of postulates for the theory of absolute continuous magnitude* (1902). — *Complete sets of postulates for the theories of positive integral and positive rational numbers* (1902). — *Complete sets of postulates for the theory of real quantities* (1903).

(**) C. Burali-Forti, *Propriétés formales des opérations algébriques*, RdM, t6, 1900. — In questo lavoro i postulati per le grandezze, compresa la grandezza nulla, sono *nove*, tra i quali si trova la proprietà commutativa. Il sistema di condizioni I-VIII del n° 2 di questa nota, coincide col sistema di postulati ora indicato da cui si tolga la proprietà commutativa; differisce da quello del sig. Huntington in quanto è anche atto ad individuare la grandezza nulla, ed esprime il postulato della continuità indipendentemente dal concetto di successione e, quindi, di intero.

Digitized by Google

Essendo questo lo stato attuale della trattazione logica della teoria delle grandezze e dei numeri, credo opportuno ripresentare, in questa nota, le definizioni generali di grandezza e numero, sotto forma alquanto diversa, e più semplice, di quella contenuta nelle *Propriétés formales*, approfittando dei perfezionamenti portati dal Sig. Huntington alla teoria delle grandezze, e facendo inoltre vedere come sia possibile, dare alla trattazione forma logica tale, da potere affermare che l'*analisi è assolutamente indipendente da Postulati* (*).

Espongo ora brevemente il contenuto di questa nota. — Nel n° 1 si definisce l'*operazione* in generale, che comprende, come casi particolari, le ordinarie operazioni indicate dai segni $+ - \times /$, e si definiscono altre notazioni atte ad abbreviare la scrittura nei n[i] seguenti. — Nel n° 2 si definisce, *formalmente*, la " classe di grandezze rispetto ad un'operazione f ", come quella classe u per gli elementi della quale f è un'operazione, e, inoltre, gli u e l'operazione f godono delle proprietà espresse dalle prop. I-VIII, che si dimostrano assolutamente indipendenti. Qui giova notare esplicitamente che *tutto* vien *definito formalmente* mediante gli *enti logici*, che si suppongono noti (**), e che, quindi, non comparendo *enti primitivi* (cioè *non definibili*), le proprietà I-VIII non sono postulati, nel senso che si attribuisce ordinariamente a tale termine, ma semplicemente delle *condizioni* che è in nostro *arbitrio* scegliere a seconda dello *scopo pratico* che vogliamo raggiungere; e poichè dall'ente definito grandezza si deducono (n[i] 5, 7, 8) i numeri, senza introdurre enti primitivi, risulta immediatamente esser l'Analisi indipendente da qualsiasi postulato (***). — Nei n[i] 3, 4, 5 vengono

---

(*) Tale frase è attribuita a Weierstrass. — Basta che dai postulati siano indipendenti le grandezze e i numeri, poichè, come risulta dal *Formulaire Mathématique* di G. Peano, il *limite*, la *derivata*, l'*integrale*, ecc., si ottengono mediante *definizioni nominali*.

(**) Senza la conoscenza di essi nessuna definizione o trattazione è possibile.

(***) Lo stesso, del resto, può dirsi per *tutte* le scienze ipotetico-deduttive, quando si ritengano noti gli enti logici. Nulla impedisce, ad es., di prendere come *enti primitivi* il *punto* e il *moto*, e, come ha fatto il Prof. M. Pieri, individuare tali enti geometrici mediante un sistema A di *proposizioni pri-*

Digitized by Google

definiti, pure formalmente, i numeri interi; prima relativi ad una classe di grandezze, poi assoluti. — Nel n° 6 indichiamo come mediante il citato teorema del Sig. HUNTINGTON si possano collegare le cose precedenti con quanto si trova già esposto nelle *Propriétés formales*. — Nei n[i] 7, 8 si definiscono i razionali e i numeri reali. — Nel n° 9 si indica come è possibile ottenere, mediante il concetto logico di *funzione definita*, le grandezze e i numeri *relativi* (col segno), evitando così anche altri sistemi di postulati escogitati per introdurre i numeri positivi e negativi. — Finalmente, nel n° 10, stabilita la relazione tra una classe di grandezze omogenee e la classe Q_0 dei numeri reali, e dimostrato come la *somma* di due grandezze della classe sia indipendente dall'operazione f che comparisce nelle I-VIII, si definisce formalmente la notazione $a + b$ che viene ad avere il significato che usualmente si attribuisce ad essa.

Mi servo delle notazioni simboliche del FORMULAIRE MATHÉMATIQUE *publié par* G. PEANO (edizione del 1902-03), senza dare di esse spiegazione perchè generalmente note. I confronti col *Formulaire* sono fatti volta per volta.

Per le proposizioni che non sono dimostrate il lettore consulti le già citate *Propriétés formales*, alle quali pure rimando per ciò che riguarda la trattazione completa della teoria delle grandezze e dei numeri per la via indicata da questa nota.

1. — Alcune notazioni fondamentali.

$\cdot 0 \quad u \epsilon \mathrm{Cls} . \supset . \mathrm{Op}u = f \ni [x, y \epsilon u . \supset_{x,y} . xfy \epsilon u]$ *Df*

„ „ = operazione per gli u.

---

mitive o *postulati*: ma è anche possibile una *definizione nominale* del gruppo *punto, moto,* sotto la forma simbolica seguente

$$(\text{punto}; \text{moto}) = \imath(u;v) \ni [u \epsilon \mathrm{Cls} . v \epsilon \mathrm{Cls}'(ufu) . A]$$

e, in tal caso, A è un gruppo di *condizioni* che *liberamente poniamo* e che devono essere verificate affinchè si possa dire che u, v sono, rispettivamente, i due enti che a noi *piace* chiamare *punto* e *moto*. Il gruppo di condizioni A *diviene* un gruppo di *postulati*, nel senso usuale, quando si vuol dare a *punto* e *moto* il significato *fisico* ordinario, poichè in tal caso *si dimanda che le proprietà* A *siano ammesse come sperimentalmente vere*, e lo si dimanda perchè l'esperienza non è in grado di darci quanto le chiediamo (ad es., le tre geometrie, ellittica, parabolica, iperbolica).

Digitized by Google

Ogni simbolo che posto tra due elementi qualunque di u produce un determinato u, chiamasi operazione per gli u. Segue, ad es., che

$$+, -, \times \,\epsilon\, \mathrm{Op}\,\mathrm{q} \qquad / \epsilon\, \mathrm{Op}(\mathrm{q}\text{-}\iota 0) \qquad - \text{-}\epsilon\, \mathrm{Op}\mathrm{Q}_0.$$

Se $f \epsilon \mathrm{Op}u$ e $x, y, z \epsilon u$, con le notazioni $(xfy)fz$, $xf(yfz)$ si indicano, in virtù della ·1, determinati elementi di u. Analogamente per quattro o più elementi di u.

·01 $\mathrm{Op} = f \ni \exists \mathrm{Cls} \frown u \ni (f \epsilon \mathrm{Op}u)$ *Df*

„ = operazione.

$u \epsilon \mathrm{Cls} . f \epsilon \mathrm{Op}u . \supset :$

·1 $v, w \epsilon \mathrm{Cls}'u . \supset . vfw = x \ni \exists (v ; w) \frown (y ; z) \ni [x = yfz]$ *Df*

·11 $v \epsilon \mathrm{Cls}'u . a \epsilon u . \supset . vfa = vf(\iota a) . afv = (\iota a)fv$ *Df*

·2 $\mathrm{Nul}(u, f) = u \frown x \ni [y \epsilon u . \supset_y . xfy = y]$ *Df*

„ = elemento di u, nullo rispetto ad f.

Ad es., $\mathrm{Nul}(\mathrm{q}, +) = \mathrm{Nul}(\mathrm{q}, -) = \iota 0$

$\mathrm{Nul}(\mathrm{q}, \times) = \mathrm{Nul}(\mathrm{q}\text{-}\iota 0, /) = \iota 1$

·3 $a \epsilon u . \supset . \theta(u, f)a = u \frown x \ni [a \epsilon xf(u\text{-}\mathrm{Nul}(u, f))]$ *Df*

„ „ = minore di a, nella classe u, rispetto ad f.

Sono notevoli i seguenti esempi:

$a \epsilon \mathrm{Q}_0 . \supset . \theta(\mathrm{Q}_0, +)a = \mathrm{Q}_0 \frown x \ni (x < a)$

$a \epsilon \mathrm{q} . \supset . \theta(\mathrm{q}, +)a = \theta(\mathrm{q}, -)a = \mathrm{q}\text{-}\iota a$

$a \epsilon \mathrm{q}\text{-}\iota 0 . \supset . \theta(\mathrm{q}, \times)a = \theta(\mathrm{q}\text{-}\iota 0, /)a = \mathrm{q}\text{-}\iota 0$

$a \epsilon \mathrm{N} . \supset . \theta(\mathrm{N}, \times)a = \mathrm{N} \frown a/\mathrm{N} . \theta(\mathrm{N}, /)a = \mathrm{N}a .$

·31 $v \epsilon \mathrm{Cls}'u . \supset . \theta(u, f)v = x \ni \exists v \frown y \ni [x \epsilon \theta(u, f)y]$ *Df*

„ „ = minore di qualche v, nella classe u, rispetto all'operazione f.

Digitized by Google

·4 $\mathrm{ClsLim}fu = \mathrm{Cls}'u \cap v\ni[\exists v . \exists u\text{-}\theta(u,f)v]$ Df

„ = classe esistente, formata con gli u e limitata rispetto ad f.

2. — Grandezze.

·1 $f\epsilon\mathrm{Op} . \supset . \mathrm{Grand}f = \mathrm{Cls} \cap u\ni[f\epsilon \mathrm{Op}u \therefore$

[I] $x,y,z\epsilon u . xfz = yfz . \supset_{x,y,z} . x=y \therefore$

[II] $\exists \mathrm{Nul}(u,f) \therefore$

[III] $\exists u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) \therefore$

[IV] $x\epsilon u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) . y\epsilon u . \supset_{x,y} . xfy \epsilon u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) \therefore$

[V] $x,y,z\epsilon u . \supset_{x,y,z} . xf(yfz) = (xfy)fz \therefore$

[VI] $x,y\epsilon u . \supset_{x,y} : x\epsilon yfu . \cup . y\epsilon xfu \therefore$

[VII] $x\epsilon u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) . \supset_x . \exists \theta(u,f)x\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) \therefore$

[VIII] $v\epsilon \mathrm{ClsLim}fu . \supset_v . \exists u \cap x\ni(\theta(u,f)x = \theta(u,f)v)]$ Df

Essendo f un'operazione si dirà che " u è una classe di grandezze, rispetto all'operazione f „, quando: f è un'operazione per gli u, ed f ed u soddisfano alle condizioni espresse dalle proposizioni [I]-[VIII]. Le *otto condizioni* ora indicate formano un sistema *assolutamente indipendente*, poichè, definiti u ed f come negli esempi (I)-(VIII) seguenti, u ed f non verificano la corrispondente proposizione [I]-[VIII] e verificano tutte le altre.

(I) $u = \iota 0 \cup \iota 1$ e f è definita ponendo $0f1 = 1f0 = 1$, $0f0 = 0$, $1f1 = 1$.

(II) $u = \mathrm{Q}$ e f è l'operazione $+$.

(III) $u = \iota 0$ „ „ „

(IV) $u = \mathrm{q}$ „ „ „, (*)

(V) $u = \mathrm{Q}_0$ e f è definita in modo che, qualunque siano gli elementi a, b di u, si abbia $afb = a + b/2$.

(*) Si osservi che se $v\epsilon \mathrm{ClsLim} + \mathrm{q}$ deve esistere un numero reale (q) a tale che $v = \iota a$; in tal caso l'elemento x di u, di cui la VIII afferma l'esistenza, è appunto il numero a e quindi la VIII è vera.

Digitized by Google

(VI) $u = \iota 0 \cup (1 + Q)$ e f è l'operazione $+$.

(VII) $u = N_0$ „ „ „.

(VIII) $u = R_0$ „ „ „.

Se $u = Q_0$ e f è l'operazione $+$ allora, tutte le proposizioni [I]-[VIII] sono verificate, vale a dire

$$Q_0 \,\varepsilon\, \mathrm{Grand}+:$$

della stessa proprietà godono le *lunghezze*, *aree*, *volumi* (grandezze geometriche) rispetto alla *somma* ($+$) definita geometricamente per esse. Da ciò risulta che i *numeri reali* (assoluti) sono grandezze, ma che *esistono altresì grandezze che non sono numeri.*

·2 $f \varepsilon \mathrm{Op} . u \varepsilon \mathrm{Grand} f . \supset . 0(u,f) = \text{℩}\mathrm{Nul}(u,f)$ *Df*

„ „ = l'elemento di u che è nullo rispetto ad f.

·3 $\mathrm{Hp}\cdot 2 . \supset . 0(u,f) \,\varepsilon\, u$ [I, II]

La classe u di grandezze, rispetto all'operazione f, contiene un solo elemento nullo; ciò dipende dalle condizioni [I], [II]. Si ha, ad es., $0(q,+) = 0(q,-) = 0$, $0(q,\times) = 1$, $0(q\text{-}\iota 0,/) = 1$.

3. — Interi relativi ad una classe di grandezze.

$f \varepsilon \mathrm{Op} . u \varepsilon \mathrm{Grand} f . a \varepsilon u . \supset \therefore$

·1 $\mathrm{Mult}(a,u,f) = \text{℩}\mathrm{Cls}'u \cap v \ni [0(u,f) \varepsilon v : vfa \supset v : x \varepsilon \mathrm{Cls}'v . 0(u,f) \varepsilon x . xfa \supset x . \supset_x . v \supset x]$ *Df*

„ = multipli di a, nella classe u, rispetto ad f.

Diciamo che v è la classe dei “ multipli di a, nella classe u, rispetto all'operazione f ”, quando: 1° l'elemento di u, nullo rispetto ad f, appartiene a v: 2° qualunque sia l'elemento y di v sempre si ha che yfa (*seguente* di y, nella classe u, rispetto ad f ed a) è un elemento di v (cioè $vfa \supset v$): 3° qualunque classe x, formata con i v, e soddisfacente alle condizioni 1ª e 2ª, ora enun-

Digitized by Google

ciate, è la stessa classe v. La legge di formazione dei multipli di a è la *legge d'induzione* (o argomentazione da a ad $a+1$). — Se, ad es., $a \epsilon Q$ allora,

$\mathrm{Mult}(a, Q_0, +) =$ multipli positivi di a

$\mathrm{Mult}(a, q, -) =$ multipli negativi di a

$\mathrm{Mult}(a, Q_0, \times) =$ potenze di a, ad esponente intero e positivo.

$\mathrm{Mult}(a, Q, /) =$ potenze di a, ad esponente intero e negativo.

·2 $N_0(f,u,a) = \mathrm{Mult}(a,u,f)\, \mathrm{F}\, \iota a$ *Df*

„ = intero (numero) relativo ad f,u,a.

Ogni intero, relativo ad f,u,a, è una *funzione definita* (Cfr. *Formulaire*, p. 126) nella classe ιa " gli eguali ad a ", che ad a fa corrispondere un " multiplo di a nella classe u rispetto all'operazione f ". Giova notare che se $b \epsilon \mathrm{Mult}(a,u,f)$ esiste un solo elemento m di $N_0(f,u,a)$ tale che $ma = b$: invero; se m, n sono elementi di $N_0(f,u,a)$ e $ma = b$, $na = b$, allora $ma = na$, e, quindi, $m = n$ (l. c., p. 126 P1·2), poichè a è l'unico elemento del campo di variabilità di ogni elemento di $N_0(f,u,a)$.

·3 $0(f,u,a) = \imath N_0(f,u,a) \frown x \ni [xa = 0(u,f)]$ *Df*

„ = l'intero nullo rispetto ad f,u,a.

·4 $m \epsilon N_0(f,u,a) . \supset . \mathrm{seq}(f,u,a)m = \imath N_0(f,u,a) \frown x \ni [xa = (ma)fa]$ *Df*

„ „ „ = seguente, rispetto ad f,u,a, di m.

Le seguenti prop. ·50-·55 corrispondono, ordinatamente, alle proposizioni primitive date nel *Formulaire* (p. 31) per definire gli elementi, pure primitivi, N_0, 0, $m+$, che corrispondono agli elementi $N_0(f,u,a)$, $0(f,u,a)$, $\mathrm{seq}(f,u,a)m$. La loro dimostrazione è semplicissima e per ciò l'abbiamo omessa.

·50 $N_0(f,u,a) \epsilon \mathrm{Cls}$

·51 $0(f,u,a) \epsilon N_0(f,u,a)$ [I, II]

·52 $m \epsilon N_0(f,u,a) . \supset . \mathrm{seq}(f,u,a)m \epsilon N_0(f,u,a)$

Digitized by Google

·53 $s \varepsilon \mathrm{Cls}'\mathrm{N}_0(f,u,a) \,.\, 0(f,u,a) \varepsilon s : x \varepsilon s \,.\!\supset_x.\, \mathrm{seq}(f,u,a)x \varepsilon s :\supset.\, \mathrm{N}_0(f,u,a) \supset s$

·54 $m,n \,\varepsilon\, \mathrm{N}_0(f,u,a) \,.\, \mathrm{seq}(f,u,a)\,m = \mathrm{seq}(f,u,a)\,n \,.\!\supset.\, m = n$ [I]

·55 $a -= 0(u,f) \,.\, m \varepsilon \mathrm{N}_0(f,u,a) \,.\!\supset.\, \mathrm{seq}(f,u,a)\,m -= 0(f,u,a)$ [IV]

La P·53 è la legge d'induzione, già implicitamente contenuta nella P·1 che definisce i multipli di a.

Giova osservare che le P·50-·54 sussistono qualunque sia a; la P·55 invece richiede che a non sia l'elemento di u nullo rispetto ad f.

·6 $\mathrm{N}_0[f,u,0(u,f)] = \iota\, 0[f,u,0(u,f)]$ [P·4·53.⊃.P]

·7 $\mathrm{Mult}[0(u,f),u,f] = \mathrm{Nul}(u,f)$ [P·2·6.⊃.P]

4. — Relazione tra due classi $\mathrm{N}_0(f,u,a)$.

$f,f' \varepsilon \mathrm{Op} \,.\, u \varepsilon \mathrm{Grand}f \,.\, u' \varepsilon \mathrm{Grand}f' \,.\, a \varepsilon u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) \,.\, a' \varepsilon u'\text{-}\mathrm{Nul}(u',f') \,.\!\supset:$

·1 $[\mathrm{N}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{N}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} = [\mathrm{N}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{N}_0(f,u,a)]\mathrm{rcp} \cap h\ni$
$[h\,0(f,u,a) = 0(f',u',a') : x \varepsilon \mathrm{N}_0(f,u,a) \,.\!\supset_x.\, h\,\mathrm{seq}(f,u,a)x =$
$\mathrm{seq}(f',u',a')hx]$ Df

Diciamo che " h è una corrispondenza *ordinata* tra gli $\mathrm{N}_0(f,u,a)$ e gli $\mathrm{N}_0(f',u',a')$ " quando h è una corrispondenza reciproca tra le stesse classi ed è tale che: allo zero di $\mathrm{N}_0(f,u,a)$ fa corrispondere lo zero di $\mathrm{N}_0(f',u',a')$, e se x è un $\mathrm{N}_0(f,u,a)$ qualunque, al seguente di x fa corrispondere il seguente del corrispondente di x.

·2 $\exists[\mathrm{N}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{N}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord}$

" Esiste sempre almeno una corrispondenza ordinata tra due classi di N_0 ". — Su questa proposizione è intieramente basata la definizione di intero assoluto: diamo, per ciò, un cenno della sua dimostrazione.

(a). — Se x è un $\mathrm{N}_0(f,u,a)$ si ponga

$$\mathrm{M}(f,u,a)x = \mathrm{N}_0(f,u,a) \cap y\ni[xa \,\varepsilon\, (ya)fu].$$

(b). — " Se $x \varepsilon \mathrm{N}_0(f,u,a)$ allora: esiste un x' di $\mathrm{N}_0(f',u',a')$ tale che tra le due classi $\mathrm{M}(f,u,a)x$, $\mathrm{M}(f',u',a')x'$ si può stabilire

una corrispondenza ordinata del tipo ·1 „. Infatti: il teorema è vero quando $x = 0(f,u,a)$; se è vero per x, è pure vero per $\text{seq}(f,u,a)x$; quindi, in virtù della legge d'induzione, è vero per ogni $N_0(f,u,a)$.

Da (a), (b), (c) e dalla ·1 si deduce il teorema.

·21 $h,k \epsilon [N_0(f',u',a') \, \mathrm{f} \, N_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} \, . \, x \epsilon N_0(f,u,a) \, . \supset . \, hx = kx.$

In altri termini: " esiste una, ed una sola corrispondenza ordinata tra gli $N_0(f,u,a)$ e gli $N_0(f',u',a')$ „.

Se osserviamo (3·2) che applicando ad a tutti gli elementi della classe $N_0(f,u,a)$ si trova la classe $\text{Mult}(a,u,f)$, allora dalle prop. ·1·2·21 risulta che: indicati, come nell'uso comune, gli elementi della classe $N_0(u,f,a)$ con i simboli

$$0, \ 1, \ 2, \ 3, \ \ldots,$$

con i medesimi simboli si possono indicare gli elementi della classe $N_0(f',u',a')$ che corrispondono ai precedenti rispetto alla corrispondenza ordinata definita dalla ·1 e della quale le ·2·21 dimostrano l'esistenza e l'univocità. Ciò si fa implicitamente nell'uso comune, sia quando gli interi si definiscono mediante le grandezze, sia quando si definiscono mediante postulati: nel primo caso, perchè si attribuiscono a tutte le grandezze, dei simboli definiti mediante una classe di esse: nel secondo, perchè i postulati sono verificati, sostituendo al termine *intero* anche altri termini come *classe finita*, $N_0(f,u,a)$ (*).

·3 $h \epsilon [N_0(f',u',a') \, \mathrm{f} \, N_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} \, . \, x \epsilon N_0(f,u,a) \, . \supset . \, hx = x$ *Df*

Con questa def. stabiliamo di indicare gli elementi della classe $N_0(f,u,a)$ con simboli indipendenti da f,u,a, il che ci permette di definire formalmente gli interi assoluti con la sola dipendenza dagli *enti logici*, operazione, grandezza, come facciamo nel n° seguente.

(*) Cfr. C. Burali-Forti, *Le classi finite* (" Atti Acc. Torino „), *Propriétés formales*..... l. c., questa nota P3·50-·55.

Digitized by Google

5. — Interi assoluti.

·1 $N_0 =$ $\iota x \ni [f \epsilon \mathrm{Op} . u \epsilon \mathrm{Grand} f . a \epsilon u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) . \supset_{f,u,a} . x = N_0(f,u,a)]$ *Df*

·2 $0 =$ $\iota N_0 \cap x \ni [\ldots\ldots x = 0(f,u,a)]$ · *Df*

·3 $m \epsilon N_0 . \supset . \mathrm{seq} m = \iota N_0 \cap x \ni [\ldots\ldots x = \mathrm{seq}(f,u,a) m]$ *Df*

Gli elementi N_0, 0, seq$m$, ora *definiti formalmente,* corrispondono agli elementi primitivi N_0, 0, $m+$ del *Formulaire*; godono delle stesse proprietà di questi, come risulta dalle seguenti prop. ·40-·45 che sono le prop. primitive del *Formulaire* (p. 31), ma non possiamo *logicamente* affermare che siano la stessa cosa degli enti primitivi N_0, 0, $m+$. Abbiamo, ciononostante, conservate le notazioni N_0, 0, non essendovi, in questa nota, pericolo di equivoco. La stessa osservazione si intende ripetuta per i simboli R_0 e Q_0 che definiamo nei n[i] 7, 8, il cui confronto con i corrispondenti elementi del *Formulaire* si intende fatto rispetto alle proprietà formali.

·40 $N_0 \epsilon \mathrm{Cls}$

·41 $0 \epsilon N_0$ [I, II]

·42 $m \epsilon N_0 . \supset . \mathrm{seq} m \, \epsilon N_0$

·43 $s \epsilon \mathrm{Cls}' N_0 . 0 \epsilon s : x \epsilon s . \supset_x . \mathrm{seq} x \, \epsilon s : \supset . N_0 \supset s$

·44 $m,n \, \epsilon N_0 . \mathrm{seq} m = \mathrm{seq} n . \supset . m = n$ [I]

·45 $m \epsilon N_0 . \supset . \mathrm{seq} m -= 0$ [III, IV]

Giova notare che le condizioni [I]-[IV] sono le sole necessarie, tra quelle che definiscono una classe di grandezze, per ottenere tutte le proprietà dei numeri interi (*).

La *somma* di due interi, che nel *Formulaire* è definita per induzione (p. 31, P3·1·2), può definirsi formalmente

·5 $m,n \epsilon N_0 . \supset . m+n = \iota N_0 \cap x \ni [f \epsilon \mathrm{Op} . u \epsilon \mathrm{Grand} f . a \epsilon u . \supset_{f,u,a} . xa = (ma) f (na)]$ *Df*

e da questa def. risulta, posto $1 = \mathrm{seq} 0$, che $\mathrm{seq} m = m + 1$, ecc.

(*) Cfr. nota alla fine del n° 8.

Digitized by Google

Essendo stati definiti gli N_0 mediante le *grandezze* non nulle, ci rimane da definire il prodotto di una grandezza nulla per un intero. In virtù della P3·7 porremo

·6 $f \epsilon \mathrm{Op} . u \epsilon \mathrm{Grand} f . m \epsilon N_0 . \supset . m\, 0(u,f) = 0(u,f).$ *Df*

6. — Proprietà commutativa.

Dalle P5·40-·45 risultano, come nel *Formulaire,* tutte le proprietà degli N_0.

Se $f \epsilon \mathrm{Op}$; $u \epsilon \mathrm{Grand} f$; $a,b \epsilon u$; $m,n \epsilon N_0$, allora dalle P5·5·6 e dal principio d'induzione, (5·43, 3·1) risulta che

$$(m+n)a = (ma)f(na),\quad m(afb) = (ma)f(mb)$$

e da questo si può dedurre, come ha fatto il sig. HUNTINGTON, prima che l'operazione f è commutativa per gli elementi della classe Mult(a,u,f), poi, facendo uso delle condizioni [V]-[VIII], che f è commutativa anche per gli elementi della classe u (*). Sussistono dunque tutte le proposizioni dimostrate nelle *Propriétés formales...*

7. — Razionali.

·1 $\mathrm{HpP3} . \supset . R_0(f,u,a) = u F \iota a \frown h \ni \exists (m,n) \ni [m \epsilon N_0 . n \epsilon N . n(ha) = ma]$ *Df*

" " " = razionale, rispetto ad f,u,a.

La classe dei razionali, relativi all'operazione f alla classe u ed all'elemento a di u, è così definita mediante una delle proprietà che, nell'uso comune, sono attribuite al simbolo generico $\frac{m}{n}a$. Per le dimostrazioni delle proprietà seguenti si confronti *Propriétés formales...* l. c.

(*) Dalle sole condizioni [I]-[IV] risulta che f è anche associativa (*Formulaire*, p. 31, P4·2) per Mult(a,u,f); non può però risultare che f è associativa per gli u, poichè la condizione [V] è indipendente da tutte le altre.

Digitized by Google

$\cdot 2 \quad \mathrm{HpP4} \,.\supset .\, [\mathrm{R}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{R}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} = [\mathrm{R}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{R}_0(f,u,a)]\mathrm{rcp}$
$\cap\, h\ni[x\varepsilon\mathrm{R}_0(f,u,a)\,.\,m\varepsilon\mathrm{N}_0\,.\,n\varepsilon\mathrm{N}\,.\,n(xa) = ma \,.\supset_{x,m,n}.\, n(hxa') = ma'] \quad Df$

$\cdot 3 \quad \mathrm{HpP4} \,.\supset .\, \exists[\mathrm{R}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{R}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord}$

$\cdot 31 \quad \mathrm{HpP4}\,.\,h,k\varepsilon[\mathrm{R}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{R}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord}\,.\,x\varepsilon\mathrm{R}_0(f,u,a) \,.\supset .\, hx = kx$

$\cdot 4 \quad \mathrm{HpP4}\,.\,h\varepsilon[\mathrm{R}_0(f',u',a')\,\mathrm{f}\,\mathrm{R}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord}\,.\,x\varepsilon\mathrm{R}_0(f,u,a) \,.\supset .\, hx = x \quad Df$

Si ripetano per le P·2·3·31·4 le osservazioni fatte per le P4·1·2·21·3.

$\cdot 5 \quad \mathrm{R}_0 = \iota\, x\ni[f\varepsilon\mathrm{Op}\,.\,u\varepsilon\,\mathrm{Grand}f\,.\,a\varepsilon\, u\text{-}\mathrm{Nul}(u,f) \,.\supset_{f,u,a}.\, x = \mathrm{R}_0(f,u,a)] \quad Df$
„ = razionale.

Si confronti con la P5·1. Si ricava $\mathrm{N}_0 \supset \mathrm{R}_0$

$\cdot 6 \quad m,n\varepsilon\,\mathrm{R}_0 \,.\supset .\, m+n = \iota\mathrm{R}_0 \cap x\ni[f\varepsilon\mathrm{Op}\,.\,u\varepsilon\mathrm{Grand}f\,.\,a\varepsilon u \,.\supset_{f,u,a}.$
$xa = (ma)f(na)] \quad Df$

Questa Df si ottiene dalla 5·5 cambiando N_0 in R_0, e definisce, in generale, la *somma* di due razionali.

$\cdot 7 \quad m\varepsilon\mathrm{N}_0\,.\,n\varepsilon\mathrm{N} \,.\supset .\, m/n = \iota\mathrm{R}_0 \cap x\ni[f\varepsilon\mathrm{Op}\,.\,u\varepsilon\mathrm{Grand}f\,.$
$a\varepsilon u \,.\supset_{f,u,a}.\, n(xa) = ma] \quad Df$

Si ha così il significato usuale, *concreto*, della notazione generica m/n.

$\cdot 8 \quad m,m'\varepsilon\mathrm{N}_0\,.\,n,n'\varepsilon\mathrm{N} \,.\supset :\, m/n = m'/n' \,.=.\, mn' = nm'$

Nel *Formulaire* gli R_0 sono definiti come simboli di funzione indipendenti dal campo di variabilità (f) e, in conseguenza, la nostra P·8 è assunta come definizione (p. 94, P2·1) dell'eguaglianza dei razionali: noi possiamo dimostrarla perchè gli R_0 sono introdotti come funzioni definite in un determinato campo di variabilità (F).

Digitized by Google

8. — Numeri reali.

·0 $f \epsilon \mathrm{Op} \,.\, u \epsilon \mathrm{Grand} f \,.\, v \epsilon \mathrm{Cls}' u \,.\supset.$

$\mathrm{l}'(u,f)v = \iota u \cap x \ni [\theta(u,f)x = \theta(u,f)v]$ *Df*

„ $=$ limite superiore dei v, nella classe u, rispetto ad f.

·01 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}{\cdot}0 \,.\, v \epsilon \mathrm{ClsLimf} u \,.\supset.\, \mathrm{l}'(u,f)v \,\epsilon\, u$ [*Propriétés formales* l. c.]

·1 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}3 \,.\supset.\, \mathrm{Q}_0(f,u,a) = u \mathrm{F} \iota a \cap h \ni [\exists \mathrm{Cls}'\mathrm{R}_0 \cap v \ni [ha = \mathrm{l}'(u,f)va]]$ *Df*

·2 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}4 \,.\supset.\, [\mathrm{Q}_0(f',u',a') \,\mathrm{f}\, \mathrm{Q}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} =$
$\mathrm{Q}_0[(f',u',a') \,\mathrm{f}\, \mathrm{Q}_0(f,u,a)]\mathrm{rcp} \cap h \ni [x \epsilon \mathrm{Q}_0(f,u,a) \,.\, v \epsilon \mathrm{Cls}'\mathrm{R}_0 \,.\, xa =$
$\mathrm{l}'(u,f)va \,.\supset_{x,v}.\, hxa' = \mathrm{l}'(u',f')va']$ *Df*

·3 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}4 \,.\supset.\, \exists [\mathrm{Q}_0(f',u',a') \,\mathrm{f}\, \mathrm{Q}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord}$

·31 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}4 \,.\, h,k \,\epsilon\, [\mathrm{Q}_0(f',u',a') \,\mathrm{f}\, \mathrm{Q}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} \,.\, x \epsilon \mathrm{Q}_0(f,u,a) \,.\supset.\, hx = kx$

·4 $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}4 \,.\, h \epsilon [\mathrm{Q}_0(f',u',a') \,\mathrm{f}\, \mathrm{Q}_0(f,u,a)]\mathrm{Ord} \,.\, x \epsilon \mathrm{Q}_0(f,u,a) \,.\supset.\, hx = x$ *Df*

·5 $\mathrm{Q}_0 = \iota\, x \ni [f \epsilon \mathrm{Op} \,.\, u \epsilon \mathrm{Grand} f \,.\, a \epsilon u - \mathrm{Nul}(u,f) \,.\supset_{f,u,a}.\, x = \mathrm{Q}_0(f,u,a)]$ *Df*

„ $=$ numero reale (assoluto) $=$ quantità.

·6 $m,n \,\epsilon\, \mathrm{Q}_0 \,.\supset.\, m+n = \iota \mathrm{Q}_0 \cap x \ni [f \epsilon \mathrm{Op} \,.\, u \epsilon \mathrm{Grand} f \,.\, a \epsilon u \,.\supset_{f,u,a}.$
$xa = (ma)f(na)]$ *Df*

Si confrontino le P·1-·6 con le corrispondenti P del n° precedente, e si ripetano le osservazioni.

·7 $\mathrm{Q}_0 \,\epsilon\, \mathrm{Grand}+$

Dall'essere Q_0 una classe di *Grandezze*, rispetto all'operazione $+$ risultano le seguenti prop.

·8 $m,n \,\epsilon\, \mathrm{Q}_0 \,.\supset:\, m = n \,.=.\, \mathrm{R}_0 \cap \theta(\mathrm{Q}_0,+)m = \mathrm{R}_0 \cap \theta(\mathrm{Q}_0,+)n$

·9 $u,v \,\epsilon\, \mathrm{Cls}'\mathrm{Q}_0 \,.\supset:\, \mathrm{l}'(\mathrm{Q}_0,+)u = \mathrm{l}'(\mathrm{Q}_0,+)v \,.=.\, \theta(\mathrm{Q}_0,+)u = \theta(\mathrm{Q}_0,+)v$
ecc. (*).

(*) Se si pone,

$f \epsilon \mathrm{Op} .\supset.$

·1 $\mathrm{Grand}_1 f = \mathrm{Cls} \cap u \ni [f \epsilon \mathrm{Op} u \,.\, \mathrm{I} \,.\, \mathrm{II} \,.\, \mathrm{III} \,.\, \mathrm{IV}]$ *Df*

·2 $\mathrm{Grand}_2 f = \mathrm{Grand}_1 f \cap u \ni [\mathrm{V} : \mathrm{VI} : a \epsilon u \,.\, n \epsilon \mathrm{N} \,.\supset.\, \exists u \cap x \epsilon (nx = a)]$ *Df*

·3 $\mathrm{Grand} f = \mathrm{Grand}_2 f \cap u \ni [\mathrm{VIII}]$, *Df*

si ha un modo assai semplice, sotto l'aspetto *didattico*, per esporre la teoria

Digitized by Google

9. — Grandezze relative.

$f\varepsilon\mathrm{Op}\,.\,u\varepsilon\mathrm{Grand}f\,.\supset\therefore$

·0 $a,b\,\varepsilon\,u\,.\supset.\,a\text{ɟ}b=\iota u\cap x\ni(a=bfx)$ *Df*

Se f è il segno $+$ per i Q_0, ɟ è il segno $-$; se f è il segno $\times$ per i Q, ɟ è il segno /.

·1 $a\varepsilon u\,.\supset.\,fa\,\varepsilon\,u\text{ʝ}u\,.\,\text{ɟ}a\,\varepsilon\,(afu)\text{ʝ}u$

Ciò esprime che: fa è un segno che posto *dopo* un u produce un u; ɟa è un segno che posto dopo un u, eguale o maggiore (rispetto ad f) di a, produce un u. Ciò si verifica appunto per i numeri nelle ordinarie notazioni $a+b$, $a-b$.

In ciò che segue si intendono estese alle funzioni definite, F, le definizioni date nel *Formulaire* per le funzioni ʝ (pp. 77, 126; per il segno ¡, cfr. p. 127 nota alla P3·3).

·2 $a\varepsilon u\,.\supset.\,(fa\,¡\,u)\varepsilon\,u\mathrm{F}u\,.\,(\text{ɟ}a\,¡\,afu)\varepsilon\,(afu)\mathrm{F}u$

Conviene notare (*Formulaire* p. 126, P3·1) che se b è un u, ovvero un afu, si ha sempre

$$b(fa\,¡\,u)=bfa\,,\quad b(\text{ɟ}a,afu)=b\text{ɟ}a\,.$$

·3 $a,b\varepsilon u\,.\supset:(fa\,¡\,u)=(fb\,¡\,u)\;.=.\;a=b:$

$(\text{ɟ}a\,¡\,afu)=(\text{ɟ}b\,¡\,bfu)\;.=.\;a=b$ [*Form.* p. 126, P1·2]

·40 $\mathrm{Posit}fu=x\ni\mathrm{F}u\cap y\ni[x=(fy\,¡\,u)]$ *Df*

„ $=u$ positivo rispetto ad f.

---

delle grandezze e dei numeri, e che può esser reso anche più semplice, unendo alle condizioni che definiscono Grand$f$ la proprietà commutativa ($afb=bfa$). Si osservi pure che

$$N_0\varepsilon\,\mathrm{Grand}_1+\;,\quad R_0\varepsilon\,\mathrm{Grand}_2+\;,\quad Q_0\varepsilon\,\mathrm{Grand}+$$

e quindi il *prodotto* di due N_0, o R_0, o Q_0 non ha bisogno di esser definito a parte, essendo già noto, successivamente, il significato della notazione ma ove m è un N_0, o R_0, o Q_0 e a è un elemento di una classe di Grand_1, o Grand_2, o Grand.

Digitized by Google

$\cdot 41 \quad \mathrm{Neg} f u = x \ni \exists u \frown y \ni [x = \jmath y ; y f u]$ *Df*

„ $= u$ negativo rispetto af f.

$\cdot 42 \quad \mathrm{Relat} f u = \mathrm{Posit} f u \cup \mathrm{Neg} f u$ *Df*

„ $= u$ relativo rispetto ad f.

Se nelle P·40·41 si pone Q_0 e $+$ al posto di u ed f, si ottengono enti che godono delle ordinarie proprietà dei *numeri reali positivi* o *negativi*; essi differiscono dai $+Q_0$ e $-Q_0$ del *Formulaire* specialmente per il fatto che, mentre gli elementi delle classi $\mathrm{Posit} + Q_0$, $\mathrm{Neg} + Q_0$ sono funzioni definite (F), $+Q_0$ e $-Q_0$ sono date come funzioni (f) a campo di variabilità non determinato.

$\cdot 5 \quad m \varepsilon \mathrm{Relat} f u . \supset . \mathrm{mod}(f,u) m = \imath u \frown x \ni [m = (f x ; u) . \cup . m = (\jmath x ; x f u)]$ *Df*

„ „ $=$ modulo, risp. ad f, nella classe u, di m.

Secondo il *Formulaire*, e se $m \varepsilon q$, $\mathrm{mod}(+,Q_0)m$ corrisponde a $\mathrm{mod} m$; secondo l'uso comune $\mathrm{mod}(+,Q_0)m =$ valore assoluto di $m = |m|$.

$\cdot 6 \quad m,n \varepsilon \mathrm{Posit} f u . \supset : m = n . = . \mathrm{mod}(f,u)m = \mathrm{mod}(f,u)n$

$m,n \varepsilon \mathrm{Neg} f u . \supset :$ „ $. = .$ „

$m \varepsilon \mathrm{Posit} f u . n \varepsilon \mathrm{Neg} f u . \supset : m = n . = .$

$\mathrm{mod}(f,u)m = \mathrm{mod}(f,u)n = 0(u,f)$

Queste prop. si possono dimostrare perchè $\mathrm{Relat} f u$ è data come classe di funzioni definite (F).

$\cdot 7 \quad m,n \varepsilon \mathrm{Relat} f u . \supset . m f n = m n$ *Df*

Se al posto di u ed f si pone Q_0 e $+$ si ha, sottintendendo il campo di variabilità e il segno ;,

$$(+m)+(+n) = +(m+n)$$

per $m > n$ $\quad (+m)+(-n) = +(m-n)$

„ $m \overline{<} n$ $\quad (+m)+(-n) = -(n-m)$

$$(-m)+(-n) = -(n+m),$$

Digitized by Google

poichè la ·7 definisce la somma di due numeri relativi come il prodotto delle funzioni che rappresentano.

Ecc.

10. — L'operazione +

·1 $\text{Grand} = u \ni \exists \text{Op} \frown f \ni (u \epsilon \text{Grand} f)$ *Df*

„ = classe di grandezze omogenee.

Ciò corrisponde alla frase dell'uso comune " grandezze della stessa specie „. L'eguaglianza di specie, od omogeneità, è relativa alla operazione f soddisfacente alle condizioni [I]-[VIII].

·11 $\text{grand} = x \ni \exists \text{Grand} \frown u \ni (x \epsilon u)$ *Df*

„ = grandezza.

·2 $f, f' \epsilon \text{Op} \,.\, u \epsilon \text{Grand} f \,.\, u' \epsilon \text{Grand} f' \,.\!\supset\!.\, 0(u,f) = 0(u',f')$ *Df*

·21 $0 = \iota \text{grand} \frown x \ni [f \epsilon \text{Op} \,.\, u \epsilon \text{Grand} f \,.\!\supset_{f,u}\!.\, x = 0(u,f)]$ *Df*

·22 $0 \epsilon \text{grand}$

Seguiamo così l'uso comune di indicare con uno stesso simbolo (0, per la P·21) l'elemento nullo di una qualsiasi classe di grandezze omogenee.

·3 $u \epsilon \text{Grand} \,.\, a \epsilon u - \iota 0 \,.\, b \epsilon u \,.\!\supset\!.\, \text{num}[Q_0 \frown x \ni (xa = b)] = 1$

·31 $a \epsilon \text{grand} \,.\!\supset\!.\, Q_0 a = x \ni \exists Q_0 \frown y \ni (x = ya)$ *Df*

·32 $u \epsilon \text{Grand} \,.\, a \epsilon u - \iota 0 \,.\!\supset\!.\, u = Q_0 a$

" Gli elementi di una classe u di grandezze omogenee sono tutti e soli quelli che si ottengono moltiplicando un qualsiasi elemento a non nullo di u per i numeri reali, cioè formando i *multipli reali* di a „.

·33 $\text{Grand} = u \ni \exists \text{grand} - \iota 0 \frown x \ni (u = Q_0 x)$

Tutte le " classi di grandezze omogenee „ si ottengono moltiplicando per Q_0 le grandezze non nulle, vale a dire ogni elemento della classe " Grand „ si può porre sotto la forma $Q_0 a$,

Digitized by Google

ove a è una grandezza " grand " non nulla. Ciò semplifica notevolmente lo studio delle grandezze e permette di definire, come faremo in un'altra nota, e in modo assai semplice, le ordinarie grandezze fisiche (prodotto o quoto di grandezze) che si riducono a semplici simboli di proporzionalità diretta o inversa.

$$\cdot 4 \quad f \varepsilon \mathrm{Op} \,.\, u \varepsilon \mathrm{Grand}f \,.\, a,b \varepsilon u \,.\supset.\, afb = \\ \imath u \frown x \ni [y \varepsilon u \,.\, m,n \varepsilon Q_0 \,.\, a = my \,.\, b = ny \,.\supset_{y,m,n}.\, x = (m+n)y]$$

Questa prop. che è conseguenza immediata delle prop. precedenti e della def. di somma di due Q_0 (8·6), prova che afb è indipendente da f, e sussiste quindi la seguente prop. ·41,

$$\cdot 41 \quad f,f' \varepsilon \mathrm{Op} \,.\, u \varepsilon \mathrm{Grand}f \frown \mathrm{Grand}f' \,.\, a,b \varepsilon u \,.\supset.\, afb = af'b.$$

$$.5 \quad a,b \,\varepsilon \mathrm{grand} \,.\, \exists\, \mathrm{Grand} \frown u \ni (a,b \varepsilon u) \,.\supset.\, a+b = \\ \imath x \ni [y \varepsilon \mathrm{grand} \,.\, m,n \varepsilon Q_0 \,.\, a = my \,.\, b = ny \,.\supset_{y,m,n}.\, x = (m+n)y] \quad Df$$

Resta così definito $a+b$, somma di a con b, in generale e nel significato che usualmente si attribuisce a tale notazione quando a, b sono grandezze della *stessa specie* (cioè esiste una classe u omogenea cui appartengono a e b, ovvero, per $a \sim = 0$ e $b \sim = 0$, $Q_0 a = Q_0 b$, in virtù delle ·1·33). Risulta quindi che l'operazione f che comparisce nelle condizioni I-VIII, è appunto quella ordinariamente indicata dal segno $+$, vale a dire

$$u \varepsilon \mathrm{Grand} \,.\supset.\, u \varepsilon \mathrm{Grand}+.$$

Torino, Dicembre 1903.

Digitized by Google

Il latino, quale lingua ausiliare internazionale.

Nota del Socio GIUSEPPE PEANO.

È noto che fino a cento anni fa, circa, la lingua latina era la lingua internazionale nel campo scientifico. Scrivevano costantemente latino Leibniz, Newton, Eulero, i Bernoulli, e ancora Gauss, Jacobi, ecc. pubblicarono in latino le loro opere principali. Ma poi si cominciò a scrivere nelle lingue nazionali. Oggigiorno i lavori scientifici sono scritti nelle varie lingue neolatine, nelle differenti lingue germaniche, in più lingue slave, ecc. I giapponesi, che fino agli ultimi anni scrivevano inglese, ora stampano in giapponese. Così ricevo in questa lingua un lavoro del sig. Kaba sulle funzioni ellittiche (Atti dell'Accademia di Tōkyō, 17 gennaio 1903).

Questo stato di cose, che fu detto la nuova torre di Babele, non interessa molto i dilettanti di scienza. Essi possono limitarsi a leggere i libri nelle lingue che conoscono, aspettando la versione degli altri. Ma chi lavora al progresso della scienza si trova nell'alternativa o di dover studiare continuamente nuove lingue, ovvero di pubblicare ricerche già note.

È inutile spendere altre parole per descrivere questo male da tutti riconosciuto. Furono ad esso proposti varii rimedii, che qui esporrò rapidamente:

1° Quello dell'adozione, nei lavori scientifici, d'una sola lingua vivente. Ma non c'è probabilità d'accordo sulla scelta.

2° Quello dell'adozione contemporanea di più lingue viventi. Fu proposto che nelle scuole francesi si rendesse obbligatorio l'inglese, e viceversa; lasciando la libertà ad ogni popolo di optare per l'una o l'altra delle due (*). Ma i tedeschi optarono pel tedesco, gli italiani per l'italiano, e la questione non fece un passo verso la soluzione.

(*) CH. ANDRÉ, sous-bibliothécaire de l'Université de Lyon, *Le latin, et le problème de la langue internationale*, Paris, a. 1903, pag. 2.

Digitized by Google

Fu proposto di estendere il numero delle lingue principali, a tre, a quattro, a sei (opinione di Max Müller), e a sette, comprendendovi il russo. Ho sentito questa proposta al " Congrès international des Mathématiciens de Paris ", a. 1900; ma ebbe contrarii quelli che parlano le lingue principali in senso stretto, e vivamente contrarii i rappresentanti dei popoli esclusi, i quali maggiormente sono attaccati alla propria lingua, vessillo della nazionalità.

Fu proposto il ritorno al latino; e questa proposta ebbe molti fautori; si pubblicarono in varie parti del mondo giornali in latino, quali la *Vox Urbis* in Roma, il *Praeco latinus* in Filadelfia, *Phoenix* in Londra, ecc. Ma se alcuni letterati possono ancora scrivere qualche opuscolo nel latino di Cicerone, nessuno da secoli, scrive un libro in quella lingua. E si ha timore di scrivere il latino scolastico, il latino di Eulero, per non farsi dare degli ignoranti. Perciò il latino esulò, perfino dalle grammatiche comparate delle lingue antiche, che destinate da latinisti a latinisti, sono scritte nelle varie lingue moderne.

Rimangono le lingue artificiali. Intendo lingua artificiale in lato senso. Così è lingua artificiale il latino di Eulero, che non fu mai parlato da alcun popolo.

Il libro: Couturat e Leau, *Histoire de la langue universelle*, che già ebbi l'onore di presentare all'Accademia, oltre all'esposizione delle ragioni della necessità della lingua internazionale, e delle varie soluzioni proposte, analizza ben 57 progetti di lingue artificiali, di ogni specie, alcuni frutto di studii profondi, altri semplici bizzarrie; alcuni dovuti a nomi illustri, altri affatto ignoti.

Gli autori delle varie lingue artificiali dimostrarono sempre grande sentimento di altruismo; spesero tempo, lavoro e denari in questi loro tentativi; furono trattati con indifferenza e peggio. Pure qualche cosa dei loro studii è rimasto.

Parecchie pagine del libro sono dedicati alla interessante storia del Volapük. Ideato nel 1881, in pochi anni raggiunse un grande sviluppo. Nel 1889 aveva fondato 283 club e 25 giornali in tutto il mondo civilizzato. Ebbe una letteratura superiore a quella di più lingue secondarie; poi rapidamente decadde e morì.

La ragione del trionfo effimero del Volapük fu che rispondeva ad un bisogno universalmente sentito. La causa della sua

Digitized by Google

scomparsa si è che questa lingua descrisse nel periodo di 10 anni tutta la trajettoria, che non ha ancora percorsa la lingua latina nel periodo storico di oltre 2000 anni. Il Volapük conteneva numerose convenzioni, non aventi altra ragione di essere, che la volontà del suo autore. I seguaci di questa lingua, quando cominciarono ad usarla, e renderla viva, proposero chi una semplificazione, chi un'altra. Così l'unità sua si scisse, come il latino si scisse dando luogo alle lingue neolatine.

Lascierò in disparte ogni altro progetto analogo. Ora sonvi due correnti di idee, a proposito della lingua internazionale; chi parte dal latino, e lo semplifica; chi parte dall'insieme dei vocaboli che già sono internazionali.

L'idea di assumere come lingua internazionale il latino semplice o semplificato, già antica, è oggi sostenuta da linguisti di fama ben nota. Citerò Michele Bréal, l'autore del *Dizionario etimologico latino* (*), e Paul Regnaud, professore di Sanscrito e Grammatica comparata all'Università di Lione. Questi propone (**):

" La soppressione della declinazione e delle desinenze del genere, ove sono inutili.

" Conjugazione ridotta alle forme strettamente sufficienti.

" Sostituzione della sintassi analitica delle lingue moderne alla costruzione latina.

" Riduzione all'uniformità dei suffissi rappresentanti la stessa funzione grammaticale.

" Ammissione dei neologismi necessarii ".

L'altra corrente di fautori della lingua universale parte dal fatto che già un insieme notevole di parole sono comuni alle varie lingue europee.

Tabelle di siffatte parole, sempre più ampie, furono successivamente pubblicate, e il numero delle parole già internazionali ammonta a circa 8000, formanti un sufficiente dizionario.

L'ultimo lavoro in questo senso è l'*Idiom neutral*, il cui vocabolario e grammatica, compilati da una Società internazionale,

(*) " Revue de Paris ", 15 juillet 1901, *Sur le choix d'une langue internationale.*

(**) Prefazione al già citato opuscolo di Ch. André, pag. v.

Digitized by Google

dopo molti anni di lavoro, apparve nel 1902. Questo è una vasta raccolta di fatti indiscutibili; il numero delle convenzioni che vi rimangono, è assai piccolo. Però, per quanto piccolo, queste convenzioni hanno già dato luogo a critiche, ed a tentativi di perfezionamento. Tale è il *Panroman* del dott. Molenaar, pubblicato da pochi mesi.

Insomma ogni nuovo progetto di lingua internazionale si è servito di quanto di buono si trovava nei progetti precedenti, e gli ultimi sette od otto progetti paiono dialetti di una stessa lingua.

Ora la ricerca delle parole già internazionali ha rilevato che esse sono quasi completamente latine, cosa evidente data la storia della nostra civilizzazione. Quindi i progetti basati sui vocaboli internazionali collimano con quelli basati sulla riduzione del latino. Inoltre siccome la riduzione che si vuol fare del latino è quella stessa che storicamente subì il latino per dar origine alle lingue neolatine, ne avviene che queste lingue internazionali rassomigliano molto all'italiano, pure essendo immensamente più semplici d'ogni lingua naturale.

Ecco alcune linee in *Idiom neutral:*

" Skribasion in idiom neutral don profiti sekuant in kom-
" parasion ko kelkun lingu nasional: 1° libri e broshuri scientifik
" publiked in ist idiom potes esar lekted per omni hom in ori-
" ginal. 2° traduksion no plu es nesesar,... ".

Il già citato progetto del dott. Molenaar, che elimina la lettera *k*, inutile, rende la somiglianza coll'italiano anche maggiore.

Del resto già il Bréal, parlando del suo latino semplificato, aveva detto che (*) " ne tarderait pas à ressembler beaucoup " à du français ".

Causa l'affinità dell'italiano moderno coll'antico latino, il prof. Branwoll propose (17 settembre 1902) alla " British Association " l'adozione dell'italiano come lingua internazionale. Ma se l'italiano ha molti elementi buoni, è assurdo il pretendere di far diventare internazionali le sue numerose anomalie.

(*) Ib., pag. 233.

Digitized by Google

Dalla convergenza di tutti questi progetti, risulta che la questione è matura. Il 9 aprile 1901 il generale Sébert, presentò, all'Accademia delle Scienze di Parigi, una petizione, firmata da 20 socii dell'Accademia stessa, fra cui i matematici Appell, Lemoine, Painlevé, Poincaré, Méray, affinchè la questione della lingua internazionale fosse posta all'ordine del giorno nella prossima assemblea dell'Associazione internazionale delle Accademie. In seguito si aggiunsero all'indirizzo molte altre firme; parecchie Società vi aderirono in corpo.

L'Accademia delle Scienze di Vienna, in seduta 6 giugno 1902, incaricò il socio, prof. Schuchardt, di " seguire il movimento relativo alla creazione d'una lingua ausiliaria internazionale, e di renderne conto all'Accademia ".

Mentre si attende che le Accademie e le Autorità si pronuncino in merito alla questione della lingua internazionale, possiamo notare due risultati scientifici derivati da questi studii:

1° La raccolta di 8000 vocaboli già internazionali.

2° La semplificazione della grammatica.

Le regole grammaticali andarono semplificandosi nei successivi progetti; e negli ultimi, la grammatica è ridotta ad una o due pagine.

Però, siccome non esiste una grammatica internazionale, la grammatica risultante consta o di desinenze artificiali, o di desinenze, p. es., neolatine, non internazionali.

Venne a schiarire questo punto un fatto nuovo, che si potrebbe chiamare la scoperta dei manoscritti di Leibniz. Dopo due edizioni delle sue *Opera omnia*, del Dutens e del Gerhardt, si credeva generalmente che i manoscritti di questo gran pensatore, giacenti nella Biblioteca di Hannover, non contenessero più cosa importante.

Ma il dott. Vacca, allora assistente di Calcolo nell'Università di Torino, accortosi di lacune nei lavori stampati, andò a consultare i manoscritti, e inviò copia di quelli relativi alla Logica matematica, da cui risultò che parecchi teoremi di questa scienza, attribuiti a Boole, Schröder e ad altri, già erano stati enunciati dal Leibniz.

Il prof. Couturat, uno degli autori del libro che ho presentato, e che si occupa pure con successo della Logica matematica, per incarico del Governo francese si recò alla sua volta

Digitized by Google

ad Hannover, e raccolse larga messe di documenti, che pubblicò in un grosso volume (*).

Fra questi manoscritti, ora venuti alla luce, c'è pure il progetto di lingua razionale, ideato dal Leibniz; risultava prima, dalle varie lettere, che Leibniz si era profondamente occupato della questione; ma solo ora si sa (almeno parzialmente) quanto egli disse. Ora Leibniz, applicando metodi analoghi a quelli del Calcolo logico, già aveva ridotto le regole grammaticali.

Parecchie delle osservazioni di Leibniz, quali:

pag. 287: *In Grammatica rationali necessarii non sunt obliqui, nec aliae flexiones,*

risultano dal confronto delle lingue europee esistenti, e già furono usate dagli ideatori di lingue artificiali.

Ma l'osservazione seguente:

pag. 281: *Videtur pluralis inutilis in lingua rationali,*

non era stata avvertita mai. Eppure è un'osservazione semplice; già in Matematica si scrive a, $2a$, $3a$..., senza alcun segno di plurale alla lettera a. Quindi analizzando le varie regole e flessioni grammaticali, si arriva al risultato che nessuna di esse è necessaria; e che la grammatica minima è la grammatica nulla.

In un breve articolo, intitolato *De latino sine flexione*, pubblicato da pochi mesi nella *Revue de Mathématiques*, t. 8, io riporto e sviluppo le varie proposizioni di Leibniz, ed altre analoghe. Esso spiega come, si possa dal latino, o da altra lingua qualunque, eliminare prima una flessione, poi una seconda, poi una terza, e così via; e ciò senza mai introdurre alcuna convenzione.

L'articolo è scritto in latino, e man mano si dimostra come con una conveniente trasformazione o circuito (**) una data flessione si possa eliminare, io volontariamente non ne faccio più uso nel seguito del discorso. È il modo più chiaro per spiegare, con esempi, la teoria. Risulta che l'ultima pagina dell'opuscolo è composta di vocaboli latini; e fra essi mancano le flessioni grammaticali della declinazione e della conjugazione (persone, tempi, e modi).

(*) *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, Paris, a. 1903, pag. XVI+682.

(**) Leibniz, p. 287 " Ad flexiones quidem vitandas circuitu opus est ".

Digitized by Google

Il latino senza flessioni è un po' difficile a scriversi; ma è molto facile a leggersi. Ed esso pare comodo per la comunicazione internazionale matematica. In pochi mesi già furono stampati tre articoli di matematica:

G. PEANO, *Principio de permanentia*, RdM., t. 8, p. 84.

G. VACCA, *Sphæra es solo corpore, qui nos pote vide ut circulo ab omne puncto externo*, RdM., t. 8, p. 87 (*).

M. LAZZARINI, *Mensura de circulo juxta Leonardo Pisano*, Periodico di Matematica (Lazzeri), a. 1903, p. 137,

scritti in latino, senza flessioni.

Ho pure ricevuto numerose lettere, scritte collo stesso sistema. Da tutte risulta che il latino *sine flexione* è generalmente inteso da chiunque conosce anche sommariamente il latino, ed è facilmente decifrabile da chi conosce una lingua neolatina.

I lavori precedenti furono letti da un numero di persone molto più grande di ciò che sarebbe avvenuto, se essi fossero scritti in italiano. Purtroppo professori di Università dicono: " non ho potuto leggere il tal libro, perchè scritto in italiano ".

In ogni caso non è mia pretesa che tutte o alcune delle flessioni, che io provo non necessarie, siano eliminate.

Quello che mi sembra importante, si è che chiunque crede alla convenienza d'una lingua ausiliaria internazionale, procuri di facilitarne l'attuazione, collo stampare i suoi lavori destinati a pubblico internazionale, sotto quella forma che crederà meglio, purchè non sia quella troppo comoda di scrivere nella propria lingua.

Lo studio da me iniziato, è basato sopra una serie di eguaglianze logiche, contenenti in un membro una parola, o una flessione, che non è contenuta nel secondo membro. Quindi se noi sostituiamo costantemente, al primo membro, il secondo, si può mandar via dal latino quella parola o quella flessione. Così procedendo in questi studii, si arriverà a determinare qual è il minimo numero di parole, affissi e suffissi, sufficienti ad esprimere ogni idea, cioè a costrurre il *latino minimo*.

Questo metodo è un'applicazione della *Logica matematica*.

(*) Così tradotto in Rumeno dalla *Gazeta Matematica*: " Sfera este singurul corp care se poate videa ca un cerc din ori-ce punct exterior ".

Digitized by Google

la quale appunto, con una successione di eguaglianze, permette di scomporre un insieme di idee matematiche in primitive e derivate. Questa scienza, i cui principii furono pure enunciati da Leibniz, prese un rapido sviluppo ai nostri giorni, conducendo a meravigliosi risultati. Sicchè Mr. Russell dell'Università di Cambridge la chiamò: " one of the greatest discoveries of our age " (*).

La differenza fra questa nuova applicazione e le precedenti è che mentre in matematica le idee sono precise, e le eguaglianze esatte, qui invece le idee o parole su cui si opera sono un po' elastiche, e le eguaglianze sono solo approssimate. Quindi. sostituendo l'uno all'altro membro dell'eguaglianza, spesso si trascura il colore della frase. Ma ciò è un vantaggio nel linguaggio scientifico, che tende al massimo di semplicità. In ogni caso poi se in un periodo, dopo averlo trasformato successivamente, mediante le eguaglianze logiche, non si arriva ad eliminare con chiarezza una determinata flessione, o parola, allora la si conservi.

In questo studio, applicazione della sola Logica matematica, si costeggia però un'altra scienza bellissima, la Linguistica, a cui io sono profano. Invero parecchie equazioni logiche sono nello stesso tempo equazioni etimologiche; e quando la cosa non avviene, pure l'etimologia del vocabolo ne precisa il valore. Altre riduzioni di idee o di periodi che qui ottengo colla scorta della Logica, già sono effettuate in lingue viventi, specialmente nell'inglese.

Quindi è da augurarci che sia accolto l'appello indirizzato dal prof. Regnaud, nel citato articolo, ai linguisti, affinchè si occupino di questa questione. Essi troveranno il modo di applicare e diffondere la loro scienza.

Il *latino sine flexione* allo stato attuale, come pure il *latino minimo,* quando sarà costrutto, o meglio *calcolato,* è conseguenza di soli teoremi logici. Esso contiene nessuna convenzione. Un articolo scritto in questa lingua non richiede spiegazione precedente, o chiave, per essere inteso. Esso è inteso necessa-

(*) *The principles of mathematics*; vedasi " The Spectator ", october 3. a. 1903, p. 491.

Digitized by Google

riamente da chiunque conosce il latino, e, a seconda dell'abilità dello scrivente, anche da chi non sa il latino.

Continuando lo stesso ordine di idee, ho preparato lo studio, o meglio il calcolo, della riduzione dei suffissi latini che servono alla derivazione fra nomi, aggettivi e verbi.

Così esamino l'altra affermazione:

Careri etiam potest abstractis nominibus,

che Leibniz pure enuncia (pag. 287), senza alcun schiarimento o indicazione ulteriore.

Questa Nota è scritta in latino, e, man mano provo che un determinato suffisso non è strettamente necessario, io volontariamente non ne faccio più uso nel discorso successivo. E, se l'Accademia lo permette, presento questo mio lavoro per l'inserzione negli *Atti*.

APPENDICE

Nei menzionati lavori matematici, già stampati in latino senza flessioni, trovansi riportati brani di scritti in tedesco, inglese, latino classico, latino medioevale, colla traduzione letterale in latino senza flessione. In generale si vede che la traduzione dal latino classico e anche dal tedesco esige spesso inversioni, aggiunte di soggetti prima sottintesi, e serie di trasformazioni. La versione dall'inglese invece è più semplice, perchè già l'inglese è una lingua con poche flessioni.

Aderendo al desiderio di alcuni colleghi, do qui un nuovo esempio di latino *sine flexione;* e tradurrò una ben nota favola cinese; poichè è noto che il cinese è appunto una lingua senza flessioni. È la prima contenuta nella *Syntaxe nouvelle de la langue chinoise* de M. Stanislas Julien, Paris, a. 1879, p. 297.

Il cinese, come è noto, è una lingua monosillabica, a scrittura ideografica. Sostituisco ad ogni ideogramma cinese una parola latina, sempre la stessa, qualunque sia la sua varia posizione nella frase. È necessario quindi che anche la parola latina sia inflessibile. Prendo la parola latina sotto la forma più semplice che si trova nella grammatica latina, che è il nominativo o l'ablativo singolare nei nomi, l'imperativo nei verbi, salvo alcune eccezioni.

Digitized by Google

La corrispondenza fra gli ideogrammi cinesi, e le parole latine inflessibili è la seguente:

1) " Aqua ripa es duo anser cum uno testudo simul liga parente amico.
2) " Post tempore palude aqua sicca desine. Duo anser fac hoc consilio dic.
3) " Nunc hoc palude aqua sicca desine. Parente amico certo accipe magno dolore.
4) " Consilio fine loque testudo dic.
5) " Hoc palude aqua sicca desine. Te nihil vive lege.
6) " Potes rostra uno ligno. Me simile singulo rostra uno caput.
7) " Prende te pone magno aqua loco.
8) " Rostra ligno eius tempore cave non potes loque.
9) " Statim tunc rostra eius filo supera multo sepulcro.
10) " Parvo puer vide omne dic. Anser rostra testudo porta. Anser rostra testudo porta.
11) " Testudo statim collera dic. Hoc tange te re.
12) " Statim perde ligno cade terra et more ".

(Fra le parole latine ho incluso *loque*, tema di *loquere* (imperativo), e simili, *potes* invece dell'imperativo mancante, ed *eius*, derivato da *is*, per esprimere un certo ideogramma cinese).

Quanto precede è puro cinese, compresa la punteggiatura, a meno della forma dei segni. Ora occorre conoscere che la lingua cinese, causa i pochi suoi monosillabi, spesso ne raggruppa due per indicare ciò che noi indichiamo con una parola sola. Quindi *parente-amico* delle linee 1 e 3 significa in sostanza *amico*. Il *me simile* della linea 6, cioè *i simili a me*, è una perifrasi del latino *nos*. Il *multo sepulcro* della linea 9 significa *città*, o *villaggio*. La successione di due nomi, quali i due primi *aqua ripa*, ha il valore del composto tedesco *Flussufer*. Altre regole permettono di sottintendere ciò che noi esprimiamo con particelle. Rimettendole a posto, si ha:

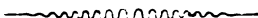
" Duo anser, qui es in ripa de aqua, liga se simul cum testudo ut amico (ossia *liga amicitia*).
Post tempore (aliquo), aqua de palude sicca et desine. Duo anser consule inter se, et dic:

Digitized by Google

Nunc aqua de hoc palude sicca et desine. Amico accipe certe magno dolore.
Post (hoc) consilio, (duo anser) loque (ad) testudo, et dic:
Aqua de hoc palude sicca et desine. Ad te nullo modo es ad vive (inglese: *is to life,* ovvero *ut te vive*).
Te potes rostra (inglese *you can peack*, cioè *prendere col becco*) uno baculo. Nos rostra singulo caput (de baculo).
Et nos prende te, et pone te in loco de magno aqua.
In tempore, in quo te rostra baculo, cave, non potes loque.
Tunc statim agmen de rostrante supera urbe.
Puerulo vide illo omne, et clama: Anser rostrante porta testudo! Anser rostrante porta testudo!
Testudo statim, in collera, ai: Hoc re tange te?
Statim perde baculo, cade ad terra, et more „.

Questo testo è ora intelligibile a chiunque conosca anche superficialmente il latino; chi possiede la grammatica latina, può mettere fra le parole latine le flessioni mancanti, senza alcuna ambiguità. Esso è una specie di latino senza flessioni.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 10 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Boselli, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Brusa, Allievo, Carutti, Pizzi, Savio, De Sanctis e Renier Segretario. — Il Socio Chironi scusa l'assenza.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 27 dicembre 1903.

Il Presidente a nome del Socio straniero Enrico Wallon, segretario perpetuo dell'Istituto di Francia, fa omaggio di un suo opuscolo: *Centenaire de l'élection de Quatremère de Quincy à l'Institut, notice supplémentaire sur sa vie et ses travaux*. Paris, 1903.

In nome del Socio Cipolla il Segretario presenta una monografia documentata dal Dr. Giovanni Collino, *La politica fiorentino-bolognese dall'avvento al principato del Conte di Virtù alle sue prime guerre di conquista*. Il Presidente designa riferirne i Soci Cipolla e Ferrero.

Per gli *Atti* sono presentate:

1° dal Socio Renier una nota del Socio corrispondente Prof. Giuseppe Boffito, *Dante e Ugo di Strasburgo;*

2° dal Socio De Sanctis una nota del Dr. Prof. Paolo Ubaldi; *Osservazioni sulla collocazione del nome* Ζεύς *in Eschilo*.

LETTURE

Dante e Ugo di Strasburgo.

Nota del Socio corrispondente GIUSEPPE BOFFITO.

Strano accoppiamento parrà forse questo di Dante Alighieri con Ugo di Strasburgo, latinamente detto Ugo Argentinate; e taluno per avventura penserà che nell'attuale frenesia di studi e d' indagini dantesche sembra destino che i nomi più oscuri salgano in onore e opere da lunghi secoli dimenticate vengano esumate accuratamente e tratte alla luce, per condannarle, anche a lor dispetto, ad aggirarsi quasi pallide lune attorno al magnifico sole della *Divina Commedia*. Ma avrebbero per caso ragione costoro? Se da un'opera qualunque, sia pure d'un reietto dalla società moderna e d'un dimenticato dalla fortuna e dalla gloria, qualche lume si può trarre a spiegare anche un solo passo dantesco, si dovrà forse tralasciare di farlo? E poi, è proprio un nome oscuro quello di Ugo di Strasburgo?

Che poche e incerte notizie si abbiano intorno alla sua vita (1), ne convengo. Egli sarebbe nato a Strasburgo forse molto prima del 1268 che è la prima volta che lo troviamo ricordato in un documento; ed entrato, non sappiamo quando, fra i domenicani e fatto il solito corso degli studi teologici, forse a Parigi, sarebbe salito anch'egli a sua volta alla cattedra di teologia, del suo convento di Strasburgo, dove nella carica di priore sarebbe morto verso l'anno 1300. Tutte notizie ipotetiche, come si vede. Ma la notorietà e diffusione della sua opera principale (2), ossia del suo *Compendium theologicae*

(1) Notizie raccolte da FELICE LAJARD, nell'*Hist. littér. de France*, t. XXI, Paris, 1847, pp. 155-163 e t. XIX, p. 370.

(2) Le altre sue opere, cioè un *Commento alle Sentenze*, dei *Sermones*, *Quodlibeta, quaestiones et variae in divinos libros explanationes* ebbero tutte poca fortuna e rimasero inedite.

veritatis (1), compensa a usura l'oscurità della sua vita. Non c'è, si può dire, biblioteca pubblica o privata che non possieda almeno un codice o un'edizione del *Compendium* (2). Pubblicato per la prima volta a Venezia nel 1476, non passò quasi anno d'allora in poi, sino a oltre la metà del secolo decimosettimo, che non ne segnasse una o più ristampe, come si può vedere dal seguente prospetto.

1476,	Venezia,	presso	Cristoforo Arnold, in-4°
1483	„	„	Gregorio Dalmatino e Giacomo Britannico, in-4°
1485	„	„	Gabriele Crassis o Grassis di Pavia, in-4°
1490	„	„	Ottaviano Scoto, in-4°
1492	„	„	Simone Bevilacqua, in-4°
1477?	Lione	?	„ (3)
?	?	?	in-folio e con car. got.
?	Norimberga,	presso	Sansenschmidt (4)
?	Ulma	„	Giovanni Zainer (5)
1500,	Rouen,	a spese di	Pietro Regnault, in-8°
1505	„	„	„ „ „
1508,	Parigi	„	„ „ in-12°
1515	„	per ordine di	Giovanni Petit „
1500,	Venezia,	presso	Pietro de Quarengis, in-4°, con car. got.
1510	„	„	„ „ „
1503,	Colonia	„	Enrico Quentel, in-4°
1506	„	„	„ „ „
1543,	Parigi	„	Gio. Roigny, in-8°

(1) L'inizio, sia nei manoscritti che nelle stampe, ne è: *Veritatis theologicae sublimitas*, ecc.

(2) Cinque esemplari di edizioni diverse (1476, 1483, 1485, 1492) ne possiede tra i suoi incunaboli la Nazionale di Firenze, oltre a tre altre di edizioni posteriori (Ven. 1510, 1568, 1584). Quattro esemplari di edizioni diverse ne possiede pure la biblioteca Marucelliana (Venezia, 1485, 1588, 1565; Parigi, 1543).

(3) La biblioteca Nazionale di Parigi ne possiede un esemplare postillato.

(4) L'edizione è corredata d'una tavola delle materie composta nel 1310 dal frate Cistercense Bernold e seguìta da una raccolta di temi per sermoni tratti dal *Compendium*, tavola e raccolta che si trovan riprodotte in molte edizioni posteriori.

(5) Due altre edizioni senza indicazione di luogo e senza data cita il Panzer, *Ann. Typ.*, t. III, 28 e 29.

Digitized by Google

1551, Parigi, presso Oudin Petit, in-8° (1)
1557, Lione „ Guglielmo Roville, in-8° picc. (a cura di Giovanni di Combes o Combis)
1559, Parigi „ Stefano Groulleau, in-8° picc.
1564 „ „ Gabriele Buon, in-8°
1565, Venezia „ Comin di Trino, in-8°
1568 „ „ Piccaio, in-24°
1575 „ „ Pietro Duchino, in-16°
1573, Lione „ Guglielmo Roville, in-16°
1579 „ „ „ „ in-12°
1584, Venezia „ G. B. Somasco, in-8° picc. (a cura di Serafino Caponi)
1588 „ „ „ „ „
1611, Lione „ gli er. di Gugl. Roville, in-12°
1613 „ „ „ „ „ „
1649 „ „ Giovanni Champion, in-12°
1596, Roma, Tip. Vaticana, nel t. VII delle *Opere* di S. Bonaventura.
1651, Lione, a cura di Pietro Jammy, nel t. XIII delle *Op.* di Alberto M.

Nè scarseggiano i manoscritti (2). I quali risalgono in parte al secolo XIII, e, a quanto pare, portano, alcuni almeno dei più antichi, il nome di Ugo di Strasburgo (3). Se non che con l'andar del tempo, del vero autore si dovette perdere la traccia; e l'opera fu attribuita a volta a volta a Ugo di Santo Caro, a Ulrico di Strasburgo, a Giovanni Rigaud, a Giovanni di Combes o di Combis, a Pietro di Tarantasia (poi papa col nome di Innocenzo V), ad Alessandro di Ales, a Tommaso

---

(1) Un'Avvertenza anonima dice che, sebbene il manoscritto portasse il nome di Pietro di Tarantasia, non si poteva tuttavia con certezza fare il nome dell'autore.

(2) Nella biblioteca Nazionale di Firenze se ne conservano quattro per lo meno, appartenenti tutti al fondo dei conventi soppressi, cioè: San Marco I. VII. 49. 466., pergam. in-4°, sec. XIII, mm. 200 × 251, di c. 138 num. nel *recto*, a due col., con iniziali ornate; San Marco I. II. 6. 467., perg. in-4°, sec. XIV, a due col., 155 × 212; SS. Annunziata 1392. E. 8, cart. sec. XV-XVI, 156 × 210; SS. Annunziata 1394. B. 9., cart. in-4°, 145 × 210. Della Laurenziana un codice (membr. in-4° picc., sec. XIII, a due col. di c. 117) ne registra il Bandini (*Bibl. Leop.*, etc., I, 55, cod. 38) appartenente al fondo degli Edili. Nessuno di questi cinque codici porta nome d'autore.

(3) A cui fu ragionevolmente attribuito dai Quétif ed Echard, *Scriptores ord. Praedic.*, I, Parigi, 1719, pag. 470 sgg.

Digitized by Google

Sutton, e perfino a S. Tommaso d'Aquino, a S. Bonaventura, a Egidio Romano e ad Alberto Magno (1). Tanto pareva non indegno della penna di questi sommi il *Compendium*!

Dante potè quindi conoscerlo e, conoscendolo, profittarne. O se anche non lo conobbe, è sempre per sè medesimo istruttivo il rilevare ciò che hanno di comune un teologo che ebbe per tanto tempo così gran nome, e Dante che ben fu detto " theologus nullius dogmatis expers ". Lasciando perciò al lettore trarre la conclusione che gli sembrerà più ragionevole, io starò pago a riferire o citare qui alcuni dei passi del *Compendium*, i primi fra i molti che mi occorrono, i quali trovino un riscontro nella *Divina Commedia* e nelle altre opere dell'Alighieri.

Ugo di Str., *Compendium theol. verit.*, Venetiis, 1584.

Lib. I, cap. 1, pag. 4: Sicut in patria Deus est speculum in quo relucent creaturae, sic in via e converso creaturae sunt speculum, quo creator videtur [Dante A., *Opere*, ed. Moore, *Par.*, XXVI, 106, p. 142; *Par.*, XIX, 28, p. 130; *Par.*, XXI, 16 sgg., p. 133].

Lib. I, cap. 6, p. 12: Est enim (Christus), ut ait Dionysius, fontalis radius in se manifestans gloriam paternam [*Par.* XXIII, 29, p. 137 e *passim*].

Lib. I, cap. 9, p. 18: Quia secundum Augustinum totum malum hominis est uti fruendis et frui utendis, constat ergo quod totum oppositum est bonum eius, scilicet frui fruendis et uti utendis [*Quaestio*, § 13, lin. 37, p. 426].

Lib. I, cap. 17, p. 35: Sciendum est ergo quod aliquid est in loco circunscriptive et diffinitive, ut corpus, et aliquid diffinitive non circunscriptive ut angelus, aliquid nec sic, ut Deus, etc. — *Ib.*, c. 14, p. 29: Sed in comparatione ad locum, sic (Deus) est incircunscriptibilis, etc. — *Ib.*, cap. 18, p. 38: Sicut Deus ubique est, et tamen nullo loco circunscribitur, vel continetur, sic aeternus est, et tamen nullo

(1) È il nome che compare più di frequente nelle edizioni, a cominciare dalle più antiche, quando non sono anonime. Fondandosi sopra di questo, il domenicano Serafino Caponi ottenne dal Vicario del Patriarca di Venezia delle lettere testimoniali in favore di Alberto Magno, che riferisce nei preliminari della sua edizione (Venezia, 1584) facendole seguire da una minaccia di scomunica *latae sententiae* desunta dalla 4ª Sessione del Concilio di Trento per tutti quelli che osassero d'allora in poi stampare il *Compendium* senza nome d'autore.

Digitized by Google

tempore mensuratur, etc. — *Ib.*, cap. 25, p. 55: Videmus enim quod omnes lineae circuli uniuntur in centro, remotae autem a centro differunt ab invicem. Item ideae sunt, ut dicit Augustinus, formae principales rerum quas divina intelligentia continet. Dicendum igitur quod sicut in mente artificis prius est forma rei, quam opus exeat, sic ideae rerum ante mundi constitutionem in mente creatoris erant. — Lib. II, c. 17, p. 109: Filius dicitur ars Patris, per quam operatur [*Par.*, XIV, 30, p. 123; *Purg.*, XXV, 88, p. 89; *Vita N.*, § 12, lin. 31, p. 210; *Par.*, XIII, 52, p. 121].

Lib. I, cap. 26, p. 56: Unitas a nullo descendit et omnis pluralitas ab ea defluit [*Par.*, XV, 56-57, p. 124].

Lib. I, cap. 28, p. 60: Nota quod quaedam sunt supra naturam, quaedam contra naturam, quaedam praeter naturam. Supra naturam sunt illa quibus non est simile in natura nec in potentia naturae, sicut est virginem parere; contra naturam sunt quae fiunt usu contrario naturae, tamen terminantur ad conformitatem naturae, sicut caeci illuminatio; sed praeter naturam sunt, quae fiunt ordine simili naturae, non tamen per principium naturae, ut in mutatione virgarum in serpentes, quia illud potuisset fieri ordine naturae per longam putrefactionem, ut habet per ea quae fiunt secundum rationes seminales, veruntamen quia non fuit ibi operatio naturae, miraculum fuit [*Quaestio*, § 18, lin. 57, p. 428].

Lib. I, c. 30, pp. 65-66: Si aliquis haberet oculum tantae perspicacitatis ut videret futura, non ideo ligaret res ad eventum ... Item duae sunt paginae libri vitae: una est praesentis iustitiae, a qua potest quis deleri, alia est dispositionis aeternae de qua nullus delebitur ... Si vero quaeritur quare Deus hunc praedestinavit, sive elegit et non illum, hoc inexplicabile est in hac vita mortali, etc. — Lib. I, c. 25, p. 55: Differentia est inter exemplar et librum vitae et speculum. Exemplar enim dicitur respectu rerum, ut redeuntium tanquam ad causam primam, quia connotat creaturam ... Speculum dicitur respectu rerum euntium. De libro vitae dicit Hugo de S. Victore quod liber vitae est cuius origo aeterna, incorruptibilis essentia, cognitio vera, scriptura indelebilis, inspectio desiderabilis, doctrina facilis, scientia dulcis, profunditas imperscrutabilis, verba innumerabilia, tamen unum verbum omnia [*Par.*, XVII, 40 sgg., p. 127; XIX, 112 sgg., p. 131; XIX, 52 sgg., p. 131; XV, 50, p. 124].

Lib. I, c. 33, p. 74: Nota quod in omnibus operibus Dei invenitur iustitia et misericordia, sed iustitia quandoque est occulta et misericordia manifesta, ut in iustificatione impii et primo adventu Christi, etc. — Lib. IX, c. 6, p. 255: Fuit iste modus (redemptionis) congruentissimus nostrae reparationis... ut tanta esset humilitas in redemptione quanta fuit superbia in praevaricatione, quia tanta fuit superbia ut homo

Digitized by Google

vellet esse ut Deus, unde humilitas tanta debuit esse ut Deus fieret homo, etc. Cfr. anche c. 9, p. 262 [*Par.*, VII, 91 sgg., p. 113].

Lib. II, c. 1, p. 78: Summae bonitatis triplex est effluxio scilicet per generationem, per spirationem et per creationem, etc. [*Par.*, VII, 64, p. 112].

Prima rerum principia sunt a Deo immediate, scilicet materia et forma... Deus dupliciter operatur. Aliqua namque facit mediante natura, et haec fiunt successive; aliqua facit per se immediate, ut creare, peccata dimittere, gratiam infundere et huiusmodi, et talia sunt in continenti et perfecte et complete. Cum ergo Deus primordiales res non produxerit mediante natura, sed immediate et per se, videtur quod in instanti fecerit eas perfectas et completas tam in materia quam in forma. Coaevae sunt quatuor hae primitivae rerum creaturae; caelum empyreum, angeli, materia mundi et tempus [*Par.*, XXIX, 22 sgg.; VII, 130 sgg.].

Lib. II, cap. 4, p. 84: Veruntamen (superiora caelestia) non influunt super liberum arbitrium, etc. licet bene immutent vel disponant complexionem hominis aliquando, etc. [*Purg.*, XVI, 67 sgg., p. 75].

Lib. II, c. 5, p. 87: Galaxia est multitudo parvarum stellarum quasi contiguarum illi loco orbis ubi diffunditur lumen solis [*Par.*, XIV, 97 sgg., p. 123].

Lib. II, c. 6, p. 88: Motus lucis est subitus quia sine mora replet omnia [*Par.*, XXIX, 26 sgg., p. 146].

Lib. II, c. 3, p. 83: In medio autem interstitio (aeris), ad quod non potest pertingere repercussio radiorum est frigiditas et obscuritas, et ibi dicuntur habitare daemones, qui detrusi sunt in hunc aerem caliginosum. Ibi etiam fiunt tempestates, tonitrua, grando, nives et similia [*Purg.*, V, 109 sgg., p. 59].

Lib. II, c. 9, p. 95: Turbo est ventus egrediens de nube in seipsum reflexus, vel duo venti lateraliter sibi occurrentes seseque iuxta terram orbiculariter involventes [*Par.*, VIII, 22 sgg., p. 114].

Lib. II, c. 10, p. 97: ...Item in ea (die dominica) Christus natus est. Item Christus in ea resurrexit, etc. [*Quaestio*, § 24, lin. 16-17, p. 431].

Lib. II, c. 12, p. 100: *De distinctione coelestium hierarchiarum* [*Conv.*, II, 6, lin. 39 sgg., p. 257; *Par.*, XXVIII, 25 sgg., p. 144 e *passim*].

Lib. II, c. 14, p. 103: Throni dicuntur eo quod in eis dominus sedeat et iudicia sua per eos determinet [*Par.*, IX, 61 sgg.].

Lib. II, c. 18, p. 111: Duodecimus (effectus angelorum custodiae) est contrarias potestates arcere, ne tantum nocere valeant quantum vellent... Dionysius attribuit angelo tres actus, scilicet purgare illuminare et perficere, etc. [*Purg.*, VIII, 106 sgg., p. 63; XII, 118 sgg., p. 69 e *passim*].

Digitized by Google

Lib. II, c. 23, p. 118: Dicunt quidam quod angelus cecidit secunda die; sed communior est opinio quod prima die subito post creationem suam ceciderit [*Par.*, XXIX, 49 sgg., p. 146].

Lib. II, c. 32, p. 128: *De triplici anima* [*Purg.*, IV, 1 sgg., p. 56 XXV, 73 sgg., p. 89].

Lib. II, c. 39, p. 146: Ubi autem phantasia non est cum ratione, ut est in brutis, tunc regitur solum secundum instinctum naturae; et quia natura uno modo est in habentibus speciem unam, ideo conceptio phantasiae operatur in talibus uno modo. Et inde est quod omnis hirundo facit uno modo nidum suum [*Par.*, XVIII, 109 sgg., p. 130].

Lib. II, c. 41, p. 139: Secundum quod vis motiva sensibilis movet corporaliter, sic dividitur in virtutem naturalem vitalem et animalem, quarum prima situm suum habet in hepate, secunda in corde, tertia in capite ut proximo principio, tamen primum principium est cor... Est autem spiritus naturalis substantia subtilis et aerea vi caloris in corde generata, etc. [*Vita Nova*, § 2, lin. 20 sgg., p. 205].

Lib. II, c. 46, p. 146: *De intellectu agente et possibili*... Intellectus agens, qui est lux animae, ponit species abstractas a phantasia in intellectu possibili, non quidem actualiter sed secundum intentionem, id est similitudinem, etc. [*Purg.*, XXV, 65, p. 89; *De Mon.*, I, 3, lin. 53, p. 342].

Lib. II, c. 57, p. 160: Homo graece antropos dicitur idest arbor eversa: habet enim caput cum capillis ad modum radicis, brachia vero cum cruribus sunt quasi rami. — Lib. II, c. 63, p. 172: Praeceptum naturae duplex fuit: unum de conservatione individui ut ibi *Gen.* 3: De omni ligno paradisi comedetis. Inter quae ligna fuit in medio paradisi specialiter nominatum lignum vitae, sic dictum ab effectu, quia corpora primorum parentum debebant continue vegetare, etc. [*Purg.*, XXII, 133, p. 85].

Lib. II, c. 65, p. 176: Invidens ergo diabolus foelicitati hominis, etc. [*Inf.*, I, 111, p. 2].

Lib. III, c. 2, p. 183: Diffinitur autem peccatum multis modis Primo sic ab Aug.: peccatum est voluntas retinendi vel consequendi quod iustitia vetat [*Inf.*, XI, 22-3, p. 15].

Lib. III, c. 7, p. 191: Quod autem unum peccatum nascatur ex alio, sic apparet. Superbia enim, quia vult omnes excellere, dolet si aliquis ei aequetur et sic ex ea nascitur invidia. Invidia vero quia de facili irascitur ei cui invidet, ideo ex ea nascitur ira. Sed ira cum non potest se vindicare, tristatur et ideo ex ea nascitur acedia, etc. [*Inf.*, VII, 115 sgg., p. 11].

Lib. III, c. 14, p. 210: Septem vitia comparantur septem bestiis: superbia comparatur leoni, invidia cani, ira lupo, acedia asino, avaritia eritio, gula urso, luxuria porco [*Inf.*, I, 45 sgg., p. 1].

Digitized by Google

Lib. III, c. 15, p. 211: Superbia dicitur initium omnis peccati... Libido etiam dicitur causa omnis peccati sicut ait August.... Cupiditas etiam dicitur radix omnium malorum... Luxuria etiam secundum Cassianum dicitur radix omnis peccati, etc. [*Inf.*, I, 100, p. 2].

Lib. III, c. 17, p. 215: Ira est, ut ait Aug., ulciscendi libido et secundum Cassianum, ira est motus animi concitatus ad poenam [*Purg.*, XVII, 121 sgg., p. 77].

Lib. IV, c. 22, p. 293: Unus est Infernus damnatorum in quo est poena sensus et damni, ac tenebrae interiores et exteriores id est absentia gratiae. Iste semper habet luctum. Supra hunc est limbus puerorum ubi est poena damni et non sensus; et sunt ibi tenebrae exteriores et interiores, etc. [*Inf.*, IV, 25, p. 5].

Lib. V, c. 8, p. 315: Sicut in cithara, si defuerit una chorda non erit harmonia perfecta, ita nec in anima erit spiritualis melodia nisi adsint omnes virtutes, etc. [*Par.*, X, 64 sgg., p. 117 e *pass.*].

Lib. V, c. 10, p. 318: Ignis infernalis non potest ledere virtuosum, sicut nec ignis materialis salamandram [*Inf.* II, 91 sgg., p. 3].

Lib. V, c. 19, p. 331: Fides secundum apostolum est substantia sperandarum rerum, argumentum non apparentium. In hac diffinitione fides dicitur substantia, id est fundamentum substans aedificio spirituali quod est gratia et gloria. Ipsa namque fides facit aliqualiter iam res sperandas in nobis subsistere per gratiam et faciet tandem per gloriam... Argumentum dicitur idest arguens mentem, quia fides inclinat intellectum ad credendum ea quae non apparent et propter hoc dicitur fides potius argumentum quam conclusio, quia fides probat de non apparentibus quod sint et non probatur [*Par.*, XXIV, 64, p. 138].

Lib. V, c. 21, p. 340: *De articulis fidei*... Si autem consideremus quae radicaliter sunt credenda tunc articuli sunt 14, quorum 7 spectant ad divinitatem et 7 ad Christi humanitatem, et haec signata sunt in 7 stellis et 7 candelabris aureis, in quorum medio filius hominis ambulabat [*Purg.*, XXIX, 50 sgg., p. 95].

Lib. V, c. 22, p. 342: Spes est certa expectatio futurae beatitudinis ex Dei gratia et meritis propriis proveniens, etc. [*Par.*, XXV, 67 sgg., p. 140].

Lib. V, c. 33, p. 359 (Virtutes cardinales) purgatoriae dicuntur, secundum quod iam sunt in victoria vitiorum, et consistunt partim intra partim extra et sic sunt proficientium, etc. [*Purg.*, I, 22 sgg., p. 52].

Lib. VI, c. 23, p. 454: Partes poenitentiae integrales sunt tres: scilicet contritio, confessio et satisfactio, etc. — *Ib.*, c. 30, p. 467: Per satisfactionem enim tria magna bona nobis proveniunt, scilicet impetratio gratiae, remissio poenae, expurgatio reliquiarum culpae, etc. [*Purg.*, IX, 94 sgg., p. 65].

Digitized by Google

Lib. VII, c. 2, p. 492: Quia cessante impedimento corpora gravia feruntur deorsum et levia sursum; et sic malorum spiritus remoto carnis onere statim feruntur ad locum suppliciorum propter peccati gravitatem, spiritus vero bonorum, si non sit impedimentum alicuius culpae vel poenae debitae, statim feruntur ad locum praemiorum [*Par.*, I, 139 sgg., p. 104; *Inf.*, III, 123 sgg., p. 5].

Lib. VII, c. 3, p. 494: Praedicta vero poenae diversitas (in Purgatorio) non est ex diversitate ignis ardentis seu agentis, sed subiecti patientis, sicut sub eodem sole, unus plus aestuat, alter minus, ut dicit Greg. Necesse est autem, ut dicit August., quod tantum duret dolor quantum haeserat malum. Tanto enim quisque torquebitur diutius, quanto affectus eius venialibus adhaerebat fortius [*Purg.*, VI, 37, p. 60 e *passim*].

Lib. VII, c. 22, p. 526: Infernus est locus tenebrosus, cum sit locus iustitiae. Lumen autem, cum sit delectabile, tamen ingerit tristitiam per accidens, scilicet in quantum ostendit aliquid triste. Unde in Inferno est aliquid obscuri luminis, etc. [*Inf.*, IV, 10, p. 5 e *passim*].

Digitized by Google

Osservazioni sulla collocazione del nome Ζεύς in Eschilo.

Nota di PAOLO UBALDI.

Una delle doti che giustamente da tutti si attribuisce ad Eschilo è la religiosità. E questa religiosità è dimostrata non solo da tutto l'insieme del pensiero, ma si rivela anche in certe piccole particolarità materiali inerenti alla parola stessa, vale a dire al mezzo materiale necessario alla manifestazione dell'idea concepita nella nostra mente. E invero, è un fatto che Eschilo più degli altri tragici ha una predilezione e insieme una venerazione pel nome Ζεύς, sto per dire come S. Paolo pel nome di Cristo, chè, come è noto, e come fu già osservato, egli è degli scrittori biblici quello che lo adopera più sovente. Su poco più di ottomila versi Eschilo usa questo nome Ζεύς un duecento volte circa — e più precisamente, compresi i frammenti, cento novanta sette volte, se il mio calcolo è giusto — Sofocle invece tra frammenti e tragedie — più di diecimila versi — appena un cento e trenta volte, e meno ancora Euripide — appena un'ottantina di volte — nelle prime sette tragedie che ci dànno comunemente le edizioni (1), le quali appunto assommano a un diecimila versi presso a poco come le tragedie di Sofocle.

Ma questa sproporzione poi cresce ancora se consideriamo soltanto le volte in cui Ζεύς è in caso nominativo nei tre tragici, giacchè se Eschilo usa il nominativo Ζεύς settantuna volta, Sofocle lo adopera solo trenta, ed una dozzina di volte appena Euripide; mentre al contrario, la sproporzione diminuisce, considerando il nome in caso genitivo (Eschilo novanta volte, Sofocle sessantuna, Euripide quarantatre), perchè quel genitivo nei due ultimi poeti è per lo più unito a κόρη, παῖς, θυγάτηρ ecc., e non assume quindi l'importanza che ha il nominativo per cui

(1) Cioè a dire: Oreste, Ecuba, Fenicie, Medea, Ippolito, Alceste e Andromaca.

Digitized by Google

Ζεύς è soggetto di una proposizione, di una sentenza, di un fatto solenne, o che so io. Però si vede che Sofocle ed Euripide tirano in campo l'idea di Zeus molto meno di Eschilo. Ma oltre alla predilezione per questo nome c'è da osservare anche l'importanza e la cura che il nostro ha nella collocazione sua nella frase, — parlo solo del caso nominativo. Esaminandolo anzi tutto nei trimetri giambici, io noto due posizioni seguite costantemente da Eschilo. Ζεύς o è a capo di verso e però nel primo piede della prima dipodia:

[*Supp.*, 237: Ζεὺς ἄλλος ἐν καμοῦσιν ὑστάτας δίκας (1)...
ib., 316: καὶ Ζεύς γ' ἐφάπτωρ χειρὶ φιτεύει γόνον.
Sept., 504: εἰ Ζεύς γε Τυφῶ καρτερώτερος μάχῃ·
Pers., 829-30: Ζεύς τοι κολαστὴς τῶν ὑπερκόμπων ἄγαν | φρονημάτων ἔπεστιν, εὔθυνος βαρύς.
Eum., 625: Ζεύς, ὡς λέγεις σύ, τόνδε χρησμὸν ὤπασε...
Prom., 218: ὡς Ζεὺς ἀνάσσοι δῆθεν...
ib., 984: Ζεὺς τοῖς τοιούτοις οὐχὶ μαλθακίζεται.
fragm., 71: Ζεύς ἐστιν αἰθήρ, Ζεὺς δὲ γῆ, Ζεὺς δ' οὐρανός,| Ζεύς τοι τὰ πάντα χὤτι τῶνδ' ὑπέρτερον.
fragm., 221: Ζεὺς ὅς κατέκτα τοῦτον] nove volte in tutto;

oppure è nel primo piede della seconda dipodia di preferenza in arsi, e però nella terza arsi del metro, cioè in una delle principali (ventidue volte):

[*Supp.*, 212: κεδνὰς ἐφετμάς· Ζεὺς δὲ γεννήτωρ ἴδοι.
ib., 304: οὐκοῦν πελάζει Ζεὺς ἐπ' εὐκραίρῳ βοΐ;
ib., 632: δῆμος Πελασγῶν, Ζεὺς δ' ἐπέκρανεν τέλος.
Sept., 8: οἰμώγμασιν θ', ὧν Ζεὺς ἀλεξητήριος | ἐπώνυμος γένοιτο...
ib., 499: Ὑπερβίῳ δὲ Ζεὺς πατὴρ ἐπ' ἀσπίδος | σταδαῖος ἧσται
ib., 507: σωτὴρ γένοιτ' ἂν Ζεὺς ἐπ' ἀσπίδος τυχών.
Pers., 764: ἐξ οὔτε τιμὴν Ζεὺς ἄναξ τήνδ' ὤπασεν,
Ag., 514: ὕπατός τε χώρας Ζεὺς ὁ Πύθιός τ' ἄναξ...
ib., 1020: ἐπεί σ' ἔθηκε Ζεὺς ἀμηνίτως δόμοις...
Cho., 771: ἀλλ' εἰ τροπαίαν Ζεὺς κακὸν θήσει ποτέ.
Eum., 92: ἱκέτην. σέβει τοι Ζεὺς τόδ' ἐκνόμων σέβας...
ib., 621: ὃ μὴ κελεύσει Ζεὺς 'Ολυμπίων πατήρ.

---

(1) Cito costantemente l'ed. del Wecklein. Berlino, Calvary, 1885.

Digitized by Google

ib., 643: πατρὸς προτιμᾷ Ζεὺς μόρον τῷ σῷ λόγῳ,
ib., 852: φρονεῖν δὲ κἀμοὶ Ζεὺς ἔδωκεν οὐ κακῶς.
Prom., 210: ποίῳ λαβών σε Ζεὺς ἐπ' αἰτιάματι...
ib., 271: τοιοῖσδε δή σε Ζεὺς ἐπ' αἰτιάμασιν...
ib., 676: τυχεῖν μεγίστου; Ζεὺς γὰρ ἱμέρου βέλει | πρὸς σοῦ τέθαλπται...
ib., 874: ἐνταῦθα δή σε Ζεὺς τίθησιν ἔμφρονα...
ib., 1022: προτρέψεταί με Ζεὺς γεγωνῆσαι τάδε,
fr., 6: σεμνῶς Παλικοὺς Ζεὺς ἐφίεται καλεῖν,
fr., 71: Ζεύς ἐστιν αἰθήρ, Ζεὺς δὲ γῆ, Ζεὺς δ' οὐρανός,
fr., 327: πρὶν ἂν παλαγμοῖς αἵματος καθαρσίου | αὐτός σε χράνῃ Ζεὺς καταστάξας χεροῖν.]

In terzo piede, ma non in arsi, si ha una volta in *Eum.*, 17: τέχνης δέ νιν Ζεὺς ἔνθεον κτίσας φρένα, ed altre sei volte tutte quante nel *Prometeo*, in quella tragedia cioè dove Zeus, lo si noti, è presentato secondo la tradizione popolare, quale il successore di Urano e di Crono, un dio nuovo, l'amante di Jo ecc., e non come per lo più appare nelle altre tragedie quale Ente supremo, quale Dio sommo, misterioso, inconcepibile, quale insomma il poeta o meglio la coscienza del poeta se lo formava:

[*Prom.*, 219: σπεύδοντες, ὡς Ζεὺς μή ποτ' ἄρξειεν θεῶν,
ib., 329: θακῶν κλύοι Ζεύς, ὥστε σοι τὸν νῦν χόλον...
ib., 533: τούτων ἄρα Ζεύς ἐστιν ἀσθενέστερος;
ib., 782: μόχθων, πρὶν ἂν Ζεὺς ἐκπέσῃ τυραννίδος.
ib., 939: ἦ μὴν ἔτι Ζεύς, καίπερ αὐθάδης φρενῶν, | ἔσται ταπεινός,
ib., 1012: Πρ. ὤμοι. Ἑρ. τόδε Ζεὺς τοὔπος οὐκ ἐπίσταται.]

Ma in tutti questi casi il poeta non pronuncia una sentenza nè espone un fatto solenne che compia Zeus, piuttosto racconta o espone un'idea qualsiasi di nessuna importanza (1).

(1) Gli unici esempi, in versi trimetri giambici, che sarebbero contrari a queste posizioni si trovano nel fr. 71 già citato: Ζεύς ἐστιν αἰθήρ, Ζεὺς δὲ γῆ, Ζεὺς δ' οὐρανός, | Ζεύς τοι τὰ πάντα κτέ., nel qual luogo è notevole l'insistente e simmetrica ripetizione del nome Ζεύς per cui la solita collocazione non poteva necessariamente essere rispettata, e nel fr. 200, 6: ἰδὼν δ' ἀμηχανοῦντά σ' ὁ Ζεὺς οἰκτερεῖ del *Prom. liberato*, dove però altri legge ἰδὼν δ' ἀμηχανοῦντά σ' οἰκτερεῖ πατήρ (Cobet); lezione questa che forse è

Digitized by Google

Nei tetrametri trocaici Ζεύς non è frequente, compare infatti una volta sola, ma anche qui esso è in prima sede e però in arsi, *Pers.*, 742:

. . . . . ἐς δὲ παῖδ' ἐμὸν
Ζεὺς ἀπέσκηψεν τελευτὴν θεσφάτων:

le parole di Dario in questo momento, come appare dal contesto, sono gravi e solenni.

Nei passi lirici la collocazione è più varia. Ζεύς infatti trovasi o in capo di proposizione o di verso:

[*Supp.*, 1: Ζεὺς μὲν ἀφίκτωρ ἐπίδοι προφρόνως | στόλον ἡμέτερον...
ib., 26: καὶ Ζεὺς σωτὴρ τρίτος, οἰκοφύλαξ | ὁσίων ἀνδρῶν, δέξαιθ' ἱκέτην...
ib., 408: Ζεὺς ἑτερορρεπής, νέμων εἰκότως...
ib., 583: Ζεὺς αἰῶνος κρέων ἀπαύστου
ib., 635: Ζεὺς δ' ἐφορεύοι ξένιος ξενίου | στόματος τιμάς...
ib., 697: Ζεὺς ἐπικραινέτω | φέρματι γᾶν πανώρῳ.
ib., 1063: ὁ μέγας Ζεὺς ἀπαλέξαι | γάμον Αἰγυπτογενῆ μοι.
ib., 1073: Ζεὺς ἄναξ ἀποστεροί | η γάμον δυσάνορα δάιον,
Sept., 472: Ζεὺς νεμέτωρ ἐπίδοι κοταίνων.
Ag., 170: Ζεὺς ὅστις ποτ' ἐστίν, εἰ τόδ' αὐ | τῷ φίλον κεκλημένῳ,
ib., 1009: Ζεὺς αὖτ' ἔπαυσ' ἐπ' εὐλαβείᾳ.
Cho., 394: καὶ πότ' ἂν ἀμφιθαλὴς | Ζεὺς ἐπὶ χεῖρα βάλοι..;
Eum., 366: Ζεὺς γὰρ αἱματοσταγὴς ἁ | ξιόμισον ἔθνος τόδε...
ib., 919: τὰν καὶ Ζεὺς ὁ παγκρατὴς Ἄρης τε | φρούριον θεῶν νέμει,
ib., 1046: Παλλάδος ἀστοῖς· Ζεὺς ὁ πανόπτας | οὕτω Μοῖρά τε συγκατέβα.]

---

preferibile alla prima (cfr. anche Dindorf, *Lex. Aesch.*, Add., p. 427). La prima infatti non solo sarebbe una eccezione alla collocazione del nome Ζεύς, ma anche sarebbe l'unico esempio del nome Ζεύς preceduto immediatamente dall'articolo. In Eschilo Ζεύς, quando è solo non ha articolo di sorta. In Sofocle pure, se non in un caso (cfr. *O. R.*, 498: ἀλλ' ὁ μὲν οὖν Ζεὺς ὅ τ' Ἀπόλλων ξυνετοὶ κτέ.), l'articolo non compare; in Euripide invece gli esempi con l'articolo sono più frequenti.

Digitized by Google

oppure in arsi:

[*Ag.*, 56: ἢ Πὰν ἢ Ζεὺς οἰωνόθροον | γόον... | πέμπει παραβᾶσιν Ἐρινύν.
Sept., 617: βαλὼν Ζεύς σφε κάνοι κεραυνῷ. ecc.]

o in fine di verso o di proposizione:

[*Supp.*, 602: τέκνων, τὸ πᾶν μῆχαρ οὔριος Ζεύς.
Ag., 60: οὕτω δ' Ἀτρέως παῖδας ὁ κρείσσων | ...πέμπει ξένιος | Ζεύς,
Eum., 974: ἀλλ' ἐκράτησε Ζεὺς ἀγοραῖος.
Prom., 203: τὸ δίκαιον ἔχων Ζεύς, | ἀλλ' ἔμπας, δίω, | ...
ib., 418: ἀμέγαρτα γὰρ τάδε Ζεὺς | ἰδίοις νόμοις κρατύνων...
ib., 544: μηδάμ' ὁ πάντα νέμων | θεῖτ' ἐμᾷ γνώμᾳ κράτος ἀν | τίπαλον Ζεύς,];

vale a dire in quei luoghi della frase che la retorica definisce essere appropriati perchè una parola acquisti maggior risalto; ma la retorica, notiamo bene, ha così definito dopochè si è visto che, considerati e osservati tanti e tanti esempi, la cosa stava appunto in questo modo. Che tutto ciò sia casuale? Tra le tante sentenze di Eschilo ne noto qui tre:

Ζεύς τοι κολαστὴς τῶν ὑπερκόμπων ἄγαν
φρονημάτων ἔπεστιν (*Pers.*, 829-30) (1).

πομπαῖος ἴσθι, τόνδε ποιμαίνων ἐμὸν
ἱκέτην. Σέβει τοι Ζεὺς τόδ' ἐκνόμων σέβας
ὁρμώμενον βροτοῖσιν εὐπόμπῳ τύχῃ (*Eum.*, 91-93).

οὕτω δ' Ἀτρέως παῖδας ὁ κρείσσων
ἐπ' Ἀλεξάνδρῳ πέμπει ξένιος
Ζεύς, κτέ. (*Ag.*, 60 sgg.).

E su questi esempi si possono modellare tutti gli altri sopra notati. Ebbene, io credo che Eschilo non avrà studiato

(1) Euripide ha la stessa sentenza espressa così:

. . . . ἀλλὰ τῶν φρονημάτων
ὁ Ζεὺς κολαστὴς τῶν ἄγαν ὑπερφρόνων.
(*Herc. fur.*, 387-88).

Digitized by Google

di proposito siffatte collocazioni, ma ciò non vuol dir niente, anzi è meglio che non ci abbia pensato, perchè così si rileva che anche inconscientemente l'animo del poeta era sempre lo stesso davanti a questa idea di Zeus, e inconscientemente, sia pure, portava su di essa tutta la sua attenzione, come lo dimostrano e l'*ictus* che cade su questa parola, che però risalta di più, e la pausa che si interpone con la parola seguente, e il principio di proposizione che comincia con Ζεύς.

Le quali cose poi mi sembrano ancor più e meglio confermate dalla costruzione stessa che può prendere talvolta la frase in cui compare questo nome. Un esempio basterà. Nei *Sette* (vv. 491 sgg.) Eteocle dice che Ippomedonte e Iperbio si troveranno di fronte, e che portano sugli scudi l'effigie di due dèi nemici tra loro, Zeus e Tifone. Ma come Zeus non cedette mai a Tifone, così neanche adesso Iperbio cederà all'avversario. Ora il poeta se dice: " l'uno infatti ha (nello scudo) il fuoco-spirante Tifone " — ὁ μὲν γὰρ πύρπνοον Τυφῶν' ἔχει, (v. 498), — non continua la seconda proposizione correlativa in quel modo che parrebbe più naturale: " e l'altro porta sullo scudo Zeus ", o " l'effigie di Zeus "; ma cambia l'ordine della proposizione in modo che l'oggetto qui diventa soggetto. Dice infatti: " e ad Iperbio Zeus padre sullo scudo immoto sta, nella mano il fulmine accendendo " — Ὑπερβίῳ δὲ Ζεὺς πατὴρ ἐπ' ἀσπίδος | σταδαῖος ἧσται διὰ χερὸς βέλος φλέγων (vv. 499-500). Oltre ad essere questo nome in arsi, e oltre alla dieresi dopo πατήρ, l'ordine della proposizione correlativa è affatto cambiato, appunto per l'importanza stessa che esso nome assume nella mente del poeta dominata fortemente dall'immagine di Zeus (1).

Del resto oltre alla predilezione e la cura per questo nome, Eschilo dimostra una somma riverenza per esso, e là dove compare vuol dire che vi è una ragione vera, un motivo sufficiente perchè abbia ad esserci. Non così è sempre lo stesso negli altri due tragici. Mentre vi è differenza notevole tra Eschilo e Sofocle nel numero totale delle volte in cui compare il nome di Zeus, come ho già detto, non ve ne è quasi nell'uso di esso in

(1) Cfr. anche *Ag.*, 170 e sgg., nel qual luogo, come ben nota il Nägelsbach (Aeschylus' Agam., p. 131), tutta la struttura del periodo resta turbata a cagione di quel nominativo posto a capo della intera strofe.

Digitized by Google

caso vocativo; chè in Eschilo compare ventisette volte, e venticinque in Sofocle, compresi i frammenti. Or bene in Sofocle è spesso, in questo caso, meno di una pura e semplice invocazione; è quasi un modo di dire, un intercalare, come lo è molto di frequente il nostro " o Dio! „; ciò che dimostra che, in quel dato momento almeno, al nome non si dà l'importanza che esso ha veramente (1). La qual cosa più o meno si osserva anche in Euripide che nelle sette tragedie accennate, adopera sedici volte questo nome in caso vocativo (2), quantunque, a dir il vero, Euripide sia più riguardoso in ciò dello stesso Sofocle (3). Or bene in Eschilo non vediamo mai che Ζεῦ sia preso come semplice esclamazione (4); pare anzi che egli abbia, sto per dire, uno scrupolo di nominare invano la massima divinità, della quale egli stesso confessa di non conoscere bene il vero nome (5).

---

(1) Cfr. ad es. *O. C.*, 143: Ζεῦ ἀλεξῆτορ, τίς ποθ' ὁ πρέσβυς; ib., 310 ὦ Ζεῦ, τί λέξω; e così vv. 221, 533, 1471, 1747; *O. R.*, 1198; *Trach.*, 983 ecc.

(2) Cfr., ad es., *Hec.*, 488: ὦ Ζεῦ, τί λέξω; *Or.*, 332: ὦ Ζεῦ, | τίς ἔλεος, τίς ὅδ' ἀγὼν | φόνιος ἔρχεται, κτέ., e *Phoen.*, 1290, ἰὼ Ζεῦ, ἰὼ γᾶρ, | ὁμογενῆ δέραν... | δι' ἀσπίδων, δι' ἁρμάτων;

(3) Cfr., ad es., *Or.*, 1242; 1497; *Phoen.*, 85; *Med.*, 148; 332; 516, 764; 1405; *Hipp.*, 1363, ecc.

(4) I luoghi dove Ζεύς è in caso vocativo sono *Supp.*, 168; 215, 535; 823, 903, 913; *Pers.*, 535, 917; *Sept.*, 69; 111, 241 (non ricordato dal Dindorf, *Lex. Aesch.* a pag. 146, *b*), 242; 807; *Agam.*, 367, 964 (2 volte nello stesso verso); *Cho.*, 18, 245 (2 volte); 381 (2 volte), 408; 780, 784, 786, 854 (2 volte).

(5) Cfr. *Ag.*, 170 sgg.

ff. di Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino — Vincenzo Bona Tipografo di S. M. e Reali Principi

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

S-65-J

JUN 22 1904

4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 5ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e CAMERANO Segretario. — Il Socio PEANO scusa la sua assenza.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente annunzia con parole di vivo rammarico la morte della signora Adele MASI vedova del compianto Senatore Michele LESSONA che fu Socio e Presidente dell'Accademia e incarica il Socio CAMERANO, genero della defunta, di portare alla famiglia Lessona le condoglianze dell'Accademia.

Il Presidente comunica l'invito dell'Accademia delle scienze di Pietroburgo a sottoscrizioni in onore del defunto Socio A. O. KOWALEVSKY. La scheda relativa verrà depositata nella Segreteria accademica a disposizione dei Soci.

Il Socio MATTIROLO presenta la scheda di sottoscrizione per un busto a Matthias Jacob SCHLEIDEN. Essa verrà pure depositata nella Segreteria accademica a disposizione dei Soci.

Il Presidente presenta in omaggio all'Accademia per parte del prof. G. CELORIA, Socio corrispondente, l'opera seguente: *Al-Battānī. Opus astronomicum, Latine versum, adnotationibus instructum a Carolo Alfonso Nallino.*

Digitized by Google

Il Socio Guareschi presenta in omaggio all'Accademia la traduzione tedesca del suo lavoro: *Avogadro e la teoria molecolare,* fatta dal Dottor Otto Merckens sotto la direzione del prof. G. Kohlbaum dell'Università di Basilea, che l'ha inserita nelle sue pregevoli *Monographieen aus der Geschichte der Chemie* insieme all'autobiografia di Berzelius. L'autore è ben contento di avere contribuito ad aumentare la gloria del nostro Avogadro, facendo apprezzare molti suoi lavori che erano assai poco conosciuti o dei quali non era stata rilevata l'importanza.

Vengono presentati per l'inserzione negli *Atti* i lavori seguenti:

1° dal Socio Parona una sua nota intitolata: *Una rudista della scaglia veneta;*

2° Dr. Giacomo Marro: *Nuovo metodo per la determinazione dell'acido carbonico negli alcali e nei carbonati alcalini,* dal Socio Mosso;

3° Dr. Mario Pieri: *Circa il teorema fondamentale di Staudt e i principî della geometria projettiva,* dal Socio Presidente D'Ovidio a nome del Socio Peano assente;

4° Il Socio Morera presenta le seguenti due sue note: 1° *Sull'attrazione di un ellissoide eterogeneo;* 2° *Sulle equazioni dinamiche di Hamilton.*

5° Il Socio Segre, a nome anche del Socio Morera, legge la relazione intorno alla Memoria del Dr. Umberto Perazzo, intitolata: *Sull'incidenza di rette, piani e spazi ordinari in uno spazio a cinque dimensioni e su alcune corrispondenze birazionali fra piani e spazi ordinari.*

La relazione favorevole per l'inserzione della Memoria nei volumi accademici è approvata all'unanimità. Con votazione segreta la Memoria del Dr. Perazzo viene unanimemente accolta per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Digitized by Google

LETTURE

Una rudista della scaglia veneta.

Nota del Socio CARLO FABRIZIO PARONA.

Le collezioni di fossili della *scaglia* veneta, possedute dal Museo Geologico di Padova e dal sig. Dr. D. DAL LAGO di Valdagno, contengono degli avanzi di rudiste provenienti dalle cave di Valdagno, di Novale, di Chiampo, di M. Magrè presso Schio, ch'io ebbi occasione di esaminare per cortesia del prof. OMBONI e dello stesso Dr. DAL LAGO.

Gli esemplari da me avuti in comunicazione sono abbastanza numerosi ed appartengono sicuramente a diverse specie; ma il loro stato di conservazione è così imperfetto da non permettere riferimenti generici e specifici sicuri, fatta eccezione per una sola forma, nella quale riconosco il *Biradiolites Mortoni*, rappresentato da quattro esemplari, uno dei quali particolarmente interessante, perchè eccezionalmente ben conservato.

Biradiolites Mortoni (Mant.).

1852. *Radiolites Mortoni*, WOODWARD, *On the Struct. a. affin. of the Hippuritidae*, " The Quart. Journ. Geol. Soc. of London ", vol. IX, pag. 47, fig. 12, pag. 59, pl. V, fig. 1-2.

1866. *Radiolites Mortoni*, ZITTEL, *Die Bivalv. d. Gosaugeb. in den nordostl. Alpen*, " Denk. d. k. Akad. Wien ", XXV Bd., pag. 48, Taf. XXV, fig. 1, 2.

Valva inferiore (destra, β) subconica, a sezione subcircolare, lunga all'incirca quanto larga, obliqua per maggior espansione del fianco cardinale e colla cavità interna a sezione subovale. Guscio di grande spessore, colle larghissime lamine assai sottili, inclinate verso la cavità interna, regolarmente increspate sulla

Digitized by Google

zona marginale esterna, pianeggianti nel resto della loro superficie, che è segnata da ben distinte impressioni di vasi (fig. 3), radianti dal margine interno, le quali in generale dopo la metà del loro percorso si biforcano e ripetutamente nel maggiore esemplare. Struttura a cellette ben manifeste e fine, a piccole maglie irregolarmente pentagonali. Il fianco esterno della conchiglia presenta pochi solchi o strozzature trasversali ed è percorso da numerose costole, strette, ineguali, angolose, semplici od appaiate e diritte (fig. 2).

Le due fascette corrispondenti ai seni sono molto evidenti e larghe, a costoline fitte, diritte, regolari; quella anteriore larga più del doppio in confronto della posteriore, dalla quale è separata mediante una interposta zona rilevata, stretta, formata da sette od otto costole, simili a quelle suddescritte, che ornano l'esterno della conchiglia.

L'esemplare di M. Magrè presso Schio, cui si riferisce specialmente questa descrizione, presenta la regione delle fascette in parte mascherata da frammenti di altre valve alle quali evidentemente stava aderente, come si osserva per gli esemplari inglesi, che secondo Woodward si trovano generalmente in gruppi. L'estremità inferiore è spezzata, per cui non è possibile rilevare la sua esatta altezza, che di poco doveva superare i mm. 130, misura del diametro maggiore della superficie superiore della valva: corrispondentemente a questo diametro l'apertura della cavità interna è di mm. 55, mentre lo spessore del guscio, o parete della valva, misura da un lato mm. 45 e dall'altro mm. 30. — Nessuna traccia dell'apparato cardinale. — Valva superiore (sinistra, α) sconosciuta.

Alla stessa specie spettano altre tre valve inferiori, due di Novale ed una di Valdagno. Sono più incomplete di quella descritta: l'esemplare di Valdagno presenta ben conservata l'ornamentazione esterna del guscio; degli altri due, l'uno è di dimensioni prossime a quelle dell'esemplare descritto e della valva di Valdagno, sebbene di forma conica più schiacciata, ed è notevole per la perfetta conservazione del guscio (fig. 3), l'altro si distingue per la sua grandezza. È questo un frammento di valva inferiore, che alla sua faccia superiore doveva avere un diametro non minore di mm. 290; infatti l'apertura misura mm. 110 ed il guscio ha lo spessore di 90 mm., le quali dimensioni sareb-

Digitized by Google

bero intermedie fra quelle della valva descritta da Woodward e del frammento figurato da Zittel e quelle del grande frammento di Gosau (British Museum), cui accenna lo stesso Woodward, e che misura quattro pollici dallo strato interno al margine esterno.

Questa descrizione dimostra l'identità della rudista della *scaglia* veneta col *Birad. Mortoni*, così specificamente denominato da Mantell nel 1833, illustrato poi da Woodward e da Zittel, i quali gli attribuirono anche il grande frammento del Texas ben figurato da Roemer, che lo distinse col nome di *Rad. Austinensis* (1). La conoscenza del *Bir. Mortoni* viene ora avvantaggiata collo studio dell'esemplare di M. Magrè di Schio, che, presentando conservate le fascette e la zona interposta, ci permette di farci una idea esatta di un carattere di grande importanza per la determinazione generica e specifica (2). Questo carattere conferma inoltre l'affinità del *Bir. Mortoni* col *Birad. cornu-pastoris*, già notata da Woodward, ma permette nel tempo stesso di meglio precisare le differenze fra le due specie. I tipi del *Birad. cornu-pastoris* sono, come fa notare Choffat, gli esemplari figurati da Des Moulins e da Bayle (3), ed in confronto ad essi il *Bir. Mortoni* presenta una forma più tozza per lo spessore del guscio assai maggiore, e con struttura a cellette molto più minuta: inoltre delle due fascette quella anteriore è più larga, mentre risulta proporzionalmente più stretta la zona interposta alle due fascette. Tali differenze riescono manifeste anche nel confronto con un tipico e ben conservato esemplare di *Bir. cornu-pastoris* dei dintorni del lago di S. Croce nel bellunese (4),

---

(1) F. Roemer, *Die Kreidebild. v. Texas u. ihre organ. Einschlüsse*, Bonn, 1852, pag. 77, Tav. VI, fig. 1 *a, d*.

(2) H. Douvillé, *Classificat. des Radiolites*, " Bull. Soc. Géol. de France „ (II, 1902) 1903, pag. 461.

(3) Des Moulins C., *Essai sur les Sphérulites*, " Bull. d'Hist. Nat. Soc. Linn. de Bordeaux „, 1826, pag. 141, Tav. X, fig. 1, 2 (fig. invert.). — E. Bayle, *Observ. sur le* Radiol. cornu-pastoris *Des Moul.*, " Bull. Société Géol. de France „. XIII, 1856, pag. 139, Tav. IX. — P. Choffat, *Faune crét. du Portugal*, " Comm. d. Serv. géol. du Portugal „, 4e Sér., 1901-902, pag. 137.

(4) Questo esemplare di *Bir. cornu-pastoris* fa parte di una collezioncina di fossili provenienti dal calcare bianco di scogliera della giogaia Piné, Canale di S. Croce: sono fossili, che molto probabilmente furono donati al Museo di Torino dal prof. T. A. Catullo, che appunto sulla fauna di questo

Digitized by Google

sicchè è fuor di dubbio che si tratta di due forme specifiche ben distinte.

. Non credo che finora sia stata verificata la posizione stratigrafica del *Biradiol. Mortoni* nella serie di Gosau, nè ha valore il riferimento al *dordoniano* in base ad inesatta mia determinazione dei frammenti di una rudista del M. Gesso presso Ariano Puglia, che il dr. Dainelli distinse poi come forma nuova (1): rettifica ch'io accetto, ritenendo del resto esatte e sufficientemente dimostrate le determinazioni delle altre rudiste da me descritte nella stessa occasione. Ma per la rudista vicentina, che ascrivo al *Birad. Mortoni*, l'età e la posizione stratigrafica resta dimostrata dalla fauna ad echini delle stesse cave di M. Magré, Novale e Valdagno. In questa fauna il prof. C. Airaghi (2) riconobbe l'*Ovulaster zignoanus* (d'Orb.), il *Cardiaster subtri-*

---

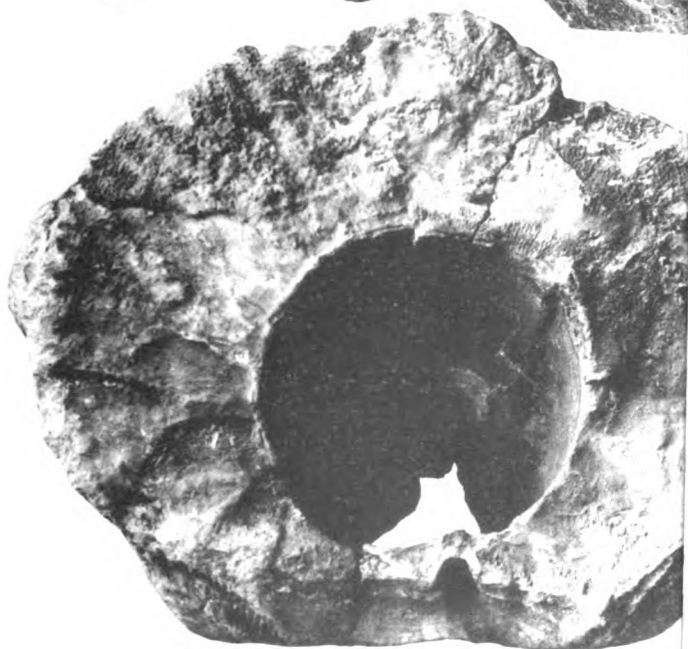
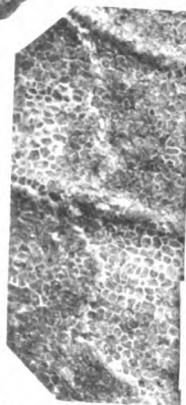
giacimento pubblicò un lavoro (*Mem. geognost.-zool. sopra alc. conch. fossili del calcare jur. che si eleva presso il Lago di S. Croce*, ecc., " Accad. di Padova ", 1884). L'esemplare, che riferisco alla specie di Des Moulins, era indeterminato ed accompagnato da altri colle determinazioni di Catullo, e cioè *Sphaerulites Da Rio, Hippurites contortus, Hippurites nanus*. K. Futterer nel suo lavoro sui dintorni del Lago di S. Croce (*Die ober. Kreidebild. d. Umgeb. d. Lago di S. Croce*, " Palaeont. Abhandl. ", Jena, 1892) conservò le due prime denominazioni specifiche, rettificandone quella generica (*Radiol. Da Rio, Radiol. contorta*); egli accenna anche al *Birad. cornu-pastoris*, specie che già era stata riconosciuta nel Veneto da A. De Zigno (*Nouv. observ. sur les terr. crét. de l'Italie septentr.*, " Bull. de la Soc. Géol. de France ", VII (1849), 1850, pag. 28): ma, se non erro, nessuno finora ha preso in considerazione e rettificata la determinazione dell'*Hippurites nanus* Cat. Il bell'esemplare di valva inferiore posseduto dal Museo di Torino è privo dello strato esterno del guscio nel fianco convesso, opposto alla regione cardinale, e visto da questo lato se ne riconosce la corrispondenza colla figura di Catullo (Tav. II, fig. 2), mentre dall'altro lato il guscio è ben conservato. I caratteri interni, posti allo scoperto con opportuna sezione, fanno riferire questo esemplare all'*Hippurites petrocoriensis* Douv. (Douvillé, *Ét. sur les Rudistes*, " Mém. Soc. Géol. de France, Paléont. ", I, 1890, pag. 15, tav. I, fig. 5-6) specie del *turoniano* superiore, già citata con dubbio da Futterer per il giacimento di Calloniche.

(1) C. F. Parona, *Sopra alcune rudiste dell'Appennino meridion.*, " Mem. della R. Acc. delle Sc. di Torino ", L, 1900, pag. 15. — G. Dainelli, *App. geol. sulla parte merid. del Capo di Leuca*, " Boll. della Soc. Geol. Ital. ", XX, 1901, pag. 35 (646).

(2) C. Airaghi, *Echin. della scaglia cretacea veneta*, " Memorie della R. Acc. delle Sc. di Torino ", LIII, 1903.

Digitized by Google

Fig. 2.

E. Forma fot.

Digitized by Google

gonatus (Cat.), la *Stenonia tuberculata* (Defr.), l'*Echinocoris* (?) *concava* (Cat.) e l'*Echinocoris vulgaris* Breyn, le quali sono specie del *campaniano* (senoniano med.).

DESCRIZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1 *a, b*. — *Biradiolites Mortoni* (Mant.); $^2/_3$ circa della grandezza naturale. M. Magrè (Schio). Collezione del Museo Geol. di Padova.

Fig. 2. — *Id. id.*; ornamentazione del fianco in grandezza naturale; porzione di un esemplare di Novale; collezione Dal Lago.

Fig. 3. — *Id. id.*; struttura a celletta delle lamelle del guscio e tracce dei vasi; superficie inferiore; ingrand. 2, grande frammento di Novale nel quale lo spessore del guscio misura 90 mm.; collezione Dal Lago.

Nuovo metodo per la determinazione dell' acido carbonico negli alcali e nei carbonati alcalini.

Nota del Dott. GIACOMO MARRO.

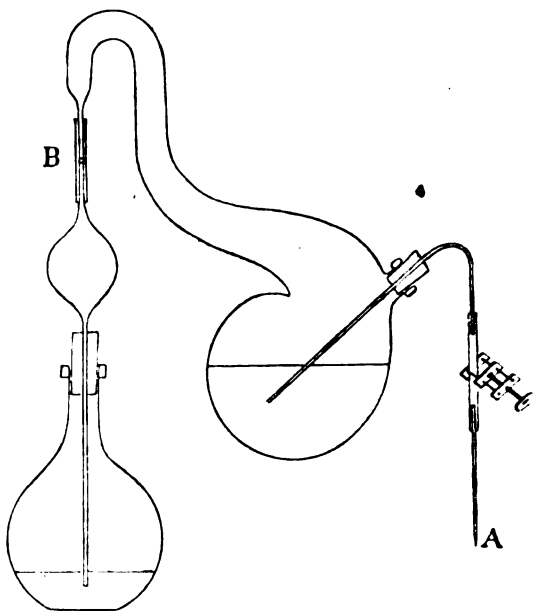
Due anni sono, facendo delle esperienze sulla respirazione, dovetti eseguire parecchie determinazioni d'acido carbonico in soluzioni di potassa concentrata; visto che il metodo di Kolbe non serviva troppo bene allo scopo, ne adottai uno nuovo, che mi diede bensì buoni risultati, ma che aveva il difetto di essere non meno complicato di quelli già esistenti. Ora, avendo trovato modo di ridurlo ad estrema semplicità, credo bene renderlo noto in questa memoria.

Per il dosaggio dell'anidride carbonica in un idrato alcalino, i metodi per diminuzione di peso non sono applicabili, perchè occorre una quantità troppo grande di acido per neutralizzare l'alcali; rimane solo quello di Kolbe, modificato dal Fresenius, che consiste nel far sviluppare l'acido carbonico in un palloncino, unito a tubi a cloruro di calcio e ad uno di calce sodata; però questo mezzo richiede due ore di continua attenzione, senza calcolare che ad ogni analisi si devono ricambiare un tubo di cloruro di calcio ed uno di calce sodata. Il sistema da me adottato presenta invece il vantaggio d'esser breve e forse più esatto di quello di Kolbe, nel quale non si può evitare che venga assorbito l'acido carbonico dell'aria contenuta nel palloncino.

L'apparecchio che si adopera è costituito da una storta tubulata, di 350-400 cc. di capacità, ripiegata a collo di cigno ed

Digitized by Google

unita mediante un tubo di gomma ad una pipetta di 40-50 cc., che attraversa un tappo di sughero col quale si può unire ad un matraccio di 350-400 cc.

Si deve fare in modo che chiudendo il matraccio col tappo, l'estremità inferiore della pipetta (che dev' essere spuntata)

giunga a pescare di $^1/_2$ centimetro nella barite che si introdurrà nel matraccio stesso.

La storta è chiusa da un tappo di sughero attraversato da un tubo che esternamente si congiunge ad una punta di vetro *A* per mezzo di un tubo di gomma spessa, che si può chiudere con una pinza a vite. Occorre ancora un tubo ripieno di calce sodata che a momento opportuno si unisce alla punta *A* ed una soluzione di barite all'incirca $\frac{N}{5}$ o $\frac{N}{4}$ che vien titolata con acido solforico $\frac{N}{5}$ (1).

(1) È molto comodo mettere la barite in un recipiente col tappo attraversato da un sifone o da un tubo con calce sodata (Vedi Mohr, *Titrirmethode*, o Fresenius, *Traité d'analyse (acidimétrie)*), per risparmiare la fatica di rititolare la barite.

Digitized by Google

Spiegherò come si opera nell'analisi delle potasse; analogamente si fa per la determinazione del CO_2 nei carbonati.

Per l'analisi della soda o della potassa alla calce del commercio, occorre prendere un campione di 12-15 gr.; perciò io preparavo una soluzione al 25-30 % di potassa e ne prelevavo 50 cc. Se si tratta invece di un liquido alcalino già adoperato per assorbire anidride carbonica, se ne preleva una quantità che contenga circa gr. 0,5 di carbonato (gr. 0,2 di CO_2).

La storta, alla quale si lascia unita la pipetta munita del tappo del matraccio, vien riempita fino ad un terzo con acqua distillata a cui si aggiunge una goccia di fenolftaleina; si fa bollire per due minuti per scacciare l'anidride carbonica e poi si introduce la potassa con una pipetta da cui si scaccia l'ultima goccia senza soffiare, ma chiudendo semplicemente col dito l'orifizio superiore della pipetta e riscaldando questa colla mano.

Intanto si misurano in un palloncino tarato 50 cc. di barite, si versano nel matraccio e si riscaldano. Quando il liquido della storta bolle già da due minuti, si può ritenere che tutta l'aria sia stata cacciata dalla storta e dalla pipetta e allora si porta il matraccio al disotto di questa in modo però che il tappo resti a due o tre dita dal collo. Si fanno bollire contemporaneamente la barite e la potassa ancora per due minuti, poi si leva la fiamma che riscalda la barite, si chiude rapidamente il matraccio col tappo e si spegne la fiamma che sta sotto la storta.

Immediatamente dopo si immerge la punta *A* in un bicchiere contenente acido solforico 1 : 1, che vien diluito sul momento con doppio volume d'acqua bollente; e aprendo con cautela la klemme, si fa entrare lentamente la miscela nella storta; quando il liquido si scolora, si lascia ancora entrare un po' d'acido, quindi si chiude.

A questo punto l'acido carbonico che si sviluppa, comincia a passare bolla a bolla nella barite; per farvelo giungere tutto quanto bisogna provocare una regolare ebollizione con una tenue corrente d'aria; la difficoltà sta nel riempire d'aria il tubo che pesca nella storta, senza provocare un brusco soprassalto del liquido. Ogni rischio viene evitato operando come segue: si aspira nella storta dell'acqua bollente, nella quale si è gettato un bel pizzico di talco (previamente lavato con acido cloridrico

Digitized by Google

a caldo ed asciugato); quindi si unisce alla punta A un tubo di gomma, che si chiude colle dita a poca distanza da A, in modo da limitare un piccolo volume di aria con cui, aprendo la klemme, si riempie il tubo della storta, senza che avvenga per nulla un' ebollizione tumultuosa; si chiude la klemme, si levano le dita ed all'altra estremità della gomma si unisce il tubo colla calce sodata, poi si svita la pinza tanto da lasciar passare due o tre bolle d'aria al minuto primo.

Per far bollire il liquido della storta basta una fiamma piccolissima (lampada col becco a rosetta); io, per riscaldare il meno possibile, perchè se si tenesse una fiamma troppo forte non si potrebbe evitare qualche brusco soprassalto nel liquido, raffreddo il matraccio della barite immergendolo in un recipiente contenente pochissima acqua tiepida, a cui aggiungo a piccole porzioni dell'acqua fredda; così facendo si può far bollire il liquido della storta per quasi cinque minuti senza fiamma.

Dopo dieci minuti di ebollizione tutto l'acido carbonico è passato nel matraccio della barite; si spegne allora la fiamma e si fa entrare nella storta una corrente più forte di aria. Come si vede, con questo metodo non si hanno inesattezze dipendenti dall'acido carbonico dell'aria, perchè questa viene cacciata dall'apparecchio mediante l'ebollizione e in seguito lo riempie dopo esser passata sulla calce sodata. Un'avvertenza che si deve osservare per non aver perdite è di tenere la pipetta ben accostata contro l'orlo del collo della storta, perchè il tubo di gomma B (1), che le raccorda, non assorba anidride carbonica. Per questa ragione appunto i tappi devono essere di sughero, piccolo inconveniente, perchè se sono ben fatti, possono servire per dieci o o quindici analisi. Per altra via non può sfuggire il gas perchè la pressione nell'interno dell'apparecchio si mantiene costantemente inferiore alla pressione esterna.

È stata interposta la pipetta tra i due recipienti per impedire l'assorbimento della barite nella storta; questo non succede mai se i tappi tengono bene e se l'aria è stata cacciata bene dall'apparecchio.

Terminate tutte queste operazioni, che non richiedono in totale più di trenta o quaranta minuti, bisogna attendere un

---

(1) Vedi Hempel, *Gasanalytische Methoden*, pag. 54.

Digitized by Google

paio d'ore prima di titolare la barite; volendo far più presto, basta distaccare la pipetta dalla storta, chiudere la gomma con una klemme ed agitare di tanto in tanto il matraccio: dopo venti minuti le ultime traccie di acido carbonico sono assorbite.

Per evitare qualunque assorbimento di CO_2 dall'aria, io uso neutralizzare tutta la barite nel matraccino stesso con acido solforico $\frac{N}{5}$, aggiungendo come indicatore una sola goccia di fenolftaleina.

Quando il liquido è incoloro lo misuro in una provetta graduata e ne prelevo un quarto, su cui termino la titolazione, dopo aver aggiunto altra fenolftaleina, con soda $\frac{N}{20}$. Il volume di soda impiegato, vien sottratto senz'altro dal volume di acido $\frac{N}{5}$ adoperato (perchè la soda $\frac{N}{20}$ è un quarto dell'acido $\frac{N}{5}$ come la porzione di liquido adoperato è un quarto della quantità totale).

Ecco i risultati ottenuti nell'analisi di una soluzione al 25 $^0/_0$ di una potassa alla calce; in 50 cc. di soluzione ho trovato:

1ª analisi: gr. 0.1148 di CO_2
2ª „ „ 0.1144 „ „
3ª „ „ 0.1146 „ „
4ª „ „ 0.1140 „ „

Questa potassa conteneva rilevanti quantità di acido cloridrico; si potrebbe quindi obbiettare che mettendo in libertà l'acido carbonico con acido solforico in eccesso possa pure svilupparsi dell'acido cloridrico; ma ciò non accade, perchè l'eccesso di acido solforico forma col solfato di potassio del solfato acido, che non riesce a scacciare l'acido cloridrico. Difatti sia in queste esperienze che in quelle fatte due anni sono, io ho sempre trovato nel distillato solo la piccola quantità di acido cloridrico preesistente nella barite, anche quando prolungavo l'ebollizione da dieci a venti minuti.

Ad ogni modo, siccome conviene mettere un forte eccesso di acido per decomporre più presto le ultime traccie di carbonati, si può adoperare una soluzione di due parti di acido sol-

Digitized by Google

forico, una di acido tartarico e due d'acqua. La 1ª e la 3ª analisi sono state eseguite adoperando questa miscela e non hanno dato risultato differente dalle altre due, in cui si fece uso di acido solforico.

Per i carbonati si adoprerà acido tartarico, coll'avvertenza che si deve diluire con molta acqua *bollente*, perchè siccome il liquido della storta non si scalda come nella neutralizzazione della potassa coll'acido, può accadere un po' di aspirazione del matraccio.

Il carbonato di cui riporto sotto l'analisi, conteneva 1 % di acido cloridrico; nella barite non ne passò niente. Cinquanta centimetri cubici di soluzione di carbonato sodico diedero:

1ª analisi:	gr.	0.1971	di	CO_2
2ª „	„	0.1966	„	„
3ª „	„	0.1969	„	„

Siccome è difficile avere carbonato di sodio perfettamente puro, con cui avrei potuto stabilire l'entità degli errori d'analisi, ho fatto due prove in bianco sopra una soluzione di barite, di cui cc. 50 corrispondevano a cc. 58,65 di acido solforico $\frac{N}{5}$.

50 cc. di questa soluzione furono neutralizzati da

I.	cc.	58,65	di acido	$\frac{N}{5}$
II.	„	58,6	„ „	„

Il metodo si può anche applicare ai bicarbonati alcalini, sciogliendoli in acqua bollita fredda e aspirandoli nell'apparecchio in cui si sia ottenuto antecedentemente il vuoto mediante l'ebollizione.

Prima però sarà conveniente immergere il matraccio nel bagno, per impedire l'aspirazione della barite.

Concludendo, il nuovo metodo:

1° dà risultati molto concordanti;
2° richiede un apparecchio semplice;
3° si eseguisce in poco tempo ed è di facile applicazione;
4° non è applicabile ai carbonati insolubili nell'acqua.

Digitized by Google

Circa il teorema fondamentale di Staudt e i principî della Geometria Projettiva.

Nota di MARIO PIERI.

In *Geometria di Posizione* si suol dimostrare il teorema fondamentale di Staudt (*) presupponendo una *continuità della retta*, quale risulta, ad es., dai postulati di R. Dedekind (**) e G. Cantor (***). Sarà compito della presente Nota il provare che, nell'ordinario sistema di Geom.ª projettiva Staudtiana, codesta assunzione dee ritenersi come eccessiva: potendo esser tolta in sua vece — a fondamento delle quistioni che insistono sopra elementi tautologhi di omografie binarie — una premessa di minor peso, che non involge continuità sulla retta, nel senso di Dedekind e Cantor.

Ben è vero che il sistema pangeometrico di M. Pasch (****) — il quale riposa sulle nozioni di " segmento individuato dagli estremi „ e di " congruenza (o movimento) delle figure „ — consente una dimostrazione del teorema di Staudt non solo indipendente dalle ipotesi di continuità della retta nel senso or ora accennato, ma sì ancora indipendente dal *postulato V d'Archimede*: ved. in proposito F. Schur, *Ueber den Fundamentalsatz der projectiven Geometrie*, Math. Ann., vol. LI. Ma quelle due nozioni — e con esse la maggior parte dei principî che informano l'opera di M. Pasch e l'anzidetta memoria di F. Schur — non appartengono alla pura Geometria di Posizione: e oltre a

(*) Ved. fra tanti: G. C. v. Staudt, *Geom.ª di Posiz.*, Torino, 1889, pag. 44, in nota. — F. Aschieri, *Lezioni di Geom.ª Projettiva*, Milano, 1888, pagg. 85-89. — J. Thomae, *Die Kegelschnitte in rein projectiver Behandlung*, Halle a. S., 1894, pag. 23. — F. Enriques, *Lez.ⁱ di Geom.ª Proj.ª*, Bologna, 1904, pagg. 75-95.

(**) *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Brunswick, 1892, pag. 11.

(***) *Contribuzione al fondam.ᵗᵒ della teoria degli insiemi transfiniti* (trad. dal vol. XLVI dei Math. Annalen), Rivista di Matem.ª, vol. V, pag. 161 (Torino, 1895).

(****) *Vorles. über neuere Geometrie*, Leipzig, 1882.

Digitized by Google

ciò gli assiomi del movimento contemplano fatti geometrici, il cui significato projettivo equivale al teorema di Staudt (Cfr. Schur, loc. cit., pag. 403). Altrove (*) ebbi io pure occasione di segnalare che, adoperando in ufficio di nozione irreducibile l'*omografia* (o moto projettivo), si può edificar tutta quanta la Geometria projettiva *di primo e secondo grado,* senz'alcun riguardo alla continuità della retta. Ma qui si procede invece sulle nozioni projettive di *punto* e *retta*, per sentieri poco discosti dalla via regia Staudtiana; argomentando in forza di assiomi o postulati, che tutti hanno luogo (salvo uno solo) fra le ordinarie premesse della Geometria Projettiva sintetica.

Lo scopo del presente Saggio richiede ancora che si confermino, insieme col teorema di Staudt (§ 2), alcune altre proposizioni (§§ 3-6) che nei comuni trattati si reggono eziandio sul postulato di R. Dedekind; e qui si rivelano indipendenti dalla verità o falsità di questo principio. — Le nuove dimostrazioni non sembrano più complesse delle ordinarie: anzi alcune (e, s'io non m'inganno, con qualche vantaggio didattico) potrebbero fare opportunamente le veci di altre, già ricevute nell'insegnamento.

Volendo giustificare in ogni parte i ragionamenti deduttivi, bisognerà che mi appelli ad un precedente lavoro (**) — lo citerò qui brevemente col segno " θ " — ma il Lettore esperto di

---

(*) " *Nuovo modo di svolgere deduttivamente la Geometria projettiva* ", nei Rendic. dell'Istituto Lombardo, vol. $XXXI_2$, 1898.

(**) " *I principî della Geometria di Posizione composti in sistema logico-deduttivo* " (nelle Memorie di quest'Accad., vol. $XLVIII_2$, 1898): dove i concetti *primitivi* (cioè non definiti esplicitamente) si riducono a due soli — il *punto proj.°* e la *congiungente due punti proj.ⁱ* — governati da diciannove proposiz.ⁱ primitive, o postulati della Geometria di Posizione; il penultimo dei quali — che afferma la continuità del segmento proj.° alla maniera di R. Dedekind — si dovrà intender rimosso in ordine ai fini del presente Saggio, e accolta in sua vece una nuova proposiz. primitiva, come diremo fra poco. Gli altri diciotto sono ordinatam.ᵉ i seguenti:

I-II-III) " Esiste almeno un punto proj.°; e se *a* è un punto proj.°, esiste almeno un punto proj.° diverso da *a* ".

" Se *a* e *b* sono punti proj.ⁱ distinti, allora: IV-V-VI) la congiungente di *a* con *b* è una classe di punti proj.ⁱ contenuta dalla congiungente di *b* con *a*; VII) il punto *a* spetta sempre ad *ab*; VIII) nella congiungente *ab* giace almeno un punto proj.° diverso da *a* e da *b*; IX, X) se avvien che un punto *c* appartenga alla congiungente *a* con *b* senza coincider con *a*,

Digitized by Google

Geometria projettiva non avrà d'uopo di alcun richiamo per rendersi conto di tutto ciò che diremo.

Seguiranno (§§ 7-10) alcune riflessioni circa il valor deduttivo del nuovo principio che s'introduce: onde emerge il fatto notevole che questo principio, insieme con gli altri da me proposti in Θ (esclusa, s'intende, la continuità della retta), fornisce un sistema di premesse fondamentali bastanti a qualificare *una geometria projettiva di primo e secondo grado:* in maniera che la classe " punto projettivo ", quale risulta definita implicitamente dall'insieme di quei principî, contiene la classe dei punti che nell'ordinario spazio projettivo reale si posson rappresentare per coordinate omogenee spettanti al campo euclideo — vale a dire formate dall'unità per mezzo di operazioni razionali e di successive estrazioni di radice quadrata in numero finito (salvo, beninteso, un fattore di proporzione arbitrario per ogni singolo punto).

---

bisognerà che il punto b stia nella congiungente a con c, e che la congiungente ac sia contenuta dalla congiungente ab ".

XI) " Esiste almeno un punto proj.° non appartenente ad ab ".

XII) " Se a, b, c son punti proj.ⁱ non allineati, ed inoltre a' è un bc, diverso da b e da c, b' un ac diverso da a e da c, le congiungenti aa' e bb' s'incontrano ". XIII) " Essendo a, b, c punti proj.ⁱ non allineati, esiste almeno un punto proj.° d, diverso da a e tale, che le congiungenti ad e bc non s'incontrano ". XIV) " Dati a, b, c, a', b' come sopra, se c' è un ab tale, che le aa', bb' e cc' concorrano; allora i tre punti a', b', c' non saranno allineati ".

" Posto che a, b, c, d siano punti allineati e distinti: XV) se non esiste una coppia di punti armonici ad ambo le coppie (a, c) e (b, d), dovranno esister due punti armonici ad ambo le coppie (a, b) e (c, d); XVI) e se esiste una coppia armonica alle (a, b) e (c, d), ed una coppia armonica alle (a, d) e (b, c), non potrà esistere una coppia armonica alle (a, c) e (b, d); XVII) se esiste una coppia armonica alle (a, c) e (b, d), ed una coppia armonica alle (a, c) e (d, e) — essendo e un quinto punto allineato coi precedenti e diverso da questi — dovrà esistere anche una coppia armonica ad ambo le coppie (a, c) e (b, e) ".

XIX) " Un piano proj.° ed una retta proj.ª non giacente in quello hanno sempre un punto proj.° a comune ". —

La locuzione " le coppie (a, c) e (b, d) *si separano* a vicenda " è per significare che " non esiston due punti distinti fra loro ed armonici ad ambo le coppie (a, c) e (b, d) ". E, se a, b, c siano punti allineati e distinti, il " *segmento projettivo* (abc) " si definisce come " classe dei punti, per ognuno dei quali — sia per es. x — esiste una coppia di punti distinti ed armonici tanto rispetto ad (a, c) quanto rispetto a (b, x) ". Ecc., ecc.

Digitized by Google

§ 1. Ecco il nuovo principio che si propone:

Postulato XVIII' (*).

" **Essendo** a, b, c **punti allineati e distinti fra loro;** p **e** p' **due punti a piacere nel segmento projettivo** $(a\,b\,c)$, **purchè non coincidenti;** i **ed** l **numeri interi, positivi o nulli, ma del resto arbitrarî; se si pone:**

$$\beta_0 \equiv b;\ \beta_i \equiv \mathrm{Arm}(a, \beta_{i-1}, c),\ \text{quando } i > 0$$

$$\beta_{i,0} \equiv a;\ \beta_{i,1} \equiv \beta_i;\ \beta_{i,l} \equiv \mathrm{Arm}(c, \beta_{i,l-1}, \beta_{i,l-2}),\ \text{per } l > 1;$$

bisognerà che uno almeno dei punti β **così definiti cada fuor del segmento proj.°** (pap') ". In altri termini: Costruendo successivamente i quarti armonici:

$$\beta_1 \equiv \mathrm{Arm}(a, b, c);\ \beta_2 \equiv \mathrm{Arm}(a, \beta_1, c);\ \beta_3 \equiv \mathrm{Arm}(a, \beta_2, c); \ldots;$$

si deve giungere a un punto — sia per es. β_i — tale che nella serie armonica:

$$\beta_{i,1} \equiv \beta_i;\ \beta_{i,2} \equiv \mathrm{Arm}(c, \beta_i, a);\ \beta_{i,3} \equiv \mathrm{Arm}(c, \beta_{i,2}, \beta_i);\ \beta_{i,4} \equiv \mathrm{Arm}(c, \beta_{i,3}, \beta_{i,2}); \ldots$$

vi sia qualche punto $\beta_{i,l}$ esterno al segmento proj.° (pap').

Osservate che (salvo il punto $\beta_{i,0}$) tutti i punti β come sopra cadranno entro il segmento (abc) (θ: P25, 28, 2 § 5); e che, sulla retta ab, i punti esclusi dal segmento (pap') non sono altro che i punti intermedî fra p e p' nell'ordine naturale abc — ovver coincidenti con p o con p' (θ: P7, 5, 11 § 6; P1 § 7). — In tutto ciò che segue potremo, quando ci piaccia, supporre ordinati i punti del segmento (abc) secondo l'ordine naturale abc (che indicheremo talvolta con $\sigma_{a,b,c}$): e quest'ordine sarà sottin-

(*) Questo numero d'ordine è solo per avvertire che, nella serie di propos.[i] primitive contemplate in θ, il detto principio può stare invece del Postulato XVIII. — Il simbolo " $\mathrm{Arm}(e, f, g)$ " — dove e, f, g siano punti allineati — denota il " quarto armonico dopo e, f, g ", vale a dire il " coniugato armonico di g rispetto alla coppia (e, f) ".

Digitized by Google

teso allorché parleremo di punti precedenti *o* seguenti altri punti di *ab*, senz'altra avvertenza. — Il punto $\beta_{i,l}$, di cui si afferma l'esistenza in XVIII', può sempre supporsi cadere fra p e p': giacché, se coincidesse per avventura con p o con p', basterebbe (θ : P1 § 6) prender due punti p_1 e p'_1 intermedî fra p e p' nell'ordine naturale *abc*, per essere certi che un nuovo punto β_{i_1,l_1} esterno al segmento $(p_1ap'_1)$ dovrà senza fallo giacere fra p e p' (θ : P11, 5 § 6).

§ 2. Il Teorema fondamentale di Staudt. " *Qualsivoglia omografia, per cui sian tautologhi tre punti distinti* a, b, c *d'una medesima retta* r, *dovrà convertire ciascun punto di* r *in sè stesso* ".

Basterà dimostrare (θ : P23 § 5, P13 § 6, P5 § 10) che ciascun punto del segmento (abc) corrisponde a sè stesso. Poniamo che esista un punto p di (abc), diverso dal corrispondente p'. Grazie al carattere segmentario della trasformaz.^e armonica (θ : P7 § 10), il punto p' dovrà giacer similmente in (abc). Si può concedere (θ : P1 § 7, P5 § 5) che p' sia conseguente a p nell'ordine $\sigma_{a,b,c}$, vale a dire interno al segmento (acp). Osservate che tutti i punti β contemplati in XVIII' saranno tautologhi nell'omografia presupposta (θ : P5 § 10, P12 § 4): e che quindi — grazie al postulato suddetto — fra p e p' dovrà senza fallo giacere un qualche punto tautologo β. Ma dall'esser β esterno al segmento (pap') e p' interno al segmento (acp) si deduce (θ : P11 § 6) che β è seguente di p, e p' è seguente di β, nell'ordine naturale *abc*: dunque β appartiene al segmento (acp), senza appartenere al segmento (acp') (θ : P2 § 6); la qual cosa è contraria all'ipotesi (θ : P7 § 10, P1 § 9). È dunque assurdo il supporre p' diverso da p.

Ne segue — com'è ben noto — l'unicità della trasformazione armonica che a tre dati punti quali a, b, c coordina rispettiv.^e tre punti dati a piacere, purché allineati e distinti; non che dell'omografia parabolica, di cui sian dati ad arbitrio il punto tautologo a e l'omologo b' di un altro punto b (a, b, b' allineati e distinti). Ved. Staudt, *Beitr. zur G. d. L.* nn. 85, 86.

§ 3. Teor. 1°. " *Posto che* a, b, c, d *siano punti distinti d'una medesima retta* r, *non possono esister su questa due coppie di punti* (x, y) *ed* (u, v), *con* x *diverso da* u *e da* v, *ciascuna delle*

Digitized by Google

quali separi armonicamente tanto la coppia (a, b), *quanto la coppia* (c, d) „. Quattro punti x, y, u, v come sopra (dato che esistano) saranno al certo totalmente distinti fra loro (θ:P12, 16, 17 § 4). Ora la trasformaz.e Arm $(x, y, \mathbf{r})$ (d'ogni singolo punto di **r** nel suo conjugato armonico rispetto ad x, y) è certamente un'omografia (θ : P2, 5 § 10; P15 § 4), che subordina rispettivamente i punti b, a, d, c, x, y ai punti a, b, c, d, x, y (θ : P16, 19 § 4). Nel modo stesso l'omografia Arm $(u, v, \mathbf{r})$ trasforma ordinatamente i punti a, b, c, d, u, v nei punti b, a, d, c, u, v. Onde si avrebbe — grazie al teorema preced. — Arm $(x, y, \mathbf{r})$ = Arm $(u, v, \mathbf{r})$: per la qual cosa una certa omografia, diversa dalla trasform.e identica, convertirebbe in sè stesso ciascuno dei punti x, y, u, v: e questo è contraditorio.

Teor. 2°. " *Essendo* (a, a'), (b, b'), (c, c') *coppie di punti omologhi d'una punteggiata involutoria*, b *e* c *diversi da* a *e* a'; *se avvien che la coppia* (a, a') *separi la coppia* (b, b'), *dovrà eziandio separare la coppia* (c, c'): *e l'involuzione sarà certamente ellittica* „. Il punto c dovrà essere interno all'uno o all'altro dei due segmenti proj.i (aba'), $(a'b'a)$, complementari fra loro sopra la retta (θ : P13 § 6) e conjugati nell'involuzione. Ma dall'ipotesi che c appartenga ad (aba') si deduce che c' appartiene ad $(a'b'a)$; e similmente da $c\,\epsilon(a'b'a)$ si deduce che $c'\epsilon(aba')$. In ambo i casi pertanto le due coppie (a, a') e (c, c') si separano (θ : P2, 6, 9, 11 § 5). D'altra parte, per qualsivoglia involuzione iperbolica si prova in modo consueto (ved. p. es. Staudt, *G. d. L.*, nn. 216, 118) che i due elementi doppî separano sempre armonicamente due elementi corrispondenti quali che siano: sicché nell'involuzione iperbolica due coppie di elementi conjugati non possono mai separarsi (θ : P3 § 10).

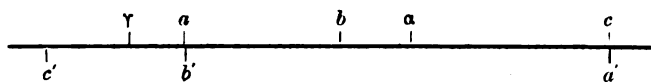
Teor. 3°. " *Se in una punteggiata involutoria esiston due coppie di punti conjugati* (a, a') *e* (b, b') *che non si separino — essendo* a, a', b *distinti fra loro — l'involuzione è certamente iperbolica* „. Per ipotesi esiston due punti — siano questi x ed y — armonici tanto rispetto alla coppia (a, a'), quanto alla coppia (b, b') (θ:P1 § 5, P4 § 10): punti necessariamente distinti (θ:P16, 17 § 4) e l'un l'altro separati per mezzo di a e a' (θ : P23 § 5). Ora — in virtù del Teor. 1° — la coppia (x, y) sarà per certo tautologa nella data involuzione: né potrà darsi che i punti x e y sian conjugati fra loro, vietandolo il Teor. preced.e. Dunque

Digitized by Google

resta soltanto che ciascuno dei punti x ed y corrisponda a sè stesso.

§ 4. In questo § si accetterà la nozione d' " *involuzione unita di un'omografia* " (tra due punteggiate sovrapposte) quale risulta dal n° 7 della Memoria di C. SEGRE, su " *Le coppie di elementi immaginari nella Geom.ª Proj.ª sintetica* " (Accadem. d. Scienze di Torino, v. XXXVIII$_2$, 1886) (*). Ciò premesso si può dimostrare (senz'ammetter la continuità della retta, e sul fondamento dei soli principî I-XVII, XVIII') che:

Teor. 4°. " *Qualsivoglia trasformazione armonica discorde d'una retta in sè stessa è sempre iperbolica* ".

Supponendo in primo luogo che la data trasformazione — sia p. es. ω — non abbia carattere involutorio, consideriamo due terne di punti omologhi: a, b, c da una parte (distinti fra loro), e $a' \equiv \omega a$, $b' \equiv \omega b$, $c' \equiv \omega c$ dall'altra. Si può concedere, che $a = b'$, e $c = a'$ (che a coincida con b' e c con a'). L'ipotesi che l'ordine naturale $\sigma_{a,b,c}$ discordi dall'ordine naturale $\sigma_{a',b',c'}$ si traduce allora nella condizione semplicissima, che i punti b e c' sian separati dai punti b' e c. Invero, dal momento che a' e c'

seguono entrambi a b' nell'ordine naturale abc (θ : P1 § 7) bisognerà, perché gli ordini $\sigma_{a,b,c}$ e $\sigma_{a',b',c'}$ sian discordi (θ:P10, 11 § 7) che c' sia conseguente di a', ossia di c, nell'ordine $\sigma_{a,b,c}$: dunque (θ : P1 § 7) c' esterno al segmento (abc). Viceversa, dal supporre a coincidente con b', c coincidente con a', e c' esterno al segmento (abc) — oltre che diverso dai punti a e c — si deduce immediatamente, che $a', c' \in \sigma_{a,b,c}\, b'$, e $c' \in \sigma_{a,b,c}\, a'$: e che pertanto gli ordini $\sigma_{a,b,c}$ e $\sigma_{a',b',c'}$ discordano. Ora il conjugato armonico di a rispetto a b ed a' sarà un certo punto α, separato da a per mezzo di b e c, quindi interno al segmento (abc) (θ:P13, 16 § 5): dovecché l'armonico γ di c rispetto ad a e c' — come esterno

(*) Si può anche vedere in proposito A. SANNIA, " *Lezioni di Geometria Proj.ª* ", (Napoli, 1895), n. 68.

Digitized by Google

al segmento (acc') che contiene (abc) (θ : P17, 29 § 5) — sarà escluso da questo segmento. Dunque le coppie (a, c) ed (α, γ) si separano a vicenda; e però non potranno separarsi le coppie (a, α) e (c, γ) (θ : P13 § 5). Dunque — grazie al Teor. prec.^{e} — l'involuzione unita di ω, e per cons. anche ω, saranno iperboliche.

Dei due punti tautologhi — che dovranno esser l'un l'altro separati (armonicamente) tanto dai punti a ed α, quanto dai punti c e γ (Teor. 3°) — uno ed uno solo cadrà nel segmento $(ab\alpha)$, come uno ed uno solo nel segmento $(cc'\gamma)$. Ma il primo di questi due segmenti è contenuto per intero in (abc) (θ : P29 § 5 — visto che $c \sim\epsilon (ab\alpha)$); l'altro in $(cc'a)$ (visto che $a \sim \epsilon (cc'\gamma)$): e d'altra parte (abc) e $(cc'a)$ non hanno punti comuni (θ : P32 § 5 — visto che $c' \sim \epsilon (abc)$). Dunque uno dei punti uniti giacerà nel segmento (abc), l'altro nel segmento complementare $(cc'a)$: cioè saranno l'un l'altro separati per mezzo dei punti a ed a'. Ecc.

Resta il caso, che ω sia projettività involutoria. Essendo allora a, a', b, b' quattro punti distinti, e c', c coincidenti rispettiv.^{e} con a e a', l'ipotesi che gli ordini $\sigma_{a,b,c}$ e $\sigma_{a',b',c'}$ sian discordi, equivale alla condizione, che a' segua b' nell'ordine $\sigma_{a,b,c}$; cioè che b' appartenga al segmento (abc) (θ : P8 § 7). Dunque le coppie (a, a') e (b, b') non si separano: e però basta appellarsi al Teor. 3°. Di quest'ultima parte vale eziandio la reciproca; e cioè, detti x, y gli elementi doppi di un'involuzione iperbolica, e a, a' due elementi omologhi distinti, quali che siano, gli ordini naturali $\sigma_{x,a,y}$ e $\sigma_{x,a',y}$ son necessariamente discordi (θ : P23 § 5; P1, 11 § 7, ecc.).

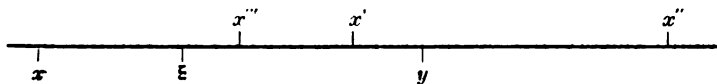
§ 5. **Teor. 5°.** “ *Due involuzioni di punti sopra una stessa retta, una delle quali ellittica e l'altra iperbolica, hanno sempre in comune una coppia di punti omologhi* „. Si può stabilire questa propsz.^{e} richiamandosi al Teor.^{a} preced.^{e} giusta un noto raziocinio. Ma chi volesse evitar la nozione di ordinamento naturale, potrebbe, ad es., ragionar come appresso. Siano E l'involuz.^{e} ellittica, I l'iperbolica, x ed y gli elementi doppi di questa. Se avverrà che x ed y sian conjugati fra loro in E, allora — designando per a un elemento arbitrario della forma (purchè diverse da x e da y) e posto $a' \equiv Ea$, $a'' \equiv \text{Arm}\,(x, y, a)$ — si deduce che l'omografia IE converte i punti distinti x, y, a' nei

Digitized by Google

punti y, x, a'' ordinatamente. Quest'omografia sarà dunque una involuzione iperbolica (Teor. 3°), visto che tanto a', quanto a'' sono esclusi dal segmento (xay) — e per cons. le coppie (x, y) e (a', a'') non si separano (θ : P12 § 6). — Rimossa pertanto quell'ipotesi, e posto:

$$x' \equiv Ex, \ x'' \equiv Ix', \ x''' \equiv Ex'',$$

ciascuno dei punti x, x'' sarà certamente diverso da x' e da x'''. Ora, l'omografia risultante dal prodotto di I per E farà corrispondere ai punti x, x'', x' i punti x', x, x''' rispettiv.^{e}: per la qual cosa, se x''' coincidesse con x', o x con x'', la tesi sarebbe vera senz'altro.

Si può dunque concedere che i quattro punti x, x', x'' e x''' sian totalmente distinti. L'involuzione unita al prodotto EI converte il punto x nell'Arm (x', x'', x), vale a dire in y; e muta il punto x' nell'Arm (x, x''', x'), che chiameremo ξ: sicché

basterà far vedere che i punti x e y non sono separati dai punti x' e ξ. Invero i segmenti $(xx''x')$ ed $(xx'''x')$ sono complementari (θ : P13 § 6), dal momento che (per ipotesi, dato il Teor.^{a} 3°) le coppie (x, x') e (x'', x''') si separano a vicenda: dunque il punto y, che giace in $(xx''x')$ — però che il separarsi delle coppie (x, y) ed (x', x'') (θ : P23 § 5) involge il non separarsi delle (x, x') ed (y, x'') (θ : P13, 16 § 5) — non potrà stare in $(xx'''x')$. D'altra parte il punto ξ, in quanto è separato da x' per mezzo dei punti x ed x''', non potrà esser separato da x''' per mezzo di x ed x': cioè dovrà stare in $(xx'''x')$. Si conclude che i punti y e ξ separano i punti x ed x'; e questo farà che le coppie (x, y) e (x', ξ) non si separino: c. v. d.

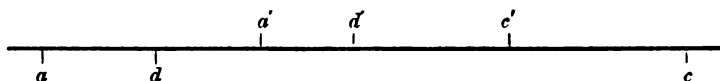
§ **6.** In questo § ci appelliamo al seguente teorema di M. Chasles (*): " Dato che a, b, c, a', b', c', x, y sian punti distinti d'una medesima retta **r**; se avvien che le coppie (a, b'), (a', b),

(*) Ved. p. es. Staudt, *Beit. z. G. d. L.*, n. 85.

Digitized by Google

(x, y) siano in involuzione, e così anche le coppie (a, c'), (a', c), (x, y), bisognerà che ciascuno dei punti x ed y sia convertito in sè stesso dall'omografia che trasforma gli a, b, c rispettiv.^e negli a', b', c' „: per mezzo del quale dimostreremo ad es. che:

Teor. 6°. “ *Se — essendo a, b, c, a', b', c' punti allineati e distinti — il segmento (a', b', c') giace con ambo gli estremi nel segmento (abc); ed inoltre gli ordini naturali $\sigma_{a,b,c}$ e $\sigma_{a',b',c'}$ son concordi; l'omografia che trasforma i punti a, b, c rispettiv.^e nei punti a', b', c' è senza fallo iperbolica* „.

Osservate che dall'ipotesi emerge $a \sim \epsilon\, (a'b'c')$ (θ : P4 § 5), e quindi $b' \sim \epsilon\, (c'aa')$ (θ : P2, 6 § 5). Non potrà dunque supporsi $a' \epsilon\, (acc')$; perché di qui (e dalla $\theta : \binom{c',\, b',\, a'}{d,\, e,\, f}$ P11 § 6) nascerebbe $b' \epsilon\, (acc')$ e $a' \epsilon\, (acb')$: sicché (date le θ : P1, 10 § 7) gli ordini naturali $\sigma_{a,b,c}$ e $\sigma_{a',b',c'}$ non sarebber concordi. Il punto c' dovrà

pertanto giacere nel segmento (aca') (θ : P5 § 6). Tolgasi ora un punto d separato da c per mezzo di a e a'; dunque esterno ad (aca'). Un tal punto dovrà giacere in $(aa'c)$, vale a dire in (abc), ma sarà esterno al segmento $(a'b'c')$ — ogni punto del quale appartiene ad (aca') (in virtù di θ : P8 § 6) — e diverso da ognuno dei punti a, c, a', c'. Il suo trasformato $d' \equiv \omega d$ nell'omografia presupposta (che chiameremo ω) spetta ad $(a'b'c')$ (θ : P7 § 10, P1 § 9), e non si confonde con alcuno dei punti a', c', a, c, d: dunque d' è separato da d per mezzo di a e a'; e però non si separan le coppie (a, d') e (a', d). Dunque l'involuzione individuata da queste due coppie è necessariamente iperbolica: e sarà per l'opposto ellittica l'involuzione determinata dalle due coppie (a, c') e (a', c) — dal momento che il punto a' non può giacere in (acc'). Infine — detti x, y i punti conjugati secondo ambedue le involuzioni (Teor. 5°) — saranno x ed y tautologhi nell'omografia che trasforma a, d, c rispettiv.^e in a', d', c': vale a dire nell'omografia ω (§ 2).

Due punti sì fatti x ed y sono al certo distinti fra loro e da ognuno degli a, d, c, a', d', c'; e, dovendo esser separati l'un dall'altro per mezzo degli a e c', non potranno entrambi giacere fuor del segmento $(aa'c')$ (θ : P12 § 6). Ma dall'essere a' esterno

Digitized by Google

ad (acc'), segue che c è esterno ad $(aa'c')$ (θ : P6 § 5): e per cons.[a] che $(aa'c')$ è contenuto in $(aa'c)$ (θ : P29 § 6), vale a dire in (abc) (θ : P28 § 5). Dunque uno almeno dei punti tautologhi x, y giacerà in (abc), anzi in $(a'b'c')$: ma non potranno giacervi ambedue, se debbon separare la coppia (a, c') — visto che, dall'essere a esterno ad $(a'b'c')$, si deduce che $(a'b'c')$ è contenuto in $(aa'c')$. Ecc.

La proposizione " Due involuzioni ellittiche fra i punti di una medesima retta hanno sempre una coppia comune " si potrebbe anche qui stabilire sopra il teorema preced., giusta un noto procedimento: ved. p. es. ENRIQUES, loc. cit., pag. 141.

§ 7. Tornando a considerare il postul.° XVIII' (§ 1), e le sue conseguenze più prossime, ci proponiamo qui di illustrar brevemente alcuni fatti in esso contemplati e la loro efficacia deduttiva.

Sarà da osservare anzi tutto che " *I due punti* $\beta_{i,l}$ *e* $\beta_{i+1,2l}$ *coincidono, quali che siano gli indici* i, l (*numeri interi e positivi, o nulli*) ". Invero da $\beta_{i+1} \equiv \mathrm{Arm}\,(a, \beta_i, c)$ (§ 1) si deduce $\beta_i \equiv \mathrm{Arm}\,(c, \beta_{i+1}, a)$ (θ : P10, 13 § 4), che è quanto dire: $\beta_{i,1} = \beta_{i+1,2}$. D'altra parte $\beta_{i,0} = \beta_{i+1,0}$: sicché basterà dimostrare che le due ipotesi:

$$\beta_{i,l} = \beta_{i+1,2l} \quad \text{e} \quad \beta_{i,l-1} = \beta_{i+1,2l-2}$$

involgono la relazione: $\beta_{i,l+1} = \beta_{i+1,2l+2}$. Ora ciascuno dei gruppi $(\beta_{i+1,2l-2},\ \beta_{i+1,2l},\ c,\ \beta_{i+1,2l-1})$, $(\beta_{i+1,2l-1},\ \beta_{i+1,2l+1},\ c,\ \beta_{i+1,2l})$, $(\beta_{i+1,2l},\ \beta_{i+1,2l+2},\ c,\ \beta_{i+1,2l+1})$ essendo, per ipotesi, armonico (§ 1), tale sarà in conseguenza anche il gruppo $(\beta_{i+1,2l-2},\ \beta_{i+1,2l+2},\ c,\ \beta_{i+1,2l})$. [In generale, supposti armonici i gruppi (u, x, c, v), (v, y, c, x), (x, z, c, y) — dove c, x, y, z, u, v siano punti distinti d'una medesima retta $\mathbf{r}$ — la trasformazione " $\mathrm{Arm}\,(c, x, \mathbf{r})$ " — nella quale si corrispondono punti di $\mathbf{r}$ l'un l'altro armonici rispetto a c ed x — è notoriamente un'omografia (θ : P1, 2, 5 § 10; P15 § 4): dunque essa muterà l'$\mathrm{Arm}(c, v, x)$ nell'$\mathrm{Arm}(c, y, x)$ vale a dire il punto u nel punto z: dunque armonico il gruppo (u, z, c, x)]. Ma, per il supposto induttivo, abbiamo che

$$\mathrm{Arm}(c,\ \beta_{i,l},\ \beta_{i,l-1}) = \mathrm{Arm}(c,\ \beta_{i+1,2l},\ \beta_{i+1,2l-2})\,;$$

dunque

$$\beta_{i,l+1} = \beta_{i+1,2l+2}, \qquad \text{c. v. d.}$$

Digitized by Google

Ne viene che se — per qualunque valore, intero e positivo o nullo, degli indici i, l — coordiniamo al punto $\beta_{i,l}$ la frazione $\frac{l}{2^i}$; e a ciascun numero razionale positivo della forma $\frac{l'}{2^{i'}}$ il punto $\beta_{i',l'}$; rimarrà stabilita ***una corrispondenza univoca e reciproca fra la classe dei punti β definiti al § 1 e quella di tutti i numeri razionali, positivi o nulli, esprimibili per frazioni aventi a denominatori le varie potenze del 2*** — cioè di tutti i numeri rappresentabili sotto forma finita con le due figure del sistema di numerazione *binario*. A questo modo i punti a e b ne esciranno rappresentati dai numeri 0 e 1: ecc.

È ben noto che i detti numeri razionali, e quindi anche la classe di tutti i punti $\beta_{i,l}$, *si posson disporre in una serie numerabile* (*): bastando a tal uopo ordinare i numeri stessi a partire da $i+l=1$ in modo, che ciascuna frazione $\frac{l}{2^i}$ (ridotta ai minimi termini) preceda ogni altra frazione $\frac{l'}{2^{i'}}$ per cui $i'+l'$ sia maggiore di $i+l$ — oppure $i'+l'$ uguale ad $i+l$, ma l' maggiore di l (soppresso il valore $l=0$, quando $i+l$ è maggiore dell'unità) (**). — È poi senz'altro evidente che i punti β si posson disporre in una serie *compatta* (überall dicht), ordinandoli ad es. per valori crescenti dell'*ascissa* $\frac{l}{2^i}$: ma noi proveremo eziandio che questo criterio di successione non differisce dall'ordinamento naturale $\sigma_{a,b,c}$ (ristretto in quei soli punti).

§ 8. Osservate che: *Qualunque siano i numeri interi positivi i ed l, sempre il punto β_i precede il punto β_{i-1} e segue il punto a nell'ordine naturale abc* (θ : P23, 13 § 5 ; P1, 8 § 7); *mentre il punto $\beta_{i,l}$ segue sempre il punto $\beta_{i,l-1}$* [visto che $\beta_{i,1}$ segue $\beta_{i,0}$ e che dal supporre $\beta_{i,l}$ seguente a $\beta_{i,l-1}$ si deduce $(\beta_{i,l}\beta_{i,l-1}c) = (\beta_{i,l}ac)$: sicché l'Arm $(c, \beta_{i,l}, \beta_{i,l-1})$, ossia $\beta_{i,l+1}$, sarà esterno al segmento $(\beta_{i,l}ac)$, dunque interno ad $(ac\beta_{i,l})$: ecc.]. Inoltre, se p è un punto arbitrario della classe (abc) e p' un punto che lo preceda nel-

(*) G. Cantor, Acta Mathem., vol. II, pag. 306.

(**) Nasce in tal modo la serie 0, 1, $\frac{1}{2}$, 2, $\frac{1}{4}$, 3, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{2}$, 4, ...

Digitized by Google

l'ordine $\sigma_{a,b,c}$, fra p e p' dovrà cader qualche punto $\beta_{i,l}$ (§ 1): ora un tal punto $\beta_{i,l}$ sarà compreso eziandio fra p ed a, e con esso anche il punto $\beta_{i,1}$ — ossia β_i — che lo precede (se $l > 1$). Ne viene che " *La serie dei punti* β_i *ordinati per valori crescenti dell'indice* i *costituisce — nella classe* (abc) *e rispetto all'ordine naturale* $\sigma_{a,b,c}$ *— una serie fondamentale, o progressione (discendente) che ha il punto* b *per origine e il punto* a *per limite (inferiore)* (*) ".

Di poi, preso un punto a' ad libitum nel segmento (abc), l'omografia parabolica — sia per es. ω — che porta a in a' tenendo fermo c (§ 2), trasforma l'anzidetta progressione $\}\beta_i\{$ in un'altra consimile $\}\beta'_i\{$ avente il punto a' per limite inferiore. Invero — posto $a'' \equiv \mathrm{Arm}\,(c, a', a)$ — si deduce che il segmento $\omega\,(aa'c)$ coincide con $(a'a''c)$; che $(a'a''c)$ è contenuto in (abc); che l'ordine $\sigma_{a,b,c}$ è concorde col suo trasformato $\sigma_{a',a'',c}$; ecc. Dunque " *Il segmento projettivo* (abc) *per sè solo, o preso insieme col punto estremo* a, *è una classe di punti (semplicemente ordinata e) condensata in sè stessa* (**) ".

Si può altresì dimostrare che *la progressione ascendente:*

$$\beta_{0,0},\ \beta_{0,1},\ \beta_{0,2},\dots\ \beta_{0,l},\ \beta_{0,l+1},\dots\dots$$

ha per limite superiore il punto c: vale a dire che " *Dato a piacere nel segmento* (abc) *un punto* p, *vi sono sempre dei punti* $\beta_{0,l}$ *intermedî fra* p *e* c " (E questa propsz.^e non è altro, insomma, che *il postulato V d'Archimede, De sphaera et cylindro*, reso in forma projettiva). Infatti, tolto ad arbitrio un punto p' fra p e c, vi sarà per lo meno un punto $\beta_{i,l}$ situato fra p e p' (§ 1), dunque fra p e c. Ma si può veder facilmente che — per qualunque valore intero e positivo degli indici i, l — il punto $\beta_{i,l}$ precede sempre il punto $\beta_{0,l}$ (anzi precede ogni punto $\beta_{j,l}$ con j minore di i). Infatti sappiamo che il punto $\beta_{0,l}$ non differisce dal punto $\beta_{i,2^i \cdot l}$ (§ 7); il quale, come dianzi s'è visto, vien dopo il punto $\beta_{i,l}$. Dunque il segmento proj.° (abc), *preso insieme col punto* c, *o con ambo gli estremi* a *e* c, sarà eziandio una figura condensata in sè stessa. Ecc.

(*) G. Cantor, *Contribuzione* etc. (loc. cit.), § 10.

(**) G. Cantor, *Ibidem*, §§ 7, 10.

Digitized by Google

§ **9.** Si ritrae dalle cose dette al § preced., che " *La classe di tutti i punti* $\beta_{i,l}$, *considerati nell'ordine in cui va crescendo il numero* $\frac{l}{2^i}$, *risulta ordinata giusta il criterio naturale* $\sigma_{a,b,c}$ ": giacché, da $\frac{l}{2^i} < \frac{l'}{2^{i'}}$ — secondo che $i < i'$, o $i = i'$, o $i > i'$ — si deduce $l \,.\, 2^{i'-i} < l'$, $l < l'$, $l < l' \,.\, 2^{i-i'}$: e nel primo caso al simbolo $\beta_{i,l}$ può sostituirsi (§ 7) l'altro $\beta_{i', l.2^{i'-i}}$, nel terzo caso al simbolo $\beta_{i',l'}$, il simbolo $\beta_{i, l'.2^{i-i'}}$.

Osservate che i punti β ordinati a questa maniera — ove si escluda il punto iniziale $\beta_{i,0}$ — formano *una serie compatta senza punti estremi*: laddove nella maniera indicata al § 7 essi formano *una progressione* (una serie bene ordinata, simile a quella dei numeri naturali 1, 2, 3, 4, ...).

Dopo ciò, per esser certi che *il segmento proj.º* (abc) *preso insieme con ambo gli estremi* a *e* c (e ordinato secondo il criterio naturale $\sigma_{a,b,c}$) *sia un continuo lineare* nella comune accezione — vale a dire una classe isomorfa o simile a quella (per es.) di tutti i *numeri reali* non minori di zero, né maggiori di uno (presi in ordine di crescente grandezza) — basterebbe sapere — giusta un teorema di G. Cantor (*) — che quella figura sia una classe *chiusa:* cioè che sia vera la seguente proposizione:

" Qualsivoglia progressione (fundamentalreihe), ascendente o discendente secondo l'ordine naturale $\sigma_{a,b,c}$, che possa istituirsi fra punti della classe $(abc) \cup \iota a \cup \iota c$, ammette sempre un punto limite superiore o inferiore (**) ".

Ora, perché valga in ogni caso questa proposizione, sarà sufficiente concedere — grazie a ciò che precede — il seguente:

(*) *Contribuzione al fondamento* etc. (loc. cit.), §§ 10, 11.

(**) Esiste insomma nella retta ab un punto P seguente (o precedente) ogni punto della serie; ed è tale che, preso a piacere un punto Q precedente (o seguente) a P, fra P e Q cadono sempre punti della serie. — Emerge poi facilmente da quanto si è visto, che un tal punto P, se è diverso da a e da c, dovrà giacer nel segmento (abc).

Digitized by Google

POSTULATO XVIII''.

" **Qualsivoglia progressione del tipo:**

$$\beta_{1,l_1},\ \beta_{2,l_2},\ \beta_{3,l_3}, \ldots \beta_{n,l_n} \ldots$$

ascendente nell'ordine naturale $\sigma_{a,b,c}$, che possa istituirsi nei punti della classe β (*), ammette sempre un limite superiore ".

Nel seguente § 11 dimostreremo che questa propsz. XVIII'' non è conseguenza dei pstl.[i] I-XVII, XVIII', XIX: per la qual cosa se — dopo avere svolta la Geometria Projettiva di primo e secondo grado dagli anzidetti principî — vogliamo distender la variabile numerica reale sopra la retta projettiva, ci converrà di accettare il principio XVIII'' come proposiz. primitiva. Ora, se per dimostrare il teorema fondamentale di Staudt — come abbiam visto al § 2 — si può fare astrazione dal postulato XVIII''; e se i principî I-XVII, XVIII', XIX posson verificarsi (e con essi il teor.[a] di Staudt) pur essendo falso il principio XVIII'' — come vedremo al § seguente — non sarà dunque lecito affermare, che la rappresentabilità della classe dei numeri reali sulla retta projettiva discenda, senza ulteriori premesse, dal teorema di Staudt.

(*) Vale a dire ogni successione di punti β_{1,l_1}, β_{2,l_2}, ... (in infinito) tale che ciascun punto β_{n,l_n} preceda il punto (immediatamente successivo) $\beta_{n+1,l_{n+1}}$, o coincida con esso. — Che questo principio involga la rappresentabilità della *classe di tutti i numeri reali positivi* sulla classe (abc) (e per cons. la proposiz.[e] anzidetta) emerge per es. dall'osservare, che a qualsivoglia progressione numerica ascendente $\frac{a_1}{\alpha_1}, \frac{a_2}{\alpha_2}, \ldots \frac{a_n}{\alpha_n}, \ldots$ — dove le a, α sian numeri interi positivi — si può sempre sostituire un'altra progressione numerica del tipo:

$$\frac{l_1}{2^1}, \frac{l_2}{2^2}, \frac{l_3}{2^3}, \ldots \frac{l_n}{2^n}, \ldots$$

avente *lo stesso limite superiore di quella*: bastando per ciò che l_n sia il numero intero (positivo o nullo) determinato (univocamente) dalle relazioni

$$\frac{l_n}{2^n} \leq \frac{a_n}{\alpha_n} < \frac{l_n+1}{2^n}.$$

Digitized by Google

§ **10**. In questo e nel seguente § si presume già dimostrata la possibilità di stabilire — sul fondamento dei principî I-XVII, XVIII', XVIII'' e XIX — un sistema di coordinate projettive reali nell'ordinario spazio punteggiato. Dopo ciò, chiamando " punto razionale „ ogni punto proj.° affetto da coordinate razionali, si riscontra facilmente, che gli enti " punto razionale „ e " congiungente due punti razionali „ non sono atti a verificare i principî XV e XVII (Ved. § 1, in nota). Ciò dipende dal fatto che la coppia armonica a due date coppie di punti razionali (d'una medesima retta) è, quando esiste, una coppia di punti generalmente non razionali. Così — ragionando, ad es., sopra uno degli assi d'un sistema cartesiano — i quattro punti $a \equiv -6$, $b \equiv -2$, $c \equiv 3$, $d \equiv 4$ verifican l'ipotesi del pstl.° XV (atteso che le due coppie di punti $(-6, 3)$ e $(-2, 4)$ non ammettono alcuna coppia di punti *reali*, che le separi entrambe armonicamente) senza verificarne la tesi: visto che i due punti armonici tanto alla coppia $(-6, -2)$, quanto alla coppia $(3, 4)$, hanno coordinate *irrazionali* $\pm 2\sqrt{3}$. — Similmente considerando per es. i cinque punti

$$a \equiv -16,\ b \equiv 16,\ c \equiv -4,\ d \equiv 4,\ e \equiv -\frac{52}{3},$$

vediamo che ambo le coppie (a, c) e (b, d) son separate armonicamente dalla coppia $(+8, -8)$; le (a, c) e (d, e) dalla coppia $(-28, -12)$; e le (a, c) e (b, e) dalla coppia

$$\frac{-128-24\sqrt{65}}{7},\quad \frac{-128+24\sqrt{65}}{7};$$

dunque falso il principio XVII — come falso è qui senza dubbio il XVIII''. Al contrario son veri tutti i principî rimanenti (non escluso il XVIII'), com'è ben noto. Emerge di qui la seguente proposiz.^{e}:

" *Dal sistema delle premesse* I-XVII, XVIII', XVIII'' *e* XIX *e dai postulati aritmetici si deduce, che i principî* XV, XVII *e* XVIII'' *non sono conseguenza dei rimanenti* „ (*).

(*) L'esempio dei punti razionali non è atto pertanto a fornirci la prova, che il principio XVIII'' (o, se si vuole, il postulato di Dedekind) sia indipendente da *tutti* gli altri — come fu male asserito in Θ, pag. 61.

Digitized by Google

Il fatto che la Geometria dei punti razionali non tollera i principî XV e XVII (mentre consente, ad es., il XVIII') ne induce la presunzione, che questi due postulati (il secondo dei quali, grazie a quelli che lo precedono, equivale al teorema di Pascal sull'esagono inscritto nella coppia di rette) importino alcuno degli attributi o caratteri, in cui si potrebbe scomporre la nozione del *continuo projettivo*, quale risulta dopo la concessione del gravissimo principio XVIII''. Ciò sarà confermato dalle riflessioni che seguono.

§ **11**. Se consideriamo che le coordinate di due punti armonici rispetto a due date coppie di punti si esprimono dalle coordinate di questi per mezzo delle prime quattro operazioni aritmetiche e *dell'estrazione di una radice quadrata* (e che, viceversa, ogni irrazionalità di questa natura si può sempre tradurre geometricam.[e] in una coppia armonica ad altre due coppie di punti) vediamo senz'altro, che la classe di tutti i punti deducibili da tre punti allineati e distinti a, b, c — di coordinate $0, 1, \infty$ — mediante successive costruzioni del quarto armonico dopo tre punti dati e della coppia armonica a due coppie date (insomma la classe dei punti, di cui non si può negar l'esistenza sopra la retta, una volta concessi i principî I-XVII, XVIII' e XIX) non differisce dalla classe di tutti que' punti di ab, per ognuno dei quali la coordinata è un numero reale *del campo euclidiano* — composto, come si sa, di tutti quanti i numeri reali che possono aversi dall'unità per via di operazioni razionali e di estrazioni di radici quadrate in numero finito (*). Il simile è da dire circa i punti che possono ottenersi per mezzo di quelle due costruzioni fondamentali (e di projezioni e sezioni) successivamente eseguite a partire da cinque punti $a \equiv (1, 0, 0, 0)$, $b \equiv \equiv (0, 1, 0, 0)$, $c \equiv (0, 0, 1, 0)$, $d \equiv (0, 0, 0, 1)$, $e \equiv (1, 1, 1, 1)$, quattro dei quali non mai complanari. Qualsivoglia costruzione projettiva *di 2° grado* si può far consistere nella ricerca di coppie armoniche a più coppie date. Ora se — partendo da cinque punti a, b, c, d, e come sopra — si opera sempre su questi, e

(*) Il termine " campo euclideo " nel predetto significato trovasi in G. Castelnuovo, *Lezioni di Geometria analitica e projettiva* (Roma, 1904), pag. 477-78.

Digitized by Google

sui punti che di qui man mano si ottengono, per mezzo di sole costruzioni *lineari* e *quadratiche*; ogni punto a cui si pervenga in tal guisa, dopo un numero finito di costruzioni sì fatte, avrà coordinate omogenee spettanti (per i loro rapporti) al campo euclideo: e viceversa ogni punto rappresentato in coordinate di questa natura potrà sempre ottenersi dai cinque punti dati mediante costruzioni di 1° e 2° grado (*). Questo è dunque l'ambiente strettamente necessario alla Geometria Projettiva di primo e secondo grado; questo insomma uno " spazio proj.° ", dove palesemente son veri i principî I-XVII, XVIII′ e XIX, e falso il XVIII″. Per la qual cosa è chiaro che:

" *Dalle premesse* I-XVII, XVIII′, XVIII″, XIX *e dai postul.*ⁱ *aritmetici si deduce, che la proposiz.*ᵉ *contraria del principio* XVIII″ *è compatibile con le rimanenti* I-XVII, XVIII′ *e* XIX; o, in altri termini, che *il postul.*° XVIII″ *non è conseguenza degli altri* " (**).

(*) Cfr. G. Castelnuovo, al luogo cit.

(**) Si afferma la *compatibilità* o *consistenza* di due proposiz.ⁱ *A* e *B* spettanti a un medesimo sistema deduttivo Γ (e similmente l'*indipendenza deduttiva di B da A*, o di *A* da *B*) dopo aver riscontrato che *in qualche dominio* Δ *di conoscenze razionali od empiriche, la verità delle quali sia concessa a priori*, è possibil trovare un'interpretazione dei concetti primitivi contemplati in *A* e *B*, che manifesti ambedue le proprietà significate in *A* e *B* (ovvero una sola, se è quistione d'indipendenza). Occorre dunque certificare in Δ l'*esistenza* (razionale, od empirica) di qualche cosa, per cui restino verificate ambedue le proposiz.ⁱ *A* e *B* (ovvero una sola di esse): e la constatazione *si regge pertanto sui postulati di* Δ, se questo è un dominio puramente deduttivo; e riposa eziandio sui principî dell'induzione sperimentale negli altri casi. L'analisi dei concetti logici " *A non esclude B* (*A non implica B*) ", ne fa sicuri, che qualsivoglia ragionamento atto a provare la consistenza (o l'indipendenza relativa) di due o più proposiz.ⁱ sarà necessariamente del tipo anzidetto. Pur nondimeno è chiaro, che la libertà consentita circa la scelta del dominio Δ, dovrà generare una certa varietà nella forma e nella sostanza delle argomentazioni: quantunque la conclusione ultima sarà in ogni caso " *dai principî di* Δ *si deduce, che A non esclude B* (o *non implica B*) " (Nei principî di Δ si dovranno intender compresi anche i postul.ⁱ fondament.ⁱ della Logica, senza i quali non è possibile il discorso). Potrà darsi, ad es., che Δ sia un dominio di pura logica deduttiva: e qui starà senza dubbio la perfezione ideale, in quanto che allora la consistenza (o l'indipendenza) di *A* e *B* rimarrà stabilita *per pura logica*: ovvero che Δ appartenga eziandio all'Aritmetica, o alla Geometria razionale; ecc. Ancora potrà succeder che Δ contenga il sistema Γ di cui si ragiona, o una sua parte; o che Δ sia contenuto da Γ: ma in queste

Digitized by Google

E si conclude altresì che questi altri principî caratterizzano una geometria projettiva, la quale contempla ogni questione di 1° e 2° grado indipendentemente dalla continuità della retta (ed è naturale estensione in senso projettivo della geometria elementare *della riga e del compasso*): e definiscono l'ambiente minimo dov'essa può svolgersi, che è la classe dei punti rappresentabili per coordinate omogenee reali del campo numerico euclideo. Ecc.

Catania, Dicembre del 1903.

---

ipotesi — ove le propos.[1] A e B spettino a Δ, in modo che la lor consistenza debba esser concessa a priori — si potrà bensì stabilirne l'indipendenza relativa; non però la compatibilità per mezzo di Δ, sotto pena di incorrere in una petizion di principio. Emerge di qui — per es. — che non sarà mai possibile di stabilire deduttivamente la verità o consistenza di tutto il sistema delle premesse logiche: ma si potrà, tutt'al più, per alcune proposiz.[1] rispetto ad altre, di cui si conceda a priori la consistenza.

Al contrario nelle quistioni d'indipendenza sarà sempre lecito appellarsi — *senza uscire da* Γ — alle varie interpretazioni possibili dei concetti primitivi di Γ, che rendono falsa qualche proposizione, pur soddisfacendo le altre: e in questo modo l'indipendenza da stabilire si offrirà come *una conseguenza necessaria degli stessi principî di* Γ. Di tal sorta è la prova da noi recata a proposito del Postul.° XVIII″: anzi è questa la forma di raziocinio più familiare ai Geometri, come si vede in parecchi esempî di G. Peano, G. Fano, D. Hilbert ed altri.

Ma, per quanto sia vano cercare nel campo stesso dell'Aritmetica una prova diretta e assoluta della *compatibilità* degli assiomi aritmetici; non è detto che una tal prova non si possa trovare nel campo della Logica pura (astrazion fatta, s'intende, dalle gravi difficoltà che s'incontrano per escluder da questo campo la nozione di numero intero e i principî dell'Aritmetica). In questo senso a me pare accettabile — come *un desideratum* d'ordine logico-deduttivo — il canone di D. Hilbert (Götting. Nachricht., 1900, pag. 264; e Comptes rendus du deuxième congrès intern. des mathém., Paris, 1900, pag. 71-74): che cioè la dimostrazione della compatibilità degli assiomi aritmetici domandi un metodo diretto e assoluto; da cercarsi pertanto nel dominio della logica pura, senza ricorrere ad alcun altro sistema ausiliario, di cui possa mettersi in dubbio l'esistenza matematica: e non so condivider l'opinione del prof. A. Padoa (L'enseignement mathématique, Mars, 1903, pag. 6) che *sia vano a priori* qualunque sforzo per ottenere (come appunto vorrebbe il sig. D. Hilbert) „ une démonstration directe de la non-contradiction des axiomes de l'Arithmétique, en appliquant à ce but les méthodes de raisonnement connues, dont on se sert dans la théorie des nombres irrationnels... „.

Digitized by Google

Sull'attrazione di un ellissoide eterogeneo.

Nota del Socio GIACINTO MORERA.

1. — Consideriamo l'ellissoide di equazione:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \tag{1}$$

$$(a>b>c).$$

Posto per brevità:

$$\nu=\frac{x^2}{a^2+s}+\frac{y^2}{b^2+s}+\frac{z^2}{c^2+s};$$

e designato con s_0 lo zero, oppure la maggior radice dell'equazione cubica:

$$\frac{x^2}{a^2+s}+\frac{y^2}{b^2+s}+\frac{z^2}{c^2+s}=1,$$

secondochè si considera un punto $P(x,y,z)$ interno ovvero esterno all'ellissoide fondamentale (1), è noto che la funzione:

$$V_n=\int_{s_0}^{\infty}\frac{(1-\nu)^n ds}{\sqrt{(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)}}$$

è la funzione potenziale di una distribuzione di massa fatta nell'interno dell'ellissoide colla densità:

$$K_n'=\frac{n(1-\nu')^{n-1}}{\pi\, abc},$$

ove:

$$\nu'=\frac{x'^2}{a^2}+\frac{y'^2}{b^2}+\frac{z'^2}{c^2}\ (*).$$

(*) Cfr. Beltrami, *Sull'attrazione degli ellissoidi*, " Memorie dell'Accademia di Bologna ", Serie IV, T. I (1880); od anche: Somoff, *Theor. Mechanik* (Uebersetz von Ziwet), II Theil, p. 200.

Digitized by Google

Se quindi x', y', z' sono le coordinate dell'elemento potenziante $d\tau'$ ed r la sua distanza dal punto potenziato P, sarà:

$$V_n = \int \frac{K_n' \, d\tau'}{r},$$

ove l'integrazione va estesa a tutto lo spazio ellissoidico.

Designando con D l'operazione derivatoria:

$$D = x_0 \frac{\partial}{\partial x} + y_0 \frac{\partial}{\partial y} + z_0 \frac{\partial}{\partial z},$$

ove x_0, y_0, z_0 designano delle costanti arbitrarie, e con D' la derivatoria:

$$D' = x_0 \frac{\partial}{\partial x'} + y_0 \frac{\partial}{\partial y'} + z_0 \frac{\partial}{\partial z'},$$

supposto che n sia un intero maggiore di uno, avremo:

$$D V_n = -\int D' \left(\frac{K'_n}{r} \right) d\tau' + \int \frac{D' K'_n}{r} \, d\tau';$$

ma osservato che K_n' si annulla sull'ellissoide, applicando una notissima formola si conclude:

$$D V_n = \int \frac{D' K'_n}{r} \, d\tau'.$$

In simil guisa si conclude, se $n > 2$, che:

$$D^2 V_n = \int \frac{D'^2 K'_n}{r} \, d\tau',$$

e così in generale:

$$D^{n-1} V_n = \int \frac{D'^{n-1} K'_n}{r} \, d\tau' = \int_{s_0}^{\infty} \frac{D^{n-1} (1-\nu)^n}{\mathfrak{R}(s)} \, ds,$$

ove per brevità abbiamo posto:

$$\mathfrak{R}(s) = \sqrt{(a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s)}.$$

D'altra parte, dovendo questa relazione essere identica

Digitized by Google

rispetto alle x_0, y_0, z_0, se p, q, r sono tre interi qualunque di somma $n-1$, sarà:

$$\frac{\partial^{p+q+r} V_n}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} = \int \frac{\partial^{p+q+r} K'_n}{\partial x'^p \partial y'^q \partial z'^r} \frac{d\tau'}{r} = \frac{n}{\pi abc} \int \frac{\partial^{p+q+r}(1-\nu')^{n-1}}{\partial x'^p \partial y'^q \partial z'^r} \frac{d\tau'}{r}$$

$$(p+q+r=n-1).$$

2. — Da quanto precede emerge che posto:

$$V = \sum_{p,q,r} \alpha_{p,q,r} \frac{\partial^{p+q+r}}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} \int_{s_0}^{\infty} \frac{(1-\nu)^{p+q+r+1}}{\mathfrak{R}(s)} ds\,, \tag{2}$$

ove: p, q, r denotano dei numeri interi, e le $\alpha_{p,q,r}$ delle costanti, la V è la funzione potenziale di una distribuzione di massa fatta entro l'ellissoide colla densità:

$$\rho = \sum_{p,q,r} \alpha_{p,q,r} \frac{p+q+r+1}{\pi abc} \frac{\partial^{p+q+r}}{\partial x'^p \partial y'^q \partial z'^r} (1-\nu')^{p+q+r}. \tag{3}$$

Orbene, *dato un corpo ellissoidico nel quale la densità è una funzione razionale intera delle coordinate, questa si può sempre porre sotto la forma* (3), *e per conseguenza la funzione potenziale di un tal corpo sempre si può esprimere nella forma* (2).

Supponiamo dapprima che ρ sia una funzione del primo grado delle coordinate, e cioè, omettendo gli accenti, che si abbia:

$$\rho = \alpha_0 + \alpha x + \beta y + \gamma z.$$

Si ha:

$$\frac{\partial(1-\nu')}{\partial x} = -\frac{2x}{a^2}, \quad \frac{\partial(1-\nu')}{\partial y} = -\frac{2y}{b^2}, \quad \frac{\partial(1-\nu')}{\partial z} = -\frac{2z}{c^2};$$

$$x = -\frac{a^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial x}, \quad y = -\frac{b^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial y}, \quad z = -\frac{c^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial z};$$

$$\rho = \alpha_0 - \frac{\alpha a^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial x} - \frac{\beta b^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial y} - \frac{\gamma c^2}{2}\frac{\partial(1-\nu')}{\partial z}$$

e quindi per la (2):

$$V = \pi abc\alpha_0 \int_{s_0}^{\infty} \frac{(1-\nu)ds}{\mathfrak{R}(s)}$$

$$-\frac{\pi abc}{4}\left\{a^2\alpha \frac{\partial}{\partial x}\int_{s_0}^{\infty}\frac{(1-\nu)^2 ds}{\mathfrak{R}(s)} + b^2\beta \frac{\partial}{\partial y}\int_{s_0}^{\infty}\frac{(1-\nu)^2 ds}{\mathfrak{R}(s)} + c^2\gamma \frac{\partial}{\partial z}\int_{s_0}^{\infty}\frac{(1-\nu)^2 ds}{\mathfrak{R}(s)}\right\}.$$

Digitized by Google

Supponiamo ρ omogenea del 2° grado nelle coordinate. Si ha:

$$\frac{a^2}{4}\frac{\partial^2}{\partial x^2}(1-\nu')^2 = 3\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1\,;$$

$$\frac{bc}{4}\frac{\partial^2(1-\nu)^2}{\partial y \partial z} = 2\frac{yz}{bc}\,.$$

Da queste equazioni e dalle altre quattro analoghe si vede subito che x^2, y^2, z^2; yz, zx, xy si possono esprimere linearmente per mezzo delle sei derivate seconde di $(1-\nu')^2$. Per conseguenza ρ si può porre nella forma:

$$\rho = \alpha_0 + \alpha_{11}\frac{\partial^2(1-\nu')^2}{\partial x^2} + \ldots\ldots + \alpha_{23}\frac{\partial^2(1-\nu')^2}{\partial y \partial z} + \ldots,$$

e dunque la funzione potenziale dell' ellissoide si potrà esibire nella forma (2).

3. — Per stabilire in generale la nostra proposizione occorre premettere un lemma.

Si formino le $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ derivate n^{me} della funzione:

$$\nu'^n = \left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)^n,$$

le quali si possono porre sotto forma di funzioni lineari ed omogenee delle $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ quantità:

$$u_{p,q,r} = \frac{n!}{p!\,q!\,r!}\,x^p y^q z^r$$

$$(p+q+r=n),$$

ossia:

$$\frac{\partial^n \nu'^n}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} = \sum_{p',q',r'} C^{(p,q,r)}_{p',q',r'}\, u_{p',q',r'} \qquad (p'+q'+r'=n). \tag{4}$$

Le C sono costanti, e si ha ovviamente:

$$C^{(p,q,r)}_{p',q',r'} = \frac{1}{n!}\,\frac{\partial^{2n}\nu'^n}{\partial x^{p+p'}\partial y^{q+q'}\partial z^{r+r'}} = C^{(p',q',r')}_{p,\,q,\,r}\,;$$

Digitized by Google

risultano quindi nulle tutte le $C_{p,q,r}^{(p',q',r')}$ nelle quali non si ha simultaneamente:

$$p \equiv p'; \quad q \equiv q'; \quad r \equiv r' \qquad \text{(mod. 2)}.$$

Si noti inoltre che, se $C_{p',q',r'}^{(p,q,r)}$, $C_{p'',q'',r''}^{(p,q,r)}$ sono entrambi non nulli, sarà pure diverso da zero $C_{p'',q'',r''}^{(p',q',r')}$, di guisa che i termini che compaiono nella n$^{\text{na}}$ derivata di v'^n rispetto a x^p, y^q, z^r compaiono pure in tutte le n$^{\text{me}}$ derivate rispetto a quelle $x^{p'}, y^{q'}, z^{r'}$ che la anzidetta derivata contiene *riunite termine per termine.*

Le (4) si ripartiscono adunque in varî sistemi di equazioni, nei quali compaiono delle $u_{p,q,r}$ differenti. Se si permutano le x,y,z e si eseguisce la corrispondente sostituzione sulle a, b, c, detti sistemi si scambiano fra loro: ma può anche accadere che un sistema si muti in sè stesso.

Per esempio, per $n=3$, si trova:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{a^3}{24}\frac{\partial v'^3}{\partial x^3} &= 5\frac{x^3}{a^3} + 3\frac{x}{a}\frac{y^2}{b^2} + 3\frac{x}{a}\frac{z^2}{c^2} \\
\frac{ab^2}{12}\frac{\partial v'^3}{\partial x \partial y^2} &= 2\frac{x^3}{a^3} + 6\frac{x}{a}\frac{y^2}{b^2} + \frac{x}{a}\frac{z^2}{c^2} \\
\frac{ac^2}{12}\frac{\partial v'^3}{\partial x \partial z^2} &= 2\frac{x^3}{a^3} + \frac{x}{a}\frac{y^2}{b^2} + 6\frac{x}{a}\frac{z^2}{c^2}
\end{aligned}\right\} \qquad \frac{abc}{24}\frac{\partial v'^3}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{x}{a}\frac{y}{b}\frac{z}{c}.$$

Le tre prime equazioni sono risolvibili rispetto a x^3, xy^2, xz^2, e da esse colle accennate sostituzioni si ottengono due altre terne di equazioni che determinano $y^3, \ldots, yz^2$; l'ultima equazione poi dà direttamente xyz.

Fra le (4) si immaginino eliminate le x, y, z; si avranno parecchie equazioni algebriche fra le n$^{\text{me}}$ derivate dalla v'^n, le quali evidentemente debbono risultare soddisfatte col porvi uguali a zero tutte le derivate medesime.

Se il determinante delle C nelle (4) fosse nullo, una di tali equazioni sarebbe lineare ed omogenea, ed allora le (4), ove si pongano uguali a zero tutte le derivate n$^{\text{me}}$ ai primi membri, sarebbero soddisfatte da valori delle $x^p y^q z^r$, e quindi delle x,y,z, non tutti nulli.

Digitized by Google

Ora si ha identicamente:

$$\sum_{p,q,r} \frac{\partial^n v'^n}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} u_{p,q,r} = \frac{(2n)!}{n!} v'^n ;$$

sicchè per detti valori delle x, y, z la v'^n risulterebbe nulla, ma ciò è assurdo, giacchè v'^n contiene solo i quadrati dei prodotti $x^p y^q z^r$, con coefficienti positivi, prodotti che sono reali.

Dunque il determinante delle C nelle (4) è diverso da zero.

Ciò premesso, i termini di grado più elevato in x, y, z, che figurano nelle derivate n^{me} della funzione:

$$(1 - v')^n = (-1)^n \left[v'^n - n v'^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} v'^{n-2} - \ldots \right],$$

sono quelli che nascono dalla derivazione di v'^n, e, come or ora si è veduto, il determinante dei coefficienti di tali termini in quelle derivate è diverso da zero; sicchè *tali termini si possono linearmente esprimere in funzione delle anzidette derivate e di termini di ordine inferiore.* Per la stessa ragione i termini di ordine $n - 1$ si potranno linearmente esprimere con le derivate $(n-1)^{me}$ di v'^{n-1} e termini di ordine inferiore, e così via.

Dunque *se* ρ *è una funzione intera, di qualunque grado, essa si può sempre porre sotto la forma* (3); e però il metodo indicato permette di calcolare la funzione potenziale dell'ellissoide eterogeneo per mezzo di integrali ellittici di prima e di seconda specie.

In particolare concludiamo che se la densità di un corpo ellissoidico è una funzione intera di grado n^{mo} delle coordinate, la sua funzione potenziale all'interno è una funzione, parimenti intera, del grado $(n + 2)^{mo}$.

Lo stesso procedimento è evidentemente applicabile anche ad un ellissoide di rivoluzione e ad una sfera.

Green nella memoria: *On the determination of the exterior and interior attractions of ellipsoids of variable densities* (" Math. Papers ", pp. 187-222), lavoro altrettanto profondo e importante quanto astruso e poco noto, determina l'attrazione di un ellissoide in un caso molto generale, che manifestamente comprende quello qui trattato.

Digitized by Google

Se non che il metodo di Green non permette direttamente di ottenere delle formule esplicite; giacchè la determinazione delle funzioni Greeniane $\varphi^{(V)}$, e quindi quella delle corrispondenti funzioni potenziali V (che nel caso ordinario sono i prodotti di Lamé, o armoniche ellissoidali, di seconda specie) richiede la risoluzione di equazioni di ordine elevato.

Complemento alla Nota:
" Sulla attrazione di un ellissoide eterogeneo " (*)

del Socio GIACINTO MORERA.

Il risultato contenuto nella Nota si fonda sul lemma seguente: *Si formino le* $N = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ *derivate* n^{me} *della funzione:*

$$f^n = \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)^n,$$

il determinante dei coefficienti dei prodotti $x^p y^q z^r$ $(p+q+r=n)$ *in tali derivate non è nullo.*

Nel § 3 della Nota io indicai una dimostrazione di questo lemma che è illusoria.

L'esame diretto del determinante in parola riesce complicato, perciò reputo opportuno esporre all'Accademia una dimostrazione indiretta del mio lemma. In questa dimostrazione fo uso del linguaggio della geometria, sebbene in fondo la dimostrazione sia prettamente algebrica.

Sia:

$$f_x \equiv a_x^2 \equiv b_x^2 \equiv c_x^2 \equiv \dots \equiv g_x^2 \equiv h_x^2 \equiv k_x^2 \equiv l_x^2 \equiv m_x^2 \equiv \dots = 0$$

l'equazione di una *conica propria*, che dirò C.

Si ponga:

$$f_{x,y} \equiv a_x a_y \equiv b_x b_y \equiv \dots \equiv k_x k_y \equiv l_x l_y \equiv \dots$$

(*) Questo complemento alla nota succitata fu presentato nell'adunanza del 28 febbraio 1904.

Digitized by Google

La polare n^{ma} del punto (y) rispetto alla conica contata n volte si trova essere:

$$\frac{1}{2^n \cdot n!}\left(y_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + y_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + y_3 \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^n f_x^n = P_n\left(\frac{f_{x,y}}{\sqrt{f^2_{x,y} - f_x f_y}}\right)\left(\sqrt{f^2_{x,y} - f_x f_y}\right)^n,$$

ove $P_n(\mu)$ indica il polinomio di Legendre dell'ordine n^{mo}.

Impiegando la formula di Laplace si ottiene:

$$(1)\qquad \begin{aligned} \frac{1}{2^n \cdot n!}\left(y_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \dots\right)^n f_x^n &= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi (f_{x\,y} + \sqrt{f_x f_y}\,.\cos\varphi)^n d\varphi = \\ &= f^n_{x,y} + c_{n-2} f^{n-2}_{x,y} f_x f_y + c_{n-4} f^{n-4}_{x,y} f_x^2 f_y^2 + \dots, \end{aligned}$$

ove le c sono coefficienti numerici *tutti positivi*.

La condizione perchè l'inviluppo A, di classe n, avente l'equazione:

$$\alpha_u^n = 0$$

sia apolare alla conica C, contata n, è che il precedente covariante si annulli, per identità rispetto alle x, quando al posto delle y si pongano i simboli α, e cioè:

$$(2)\qquad f^n_{\alpha,x} + c_{n-2} f^{n-2}_{\alpha,x} f_\alpha f_x + c_{n-4} f^{n-4}_{\alpha,x} f_\alpha^2 f_x^2 + \dots = 0.$$

Si noti che la curva d'equazione:

$$(3)\qquad f^n_{\alpha,x} = 0$$

è la polare di A rispetto alla C.

Se in (2), in luogo delle x, si introducono le coordinate di un punto sovra C, risulterà soddisfatta la (3) e per conseguenza $f^n_{\alpha,x}$ dev'essere divisibile per f_x. Adunque A si spezza nella conica:

$$(g\,h\,u)^2 = 0$$

ed in un inviluppo della classe $n - 2$:

$$\alpha_u^{n-2} = 0.$$

Per vedere ciò che in simil caso diviene la (1), si rappresenti con $A_x^n A_y^n$ o tutta la (1) od un suo termine qualunque e

Digitized by Google

si osservi che, formatane la polare mista $A_x^n A_y^{n-2} A_z^2$, il corrispondente in (2) è: $A_x^n A_\alpha^{n-2} (Agh)^2$.

Il primo termine di (2) diviene così ovviamente:

$$(agh)(bgh)a_x b_x \,.\, c_\alpha c_x \,.\, d_\alpha d_x \ldots,$$

ove il numero dei simboli $a, b, c, d, \ldots$, non contati g e h, è n.

Ma com'è noto si ha identicamente:

$$a_x b_y (agh)(bgh) = \frac{\Delta}{3} f_{x,y}, \tag{4}$$

ove Δ indica il discriminante della forma f_x, o più precisamente:

$$\Delta = (abc)^2;$$

sicchè il 1° termine si può scrivere:

$$\frac{\Delta}{3} f_x \,.\, c_\alpha c_x \,.\, d_\alpha d_x \ldots = \frac{\Delta}{3} f_x \,.\, f_{\alpha,x}^{n-2}.$$

Si consideri un termine qualsiasi della (2), posto sotto forma simbolica:

$$f_{\alpha,x}^p f_\alpha^q \equiv a_\alpha a_x \,.\, b_\alpha b_x \,.\, c_\alpha c_x \ldots k_\alpha^2 \,.\, l_\alpha^2 \,.\, m_\alpha^2 \ldots,$$

ove il numero dei simboli $a, b, c \ldots$ è p, e quello de' simboli $k, l, m \ldots$ è q; e si tengano presenti le tre identità:

$$\left.\begin{aligned} a_x b_x (agh)(bgh) &= \frac{\Delta}{3} f_x \\ a_x b_\alpha (agh)(bgh) &= \frac{\Delta}{3} f_{\alpha,x} \\ a_\alpha b_\alpha (agh)(bgh) &= \frac{\Delta}{3} f_\alpha \end{aligned}\right\},$$

che subito seguono della (4).

Si vede con facile calcolo, mercè l'osservazione premessa, che per lo spezzamento dell'apolare, a meno del fattore $\frac{1}{n(n-1)}$, tale termine diviene:

$$\frac{\Delta}{3} \left[2q \{ 2(p+q) - 1 \} f_{\alpha,x}^p f_\alpha^{q-1} + p(p-1) f_{\alpha,x}^{p-2} \,.\, f_\alpha^q f_x \right].$$

Digitized by Google

Adunque lo spezzamento dell'apolare ha per effetto di far comparire al 1° membro della (2) il fattore $\Delta . f_x$, o, più precisamente, di mutare quell'identità, come subito si vede, nella seguente:

$$(2') \quad \Delta . f_x \{ c'_{n-2} f_{\alpha,x}^{n-2} + c'_{n-4} f_{\alpha,x}^{n-4} f_\alpha f_x + c'_{n-6} f_{\alpha,x}^{n-6} f_\alpha^2 f_x^2 + \ldots \} = 0,$$

ove le c' sono coefficienti numerici tutti positivi.

Siccome la (2') dev'essere identica, è lecito sopprimervi al primo membro il fattore f_x: il rimanente fattore in parentesi deve pure essere identicamente nullo, sicchè come prima si conclude che $f_{\alpha,x}^{n-2}$ è divisibile per f_x, ossia che l'apolare A contiene due volte la conica data.

Così proseguendo si conclude: se n è pari, che la A consta della C contata $\frac{n}{2}$ volte; se n è dispari, che la A consta della C contata $\frac{n-1}{2}$ volte e di un punto.

Nel 1° caso la (2) non potrebbe essere verificata se non supponendo $\Delta = 0$; nel 2° caso poi dev'essere nullo per identità il fattor lineare, non simbolico, $f_{\alpha,x}$: è quindi assurdo ammettere l'esistenza dell'apolare.

Dunque, per una conica propria contata n volte l'invariante considerato da Reye (" Crelle's J. ", vol. 79, p. 173) è diverso da zero; in altri termini, non può essere nullo il determinante de' coefficienti delle $x^p y^q z^r$ $(p+q+r=n)$ nelle $N = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ derivate n^{me} della funzione f_x^n.

Detto invariante è del grado $\frac{n(n+1)(n+2)}{2} = nN$ nei coefficienti delle f_x, e per conseguenza è, a meno di un coefficiente numerico non nullo, uguale a

$$\Delta^{\frac{nN}{3}}.$$

Sulle equazioni dinamiche di Hamilton.

Nota del Socio GIACINTO MORERA

Le equazioni dinamiche del tipo di Lagrange sono compendiate nell'equazione dei lavori virtuali espressa con parametri di posizione qualsiasi (*).

Del pari le equazioni dinamiche del tipo Hamiltoniano sono compendiate in una peculiare forma sotto cui si può porre l'equazione dei lavori, e che chiamerò *forma Hamiltoniana.*

L'uso sistematico della forma Hamiltoniana dell'equazione dei lavori presenta dei vantaggi notevolissimi, sovratutto nella trasformazione delle equazioni canoniche, come fu messo in luce da Émile Mathieu nella sua pregevole *Dynamique analytique* (Paris 1878) (**).

La forma Hamiltoniana dell'equazione dei lavori virtuali rende manifesto l'ufficio che nella trasformazione delle equazioni canoniche hanno le trasformazioni di contatto, ed in particolare da essa si deduce ovviamente una generalizzazione del *teorema fondamentale della teoria delle perturbazioni,* come mi propongo di mostrare in questa Nota.

1. — Sieno: $p_1, p_2, ..., p_N$ un qualsiasi sistema di parametri di posizioni; $p_1', p_2', ..., p_N'$ le loro derivate rispetto al tempo t; T la forza viva espressa nelle p, p', t; $\delta\mathcal{L}$ il lavoro virtuale delle forze applicate, espresso nella forma:

$$\delta\mathcal{L} = \sum_{i=1} \mathcal{P}_i \delta p_i;$$

(*) Cfr. il § 2 della mia Nota: *Sulle equazioni dinamiche di Lagrange*, presentata all'Accademia nell'adunanza dell'11 gennaio 1903 (" Atti ", vol. XXXVIII).

(**) Cfr. anche la Memoria del Prof. Siacci: *Teorema fondamentale nella teoria delle equazioni canoniche del moto* (" Mem. della R. Acc. de' Lincei ", serie III, vol. XII).

Digitized by Google

l'equazione Lagrangiana dei lavori virtuali è la seguente:

$$[I] \qquad \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial T}{\partial p_i'}\,\delta p_i = \delta T + \delta \mathcal{L}.$$

In questa equazione le δp sono legate da un certo numero di equazioni lineari ed omogenee:

$$\varphi_\delta^{(\nu)} \equiv \varphi_1^{(\nu)}\delta p_1 + \varphi_2^{(\nu)}\delta p_2 + \ldots + \varphi_N^{(\nu)}\delta p_N = 0 \quad (\nu = 1, 2, \ldots, N-n),$$

mentre le p ed il tempo sono legati dalle equazioni differenziali:

$$\varphi^{(\nu)} \equiv \varphi_0^{(\nu)} + \varphi_1^{(\nu)} p_1' + \varphi_2^{(\nu)} p'_2 + \ldots + \varphi_N^{(\nu)} p'_N = 0,$$

ove le $\varphi_i^{(\nu)}$ sono funzioni delle p e di t.

Osserviamo che dalla [I] le $\delta p_i' = \frac{d\delta p_i}{dt}$ spariscono identicamente; sicchè queste ultime quantità vi *si possono considerare come arbitrarie.*

Pongasi:

$$[II] \qquad \frac{\partial T}{\partial p_1'} = q_1, \quad \frac{\partial T}{\partial p_2'} = q_2, \ \ldots, \ \frac{\partial T}{\partial p_N'} = q_N.$$

Queste equazioni, come è facile riconoscere, sono sempre risolvibili rispetto alle p_i'. Infatti, dette T_2, T_1, T_0 le parti di T che sono omogenee e rispettivamente dei gradi 2, 1, 0 nelle p_i', si osservi che T_2 si ottiene dalla originaria espressione della forza viva:

$$T = \frac{1}{2}\sum m(x'^2 + y'^2 + z'^2),$$

ponendovi:

$$x' = \sum_i \frac{\partial x}{\partial p_i} p_i', \quad y_i' = \sum_i \frac{\partial y}{\partial p_i} p_i', \quad z = \sum_i \frac{\partial z}{\partial p_i} p_i';$$

quindi T_2 è una forma quadratica, omogenea nelle p_i', essenzialmente positiva e per conseguenza il suo discriminante è ne-

Digitized by Google

cessariamente positivo, non nullo. Le equazioni lineari [II], scritte nella forma

$$\frac{\partial T_2}{\partial p_i'} = q_i - \frac{\partial T_1}{\partial p_i'},$$

ci daranno adunque le p_i' espresse per funzioni lineari, in generale non omogenee, delle q_i, a coefficienti dipendenti dalle p_i e da t.

Pongasi:

$$K = \sum_i p_i' q_i - T,$$

e si immagini K espresso nelle p_i, q_i e t; avremo:

$$\delta K = \delta \sum_i p_i' q_i - \delta T.$$

Introdotte le q_i nella [I] essa diviene:

$$\frac{d}{dt} \sum_i q_i \delta p_i = \delta T + \delta \mathcal{L},$$

e sommando colla precedente si ha:

$$\frac{d}{dt} \sum_i q_i \delta p_i - \delta \sum_i q_i \frac{dp_i}{dt} = \delta \mathcal{L} - \delta K.$$

Dunque l'equazione dei lavori virtuali si può scrivere:

[III] $$d \sum_i q_i \delta p_i - \delta \sum_i q_i dp_i = (\delta \mathcal{L} - \delta K) dt,$$

od anche:

[III'] $$\sum_i (dp_i \delta q_i - \delta p_i dq_i) = (\delta K - \delta \mathcal{L}) dt.$$

Questa è la forma Hamiltoniana dell'equazione dei lavori: in essa le δp si devono ritenere legate dalle equazioni dei vincoli: $\varphi^{(\nu)}_{\delta} = 0$, mentre le δq, al pari delle $\delta p'$ nella forma Lagrangiana, *rimangono arbitrarie.*

Non è il caso che io qui ripeta come dalle [III] si deducano le $N + n$ equazioni differenziali di prim'ordine del moto,

Digitized by Google

solo osserverò che le equazioni dei vincoli: $\varphi^{(\nu)}=0$, ora divengono delle equazioni finite fra le p_i, q_i e t, e cioè si ha:

[IV] $$\varphi^{(\nu)} \equiv \varphi_0^{(\nu)} + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i^{(\nu)} \frac{\partial K}{\partial q_i} = 0 \quad (\nu = 1, 2, ..., N-n).$$

2. — Nel caso in cui le forze ammettano una funzione di forza U, comunque dipendente anche dal tempo, posto:

$$H = K - U,$$

la [III] diviene:

[III''] $$\delta[\sum_i q_i dp_i - H dt] - d[\sum_i q_i \delta p_i - H\delta t] = 0.$$

Le equazioni differenziali del moto si ottengono ponendo $\delta t = 0$ ed eguagliando a zero i coefficienti delle δp e δq nell'equazione che risulta addizionando alla [III''] le $\varphi_0^{(\nu)} = 0$ preventivamente moltiplicati per moltiplicatori indeterminati $\lambda_\nu dt$.

Ma allo stesso risultato si giunge ponendo uguali a zero i coefficienti delle δp_i, δq_i, δt nella [III''] preventivamente addizionata coi prodotti delle

$$\varphi_0^{(\nu)} \delta t + \sum_i \varphi_i^{(\nu)} \delta p_i = 0$$

per i moltiplicatori $\lambda_\nu dt$. Così operando si ottengono infatti le equazioni:

$$\left.\begin{aligned} dp_i - \frac{\partial H}{\partial q_i} dt = 0 \\ -\frac{\partial H}{\partial p_i} dt - dq_i + \sum_\nu \lambda_\nu \varphi_i^{(\nu)} . dt = 0 \end{aligned}\right\} \quad (i = 1, 2, ..., N);$$

$$-\frac{\partial H}{\partial t} dt + dH + \sum_\nu \lambda_\nu \varphi_0^{(\nu)} dt = 0;$$

ma quest'ultima si può scrivere a cagione delle [IV]:

$$\sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial H}{\partial p_i} dp_i \right) = \sum_\nu \lambda_\nu \sum_i \varphi_i^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial q_i} \; dt$$

Digitized by Google

e sotto questa forma apparisce essere una conseguenza delle $2N$ precedenti.

Adunque: *le equazioni differenziali del moto sono il 1° sistema di Pfaff dell'espressione differenziale:* $\sum_i p_i dq_i - Hdt$, *nella quale le variabili sono legate dalle equazioni ai differenziali totali:*

$$\varphi_0^{(\nu)} dt + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i^{(\nu)} dp_i = 0 \quad (\nu = 1, 2, \dots, N-n).$$

Questo teorema è fondamentale per una teoria invariantiva della trasformazione dell'equazioni dinamiche più generali.

In particolare, se il mobile è olonomo, per le $p_1, \dots, p_N$ si può assumere un sistema di parametri indipendenti ed allora $N = n$ e le equazioni differenziali del moto hanno la forma canonica Hamiltoniana:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Queste sono notoriamente il 1° sistema di Pfaff dell'espressione differenziale:

$$\sum_i q_i dp_i - Hdt.$$

3. — Ritorniamo all'equazione Hamiltoniana dei lavori virtuali:

$$\text{[III]} \qquad \delta \sum_i q_i dp_i - d \sum_i q_i \delta p_i = (\delta K - \delta \mathcal{P}) dt.$$

Sulle variabili p_i, q_i si operi una trasformazione di contatto speciale, dipendente anche dal tempo, e cioè una trasformazione:

$$\left.\begin{aligned} p_i &= p_i(p_1^*, \dots, p_N^*;\ q_1^*, \dots, q_N^*;\ t) \\ q_i &= q_i(p_1^*, \dots, p_N^*;\ q_1^*, \dots, q_N^*;\ t) \end{aligned}\right\},$$

tale che, *riguardata la* t *come costante*, verifichi identicamente una relazione della forma:

$$\sum_i q_i \delta p_i = \sum_i q_i^* \delta p_i^* + \delta \Omega,$$

ove Ω indica una funzione delle variabili: $p_1^*, \dots, q_N^*$ e di t.

Digitized by Google

Riguardando come variabile anche la t, avremo identicamente:

$$\sum_i q_i dp_i = \sum_i q_i^* dp_i^* + r dt + d\Omega,$$

ove:

$$r = \sum_i q_i \frac{\partial p_i}{\partial t} - \frac{\partial \Omega}{\partial t},$$

e quindi:

$$\delta \sum_i q_i dp_i - d \sum_i q_i \delta p_i = \delta \sum_i q_i^* dp_i^* - d \sum_i q_i^* \delta p_i^* + \delta r \,.\, dt.$$

Adunque l'equazione dei lavori diviene:

[IV] $$\delta \sum_i q_i^* dp_i^* - d \sum_i q_i^* \delta p_i^* = (\delta K^* - \delta \mathcal{L}^*)\, dt,$$

ove:

$$K^* = K - r$$

e con $\delta \mathcal{L}^*$ indichiamo la espressione del lavoro elementare nelle nuove variabili, che sarà della forma:

$$\delta \mathcal{L}^* = \sum_i \mathcal{P}_i^* \delta p_i^* + \sum_i \mathcal{Q}_i^* \delta q_i^*.$$

In altri termini: *le trasformazioni di contatto speciali non alterano la forma Hamiltoniana dell'equazione dei lavori virtuali.*

In particolare se il mobile è un sistema olonomo, la cui posizione è definita dai parametri indipendenti p_i, si ha come corollario la proposizione seguente:

Qualsiasi trasformazione speciale di contatto sulle p *e* q *tramuta ogni sistema canonico di equazioni differenziali in un altro sistema pure canonico.*

4. — Consideriamo una trasformazione non contenente il tempo, cioè della forma:

(S) $$p_i = p_i(P_1, P_2, \ldots, Q_n); \quad q_i = q_i(P_1, P_2, \ldots, Q_n),$$

e applichiamola ad un qualsiasi sistema Hamiltoniano di funzione caratteristica h.

Digitized by Google

Abbiamo ovviamente:

$$(dp\delta q - dq\delta p) = \sum_k\sum_l \frac{\partial(p,q)}{\partial(P_k,P_l)} dP_k\delta P_l + \sum_k\sum_l \frac{\partial(p,q)}{\partial(Q_k,Q_l)} dQ_k\delta Q_l + $$

$$+ \sum_k\sum_l \frac{\partial(p,q)}{\partial(P_k,Q_l)} (dP_k\delta Q_l - dQ_l\delta P_k);$$

sicchè, ponendo per abbreviazione:

$$\sum_i \frac{\partial(p_i,q_i)}{\partial(P_k,Q_l)} = [P_k, P_l], \sum_i \frac{\partial(p_i,q_i)}{\partial(Q_k,Q_l)} = [Q_k, Q_l]$$

$$\sum_i \frac{\partial(p_i,q_i)}{\partial(P_k,Q_l)} = [P_k, Q_l],$$

risulterà:

$$[V] \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum_i (dp_i\delta q_i - dq_i\delta p_i) = \sum_{(k,l)} [P_k, P_l](dP_k\delta P_l - dP_l\delta P_k) + \\ & + \sum_k\sum_l [P_k, Q_l](dP_k, \delta Q_l - dQ_l\delta P_k) + \\ & + \sum_{(k,l)} [Q_k, Q_l](dQ_k\delta Q_l - dQ_l\delta Q_k) = \delta h \,.\, dt. \end{aligned} \right.$$

Affinchè la trasformata del sistema Hamiltoniano, di funzione caratteristica h, sia un altro sistema, pure Hamiltoniano, di caratteristica H, sostituite nella precedente equazione alle dP_i, dQ_i rispettivamente le espressioni:

$$dP_i = \frac{\partial H}{\partial Q_i} dt, \quad dQ_i = -\frac{\partial H}{\partial P_i} dt$$

essa si deve convertire in un'identità, e cioè dev'essere:

$$[V_1] \left\{ \begin{aligned} & \sum_{(k,l)} [P_k, P_l]\left(\frac{\partial H}{\partial Q_k}\delta P_l - \frac{\partial H}{\partial Q_l}\delta P_k\right) + \sum_{(k,l)} [Q_k, Q_l]\left(\frac{\partial H}{\partial P_l}\delta Q_k - \frac{\partial H}{\partial P_k}\delta Q_l\right) + \\ & \qquad + \sum_k\sum_l [P_k, P_l]\left(\frac{\partial H}{\partial q_k}\delta Q_l + \frac{\partial H}{\partial p_k}\delta P_l\right) = \delta h. \end{aligned} \right.$$

In altri termini, l'espressione al 1° membro dev'essere un

Digitized by Google

differenziale esatto; e, se H è arbitrario, ciò non può altrimenti avvenire che per essere identicamente:

$$[VI] \quad [P_k, P_l] = [Q_k, Q_l] = 0; \quad [P_k, Q_k] = c; \quad [P_k, Q_l] = 0,$$

ove c indica una costante e nell'ultima relazione gli indici k, l sono differenti.

Infatti posto H^2 in luogo di H la $[V_1]$ diviene:

$$2H\delta h = \text{differenziale esatto},$$

dunque H è funzione della sola h. Inoltre, se H' è la funzione corrispondente ad un'altra funzione qualsiasi h', posto in $[V_1]$ HH' invece della H, si avrà:

$$H'\delta h + H\delta h'$$

e quest'espressione deve pure essere un differenziale esatto, dunque:

$$\frac{dH}{dh} = \frac{dH'}{dh'} = \frac{1}{c}.$$

Sostituendo nella $[V_1]$ $c\,\frac{\partial H}{\partial \dots} = \frac{\partial h}{\partial \dots}$, e tenendo conto dell'arbitrarietà delle derivate della h e delle δ, si concludono immediatamente le [VI].

La [V] per le [VI] diviene:

$$c\{\delta \sum_i Q_i dP_i - d\sum_i Q_i \delta P_i\} = \delta \sum_i q_i dp_i - d\sum_i q_i \delta p_i,$$

dunque (*):

$$[VII] \qquad c\sum_i Q_i dP_i = \sum_i q_i dp_i + d\Omega.$$

Abbiamo così ottenuto il teorema seguente:

Una trasformazione sulle p *e* q, *indipendente dal tempo, che tramuta ogni sistema canonico in un altro sistema pure canonico, è necessariamente di contatto.*

(*) Si tenga presente che se il covariante bilineare di un'espressione differenziale si annulla identicamente quando tra le variabili si pongano delle relazioni, per queste quell'espressione diviene un differenziale esatto.

Digitized by Google

5. — La trasformazione di contatto [VII], non contenente t, tramuta il sistema Hamiltoniano qualunque:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial h}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = -\frac{\partial h}{\partial p_i}$$

nel sistema Hamiltoniano:

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial Q_i}, \quad \frac{dQ_i}{dt} = -\frac{H}{\partial P_i} \qquad \left(H = \frac{h}{c}\right),$$

per conseguenza tramuterà l'equazione a derivate parziali aggiunta al 1° in quella aggiunta al 2°, e cioè:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (f, h) = 0$$

in

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left(f, \frac{h}{c}\right)_{P,Q} = 0.$$

Ma essendo:

$$(f, h) = \sum_{(k,l)} \left\{ \frac{\partial(f, h)}{\partial(P_k, P_l)} (P_k, P_l) + \frac{\partial(f, h)}{\partial(P_k, Q_l)} (Q_k, Q_l) \right\} +$$
$$+ \sum_k \sum_l \frac{\partial(f, h)}{\partial(P_k, Q_l)} (P_k, Q_l) = \frac{1}{c} (f, h)_{P,Q}$$

concludiamo:

$$\text{[VIII]} \quad (P_k, P_l) = (Q_k, Q_l) = 0; \; (P_k, Q_k) = \frac{1}{c}; \; (P_k, Q_l) = 0 \quad (k \neq l),$$

equazioni che debbono essere una conseguenza delle [VI]. E difatti le [VI], con un elegantissimo procedimento dovuto al professore A. Mayer (" Math. Ann. ", vol. VIII, p. 307), si possono trasformare in quelle che si deducono dalle [VIII] per lo scambio delle variabili (P, Q), (p, q) e di c con $\frac{1}{c}$. Inoltre dalle [VI] si deduce con un noto artifizio:

$$\frac{\partial(p_1, \ldots, q_n)}{\partial(P_1, \ldots, Q_n)} = \pm c^n,$$

e per conseguenza essendo verificate le [VI] (od anche le VIII) le p, q sono funzioni fra loro indipendenti delle P, Q.

Digitized by Google

Dalle considerazioni del § precedente apparisce che le [VI], oppure le equivalenti [VIII], sono le condizioni *sufficienti* perchè le espressioni differenziali $\sum_i q_i dp_i$, $c\sum_i Q_i dP_i$ abbiano i covarianti bilineari identici, e, col sussidio della [V] si vede subito che tali condizioni sono anche *necessarie*, comunque la trasformazione tra le (p, q) e le (P, Q) sia indipendente o non dal tempo. In altri termini, le [VI], oppure le equivalenti [VIII], sono le condizioni necessarie e sufficienti perchè la trasformazione sia di contatto, od ancora perchè, qualunque sieno le funzioni f ed h, si abbia identicamente:

$$(f, h)_{P,Q} = c(f, h).$$

Non volendo tener conto di quelle trasformazioni che hanno per effetto di moltiplicare per una stessa costante c tutte le q e la funzione caratteristica h di ogni sistema Hamiltoniano, assumeremo $c = 1$, ossia, come abbiamo già fatto al § 3, definiremo per trasformazioni di contatto tra le (p, q), (P, Q) quelle che verificano identicamente la relazione:

$$\sum_i q_i dp_i = \sum_i Q_i dP_i + d\Omega.$$

Caratteristica di queste trasformazioni è la proprietà che il covariante bilineare dell'espressione differenziale $\sum_i q_i dp_i$ è invariante, oppure l'altra che sono invarianti le funzioni di Poisson.

Ho reputato opportuno di esporre in questo § delle cose oggidì ben note unicamente per comodo del lettore.

6. — Consideriamo un sistema olonomo, la cui posizione sia definita dai parametri indipendenti: $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Si ripartiscano le forze applicate al mobile in due categorie: quelle della prima categoria, che diremo *forze principali*, derivino dalla funzione di forza U; quelle della seconda categoria, che diremo *forze perturbatrici*, sieno qualunque e facciano il lavoro virtuale $\delta\mathcal{L}$.

Posto:

$$K - U = H,$$

l'equazione Hamiltoniana dei lavori virtuali diviene:

$$\delta \sum_i q_i dp_i - d \sum_i q_i \delta p_i = (\delta H - \delta\mathcal{L})dt.$$

Digitized by Google

Operiamo la trasformazione di contatto definita dalle equazioni:

$$q_i = \frac{\partial \Omega}{\partial p_i}, \quad -q_i^* = \frac{\partial \Omega}{\partial p_i^*},$$

ove Ω indica una funzione qualunque delle p_i, p_i^* e di t, soggetta all'unica limitazione che non risulti identicamente nullo il determinante:

$$\frac{\partial \left(\frac{\partial \Omega}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial \Omega}{\partial p_n} \right)}{\partial (p_1^*, \ldots, p_n^*)}.$$

Per tale trasformazione risulterà:

$$\sum_i q_i dp_i - \sum_i q_i^* dp_i^* + \frac{\partial \Omega}{\partial t} dt = d\Omega,$$

e quindi, secondo la notazione del § 3:

$$-r = \frac{\partial \Omega}{\partial t}.$$

Sicchè la trasformata dell'equazione dei lavori virtuali è ora:

$$\text{[IX]} \qquad \delta \sum_i q_i^* dp_i^* - d \sum q_i^* \delta p_i^* = \delta \left(\frac{\partial \Omega}{\partial t} + H \right) dt - \delta \mathcal{L}^* dt.$$

Assumiamo per Ω una soluzione completa dell'equazione a derivate parziali.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + H \left(t;\, p_1, \ldots, p_n;\, \frac{\partial \Omega}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial \Omega}{\partial p_n} \right) = 0$$

colle costanti arbitrarie non aggiunte $p_1^*, \ldots, p_n^*$. Allora la [IX] diviene:

$$\sum_i (\delta q_i^* dp_i^* - \delta p_i^* dq_i^*) = -\delta \mathcal{L}^* . dt,$$

e, siccome le δq^*, δp^* sono arbitrarie, di qui seguono le equazioni:

$$\frac{dp_i^*}{dt} = -\mathcal{Q}_i^*, \quad \frac{dq_i^*}{dt} = \mathcal{P}_i^* \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

In particolare, se le forze perturbatrici sono nulle, si ha:

Digitized by Google

$\mathcal{P}_i^* = \mathcal{Q}_i^* = 0$, e quindi *le equazioni dinamiche assumono la forma risoluta*; cioè le p^*, q^* sono gli integrali del sistema Hamiltoniano:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial p_i};$$

e così come corollario si ottiene il teorema di Hamilton.

Riassumendo abbiamo il seguente *teorema*:

Ripartite le forze applicate al mobile in due categorie: forze principali che derivano dalla funzione di forza U; *forze perturbatrici che possono essere qualunque, si introducano insieme ai parametri indipendenti di posizione:* $p_1, \ldots, p_n$, *le variabili coniugate:*

$$q_1 = \frac{\partial T}{\partial p_1}, \ldots, q_n = \frac{\partial T}{\partial p_n},$$

e si formi l'equazione a derivate parziali di Hamilton:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + H\left((t; p_1, \ldots, p_n; \frac{\partial \Omega}{\partial p_1} \ldots \frac{\partial \Omega}{\partial p_n}\right) = 0$$

$$(H = \sum_i p_i' q_i - T - U).$$

Trovata di quest'equazione una soluzione completa colle arbitrarie non aggiunte $p_1^*, \ldots, p_n^*$, *le equazioni integrali del moto non perturbato:*

$$q_i = \frac{\partial \Omega}{\partial p_i}, \quad -q_i^* = \frac{\partial \Omega}{\partial p_i^*}$$

dànno le p_i, q_i *in funzione delle* p_i^*, q_i^* *e di* t; *e, introdotte come nuove variabili le* p_i^*, q_i^*, *le equazioni differenziali del moto perturbato divengono:*

$$\frac{dp_i^*}{dt} = -\mathcal{Q}_i^*, \quad \frac{dq_i^*}{dt} = \mathcal{P}_i^* \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

ove le $\mathcal{P}_i^*$, $\mathcal{Q}_i^*$ *sono i coefficienti delle* δp_i^*, δq_i^* *nell'espressione del lavoro virtuale delle forze perturbatrici, trasformata nelle nuove variabili.*

In particolare, se le forze perturbatrici derivano esse pure da una funzione di forza Θ, espressa questa in funzione Θ^* delle

Digitized by Google

nuove variabili, le equazioni differenziali del moto perturbato assumono ancora, com'è noto, la forma canonica, e cioè sono:

$$\frac{dp_i^*}{dt} = -\frac{\partial \Theta^*}{\partial q_i^*}, \quad \frac{dq_i^*}{dt} = \frac{\partial \Theta^*}{\partial p_i}.$$

7. — A complemento dei risultati ottenuti nei §§ 3 e 4, dimostreremo il teorema seguente:

Qualunque trasformazione sulle p *e* q *che converte ogni sistema canonico di equazioni differenziali in un altro sistema pure canonico è di contatto.*

Osserviamo anzi tutto che un sistema di forma risoluta:

$$dp_i = dq_i = 0$$

è convertito in un sistema pure di forma risoluta da tutte e sole le trasformazioni S non contenenti il tempo.

Sia T una trasformazione che converte ogni sistema canonico in un altro sistema canonico. Consideriamo un particolare sistema canonico, il quale venga ridotto a forma risoluta dalla trasformazione di contatto C_1, e mercè la T convertito in un altro sistema canonico, il quale a sua volta venga ridotto a forma risoluta dalla trasformazione di contatto C_2.

Allora la trasformazione $C_1^{-1}TC_2$ converte un sistema di forma risoluta in altro pure di forma risoluta, sicchè sarà:

$$C_1^{-1}TC_2 = S.$$

Ma la trasformazione S applicata ad un qualsiasi sistema canonico lo converte in un altro pure canonico, giacchè ciò fanno le sue componenti: C_1^{-1}, T, C_2; dunque la S (§ 4) è di contatto, e quindi è pure di contatto la

$$T = C_1 S C_2^{-1}.$$

Come ho osservato altra volta (*) in generale per i sistemi canonici di equazioni ai differenziali totali vi sono però anche infinite *trasformazioni non di contatto* che convertono un dato sistema canonico in un altro pure canonico. Per verità, la tras-

(*) Cfr. la mia Nota: *I sistemi canonici di equaz. ai diff. totali, ecc.* (" Atti dell'Accademia ", vol. XXXVIII, pag. 940).

Digitized by Google

formazione $C_1 S C_2^{-1}$, dove S è una trasformazione qualunque non contenente il tempo, converte il sistema canonico, riducibile a forma risoluta dalla trasformazione C_1, nel sistema canonico riducibile alla stessa forma dalla trasformazione C_2; ma in generale l'anzidetta trasformazione applicata ad un altro sistema Hamiltoniano lo converte in un sistema di equazioni differenziali non canonico.

Relazione sulla Memoria del Dr. Umberto Perazzo, intitolata: *Sull'incidenza di rette, piani e spazi ordinari in uno spazio a cinque dimensioni, e su alcune corrispondenze birazionali fra piani e spazi ordinari.*

Se nello spazio a cinque dimensioni s'impongono ad un *elemento* — retta, piano o spazio ordinario — delle condizioni non sovrabbondanti, consistenti nell'incidenza di quell'elemento con dati spazî ad 1, 2, 3 dimensioni, esso potrà descrivere una certa varietà. La questione numerativa sull'ordine di questa varietà, o su caratteri numerici analoghi, è già risolta da tempo, grazie a note formole molto generali, Ma, come si sa, i caratteri numerici non bastano ad esprimere le intime qualità di un ente geometrico. Qui il Dr. Perazzo, pur ritrovando per via diretta quei numeri, ricerca le proprietà più notevoli delle dette varietà. Fra queste si trovano parecchie superficie e varietà a 3 o 4 dimensioni per loro natura interessanti. Vi sono inoltre delle varietà di spazî, le quali interessano i geometri colle corrispondenze birazionali fra 2 piani o spazî ordinarî, che da esse si deducono mediante sezione. Quest'ultimo argomento vien trattato, non solo nello S_5, ma in un iperspazio qualunque. — In tal modo la chiara ed accurata Memoria del Dr. Perazzo porta un contributo essenziale alla geometria projettiva dello spazio a cinque dimensioni, e contiene nuove e ragguardevoli applicazioni degl'iperspazî alla geometria dello spazio ordinario. Essa merita, a nostro avviso, di essere accolta nei volumi accademici.

G. Morera.
C. Segre, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Lorenzo Camerano.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 24 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Salvadori, Direttore della Classe, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Morera e Grassi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Boselli, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Pezzi, Carle, Graf, Cipolla, Brusa, Carutti, Pizzi, Chironi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente propone, e l'Accademia, con votazione unanime, approva, che sia inviato al Socio Costantino Nigra questo dispaccio: " Nel momento che Ella, illustre Collega, lascia la " carriera diplomatica, nella quale rese memorabili servigi alla " patria, i Soci dell'Accademia delle Scienze di Torino Le inviano " un riconoscente e cordiale saluto, augurandole duratura ope- " rosità negli studi che la resero preclara fra i dotti ".

In seguito l'Accademia conferisce i seguenti premi:

1° Premio Gautieri per la Filosofia e Storia della filosofia (triennio 1900-1902), di L. 2500, al professore Sante Ferrari della R. Università di Genova, per la sua opera: *I tempi, la vita, le dottrine di Pietro d'Abano*; Genova, 1900.

Digitized by Google

2° Premio Vallauri per le scienze fisiche (quadriennio 1899-1902), di L. 30.000, diviso per metà fra i signori prof. Battista GRASSI della R. Università di Roma e Guglielmo MARCONI: il primo per il suo lavoro: *Studi di uno zoologo sulla malaria*; il secondo per la *Telegrafia senza fili.*

3° Premio internazionale Bressa (quadriennio 1899-902), di L. 9600, a S. A. R. il Duca degli Abruzzi per l'opera: *La " Stella polare " nel mare artico.*

Si addiviene, in conformità dell'art. 1° del Regolamento interno pel conferimento del premio Bressa, alla nomina della 1ª Giunta per l'assegnazione del XIV premio pel quadriennio 1901-1904, al quale sono ammessi solo scienziati ed inventori italiani, e riescono eletti i Soci NACCARI, SPEZIA, CAMERANO e GUARESCHI della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali; CIPOLLA, CHIRONI, PEZZI e DE SANCTIS della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Gli Accademici Segretari
LORENZO CAMERANO.
RODOLFO RENIER.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BOSELLI, Vice-Presidente dell'Accademia, FERRERO, Direttore della Classe, ROSSI, CIPOLLA, BRUSA, CARUTTI, PIZZI, CHIRONI, SAVIO, DE SANCTIS, RUFFINI e RENIER Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 10 gennaio 1904.

Il Presidente presenta con parole d'encomio l'opuscolo del Vice-Presidente BOSELLI: *Commemorazione di Goffredo Mameli*. Genova, 1903.

Il Socio CHIRONI fa omaggio, con vivissimi elogi, di due volumi recenti del Prof. Cesare BERTOLINI: *Della transazione secondo il diritto romano,* Torino, 1900, e *Commentario alle Pandette* di Federico GLÜCK, libro XII, tit. 2 e 3, tradotto ed annotato da C. BERTOLINI.

Per gli *Atti* sono presentate le seguenti note:

1° dal Socio CIPOLLA la commemorazione del rimpianto Socio Federico Emanuele BOLLATI DI SAINT-PIERRE.

2° dal Socio SAVIO: *La data della " Passio Sancti Apollinaris " di Ravenna*, studio critico del Dott. Sac. Girolamo ZATTONI;

Digitized by Google

LETTURE

EMANUELE BOLLATI Barone DI SAINT-PIERRE

Commemorazione letta dal Socio CARLO CIPOLLA.

Emanuele Bollati assunse il titolo di barone di Saint-Pierre nel 1880, e questo appellativo gli venne dall'antico castello di tal nome, ch'egli possedette in Val d'Aosta, e che fu da lui restaurato. Colà egli recavasi nell'estate, per rinfrancare la salute nei freschi deliziosi di quella bellissima valle.

Nacque il nostro compianto collega a Pont Canavese il 9 giugno 1825. Morì a Torino il 28 maggio 1903.

Laureato in legge nel 1845, seguì dapprima la carriera amministrativa presso l'Avvocatura Fiscale, poi nel Consiglio di Stato, quindi presso il Ministero dell'Interno. In appresso passò agli Archivi, e nel 1865 coperse la carica di Capo Sezione Direttore all'Archivio Camerale. Essendo morto addì 6 febbraio 1886 il senatore Nicomede Bianchi, Direttore-Sovrintendente dell'Archivio di Stato, egli fu chiamato a succedergli con decreto reale del 25 marzo del medesimo anno. Mantenne quell'ufficio sino alla sua morte.

Divenne nostro socio nel 1878; sino dal 1863 era membro della R. Deputazione di storia patria.

Le sue prime pubblicazioni (1) riguardano la legislazione vigente (2). Ma assai presto fece quel passo che divide questo campo dal campo della storia del diritto. Così ebbe origine la

(1) Delle pubblicazioni fatte dal Bollati Di Saint-Pierre sino al 1883 parlò, colla sua consueta precisione, A. Manno nella sua *Opera cinquantenaria* della R. Deputazione di Storia Patria.

(2) *Manuale dell'Elettore Municipale*, Torino, 1847; *Manuale dell'Elettore Politico*, Torino, 1848; *Collezione delle leggi, ecc. del Ministero dell'Interno*, Torino, 1864. Tralascio varie altre pubblicazioni riguardanti argomenti consimili a questi.

Digitized by Google

notevole raccolta dei documenti riguardanti il Piemonte nel 1821, la Liguria nel 1814, la Lombardia nel 1848 e nel 1859-60, Venezia nel 1848, l'Emilia nel 1859-60, la Toscana nel 1859-60 (1). Sono tre grossi tomi, nei quali gli atti dei Governi provvisori sono riprodotti in servizio della storia. I documenti sulla rivoluzione e sulla difesa di Venezia meritano speciale menzione, giacchè il Bollati per raccoglierli ebbe l'aiuto sia di Luigi Cibrario, sia di Lodovico Pasini, il quale essendo stato presidente dell'Assemblea Veneziana nel 1849, era veramente in grado di arricchire l'opera del Bollati con documenti preziosi.

Il Bollati aveva preparato anche un esteso materiale per la storia legislativa degli Stati Pontifici e della Repubblica Romana (1848-9), del Napoletano (1820-21, 1861), e della Sicilia (1810, 1813-17, 1848). Ma la pubblicazione si arrestò al III tomo. Non volle il Bollati riserbare a sè stesso il materiale che aveva con tanta cura messo assieme, e ne fece dono alla nostra Accademia. Il regalo è pregevolissimo, poichè consta di rari giornali del tempo, e di non meno rare collezioni di leggi dei vari Governi italiani, e specialmente dei Governi provvisori. Per la storia del periodo del Risorgimento sono importantissime queste fonti; perciò l'Accademia è tenuta di speciale obbligo di gratitudine alla memoria di colui che per tal maniera la favorì.

Il Bollati si rese assai benemerito della coltura storico-giuridica, non solo della regione piemontese, ma dell'Italia in generale, trasportando nella nostra lingua parecchie opere importanti uscite su quegli argomenti in Germania. Per tal guisa egli recò alla coltura nostrana un servizio simile a quello che ad essa rese Cesare Balbo, cui si deve la versione della *Storia dei Comuni italiani* di Carlo Hegel.

Così al Bollati dobbiamo la traduzione della *Storia del diritto romano* di Ferdinando Walter (2 voll., Torino, 1851). Più importante ancora è la versione della classica opera di F. C. De Savigny, *Storia del diritto romano nel medio evo con note e giunte inedite* (3 volumi, Torino, 1854 e seguenti). Nell'*Appendice* (2)

(1) *Fasti legislativi e parlamentari delle rivoluzioni italiane nel sec. XIX*, vol. I, pp. LXIV, 1106, Milano, 1863; vol. II, parte 1ª, pp. LXIV, 1217, Milano, 1865; vol. II, parte 2ª, pp. XLVIII, 1124, Milano, 1866.

(2) Quest'Appendice uscì anche separatamente: *Memorie e documenti inediti spettanti alla storia del diritto italiano nel medio evo*, Torino, 1857.

Digitized by Google

finale il Bollati aggiunse la versione di un opuscolo di Giovanni Merkel, valentissimo discepolo del Savigny. Si intitola *Appunti per la storia del diritto longobardo.* Fece ancora seguire un suo proprio lavoro, nel quale, sotto il titolo *Chiosa alle Istituzioni di Giustiniano*, diede alla luce le preziose postille alle " Institutiones „ che si leggono in un manoscritto del secolo XII della Biblioteca Nazionale di Torino (1). Quelle chiose ora sono notissime ai giureconsulti; la notizia di esse è dovuta al Bollati.

Scolaro di G. Merkel, fu O. Stobbe, autore di una dotta *Storia delle origini del diritto germanico*, il cui vol. I (Torino, 1866) fu tradotto dal Bollati, che vi aggiunse anche la volgarizzazione di uno scritto di G. E. Pertz sopra due mss. giuridici eporediesi; e di altro di A. Anschütz sulla edizione delle Leggi Longobarde, curata da Vesme.

Anche in età provetta il Bollati persistè in questa benemerita e proficua sua fatica, poichè nel 1876 diede alle stampe, volto in italiano, il succoso *Compendio della storia del diritto romano* di F. G. C. Beckhaus.

Intanto lo aveva avvinto a sè l'amore delle ricerche nei manoscritti. Egli comprese che il Piemonte era bene provvisto di fonti giuridiche ancora inesplorate. Volse dapprima l'animo agli statuti rurali (2), e pubblicò quelli di Ivrea e di varî altri luoghi importanti del Canavese, togliendoli dagli Archivi locali. Nel 1864 la R. Deputazione affidò al Bollati l'incarico della edizione degli Atti degli Stati Generali del Piemonte. Il Bollati, non senza usufruire del consiglio di Federico Sclopis, preparò uno schema dell'opera, che sottopose alla deliberazione della Deputazione, nella seduta del 22 febbraio 1865 (3). Così ebbe origine la grandiosa pubblicazione (4), nella quale trovarono il

(1) [Questo codice scampò all'incendio nella notte fatale del 25-26 gennaio 1904].

(2) *Monumenti legali del Regno Sardo dal sec. XII al XV*, Torino, Botta, 1856. La raccolta rimase tronca per la morte dell'editore Giacomo Botta.

(3) *Opera cinquantenaria*, p. 36 e p. 38.

(4) Essa costituisce i vol. XIV (1879) e XV (1884) dei *Monumenta* della R. Deputazione. Di qui il Bollati estrasse le *Congregazioni dei Comuni del marchesato di Saluzzo*, che ripubblicò con aggiunte, e con illustrazioni storiche, in 3 voll., Torino, 1880. Così pur fece per i tre Stati della Valle d'Aosta, 4 voll., Torino, 1877-84.

Digitized by Google

loro posto le deliberazioni delle assemblee di Aosta, di Saluzzo, di Nizza, del Genevese, ecc. dal sec. XIII al sec. XV.

Con un' altra serie di pubblicazioni il Bollati si procacciò benemerenze verso la storia di Casa Savoia, pubblicando cioè, in edizioni critiche, e in forma di corpo organico, le più vecchie cronache della Famiglia di Savoja, le quali risalgono al sec. XV. Lasciando da parte la Cronaca perduta di Jean Dorienville o D'Oronville, che fu scritta verso il 1417-1420, il primo anello di questa catena è costituito da Jean Servion, il quale scriveva verso il 1462-63. Cominciò il Bollati dal darci una edizione critica di questa Cronaca (1), e la dedicò a S. M. la Regina Margherita, con una elegante lettera in francese antico, scritta con brio e con freschezza. A questa cronaca fece poscia seguire (2) quella di Perrinet du Pin, che si riferisce ai principali fatti di Umberto III il Beato e di Amedeo VIII il Rosso. Spetta al 1477 incirca. La famigliarità che il Bollati aveva coll'antico francese, gli permise d'illustrare questi documenti, meglio che altri non avrebbe potuto fare.

Bello e generoso atto di Amedeo VI, detto il Conte Verde, fu la sua spedizione in Oriente. Il libro dei conti, tenuto regolarmente dal tesoriere A. Barbier, ci mostra l'itinerario seguìto dal principe, e direttamente o indirettamente rispecchia i principali avvenimenti di quella spedizione. Gli ultimi anni della sua vita consacrò il Bollati alla pubblicazione di quel lunghissimo documento (3). Ad esso serve, a dir così, quasi di complemento una nota (4) sulle spese fatte dal detto principe nel 1381, quando s'interpose per la conclusione della pace fra Genova e Venezia. Questa pace, che dal luogo in cui venne fermata chiamossi *pace di Torino*, segna in modo definitivo la compartecipazione viva, operosa, dei principi di Casa Savoja nelle grandi faccende della politica italiana.

---

(1) Jehan Servion, *Gestez et croniques de la Mayson de Savoye*, Torino, 1879, 2 vol. di pp. lix-412, xv-373. Essa avea vista la luce nel vol. I *Scriptorum* dei *Monumenta*.

(2) Torino, 1893, 2 voll. di pp. xxxi-401 e x-289.

(3) *Illustrazione della spedizione in Oriente di Amedeo VI*, Torino, 1900 (" Bibl. stor. ital. ", VI).

(4) *Cenno storico intorno ad Amedeo VI*, " Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino ", XXXVI, 435, Torino. 1901.

Digitized by Google

Alla storia di Casa Savoja, il Bollati contribuì inoltre con varie pubblicazioni minori. Diede alle stampe un documento del 1464 sulla ribellione di Filippo Senza Terra (1); stampò una canzone in antico francese del medesimo principe (2), che indarno era stata fino allora cercata. Varî *Frammenti* specialmente utili per la storia di Carlo il Buono e di Emanuele Filiberto pubblicò in volume separato (3). Ristampò, in forma corretta, la relazione di un ambasciatore veneziano (4) sulle nozze di Carlo Emanuele I con Caterina di Spagna (1585). Attribuì al 14 maggio 1325 uno statuto di Edoardo di Savoja (5), che il Nani avea invece stampato sotto il 13 di quel mese. Per sua cura vide la luce una cronachetta, con altri aneddoti (sec. XV-XVI) sulla Casa Savoja (6). Si occupò anche di antico dialetto piemontese (7). Stampò un documentino su Benedetto XIII d'Avignone (8). Ben fece pubblicando alcuni scritti, di quei valentissimi eruditi che furono G. F. Terraneo (9) e A. Carena (10).

Nel 1871 compilò un indice sommario dei preziosi codici del Capitolo d'Ivrea (11). A questi suoi studî eporediesi si riferisce in qualche modo anche l'edizione di un bel documento del sec. XI, che ci conserva la formula di una *tregua di Dio* (12).

Nel presente cenno biografico non parlai di tutte le pubblicazioni del Bollati. Quelle tuttavia di cui tenni parola bastano a dimostrare fino a qual punto l'opera sua sia stata giovevole alla diffusione della coltura e all'incremento degli studî storici.

---

(1) " Misc. di storia ital. ", XV, 445 (1877).

(2) Milano, Civelli, 1879.

(3) Torino, 1881.

(4) Torino, Bona, 1882.

(5) " Atti dell'Accad. delle Scienze ", XXXIII, 153 (1898).

(6) " Misc. di storia ital. ", XXII, 297.

(7) " Arch. stor. ital. ", IV Serie, II, 375. Il lavoro è fatto in collaborazione col Manno.

(8) " Misc. di stor. ital. ", XX, 609. — Un cenno sulla battaglia di Guastalla (1734) fece il Bollati negli " Atti dell'Accademia ", XXIII, 133.

(9) " Miscell. ", XVI, 629.

(10) " Miscell. ", ivi, XVII.

(11) Di ciò parla il Prof. A. Professione, presso Mazzatinti, *Manoscritti delle Biblioteche d'Italia*, IV, p. 3, Forlì, 1894.

(12) " Miscell. ", XVIII, 373; 1879.

Digitized by Google

LETTURE

La data della " Passio S. Apollinaris " di Ravenna.

Nota del Sac. Dott. GIROLAMO ZATTONI.

Affine di esaminare e discutere più agevolmente altra volta (siccome ne ho intenzione) il valore storico della Passione di S. Apollinare di Ravenna, ricerco ora la data approssimativa della sua composizione, stabilendone, per quanto è possibile, i due termini estremi, entro i quali si può assegnare la sua origine; e da prima il termine estremo *ad quem*.

I.

Termine estremo *ad quem* della *Passio*.

La *Passio S. Apollinaris* è certamente anteriore al secolo IX, poichè l'*ellogium* del Santo che si legge nei martirologi di quel secolo, Adone (799-875), Floro (830) e Rabano Mauro (786-856) la riassumono con tanta fedeltà, che le somiglianze si estendono non solo ai fatti, all'ordine del racconto ed all'identità dei nomi e dei dati cronologici, ma alla stessa imitazione verbale. Cito per esempio il tratto seguente:

Adone.	Atti.
A quibus nimia caede mactatus... ac saxo os eius contundi (fecit) et cum gravissimo ferri pondere oneratum includi in carcere horrifico, atque in ligno extendi, ubi ab hominibus quidem negligitur sed ab Angelo publice pascitur (Migne, 123, 305).	Nimia eum caede mactaverunt (c. 9)... iudex iussit saxo os eius contundi... cum gravissimo ferri pondere in carcere horrifico retrudi et in ligno pedes eius extendi et nihil ei ministrari ut sic deficeret: angelus autem Domini nocte veniens ad eum... confortans abiit (c. 21)

Adone, da cui dipendono evidentemente le recensioni di Floro (1) e di Rabano (2), trascrive compendiandoli i nostri Atti, che egli conobbe senza dubbio a Ravenna, quando quivi nell'850 trovò il *martyrologium parvum romanum*.

(1) Migne, *P. L.*, XCIV, 983.

(2) Ibid., CX, 1158.

Digitized by Google

Il ravennate Agnello, che scriveva verso l'840, comincia il suo *Liber Pontificalis* colla vita di S. Apollinare, la quale, secondo il costume dell'autore, abbonda di elementi leggendarii. Agnello ebbe certamente per le mani la nostra *Passio*, come si deduce, oltre che dal resto, dal seguente passo: *Apollinaris dum fortiter torqueretur, ait ad Vicarium: Impiissime, quare non credis in Filium Dei, ut evadas tormenta aeterna?* (1). Il qual passo si legge al c. 21 degli Atti.

I martirologi citati e Agnello fanno dunque sicura testimonianza che la Leggenda di S. Apollinare verso l'800 era già composta e largamente usata.

Paolo Diacono (725-797) nell'opuscolo *De Episcopis Metensibus* ha un passo che non va trascurato nella nostra indagine. Egli dice: (Petrus) *cum Romam pervenisset, illico qui summas quasque urbes in Occiduo positas Christo Domino per verbum fidei subiugaret, optimos eruditosque viros ex suo consortio direxit. Tunc denique Apollinarem Ravennam, Leucium Brundusium, Anatolium Mediolanum misit* (2).

Dall'unico accenno a Pietro che manda Apollinare a Ravenna è difficile arguire se Paolo abbia conosciuti gli Atti. Tuttavia siccome l'autore dell'*Historia Langobardorum* visitò più volte la sede degli Esarchi, le sue parole lasciano supporre che egli quivi raccogliesse la tradizione della missione apostolica di S. Apollinare, missione a più riprese narrata e accreditata dal testo della Leggenda. Al di fuori dell'allusione indiretta di Paolo, durante tutto il secolo VIII non troviamo del nostro primo Vescovo altre notizie storiche che una nuda menzione del Martirologio Romano Breve (730): *Ravennae, Apollinaris episcopi et martyris* (3). E questa menzione è di tal natura che nulla depone sull'esistenza degli Atti. Bisogna varcare il secolo VIII e spingersi fino alla metà del VII per scoprire visibili e, nello stesso tempo, le più antiche tracce del nostro documento agiografico.

---

(1) Agnello, *L. P.*, Holder-Egger, pp. 280-281. Nel testo di questa edizione si notano i varii brani che l'Agnello ha preso *ad litteram* dai nostri Atti.

(2) Paolo Diacono, *De Ep. Metensibus*, in *Mon. Germ. Hist.*, *Scriptores*, II, 261.

(3) Migne, CXXIII, 163.

Digitized by Google

Mauro, Arcivescovo di Ravenna (642-671), fece incidere in lamine d'argento la storia sommaria della vita e martirio di Apollinare e le fece rinchiudere entro il sarcofago del Santo. L'Agnello (1) narra: *Iste* (Maurus) *corpus b. Apollinaris, qui dudum in Ardica ipsius conditum a Maximiano praesule, cum Iuliano Argentario fuit, exinde tulit, et in medio Templi collocavit, et ipsius Martyris historiam laminis argenteis infixit.* Queste lamine venute alla luce nel 1173, per la ricognizione delle ossa del Beato (2), hanno un' affinità decisiva cogli Atti, onde non è possibile dubitare della derivazione delle une dagli altri. Importandoci assai mettere in chiaro questa dipendenza, meglio non si saprebbe farlo che ponendo di fronte alla iscrizione delle lamine il racconto della *Passio:*

Atti di S. Apollinare.	Iscrizione di Mauro Arcivescovo.
Petrus Apostolus veniens ab Antiochia in urbem Romam et multi cum eo christiani... venerunt (c. 1) Ait b. Petrus apostolus Apollinari discipulo suo: ... perge ad urbem quae vocatur Ravennatium... praedica eis de nomine Jesu (c. 2)	I. Ortus ab Antiochia b. Apollinaris a summo Apostolorum principe Ravennam missus est predicare baptismum penitentiae in remissionem peccatorum,
faciens multas virtutes in nomine Jesu Christi (c. 13)	ibique per eum Dominus virtutes multas operatus est,
rese la vista al figlio d'Ireneo (c. 3) *e al figlio di Tauro* (c. 29)	nam caecos illuminavit,
la guarigione di Tecla (cc. 4-6)	paraliticos curavit,
la sanazione di Bonifacio (cc. 10-11)	mutos loqui fecit,
scaccia il demonio (c. 10)	demones fugavit,
risuscita la figlia di Rufo (c. 14)	mortuos suscitavit,
libera un leproso (c. 23)	leprosos mundavit,
distrugge il tempio d'Apollo (c. 26)	simulachra et idolorum templa dissolvit.
diutius fustibus caesum (c. 12 e 25)	II. Hic fustibus caesus est diutius,
Apollinarem nudis pedibus super prunas stare fecerunt (c. 12)	super prunas stetit nudis pedibus,
eculeo appendatur (c. 19)	equuleo appensus,
denuo verberetur et super plagas aqua bulliens mittatur (c. 20)	denuo verberatus super plagas aquam fervidam suscepit,
vinctus gravi pondere ferri in exilio ad partes Illirici relegatur (c. 20)	cum gravi pondere ferri in exilium religatus,
iussit saxo os eius contundi (c. 21)	ore saxo contuso
(doxologia finale)	*(doxologia finale).*

(1) Agnello, *L. P.*, p. 652.

(2) *Rerum Ital. Scriptores*, t. I, P. II, *Spic. Eccl. Rav.*, p. 541. — *Annales Camaldulenses*, IV, p. 49.

Digitized by Google

Sono gli Atti un ampliamento delle lamine, oppure sono queste un *excerptum* di quelli? La prima ipotesi è esclusa da varie ragioni. Prima di tutto, il racconto delle targhe d'argento è dato in termini generali, mentre la *Passio* narra fatti specifici e miracoli circostanziati. In secondo luogo gli encomii dei Martirologii così simili al testo delle lamine, mostrano come sia facile tirare da una lunga storia un breve sunto *iisdem verbis*. Per ultimo è troppo difficile incastonare in una data narrazione frasi e formule prestabilite. L'iscrizione di Mauro si deve quindi giudicare posteriore e derivata dagli Atti. E con questa constatazione noi veniamo a fissare nella metà del settimo secolo il *terminus ad quem* della composizione della nostra *Passio*.

II.

Termine estremo *a quo*.

Girolamo Fabbri nella *Ravenna ricercata* dice che l'antica vita (la *Passio*) di S. Apollinare fu scritta da S. Eleocadio suo discepolo (1), di maniera che stando alla cronologia tradizionale di S. Eleocadio, 100-112 (2), la composizione di essa dovrebbe collocarsi nella prima metà del secondo secolo.

Il parere dello scrittore ravennate suddetto non ha altro fondamento, che l'abitudine vieta ormai di portare ai tempi apostolici, o vicini agli apostolici, tutte le memorie alquanto antiche d'una Chiesa o d'un Santo, coll'intento di recare ad esse maggior lustro e decoro.

Le prove, che or qui verrò esponendo, da cui risulta che la *Passio* è certamente posteriore all'età costantiniana, mostrano altresì l'insussistenza dell'ipotesi messa avanti dal Fabbri.

1) S. Pietro inviando Apollinare a Ravenna si esprime in questi termini: " *Surge, et accipe Spiritum Sanctum, simulque Pontificatum* „ (3). Più in là si dice che S. Apollinare fu accusato, *quia sibi nomen imposuit pontificis* (4). In ambedue i casi, *Pon-*

(1) *Ravenna ricercata*, Bologna, 1688, pag. 184.
(2) Amadesi, *Chronotaxis in Antistites Rav.*, tomo I, pag. 7-8. Mi riservo di discutere in altro tempo questa cronologia.
(3) Capo 2.
(4) Capo 19.

Digitized by Google

tificatus e *Pontifex* sono presi nel senso di *Episcopatus* e *Episcopus*. Ora nell'antica letteratura cristiana le parole *Pontifex* e *Pontificatus* come sinonimi di *Episcopus* e *Episcopatus* appaiono nell'età post-costantiniana, quando cioè esse cominciano a perdere il sapore e l'uso o biblico o pagano, che prima avevano (1). Unica eccezione all'uso generale degli scrittori ecclesiastici è Tertulliano; ma non è punto da farne caso, essendo egli sempre originale nella terminologia (2).

I termini *Pontefice* e *Pontificato* nel senso dei nostri Atti cominciano ad essere adoperati nel secolo V, per diventare comunissimi nel secolo seguente. *Pontifex* ricorre frequentemente in Eucherio di Lione († 454), in Sidonio Apollinare, anch'egli gallo di Clermont († 480), in Ennodio vescovo di Pavia († 521), nel *Liber pontificalis* (c. 530) e nel *Codice gotico* (3).

Il De Rossi scrive: *negli elogi sepolcrali dei romani pontefici dal principio del secolo V fu usitatissimo il vocabolo* PRAESUL, *dalla fine del V al VI e VII* PONTIFEX *e* PONTIFICES (4).

2) In tre punti diversi gli Atti dicono che Apollinare *missas agebat* (c. 7), *missas faciebat* (c. 13), *missas tenebat* (c. 26), sempre al plurale. Il compilatore qui tradisce abbastanza la sua età, perchè la parola *missa*, nel significato di sacrificio dell'altare, come è inteso qui (5), non fu introdotta che verso la fine dell'impero. I più antichi esempî del termine *missa* si trovano in S. Ambrogio (a. 385) (6) e nella *Peregrinatio Silviae* (ed. Gamurrini, 1887) dello stesso tempo. Però convien notare che presso questi scrittori, come in S. Agostino (7) e nel concilio di Cartagine del 398 (8) *missa* significa semplicemente il licenziamento

---

(1) S. Pier Crisologo arcivescovo di Ravenna († 452) adopera *pontifex* e *pontificatus* (Serm. 88-89) riguardo alle persone del Vecchio Testamento, ma per qualificare i vescovi si serve costantemente delle espressioni *episcopus*, *sacerdos*, *praesul*.

(2) Adopera per due volte la frase *Summus Pontifex* applicandola al vescovo di Roma; *De Pudicitia*, c. 1 e *De Baptismo*, c. XVII.

(3) Cfr. W. Smith, *A dictionary of christian antiquities*, 1880, voce *Pontifex*.

(4) De Rossi, *Bollettino d'arch. cristiana*, serie IV, a. 2°, p. 14.

(5) Cfr. il contesto delle espressioni citate.

(6) S. Ambrogio, *Epistula XX*, 4.

(7) S. Agostino, *Sermon.* 49, c. 8, dice: *post sermonem fit missa cathecumenis, manebunt fideles*.

(8) Can. 84.

Digitized by Google

(missio) dei catecumeni o dei fedeli (1). Fu nei secoli V, VI e seguenti che si usarono *missa* e *missae* al plurale per esprimere propriamente il servizio eucaristico dei cristiani. L'africano Vittore vescovo di Vite (c. 478) dice: *in ecclesiis vestris missas agere*, e altrove: *reperti sunt contra interdictum missas in sortibus Vandalorum egisse* (2). Nel Concilio di Mâcon del 581 si legge: *ut Archiepiscopus sine pallio missas dicere non praesumat* (3). Le stesse espressioni sono frequentissime in Cesario d'Arles († 542), Cassiodoro († 565), Gregorio di Tours († 594) e nei Sacramentarii Gelasiano (VII-VIII sec.) e Gregoriano (VIII sec.) (4).

3) Dopochè Costantino ebbe fatto del cristianesimo la religione dell'impero, l'etnicismo andò rapidamente declinando e i suoi cultori si rifugiarono nelle campagne e nei villaggi *(pagi)*, ove più liberamente potevano attendere alle loro pratiche religiose. Fu in quest' epoca e in tali circostanze che sorse l'appellattivo *paganus* per designare il seguace dell'idolatria. Le prime traccie appaiono nel secolo IV e sono: un' iscrizione dal De Rossi attribuita al quarto secolo (5), una legge del 365 del Codice Teodosiano (6) in cui si trova la detta parola, e qualche passo di Mario Vittorino nell'opera *De* ὁμοουσίῳ *receptione* scritta verso l'anno 365. Nei secoli susseguenti il termine *paganus* diviene comunissimo (7).

Gli Atti d'Apollinare si servono abitualmente di questo vo-

---

(1) Duchesne, a proposito del vocabolo *missa* nella *Peregrinatio Silviae*, scrive: *Le mot* MISSA *a encore pour elle* (Silvie) *son sens primitif de renvoi; elle l'emploie pour toutes les réunions, celles de l'office comme celles de la liturgie, distinguant toujours la* MISSA *des catéchumènes et celle des fidèles. Quand elle veut parler d'une réunion liturgique proprement dite, elle se sert des termes* OBLATIO *et* PROCEDERE. — *Origines du Culte Chrétien*, 1898, p. 473.

(2) VITTORE VITENSE, *Historia persecutionis vandalicae,* c. II, 2 e c. XIII.

(3) Can. 6.

(4) Cfr. SMITH, *Dictionary*, v. *mass*; MARTIGNY, *Dictionnaire des antiquités chrétiennes*, v. *messe*; DU CANGE, ed. Favre, 1886, v. *missa*.

S. Pier Crisologo ne' suoi Sermoni non menziona mai la parola *missa*, e quante volte vuole esprimere il sacrificio eucaristico usa i termini: *Eucharistia, Sacrificium, Panis eucharisticus.*

(5) *Bollettino d'Arch. Cristiana,* a. 1868, p. 56.

(6) *Cod. Teod.*, l. 18, *De Episcopis*, 16, 2.

(7) DU CANGE, ed. Favre, 1886, v. *paganus*; FORCELLINI-DE VIT, *Tot. latin. Lexicon*, v. *paganus*; J. F. KRAUS, *Real-Encyklopädie der Christlichen Alterthümer*, 1882, v. *Heiden*.

Digitized by Google

cabolo, onde un indizio di più per determinarne l'origine dopo il periodo costantiniano (1).

4) Il segno della croce primitivo si faceva (II sec.) tracciando, col pollice o altro dito della destra, una figura di croce sulla fronte o su qualunque oggetto (2). Questo sistema di segnarsi permane tuttora nelle cerimonie della Messa all'*Initium* e al *Sequentia* del Vangelo. La maniera attuale di segnarsi consistente nel portare la destra in giro dalla fronte al petto e dalla spalla sinistra alla destra non va più in là del sec. VI (3).

Nella *Passio S. Apollinaris* il segno della croce è ricordato in due circostanze (4), e la seconda volta il testo dice: *cumque ingressus fuisset urbem Ravennam Apollinaris* CIRCUMSIGNANS SE *dixit*, la quale espressione sembra ovviamente indicare il nostro metodo complicato di farsi il segno della croce.

5) La costituzione politica di Ravenna e d'Italia, quale è presupposta dagli Atti, non presenta nessuna somiglianza coll'organizzazione romana dei primi tre secoli. Ravenna è trasformata in ducato (c. 18), i suoi reggitori portano il titolo ora di patrizii (cc. 14, 16, 31, 32) e ora di duchi (c. 8) e l'autorità imperiale vi è rappresentata da un Vicario (cc. 16, 17, 18, 19). Questo ordinamento civile rispecchia gli ultimi anni del basso impero e l'epoca gotica.

Grazie alla *lex iulia municipalis* i comuni italiani godettero nel 1° secolo e in principio del 2° la più ampia autonomia, sia nei rapporti civili che in quelli giuridici.

In causa di varii abusi che erano penetrati nell'amministrazione della giustizia, Adriano (117-138) riorganizzò un nuovo regime giudiziario, divise l'Italia in 4 distretti e vi pose a capo 4 *iudices* o *viri consulares*. Marc'Aurelio (161-169) sostituì i *consulari* con dei *juridici*, i quali nel circuito di 100 miglia intorno

---

(1) S. Pier Crisologo di Ravenna chiama gli etnici col nome d'*infideles*, non mai con quello di *pagani*.

(2) Cfr. TERTULLIANO, *De coron. milit.*, III. — SOZOMENO, *Hist. Eccl.*, VII, 27. — S. EPIFANIO, *Haeresem*, XXX. — PRUDENZIO, *Cath. hymn.*, VI, 129.

(3) GRETZER, *De cruce Jesu Christi*, 1600, lib. IV, c. 2. — SMITH, *Dictionary*, v. *sign of the cross*. — MARTIGNY, *Dictionnaire*, v. *croix (signe de la)*.

(4) Capp. 3 e 4.

Digitized by Google

a Roma dipendevano dal *Praefectus Urbi* e nel resto d'Italia dal *Praefectus praetorio* (1).

Similmente le ingerenze del potere centrale negli affari civili dei Municipi cominciano nel secolo III coll'istituzione dei *correctores* (214, 258), i quali vennero poscia innalzati alla dignità di *consulares*, governanti ciascuno una provincia. Anche Ravenna aveva il suo *consularis* nei secoli IV e V. — Dopochè l'Italia fu divisa (286) in *regione annonaria* (It. superiore) e in *regione suburbicaria* (It. inferiore) Diocleziano iniziò e Costantino completò la creazione di due *Vicariati*. Il *vicarius Urbis* aveva giurisdizione nelle provincie suburbicarie e risiedeva a Roma, il *vicarius Italiae* aveva giurisdizione nelle provincie annonarie e risiedeva a Milano (2).

Chi confronta questa storica fisionomia civile-politica dell'Italia nei primi secoli cristiani con quella che risulta dagli Atti di Apollinare, non durerà fatica a scorgervi differenze radicali e rimarcatissime di nomi e di cose.

Il *vicarius* di cui spesso essi parlano come dimorante a Ravenna, non ebbe mai sede nella nostra città. L'autore della *Passio* commise inoltre lo sproposito di far esistere il *vicarius* nel tempo di Nerone e Vespasiano, quando tale ufficio era ancora di là da venire.

I *Patrizii* non furono occupati in attuale servizio al governo delle città e delle province che nell'epoca da Costantino al medio evo. Gli scrittori che nominano i Patrizii in qualità di governatori sono del secolo VI (Cassiodoro e Sidonio Apollinare). Demostene *patricius* e Rufus *patricius* tante volte menzionati negli Atti appartengono a questa recente categoria di funzionarii pubblici.

Non altrimenti si deve dire del ducato-provincia e dei *duces*, in senso di reggitori politici, quali sono intesi dal compilatore della nostra *Passio*. Questi e quello furono primamente istituiti dai Langobardi oltre la metà del VI secolo (3).

(1) Mommsen et Marquardt, *Manuel des antiquités romaines - Organisation de l'empire romain*, t. II, pp. 16-20 (trad. Lucas et Weiss, Paris, 1892).

(2) Mommsen et Marquardt, op. cit., p. 36. — Cfr. Luigi Cantarelli, *La diocesi italiciana da Diocleziano alla fine dell'impero d'Occidente*, in " Studi e Documenti di storia e diritto ", Roma, 1901, fasc. 1-2.

(3) Paolo Diacono, *De gestis Langobardorum*, lib. II, cc. 9, 32 in *Mon. Germ. Historica*, *Script. Rer. Lang. et Ital. saec. VI-IX.*

Digitized by Google

Antonio Zirardini, ingegno critico e sagace, osservando che i *pretorii* in Ravenna rappresentano una stonatura in rapporto all'età di S. Apollinare, supposta dalla *Passio*, cioè al primo secolo cristiano, di qui trasse fondato motivo per giudicarne recente la composizione.

" Chi compose la *Passio* o l'interpolò (così egli si esprime), *visse certamente in secolo molto posteriore a quello del nostro Santo*, come può rilevarsi, se non da altro, dai titoli che in essa vengono dati ai magistrati, de' quali ivi si fa menzione " (1). Così dicasi pure di certe parole del linguaggio curiale, che sono proprie dei secoli VI, VII e seg., come *iussio*, nel senso di legge e decreto (cap. 30, 31). Se ne veda un riscontro nel decreto di Costante per l'autocefalia di Ravenna del 666 (infra, pag. 15).

6) L'accenno che si fa nella *Passio* agli ordini minori (cc. 7, 14, 21), e alla psalmodia regolare diurna e notturna (c. 7), l'allusione alle basiliche cristiane (c. 28) (2), le frequentissime professioni della divinità di G. Cristo (cc. 3, 5, 6, 7, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 27), l'ingenua profezia sulla conversione al cristianesimo degli Imperatori romani (c. 34), la credenza esplicita della venuta di S. Pietro a Roma sotto Claudio (c. 1) (3), l'imitazione biblica in alcuni miracoli (4), il drammaticismo e qualche volta la teatralità di certe guarigioni (cc. 14, 28-29, 5), e la consacrazione delle vergini (c. 16) sono altrettanti rilievi, che collegati cogli altri indizii sopra esposti, mostrano apertamente come il redattore degli Atti abbia trasportato nel corso del primo secolo le condizioni religiose, sociali e storiche che si svilupparono dal 3° fino alla discesa dei barbari.

7) Gli Atti citano la Sacra Scrittura nella versione della

---

(1) Antonio Zirardini, *Degli antichi edifizii profani di Ravenna*, p. 69, in nota.

(2) Non abbiamo nessuna memoria di chiese ravennati prima del 4° secolo. L'Agnello esclude positivamente che prima della basilica di S. Orso (396) fossero edificati templi cristiani in Ravenna. Agnello, *Lib. Pontif.*, edit. H. Egger, p. 288.

(3) È notorio che la tradizione del viaggio romano di S. Pietro nell'a. 42 divenne comunissima nel 4° secolo per opera di Eusebio e di S. Girolamo. Oggi l'opinione prevalente degli esegeti e degli storici non ritiene primitiva tale tradizione. Cfr. Duchesne, *Les origines chrétiennes*, Paris, lith. Chauvin, p. 78. — Semeria, *Dogma, Gerarchia e Culto*, Roma, 1902, p. 39 e segg.

(4) Cfr. c. 23 con Giov., V, 6-11.

Digitized by Google

Volgata. Il passo evangelico (Matt., XXIV, 13) *si quis perseveraverit usque in finem hic salvus erit,* è dato dalla *Passio* (c. 20) tale quale si legge nella traduzione geronimiana, mentre la vecchia Itala volta: *sed qui permanserit usque ad finem hic salvus erit.* Ora la Volgata non era ancora adottata in Ravenna sotto l'episcopato di S. Pier Crisologo († 452). La sua accettazione in Italia data dal principio del secolo VI (1).

8) L'ultima persecuzione di S. Apollinare è così descritta: *Adprehensus* (a paganis) *non longe a porta, tam diu caesus est, quamdiu existimatus mortuus relinqueretur. Exinde ante lucem collectus a discipulis suis, perductus est in vico, ubi leprosi morabantur* (c. 34). Come il testo dice poco prima (c. 33), questa *porta* e questo *vico* erano situati nella città di Classe.

A noi ora è difficile sapere precisamente quando l'*una* e l'*altro* fossero edificati e così chiamati; però dal poco che ne dicono gli storici, possiamo conchiudere che quelle due località si riferiscano ad una topografia piuttosto tardiva. L'Agnello, narrando l'assedio di Classe fatto dal langobardo Luitprando, — a. 719 — attesta che i nemici penetrarono dalla *porta, quae pergit ad vicum leprosum* (2). Altra menzione di ciò l'abbiamo nella 2ª delle vite di S. Eleuterio vescovo di Tournai, stampate dai Bollandisti (3). Essa fu scritta nel secolo IX e vi si legge che certo Andoneo discepolo di S. Eleuterio, essendo morto in Ravenna (ciò accadde, secondo la stessa vita, circa l'a. 531) fu sepolto in un luogo, *qui vocabatur vicus leprosorum.*

L'accenno topografico della *Passio* s'adatta dunque molto bene al periodo decorrente tra il VI e l'VIII secolo, mentre è per lo meno assai dubbio che convenga anche pienamente alla Classe dei secoli anteriori e specialmente del I e del II secolo.

III.

Un'ipotesi e una spiegazione.

I due limiti estremi, che risultano dalle indagini finora esposte, cioè la fine incirca del secolo VI come termine ante-

---

(1) Hastings, *Dictionary of the Bible*, v. *Vulgate.*

(2) Agnello, *L. P.*, p. 376.

(3) *Acta SS.*, die 20 februarii, t. III, 193.

Digitized by Google

riore estremo, e la metà incirca del secolo VII come limite estremo posteriore, non possono certo appagare quei critici, i quali almeno per via d'ipotesi, — e le ipotesi conducono spesso alla scoperta della verità — cercano precisare più da vicino l'origine e la data dei documenti erranti. Onde non sarà del tutto vano che io sottoponga qui al giudizio dei competenti una congettura tendente a circoscrivere in un periodo più ristretto la redazione degli Atti di S. Apollinare.

La Chiesa di Ravenna inizialmente nel secolo VI, apertamente nel VII e velatamente nell'VIII e IX, tentò in ogni guisa d'ottenere l'*autocefalia* dalla Chiesa di Roma. Questa autocefalia non consisteva — come molti fantasticano — nella separazione scismatica dal Pontefice Romano, ma inchiudeva puramente il godimento completo dei diritti metropolitici, al paro di Milano e di Aquileia (1). Gli arcivescovi di Ravenna erano tenuti a farsi consacrare a Roma e dovevano intervenire ai sinodi provinciali romani: da questi legami essi pretendevano liberarsi.

Il motivo storico, su cui basavasi l'indipendenza ortodossa delle altre sedi era la loro dignità d'origine. Una sede che potesse rivendicare a suo fondatore un Apostolo o un discepolo degli Apostoli, per ciò stesso veniva a fruire d'una certa autonomia di fronte a Roma. Su questo criterio sono nati i diversi gradi dell'antica gerarchia locale, e questo principio era più che mai radicato nella coscienza dei Ravennati. L'Agnello nella vita di Massimiano scrive: *Et revera, fratres, quod si corpus Andreae germani Petri Principis hic humasset* (Maximianus), *nequaquam nos Romani Pontifices sic subjugassent* (2). Il linguaggio di Agnello rivela, a un dipresso, lo stato d'animo non solo dei suoi contemporanei, ma anche del clero ravennate delle epoche anteriori. All'idea suddetta dell'apostolicità fa allusione altresì il diploma di autocefalia conceduto dall'imperatore Costante, a preghiera dell'arcivescovo Mauro, il 1° marzo 666 (3).

Ora non è egli al tutto ovvio supporre che il medesimo Mauro, il quale tanto s'adoperò per ottenere l'autocefalia, avesse fatto prima comporre gli Atti, nei quali dopo essersi annunziato

---

(1) Duchesne, *Liber Pontificalis*, Introd., CXXIX (nota) e I, p. 348.
(2) Agnello, *Lib. Pontificalis*, p. 329.
(3) Mauro fu arcivescovo dal 642 incirca al 671.

Digitized by Google

solennemente che Pietro inviò a Ravenna Apollinare suo discepolo, per ben quattro volte ancora (cc. 5, 15, 24, 32), con visibile insistenza si ripete che Apollinare fu discepolo e inviato di Pietro Apostolo? Non era quanto mai opportuna la composizione di questo documento, che serviva egregiamente a giustificare le mire indipendenti dei prelati di Ravenna?

La supposizione è resa credibile altresì dal fatto che Mauro fece scolpire il sunto degli Atti in lamine d'argento. L'incisione delle lamine dimostrerebbe il proposito di eternare col metallo la storia del Santo, e sopratutto l'importanza della Chiesa da lui fondata.

Un episodio, che trovasi nella *Passio,* conferma anch'esso la fatta ipotesi. Dicesi ivi (capo 21) che i cristiani, indegnati al vedere lo strazio di S. Apollinare ordinato dal vicario Messalino, insorsero, assalirono i pagani, ne uccisero duecento, e minacciarono la vita dello stesso vicario (1).

Chi consideri come quest'episodio sia non solo evidentemente falso, ma contrario ad ogni verosimiglianza (2), si domanderà com' esso potesse presentarsi alla fantasia inventrice del leggendista.

Accettando la data 642-666, si può presentare una risposta assai probabile. Un 50, o 60 anni prima, i Ravennati insorsero contro l'esarca Giovanni Lemigio e lo uccisero. Sebbene le cause di tale uccisione non ci sian note con certezza, pure tutti gli storici pensano che avvenisse a cagione delle sue tirannie, divenute insopportabili ai sudditi. I Ravennati della generazione seguente, ricordando quella morte, dovevano pensare altresì alle circostanze attenuanti la colpa dei loro padri. Una nuova attenuante escogitò il leggendista, appartenente egli pure a quella generazione, e fu l' esempio che i primi cristiani di Ravenna avrebbero lasciato ai futuri, insorgendo contro un luogotenente imperiale, apertamente ingiusto e persecutore.

Per questi motivi non sembra improbabile ritenere che gli

(1) *Videntes autem christiani tantam impietatem, commoti sunt; et irruentes super paganos, tanta illisio fuit, ut subito amplius quam ducentos homines impiissimos christiani interfecerint. Sed et Vicarium perimere cogitabant.*

(2) Tanto inverosimile, che i sostenitori a spada tratta della veracità della *Passio* non seppero sbrigarsene altrimenti che ricorrendo al sotterfugio, facile sì ma interamente gratuito ed arbitrario, d'un'interpolazione.

Atti di Apollinare siano stati scritti durante l'episcopato e per ordine dell'arcivescovo Mauro, e più particolarmente tra il 642, quando egli fu eletto alla sede di Ravenna, ed il 666, quando ottenne l'autocefalia tanto da lui desiderata (1).

Resta ch'io esamini una contraddizione che il Tillemont credette scorgere tra il discorso sul Santo di Pier Crisologo e la *Passio*. Egli scrive: *Ce que dit s. Pierre Chrysologue, que les persécuteurs ne furent point cause de la morte de s. Apollinaire, et la manière en la quelle il luy donne le titre de martyr, ne peut s'accorder avec ce que portent ses actes, qu'il fut tellement battu par les payens qu'il en mourut sept jours après* (2). Ed in base a questo argomento principalmente il Tillemont toglie qualsiasi autorità agli Atti. Dopo di lui, molti altri hanno accettato il suo ragionamento e le sue deduzioni.

Che S. Pier Crisologo chiami Apollinare impropriamente martire l'afferma il Tillemont e lo nega il Farabulini (3); e ci pare che su questo punto abbia meglio ragionato lo scrittore italiano che il francese.

Il Crisologo, nel suo Sermone (4), si propone di magnificare Apollinare coi due titoli di *martire* e di *confessore* (5). Confessore pel Crisologo è colui che professa la fede in mezzo alle lotte e ai patimenti (6). Ora perchè tanto insistere prima su l'uno e poi su l'altro titolo, se la qualifica di confessore equivale presso a poco a quella di martire?

---

(1) *Per praesentem nostram piam iussionem sancimus amplius securam atque liberam ab omni superiori Episcopali conditione manere... et non subiacere pro quolibet modo patriarche antique urbis Romae, sed manere eam autocephalon; et sanctam eius apostolicam ecclesiam cum omnibus sibi pertinentibus per diocesim et parochiis ordinatoribus* (forse *ordinationibus), sicut reliqui metropolitae per diversas reipublice manentes provincias, qui et a propriis ordinatus episcopis, utens videlicet et decore palei, sicut divinitatis nostrae sanctione superna inspiratione praelargitum est. — Mon. Germ. Hist. Script., Rer. Lang. saec. VI-IX*, pag. 349.

(2) TILLEMONT, *Mémoires*, II, p. 104.

(3) FARABULINI, *Storia di S. Apollinare*, Roma, tip. Propaganda, 1874, II, pp. 224-253.

(4) Sermone di S. Pier Crisologo, n. 128.

(5) *Nec eum* (Apollinarem) *quisquam confessoris vocabulo minorem credat esse quam martyrem.* Pier Crisologo.

(6) *Quem Dei nutu quotidianum et multiplicem reversum* (quisquam) *conspicit ad agonem.*

Digitized by Google

Non è inverosimile supporre che i vescovi successori di Apollinare abbiano sofferto qualche cosa per il Vangelo, nell'infuriare delle persecuzioni, acquistando così il titolo improprio di martiri: onde affermando il Crisologo che Apollinare fu l'unico il quale dèsse col suo martirio splendore alla Chiesa di Ravenna (1), ne consèguita che egli vuol parlare d'un martirio consumato, perchè se intendesse d'un martirio improprio, altri facilmente in Ravenna avrebbero meritato il titolo di martiri. E poi perchè chiamare enfaticamente *glorioso* il martirio di Apollinare, se si trattava di patimenti non susseguiti da morte?

Il Crisologo inoltre applica ad Apollinare il detto di Cristo (2) dove si parla di far getto della vita terrena per l'eterna, detto che conviene ai martiri propriamente tali. E poco oltre dice del Beato: *semel mori parum est eum qui potest Regi suo gloriosam saepe de hostibus referre victoriam;* il che è come dire che Apollinare non solo morì, ma combattè lungamente per la fede.

Queste non lievi ragioni contrastano con un passo del Sermone che sembra negare al Santo la gloria del martirio: *non ideo non est persecutus martyrem quia non intulit mortem, sed probavit martyrem quia non elicuit fidem; iniecit tela quae potuit, et omnia armorum suorum genera callidus exegit inimicus.* — A ciò risponde il Farabulini, facendo osservare che i codici su quel passo sono discordi e che il Crisologo accenna al fatto narrato dagli Atti, secondo i quali Apollinare non spirò sotto i colpi dei persecutori, ma sopravisse sette giorni ancora.

Pur ammettendo come vera la particolarità suddetta d'un intervallo tra i tormenti, di cui il Santo fu vittima e la sua morte, non se ne potrebbe dedurre che ai giorni di S. Pier Crisologo esistessero gli Atti. A prescindere da tanti altri argomenti contrarii, un Arcivescovo di Ravenna che teneva alla grandezza della sua Sede, nel fare il panegirico del Vescovo fondatore, non avrebbe omesso di ricordare i rapporti di discepolo e d'inviato tra Apollinare e S. Pietro, se il testo d'una *Passio* allora corrente avesse attestati tali onorifici rapporti.

Si può adunque conchiudere con certezza che al tempo di

(1) *Solus hanc Ecclesiam Ravennatem vernaculo atque inclyto martyrii honore decoravit.*

(2) Matteo, X, 39.

Digitized by Google

S. Pier Crisologo, ossia nella prima metà del secolo V, la *Passio* non esisteva, e con molta probabilità si può credere ch'essa fu composta al tempo dell'arcivescovo Mauro, tra il 642 ed il 666. Credo inoltre che il passo, testè citato, di S. Pier Crisologo ed un altro, ove si parla del sangue sparso da S. Apollinare più volte e in tempi diversi (1), abbiano dato occasione al leggendista d'immaginare quei tanti tormenti, ch'egli ci narra sofferti dal suo eroe, non solo alla distanza di giorni e di mesi, ma di anni interi.

Nè sarei lontano dal pensare che il lavoro della tradizione popolare, accumulante attorno alla persona di Apollinare un tessuto particolareggiato di episodii, di persecuzioni e di prodigii cominciasse appunto con gli inizii del secolo V, quando Ravenna diventò la sede degli imperatori, ed ottenne l'onore di metropoli arcivescovile, il che vuol dire circa l'età di S. Pier Crisologo, e continuasse nelle epoche susseguenti a misura che aumentava il prestigio della città e della Chiesa Ravennate. Il leggendista, al tempo dell'arcivescovo Mauro, raccolse la storia biografica del Santo quale correva nella bocca de' suoi contemporanei, v'aggiunse molti episodii, discorsi e osservazioni, escogitati da lui, e fissò il tutto in una forma documentaria — la *Passio*. — Tuttavia con essa non cessò interamente il lavoro della tradizione, poichè due secoli dopo, l'Agnello ci dà una vita di S. Apollinare, nella quale troviamo parecchie narrazioni leggendarie, che gli Atti ignorano del tutto.

Questo fenomeno di graduale formazione, reso evidente dal confronto dell'Agnello cogli Atti, da una parte spiega l'origine degli Atti medesimi e dall'altra dà la norma per valutare la storicità del loro contenuto.

Ravenna. — Gennaio 1904.

(1) *Fundebat saepe confessor sanguinem suum, suisque vulneribus fidem mentis suae testabatur auctorem;* loc. cit.

ff. di Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino — Vincenzo Bona Tipografo di S. M. e Reali Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

S-ES-J

JUN 29 1904
4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 6ª, **1903-904**.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 31 Gennaio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MORERA, GRASSI e CAMERANO Segretario.

Si legge e si approva il verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica la lettera del Socio Costantino NIGRA in ringraziamento al telegramma del Presidente speditogli a nome dell'Accademia.

Il Presidente comunica i telegrammi che egli diresse a S. M. il Re, a S. M. la Regina madre e a S. E. il Ministro della Marina, per annunziare il conferimento del premio internazionale Bressa a S. A. R. il Duca degli Abruzzi. Comunica pure i telegrammi di ringraziamento ricevuti.

Legge la lettera del prof. Battista GRASSI, quella del professor Sante FERRARI e il telegramma di Guglielmo MARCONI in ringraziamento dei premi rispettivamente a loro conferiti.

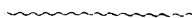
Il Presidente presenta in dono all'Accademia, a nome del Socio corrispondente prof. Giuseppe VERONESE, la sua *Commemorazione* del compianto Socio Luigi CREMONA.

Digitized by Google

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

Prof. Luigi Bianchi, Socio nazionale non residente, *Sulla rappresentazione di Clifford delle congruenze rettilinee nello spazio ellittico,* dal Socio Segre;

Dr. Federico Kiesow, *Contributo alla conoscenza delle terminazioni nervose nelle papille della punta della lingua*, dal Socio Mosso.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla rappresentazione di Clifford delle congruenze rettilinee nello spazio ellittico.

Nota del Socio nazionale LUIGI BIANCHI.

Stabilisco nella presente nota alcune formole generali relative alla teoria delle congruenze rettilinee dello spazio ellittico, che già nel caso di congruenze normali ho dato in alcune recenti note inserite nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „ (*), e delle quali ho dimostrato l'utilità nella teoria generale della deformazione delle superficie dell'ordinario spazio euclideo.

Le formole generali attuali consentono molte e svariate applicazioni, ma di due soltanto di esse mi occuperò in questa nota. La prima riguarda la determinazione delle *congruenze isotrope* dello spazio ellittico, di quelle congruenze cioè dotate della proprietà che sopra ogni raggio i piedi delle minime (o massime) distanze del raggio da tutti gli infinitamente vicini nella congruenza cadono in un medesimo punto centrale. Di queste congruenze si è occupato, affatto recentemente ed in questi medesimi " Atti „ (**) il sig. I. L. Coolidge, che ne ha scoperto un'interessante proprietà fondamentale. I risultati del sig. Coolidge, che si troveranno qui confermati, sono completi per quanto riguarda le congruenze isotrope *non normali;* ma esiste, come si vedrà, una classe ancora più semplice di congruenze *normali* isotrope: *le congruenze delle normali a qualsiasi superficie di curvatura nulla.* Per queste le due immagini piane di Clifford non sono più a due dimensioni, ma si riducono semplicemente a curve e scompare la proprietà fondamentale della conformità della rappresentazione che vige per le altre congruenze isotrope.

(*) Sedute del 6 dicembre 1903 e del 5 gennaio 1904.

(**) *Les congruences isotropes.* Adunanza del 20 dicembre 1903.

Digitized by Google

La seconda applicazione delle formole generali riguarda le congruenze dello spazio ellittico, le cui sviluppabili segnano sulle due falde focali le linee di curvatura (congruenze di Guichard). Si vedrà che una coppia di ordinarie superficie pseudosferiche (arbitrariamente data) individua una congruenza di Guichard dello spazio ellittico (e viceversa).

§ 1.

Formole generali per la doppia rappresentazione di Clifford di una congruenza.

Consideriamo nello spazio ellittico una congruenza rettilinea qualunque C e rappresentiamola sul piano ellittico nel modo indicato dal Prof. Fubini nella sua tesi di laurea (*). Per un punto fisso O dello spazio conduciamo le due parallele, destrorsa e sinistrorsa, ad ogni raggio r di C e siano P, P' i punti ove queste segano il piano π polare di O. Riguardiamo P, P' come i due punti immagini, su π, del raggio r; variando r entro C, i due punti P, P' descriveranno sul piano ellittico π le *due rappresentazioni di Clifford* della congruenza C.

Analiticamente individuiamo la congruenza C dando, in funzione di due variabili indipendenti u, v, le coordinate $(x_i)\, i=0,1,2,3$ di Weierstrass del punto di partenza (arbitrario) sul raggio r e le coordinate (ξ_i) del piano normale in (x_i) al raggio, ossia le coordinate ξ_i di un secondo punto sopra r, alla distanza di un quadrante da (x_i). Conduciamo inoltre pel raggio r due piani (η_i), (ζ_i) ortogonali fra loro. Così le x, ξ, η, ζ saranno funzioni di u, v, che supporremo finite e continue insieme alle loro derivate.

Il determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ \xi_0 & \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \\ \eta_0 & \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 \\ \zeta_0 & \zeta_1 & \zeta_2 & \zeta_3 \end{vmatrix}$$

(*) *Il parallelismo di Clifford negli spazi ellittici*, “Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa”, vol. IX, 1900.

Digitized by Google

è un determinante *ortogonale*, che potremo supporre inoltre destrorso ($\Delta = +1$).

Le derivate rapporto ad u, v di ogni elemento di Δ si esprimeranno linearmente ed omogeneamente per gli altri tre elementi della medesima colonna, con coefficienti che non mutano dall'una all'altra colonna. Avremo così un sistema di formole del tipo seguente:

$$(A)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} = \pi_{01}\xi + \pi_{02}\eta + \pi_{03}\zeta, & \dfrac{\partial x}{\partial v} = \pi_{01}'\xi + \pi_{02}'\eta + \pi_{03}'\zeta \\ \dfrac{\partial \xi}{\partial u} = \pi_{10}x + \pi_{12}\eta + \pi_{13}\zeta, & \dfrac{\partial \xi}{du} = \pi_{10}'x + \pi_{12}'\eta + \pi_{13}'\zeta \\ \dfrac{\partial \eta}{\partial u} = \pi_{20}x + \pi_{21}\xi + \pi_{23}\zeta, & \dfrac{\partial \eta}{\partial v} = \pi_{20}'x + \pi_{21}'\xi + \pi_{23}'\zeta \\ \dfrac{\partial \zeta}{\partial u} = \pi_{30}x + \pi_{31}\xi + \pi_{32}\eta, & \dfrac{\partial \zeta}{\partial v} = \pi_{30}'x + \pi_{31}'\xi + \pi_{32}'\eta; \end{cases}$$

i coefficienti π_{ik}, π'_{ih} si diranno le *rotazioni quaternarie*. Essi sono legati dalle relazioni $\pi_{ih} + \pi_{hi} = 0$, $\pi'_{ih} + \pi'_{hi} = 0$ e inoltre da relazioni differenziali del 1° ordine, lineari ed omogenee, esprimenti l'illimitata integrabilità del sistema (A).

Considerando ora nel punto (x) la terna ortogonale formata dalle tre normali ai piani (η), (ζ), (ξ), l'ultima delle quali coincide col raggio r della congruenza, indichiamo con

$$(X_i,\ Y_i,\ Z_i),\ (\overline{X}_i,\ \overline{Y}_i,\ \overline{Z}_i), \qquad i = 0, 1, 2, 3$$

i *parametri di scorrimento* (*) rispettivamente destrorsi e sinistrorsi di quelle tre direzioni. Abbiamo così le formole:

$$(1)\quad \begin{cases} X_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_1 \\ \eta_0 \eta_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 x_3 \\ \eta_2 \eta_3 \end{vmatrix}, \quad Y_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_2 \\ \eta_0 \eta_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_3 x_1 \\ \eta_3 \eta_1 \end{vmatrix}, \quad Z_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_3 \\ \eta_0 \eta_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_1 x_2 \\ \eta_1 \eta_2 \end{vmatrix} \\ \overline{X}_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_1 \\ \eta_0 \eta_1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_2 x_3 \\ \eta_2 \eta_3 \end{vmatrix}, \quad \overline{Y}_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_2 \\ \eta_0 \eta_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_3 x_1 \\ \eta_3 \eta_1 \end{vmatrix}, \quad \overline{Z}_1 = \begin{vmatrix} x_0 x_3 \\ \eta_0 \eta_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_1 x_2 \\ \eta_1 \eta_2 \end{vmatrix} \end{cases}$$

e le analoghe per X_2, $\overline{X}_2$, ...; X_3, $\overline{X}_3$, ..., si deducono da queste ponendo prima ζ, poi ξ in luogo di η.

(*) *Lezioni*, ecc., § 199, vol. I, pag. 450.

Digitized by Google

Consideriamo ora il triedro trirettangolo (X_i, Y_i, Z_i), $i=1,2,3$, e indichiamo nelle consuete notazioni con

$$p,\ q,\ r;\ p_1,\ q_1,\ r_1$$

le relative rotazioni (ternarie); avremo le note formole:

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{\partial X_1}{\partial u}=rX_2-qX_3,\ \frac{\partial X_2}{\partial u}=pX_3-rX_1,\ \frac{\partial X_3}{\partial u}=qX_1-pX_2 \\ \frac{\partial X_1}{\partial v}=r_1X_2-q_1X_3,\ \frac{\partial X_2}{\partial v}=p_1X_3-r_1X_1,\ \frac{\partial X_3}{\partial v}=q_1X_1-p_1X_2 \end{array}\right.$$

e le rotazioni saranno legate dalle equazioni caratteristiche:

$$(3)\quad \begin{array}{c} \frac{\partial p}{\partial v}-\frac{\partial p_1}{\partial u}=qr_1-q_1r,\ \frac{\partial q}{\partial v}-\frac{\partial q_1}{\partial u}=rp_1-r_1p, \\ \frac{\partial r}{\partial v}-\frac{\partial r_1}{\partial u}=pq_1-p_1q. \end{array}$$

Analogamente pel secondo triedro $(\overline{X}_i, \overline{Y}_i, \overline{Z}_i)$, colle rotazioni $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}; \overline{p}_1, \overline{q}_1, \overline{r}_1$, avremo le formole:

$$(2^*)\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{\partial \overline{X}_1}{\partial u}=\overline{r}\overline{X}_2-\overline{q}\overline{X}_3,\ \frac{\partial \overline{X}_2}{\partial u}=\overline{p}\overline{X}_3-\overline{r}\overline{X}_1,\ \frac{\partial \overline{X}_3}{\partial u}=\overline{q}\overline{X}_1-\overline{p}\overline{X}_2 \\ \frac{\partial \overline{X}_1}{\partial v}=\overline{r}_1\overline{X}_2-\overline{q}_1\overline{X}_3,\ \frac{\partial \overline{X}_2}{\partial v}=\overline{p}_1\overline{X}_3-\overline{r}_1\overline{X}_1,\ \frac{\partial \overline{X}_3}{\partial v}=\overline{q}_1\overline{X}_1-\overline{p}_1\overline{X}_2 \end{array}\right.$$

$$(3^*)\quad \frac{\partial \overline{p}}{\partial v}-\frac{\partial \overline{p}_1}{\partial u}=\overline{q}\overline{r}_1-\overline{q}_1\overline{r},\ \frac{\partial \overline{q}}{\partial v}-\frac{\partial \overline{q}_1}{du}=\overline{r}\overline{p}_1-\overline{r}_1\overline{p},\ \frac{\partial \overline{r}}{\partial v}-\frac{\partial \overline{r}_1}{\partial u}=\overline{p}\overline{q}_1-\overline{p}_1\overline{q}.$$

Ora si derivino direttamente le (1) rapporto ad u, v, applicando le (A), e ricordando che ogni minore del 2° ordine in Δ eguaglia il proprio complemento algebrico. Confrontando le formole così ottenute colle (2), (2*), ne deduciamo i valori delle rotazioni quaternarie π_{ih}, π'_{ik}, espressi per le ternarie $p, \overline{p}$...., e le formole (A) assumono l'aspetto seguente:

Digitized by Google

$$
(B)\begin{cases}
\frac{\partial x}{\partial u}=\frac{r-\bar r}{2}\xi+\frac{p-\bar p}{2}\eta+\frac{q-\bar q}{2}\zeta, & \frac{\partial x}{\partial v}=\frac{r_1-\bar r_1}{2}\xi+\frac{p_1-\bar p_1}{2}\eta+\frac{q_1-\bar q_1}{2}\zeta \\
\frac{\partial \xi}{\partial u}=-\frac{r-\bar r}{2}x+\frac{q+\bar q}{2}\eta-\frac{p+\bar p}{2}\zeta, & \frac{\partial \xi}{\partial v}=-\frac{r_1-\bar r_1}{2}x+\frac{q_1+\bar q_1}{2}\eta-\frac{p_1+\bar p_1}{2}\zeta \\
\frac{\partial \eta}{\partial u}=-\frac{p-\bar p}{2}x-\frac{q+\bar q}{2}\xi+\frac{r+\bar r}{2}\zeta, & \frac{\partial \eta}{\partial v}=-\frac{p_1-\bar p_1}{2}x-\frac{q_1+\bar q_1}{2}\xi+\frac{r_1+\bar r_1}{2}\zeta \\
\frac{\partial \zeta}{\partial u}=-\frac{q-\bar q}{2}x+\frac{p+\bar p}{2}\xi-\frac{r+\bar r}{2}\eta, & \frac{\partial \zeta}{\partial v}=-\frac{q_1-\bar q_1}{2}x+\frac{p_1+\bar p_1}{2}\xi-\frac{r_1+\bar r_1}{2}\eta.
\end{cases}
$$

Se indichiamo ora con ds, $\overline{ds}$ gli elementi lineari delle due rappresentazioni di Clifford della congruenza, cioè poniamo:

$$ds^2=dX_3^2+dY_3^2+dZ_3^2,\quad \overline{ds}^2=d\bar X_3^2+d\bar Y_3^2+d\bar Z_3^2,$$

avremo dalle (2), (2*):

$$
(C)\begin{cases}
ds^2=(p^2+q^2)du^2+2(pp_1+qq_1)du\,dv+(p_1^2+q_1^2)dv^2 \\
\overline{ds}^2=(\bar p^2+\bar q^2)du^2+2(\bar p\bar p_1+\bar q\bar q_1)du\,dv+(\bar p_1^2+\bar q_1^2)dv^2.
\end{cases}
$$

Inversamente prendiamo una rappresentazione qualunque del piano ellittico sopra sè stesso. Ogni coppia P, P' di punti corrispondenti individua una retta dello spazio ellittico (e la sua polare) e la data rappresentazione individua quindi una congruenza dello spazio ellittico, o meglio due tali congruenze, polari l'una dell'altra. Scelti due triedri trirettangoli:

$$(X_i,\ Y_i,\ Z_i),\quad (\bar X_i,\ \bar Y_i,\ \bar Z_i)\qquad i=1,\,2,\,3$$

legati alle due figure (ove X_3, Y_3, Z_3 saranno sul piano ellittico le coordinate di P e $\bar X_3$, $\bar Y_3$, $\bar Z_3$ quelle di P'), considerando (X_i, Y_i, Z_i), $(\bar X_i, \bar Y_i, \bar Z_i)$ come una doppia terna di parametri di scorrimento, ne risulterà determinata una retta t_i dello spazio ellittico. Le tre rette t_1, t_2, t_3, a causa delle relazioni:

$$X_iX_k+Y_iY_k+Z_iZ_k=0,\ \bar X_i\bar X_k+Y_iY_k+\bar Z_i\bar Z_k=0\quad (i\neq k),$$

si incontrano a due a due e quindi passano per un punto, ovvero giacciono in un piano. Ma nel secondo caso le loro tre

Digitized by Google

polari passano per un punto e possiamo dunque supporre senz'altro (cangiando opportunamente i segni di due delle terne dei parametri di scorrimento della medesima specie) che t_1, t_2, t_3 escano un medesimo punto (x) in direzioni ortogonali. Le coordinate (x) di questo punto, come quelle (η), (ζ), (ξ) delle tre facce del triedro trirettangolo, si avranno con noti calcoli elementari e per esse varranno le formole (B).

§ 2.

Sviluppabili della congruenza e linee isometriche della rappresentazione.

I raggi della congruenza C si ordinano in due serie di sviluppabili che qui supporremo distinte; assumeremo le loro immagini di Clifford a linee coordinate u, v. Sopra ogni raggio r avremo due fuochi F_1 F_2 le cui rispettive ascisse, misurate a partire da (x), indicheremo con τ_1, τ_2. Saranno allora rispettivamente:

$$x_i \cos\tau_1 + \xi_i \operatorname{sen}\tau_1, \quad x_i \cos\tau_2 + \xi_i \operatorname{sen}\tau_2 \quad (i=0, 1, 2, 3)$$

le coordinate di F_1, F_2, e quelle dei piani normali al raggio r in F_1, F_2:

$$x_i \operatorname{sen}\tau_1 - \xi_i \cos\tau_1, \quad x_i \operatorname{sen}\tau_2 - \xi_i \cos\tau_2 \quad (i=0, 1, 2, 3).$$

Supposto che il fuoco F_1 corrisponda alle sviluppabili $v = \text{cost}$, ed F_2 alle $u = \text{cost}$, dovranno sussistere le relazioni

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u}(x_i\cos\tau_1 + \xi_i\operatorname{sen}\tau_1) &= \lambda(x_i\operatorname{sen}\tau_1 - \xi_i\cos\tau_1) \\ \frac{\partial}{\partial v}(x_i\cos\tau_2 + \xi_i\operatorname{sen}\tau_2) &= \mu(x_i\operatorname{sen}\tau_2 - \xi_i\cos\tau_2), \end{aligned} \qquad (i = 0, 1, 2, 3)$$

indicando con λ, μ convenienti fattori di proporzionalità. Facendo uso delle formole (B), la prima ci dà le formole:

$$(4) \qquad \lambda = -\frac{\partial\tau_1}{\partial u} + \frac{\bar{r} - r}{2}$$

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} \cos\tau_1(p - \bar{p}) + \operatorname{sen}\tau_1(q + \bar{q}) &= 0 \\ \cos\tau_1(q - \bar{q}) - \operatorname{sen}\tau_1(p + \bar{p}) &= 0 \end{aligned} \right.$$

Digitized by Google

e la seconda le altre:

$$(4^*) \qquad \mu = \frac{\partial \tau_2}{\partial v} + \frac{\bar{r}_1 - r_1}{2}$$

$$(5^*) \qquad \begin{cases} \cos\tau_2 (p_1 - \bar{p}_1) + \operatorname{sen}\tau_2 (q_1 + \bar{q}_1) = 0 \\ \cos\tau_2 (q_1 - \bar{q}_1) - \operatorname{sen}\tau_2 (p_1 + \bar{p}_1) = 0. \end{cases}$$

Le (4), (4*) assegnano semplicemente i valori dei moltiplicatori λ, μ, note le funzioni τ_1, τ_2. Per la compatibilità delle (5), (5*) è poi necessario e sufficiente che sussistano le relazioni:

$$p^2 + q^2 = \bar{p}^2 + \bar{q}^2, \quad p_1^2 + q_1^2 = \bar{p}_1^2 + \bar{q}_1^2.$$

Queste esprimono, secondo le (C), che le linee u, v immagini delle sviluppabili della congruenza si corrispondono ad archi uguali, cioè sono le linee *isometriche* della rappresentazione.

Insieme alle formole (5), (5*), conviene anche stabilire le formole *duali* che assegnano le inclinazioni σ_1, σ_2 dei due piani focali sopra un piano fisso per l'asse r, p. es., sul piano (ζ). Esse possono dedursi nel medesimo modo considerando la congruenza polare di C, ovvero in modo diretto dalle formole:

$$\begin{gathered} \frac{\partial}{\partial u}(\zeta_i \cos\sigma_1 - \eta_i \operatorname{sen}\sigma_1) = \lambda'(\zeta_i \operatorname{sen}\sigma_1 + \eta_i \cos\sigma_1) \\ (i = 0, 1, 2, 3) \\ \frac{\partial}{\partial v}(\zeta_i \cos\sigma_2 - \eta_i \operatorname{sen}\sigma_2) = \mu'(\zeta_i \operatorname{sen}\sigma_2 + \eta_i \cos\sigma_2). \end{gathered}$$

Osservando le (B), si trovano le formole:

$$(6) \qquad \lambda' = -\frac{\partial \sigma_1}{\partial u} - \frac{r + \bar{r}}{2}, \quad \mu' = -\frac{\partial \sigma_2}{\partial v} - \frac{r_1 + \bar{r}_1}{2}$$

$$(7) \qquad \begin{cases} \cos\sigma_1 (q - \bar{q}) - \operatorname{sen}\sigma_1 (p - \bar{p}) = 0 \\ \cos\sigma_1 (p + p) + \operatorname{sen}\sigma_1 (q + \bar{q}) = 0 \end{cases}$$

$$(7^*) \qquad \begin{cases} \cos\sigma_2 (q_1 - \bar{q}_1) - \operatorname{sen}\sigma_2 (p_1 - p_1) = 0 \\ \cos\sigma_2 (p_1 + \bar{p}_1) + \operatorname{sen}\sigma_2 (q_1 + \bar{q}_1) = 0. \end{cases}$$

Digitized by Google

Ciò posto, scriviamo gli elementi lineari (C) della doppia rappresentazione di Clifford sotto la forma:

$$(8)\quad \begin{cases} ds^2 = Edu^2 + 2\sqrt{EG}\cos 2\omega_1\, du\, dv + Gdv^2 \\ \overline{ds}^2 = Edu^2 + 2\sqrt{EG}\cos 2\omega_2\, du\, dv + Gdv^2, \end{cases}$$

che pone in evidenza gli angoli $2\omega_1$, $2\omega_2$ dei due sistemi di linee isometriche (u, v).

Se prendiamo per direzioni $(X_1\, Y_1\, Z_1)$ $(\overline{X}_1\, \overline{Y}_1\, \overline{Z}_1)$ quelle delle rispettive tangenti alle linee v le rotazioni hanno i valori:

$$(9)\quad \begin{cases} p = 0, \quad q = \sqrt{E}, \quad r = \sqrt{\frac{G}{E}} \left\{ {11 \atop 2} \right\} . \operatorname{sen} 2\omega_1 \\ p_1 = -\sqrt{G}\operatorname{sen} 2\omega_1, \ q_1 = \sqrt{G}\cos 2\omega_1, \ r_1 = \sqrt{\frac{G}{E}} \left\{ {12 \atop 2} \right\} \operatorname{sen} 2\omega_1 \end{cases}$$

$$(9^*)\quad \begin{cases} \overline{p} = 0, \quad \overline{q} = \sqrt{E}, \quad \overline{r} = \sqrt{\frac{G}{E}} \overline{\left\{ {11 \atop 2} \right\}} \operatorname{sen} 2\omega_2 \\ \overline{p}_1 = -\sqrt{G}\operatorname{sen} 2\omega_2, \ \overline{q}_1 = \sqrt{G}\cos 2\omega_2, \ \overline{r}_1 = \sqrt{\frac{G}{E}} \overline{\left\{ {12 \atop 2} \right\}} \operatorname{sen} 2\omega_2, \end{cases}$$

i simboli di Christoffel $\left\{ {11 \atop 2} \right\}$, $\left\{ {12 \atop 2} \right\}$ riferendosi al ds e gli altri $\overline{\left\{ {11 \atop 2} \right\}}$, $\overline{\left\{ {12 \atop 2} \right\}}$ al $\overline{ds}$. Le formole (5), (5*), (7), (7*) ci dànno ora:

$$(10)\quad \begin{cases} \tau_1 = 0, \quad \operatorname{tg}\tau_2 = \dfrac{q_1 - \overline{q}_1}{p_1 + \overline{p}_1} = \operatorname{tg}(\omega_1 - \omega_2) \\ \sigma_1 = 0, \quad \operatorname{tg}\sigma_2 = \dfrac{q_1 - \overline{q}_1}{p_1 - \overline{p}_1} = \operatorname{tg}(\omega_1 + \omega_2). \end{cases}$$

Esse dimostrano che il punto (x) è uno dei fuochi e il piano (ζ) un piano focale, la distanza focale è data da $\omega_1 - \omega_2$ e l'angolo dei piani focali da $\omega_1 + \omega_2$. Riassumiamo i risultati ottenuti nella proposizione:

Per ogni congruenza dello spazio ellittico alle sviluppabili della congruenza corrispondono, nella doppia rappresentazione di Clifford, le linee isometriche della rappresentazione; la distanza dei fuochi e l'inclinazione dei piani focali (debitamente contate) sono date rispettivamente dalla semidifferenza e dalla semisomma degli angoli delle linee isometriche delle due rappresentazioni.

Digitized by Google

§ 3.

Congruenze isotrope non normali.

Supponiamo di avere una congruenza isotropa e prendiamo per punto di partenza (x) sopra ogni raggio il punto centrale, ove cadono tutti i piedi delle minime distanze del raggio dagli infinitamente vicini. Dovrà aversi allora identicamente:

$$dx_0 d\xi_0 + dx_1 d\xi_1 + dx_2 d\xi_2 + dx_3 d\xi_3 = 0.$$

Se poniamo

$$e = \sum \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial u}, \quad f = \sum \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u}, \quad f' = \sum \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}, \quad g = \sum \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial v},$$

l'isotropia della congruenza si esprimerà col sussistere delle relazioni *necessarie e sufficienti*

$$(11) \qquad e = 0, \quad f + f' = 0, \quad g = 0.$$

Ora, calcolando e, f, f', g dalle (B), troviamo:

$$(12) \qquad e = \frac{p\bar{q} - q\bar{p}}{2}, \quad f + f' = \frac{(p\bar{q}_1 - q\bar{p}_1) + (p_1\bar{q} - q_1\bar{p})}{2}, \quad g = \frac{p_1\bar{q}_1 - q_1\bar{p}_1}{2},$$

e inoltre l'altra

$$(12^*) \qquad f - f' = \frac{(\bar{p}\bar{q}_1 - \bar{p}_1\bar{q}) - (pq_1 - p_1 q)}{2}.$$

Ricordiamo che la congruenza è normale o no secondo che $f - f' = 0$, ovvero $f - f' \neq 0$. Per una congruenza isotropa ***non normale*** dovranno sussistere le equazioni

$$(13) \quad p\bar{q} - q\bar{p} = 0, \quad p_1\bar{q}_1 - q_1\bar{p}_1 = 0, \quad (p\bar{q}_1 - q\bar{p}_1) + (p_1\bar{q} - q_1\bar{p}) = 0$$

e la diseguaglianza

$$(14) \qquad \bar{p}\bar{q}_1 - \bar{q}\bar{p}_1 \neq pq_1 - qp_1.$$

Ne risulta che non potrà essere simultaneamente $p = q = 0$ nè $p_1 = q_1 = 0$; poichè se fosse p. e. $p = q = 0$ le (12) darebbero

$$p_1\bar{q}_1 - q_1\bar{p}_1 = 0, \quad p_1\bar{q} - q_1\bar{p} = 0$$

Digitized by Google

e quindi o $p_1 = q_1 = 0$, ovvero $\overline{p}q_1 - \overline{q}p_1 = 0$, ed in ambedue i casi i due membri della (14) sarebbero nulli e la congruenza sarebbe normale contro l'ipotesi.

Segue di qui che, indicando con λ, μ due convenienti fattori di proporzionalità, le due prime (13) possono scriversi

$$\overline{p} = \lambda p,\ \overline{q} = \lambda q;\ \overline{p}_1 = \mu p_1,\ \overline{q}_1 = \mu q_1,$$

dopo di che la terza diventa

$$(\mu - \lambda)(pq_1 - qp_1) = 0.$$

Ma il fattore $pq_1 - qp_1$ non può essere nullo, chè altrimenti sarebbe anche nullo $\overline{p}\overline{q}_1 - \overline{q}\overline{p}_1$ e la diseguaglianza (14) non sarebbe soddisfatta. Avremo dunque $\mu = \lambda$ e le formole (C) § 1 dimostrano che si ha $\overline{ds^2} = \lambda^2 ds^2$, onde la doppia rappresentazione di Clifford della congruenza è conforme. Inversamente abbiasi una qualunque rappresentazione conforme (diretta) del piano ellittico sopra sè stesso; riferendoci a due sistemi ortogonali isotermi corrispondenti, poniamo

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2),\ \overline{ds^2} = e^{2\overline{\theta}}(du^2 + dv^2).$$

Assumendo come direzioni $(X_1 Y_1 Z_1)$, $(X_2 Y_2 Z_2)$ quelle delle tangenti alle linee (u, v) del primo sistema, e analogamente pel secondo, avremo

$$\begin{cases} p = 0, & q = e^{\theta}, & r = -\dfrac{\partial \theta}{\partial v} \\ p_1 = -e^{\theta}, & q_1 = 0, & r_1 = \dfrac{\partial \theta}{\partial u} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{p} = 0, & \overline{q} = e^{\overline{\theta}}, & \overline{r} = -\dfrac{\partial \overline{\theta}}{\partial v} \\ \overline{p}_1 = -e^{\overline{\theta}}, & \overline{q}_1 = 0, & \overline{r}_1 = \dfrac{\partial \overline{\theta}}{\partial u}, \end{cases}$$

ed essendo soddisfatte le (13), la congruenza corrispondente sarà isotropa. Inoltre trovandosi verificata la disuguaglianza (14), salvo

Digitized by Google

nel caso $\theta = \theta$, la congruenza non sarà normale. Nel caso d'eccezione ora notato le due rappresentazioni sono identiche e la congruenza è composta di raggi uscenti da un punto; questa congruenza è effettivamente isotropa e normale.

Così abbiamo stabilito l'elegante teorema del sig. Coolidge:

Ogni rappresentazione conforme del piano ellittico sopra sè stesso individua una congruenza isotropa non normale e viceversa.

Si osserverà che, conformemente al teorema generale del § 2, le immagini delle sviluppabili della congruenza sono sul piano ellittico le linee di lunghezza nulla, che sono appunto le linee isometriche della rappresentazione.

§ 4.

Congruenze isotrope normali.

Dobbiamo ora completare le ricerche superiori colla determinazione delle congruenze isotrope normali. In tale caso, se prescindiamo dal caso eccezionale notato sopra delle congruenze di rette uscenti da un punto, dovrà ciascuna delle due rappresentazioni di Clifford ridursi ad una curva. Da note proprietà di geometria ellittica (*) sarebbe facile dedurre che le superficie normali alla congruenza isotropa sono a curvatura nulla; e viceversa le normali di una tale superficie costituiscono sempre una congruenza isotropa. Qui adoperiamo le formole generali stabilite alla verifica delle proprietà enunciate, per tal modo verremo nuovamente a determinare tutte le superficie di curvatura nulla nello spazio ellittico (**).

Nel piano ellittico prendiamo due curve arbitrarie $\Gamma, \overline{\Gamma}$, di cui indicheremo con u, v i rispettivi archi (contati da punti fissi). Prendiamo poi per X_3, Y_3, Z_3; $\overline{X}_3, \overline{Y}_3, \overline{Z}_3$ rispettivamente le coordinate nel piano ellittico di un punto P mobile su Γ e di un punto $\overline{P}$ mobile su $\overline{\Gamma}$, sicchè saranno X_3, Y_3, Z_3 funzioni della sola u e $\overline{X}_3, \overline{Y}_3, \overline{Z}_3$ della sola v; poniamo in fine:

$$X_1 = \frac{dX_3}{du},\ Y_1 = \frac{dY_3}{du},\ Z_1 = \frac{dZ_3}{du};\ \overline{X}_1 = \frac{d\overline{X}_3}{dv},\ \overline{Y}_1 = \frac{d\overline{Y}_3}{dv},\ \overline{Z}_1 = \frac{d\overline{Z}_3}{dv}$$

(*) V. le mie *Lezioni*, vol. I, cap. XIII e XIV.

(**) V. la mia nota nel vol. XXX di questi " Atti ", 1895.

Digitized by Google

Pei valori delle corrispondenti rotazioni troviamo:

$$(15)\quad \begin{cases} p=0, \quad q=1, \quad r=\varphi(u); \quad p_1=q_1=r_1=0 \\ \bar{p}=\bar{q}=\bar{r}=0; \quad \bar{p}_1=0; \quad \bar{q}_1=1; \quad \bar{r}_1=\psi(v), \end{cases}$$

dove il significato geometrico delle funzioni (arbitrarie) $\varphi(u)$, $\psi(v)$ è quello delle rispettive curvature geodetiche nel piano ellittico (o sfera euclidea) delle curve Γ, $\bar{\Gamma}$.

Per la congruenza C formata dai raggi che hanno per immagini una coppia qualsiasi $(P, \bar{P})$ di punti presi l'uno su Γ, l'altro su $\bar{\Gamma}$, le formole generali (B) diventano:

$$(16)\quad \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u}=\frac{1}{2}\varphi(u)\xi+\frac{1}{2}\zeta, & \frac{\partial x}{\partial v}=-\frac{1}{2}\psi(v)\xi-\frac{1}{2}\zeta \\ \frac{\partial \xi}{\partial u}=-\frac{1}{2}\varphi(u)x+\frac{1}{2}\eta, & \frac{\partial \xi}{\partial v}=\frac{1}{2}\psi(v)x+\frac{1}{2}\eta \\ \frac{\partial \eta}{\partial u}=-\frac{1}{2}\xi+\frac{1}{2}\varphi(u)\zeta, & \frac{\partial \eta}{\partial v}=-\frac{1}{2}\xi+\frac{1}{2}\psi(v)\zeta \\ \frac{\partial \zeta}{\partial u}=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\varphi(u)\eta, & \frac{\partial \zeta}{\partial v}=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\psi(v)\eta. \end{cases}$$

Le condizioni (13), a causa dei valori (15) delle rotazioni, sono tutte soddisfatte e la congruenza è per ciò isotropa (*). Le formole (16) dimostrano poi che i due punti (x), (ξ) descrivono rispettivamente le due falde focali Σ, $\bar{\Sigma}$ della congruenza ed i piani tangenti di Σ, $\bar{\Sigma}$ (piani focali) sono rispettivamente i piani (η), (ζ); dunque i due fuochi distano di un quadrante ed i piani focali sono ortogonali. Se denotiamo con $d\sigma$, $\overline{d\sigma}$ gli elementi lineari delle falde focali Σ, $\bar{\Sigma}$, abbiamo dalle (16):

(*) A conferma della isotropia della congruenza si può notare, e facilmente verificare, che portando sopra ogni raggio, a partire dal fuoco (x), una lunghezza costante $=a$ dall'una e dall'altra parte, le due superficie luogo degli estremi hanno l'elemento lineare comune

$$ds'^2=\frac{1}{4}\left\{(\varphi^2+1)\,du^2-2(\varphi\psi+\cos 2a)\,du\,dv+(\psi^2+1)\,dv^2\right\}$$

e sono quindi applicabili. Se in particolare $\varphi'=0$ o $\psi'=0$, queste due superficie sono alla loro volta a curvatura nulla.

Digitized by Google

$$\left\{\begin{aligned} d\sigma^2 &= \frac{1}{4}[\varphi(u)du - \psi(v)dv]^2 + \frac{1}{4}(du - dv)^2 \\ \overline{d\sigma}^2 &= \frac{1}{4}[\varphi(u)du - \psi(v)dv]^2 + \frac{1}{4}(du + dv)^2, \end{aligned}\right.$$

e ponendo:

$$u - v = 2\alpha, \quad u + v = 2\beta, \quad \int\varphi(u)du - \int\psi(v)dv = 2\tau,$$

risulta:

$$d\sigma^2 = d\tau^2 + d\alpha^2, \quad \overline{d\sigma}^2 = d\tau^2 + d\beta^2.$$

Questo dimostra che Σ, $\overline{\Sigma}$ sono superficie di curvatura nulla e sopra di esse le linee $u - v =$ cost, $u + v =$ cost, rispettivamente inviluppate dai raggi della congruenza, sono geodetiche parallele nel senso euclideo.

Ponendo in fine:

$$\overline{x}_i = x_i \cos\tau - \xi_i \operatorname{sen}\tau \qquad (i=0, 1, 2, 3),$$

il punto $(\overline{x})$ percorre una delle superficie $\overline{S}$ ortogonali alla congruenza e pel suo elemento lineare si trae dalle (16):

$$\Sigma\,\overline{dx}^2 = \frac{1}{4}(du^2 - 2\cos 2\tau\, du\,dv + dv^2).$$

Le linee u, v sono sopra $\overline{S}$ assintotiche (come sopra Σ, $\overline{\Sigma}$, evolute della $\overline{S}$) e disponendo delle funzioni arbitrarie $\varphi(u)$, $\psi(v)$ si può far coincidere $\overline{S}$ con una qualunque superficie di curvatura nulla. Abbiamo così completato i risultati del sig. Coolidge col teorema:

Le congruenze normali isotrope dello spazio ellittico sono tutte e sole quelle delle normali alle superficie di curvatura nulla. Sopra ogni raggio di una tale congruenza i piedi delle minime o massime distanze dai raggi successivi cadono tutti nell'uno o nell'altro dei due fuochi, che figurano altresì come punti centrali.

Risulta dalla discussione superiore che una coppia $(\Gamma, \overline{\Gamma})$ di curve arbitrariamente scelta sul piano ellittico individua una congruenza normale isotropa (e la sua polare che è ancora normale ed isotropa). Si può ancora notare che assumendo per Γ, $\overline{\Gamma}$, delle curve algebriche, sarà pure algebrica la congruenza e quindi anche le due superficie focali a curvatura nulla.

Digitized by Google

§ 5.

Congruenze di Guichard.

Come seconda applicazione dei teoremi generali al § 2 prendiamo sul piano ellittico due sistemi (u, v) di curve isometriche pei quali risulti nelle (8):

$$E = G = 1,$$

ovvero, secondo una denominazione introdotta nel mio libro (*), *due reti qualunque di Tchebychef:*

$$\left\{\begin{aligned} ds^2 &= du^2 + 2\cos 2\omega_1 du\,dv + dv^2 \\ \overline{ds}^2 &= du^2 + 2\cos 2\omega_2 du\,dv + dv^2. \end{aligned}\right.$$

Le funzioni $\omega_1(u, v)$, $\omega_2(u, v)$ sono due soluzioni qualunque dell'equazione:

$$\frac{\partial^2(2\omega)}{\partial u\,\partial v} + \operatorname{sen}(2\omega) = 0\,, \tag{17}$$

da cui dipende la ricerca delle superficie pseudosferiche dell'ordinario spazio euclideo. Le formole (9), (9*) dànno nel caso attuale:

$$\left\{\begin{aligned} &p = 0, \quad q = 1, \quad r = -2\frac{\partial \omega_1}{\partial u} \\ &p_1 = -\operatorname{sen} 2\omega_1, \quad q_1 = \cos 2\omega_1, \quad r_1 = 0 \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} &\bar{p} = 0, \quad \bar{q} = 1, \quad \bar{r} = -2\frac{\partial \omega_2}{\partial u} \\ &\bar{p}_1 = -\operatorname{sen} 2\omega_2, \quad \bar{q}_1 = \cos 2\omega_2, \quad \bar{r}_1 = 0. \end{aligned}\right.$$

Se poniamo $\tau = \omega_1 - \omega_2$, $\sigma = \omega_1 + \omega_2$, con che τ verrà a rappresentare la distanza dei fuochi e σ l'angolo dei piani focali (§ 2), le formole generali (B) ci daranno:

(*) *Lezioni*, § 379, vol. II, pag. 401.

Digitized by Google

$$(18)\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u}=-\frac{\partial \tau}{\partial u}\xi,\ \frac{\partial \xi}{\partial u}=\frac{\partial \tau}{\partial u}x+\eta,\ \frac{\partial \eta}{\partial u}=-\xi-\frac{\partial \tau}{\partial u}\zeta,\ \frac{\partial \zeta}{\partial u}=\frac{\partial \tau}{\partial u}\eta \\ \frac{\partial x}{\partial v}=-\operatorname{sen}\tau\cos\sigma\eta-\operatorname{sen}\tau\operatorname{sen}\sigma\zeta,\ \frac{\partial \xi}{\partial v}=\cos\tau\cos\sigma\eta+\operatorname{sen}\tau\cos\sigma\zeta \\ \frac{\partial \eta}{\partial v}=\operatorname{sen}\tau\cos\sigma x-\cos\tau\cos\sigma\xi,\ \frac{\partial \zeta}{\partial v}=\operatorname{sen}\tau\operatorname{sen}\sigma x-\operatorname{sen}\tau\cos\sigma\xi. \end{cases}$$

Queste ci dimostrano che sulla prima falda focale Σ luogo del punto (x) il sistema coniugato (u, v), corrispondente alle sviluppabili della congruenza, è quello delle linee di curvatura poichè:

$$\Sigma \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}=0.$$

È chiaro che anche sulla seconda falda $\bar{S}$ le linee u, v saranno quelle di curvatura, la qual cosa verifichiamo direttamente osservando che le coordinate del secondo fuoco sono:

$$\bar{x}=x\cos\tau+\xi\operatorname{sen}\tau,$$

onde derivando abbiamo per le (18):

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial u}=-\operatorname{sen}\tau\eta,\quad \frac{\partial \bar{x}}{\partial v}=\frac{\partial \tau}{\partial v}(\cos\tau\xi-\operatorname{sen}\tau x)$$

e quindi ancora:

$$\Sigma \frac{\partial \bar{x}}{\partial u}\frac{\partial \bar{x}}{\partial v}=0.$$

Le attuali congruenze le cui sviluppabili tagliano le due falde focali secondo le linee di curvatura si diranno (come nello spazio Euclideo — “ Lezioni „, vol. I, pag. 325) *congruenze di Guichard*. Abbiamo dunque il risultato: *Una coppia qualunque di reti di Tchebychef sul piano ellittico individua, nello spazio ellittico, una congruenza di Guichard che ha quelle due reti per immagini di Clifford delle sviluppabili.*

Non sarebbe difficile dedurre dalle nostre formole che *tutte* le congruenze di Guichard si ottengono in questo modo. Ma di questa, come di altre questioni sulle congruenze, tratto in una

Digitized by Google

memoria di prossima pubblicazione negli " Annali di matematica ". Qui mi limiterò ad osservare il caso speciale notevole, in cui le due reti di Tchebychef (le due soluzioni ω_1, ω_2 della (17)) siano legate da una trasformazione di Bäcklund. Due punti corrispondenti P, P' della doppia rappresentazione di Clifford sono allora a distanza costante e per ciò i raggi della congruenza sono a distanza costante dal punto fisso O, onde una delle due falde focali della congruenza di Guichard assume la forma sferica.

Contributo alla conoscenza delle terminazioni nervose nelle papille della punta della lingua [1].

Nota del Prof. FEDERICO KIESOW.

In un lavoro pubblicato poco tempo fa nella " Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane " (2) sono tornato a parlare della grande sensibilità ad impressioni tattili della punta della lingua, del rosso delle labbra e del palato duro. — Ho detto, inoltre, che, vista l'importanza che per il tastare, queste parti del corpo hanno in tutti i mammiferi fino all'uomo, il fatto di per sè non desta nessuna meraviglia, ma che invece, il quesito quali siano gli organi periferici, che, eccitati, manifestano questa sensibilità, non trova nella letteratura anatomica nessuna risposta soddisfacente. — Ho diretto, in seguito, l'attenzione su un plesso nervoso terminale, trovato recentemente da Fusari (3), nelle papille della lingua e del rosso delle labbra del gatto, ed ho cercato di dimostrare che la grande sensibilità di queste parti del corpo trova una spiegazione, se si considera questa formazione come organo tattile. Però, questo non fu da me considerato che come una probabilità. Il lavoro contiene un disegno della formazione in questione, che, ho aggiunto, nel rosso delle labbra fu trovata in quasi ogni papilla, mentre

(1) Lavoro eseguito nell' Istituto di Fisiologia della R. Università di Torino (Sezione di Psicologia sperimentale).

(2) Vol. 33, pag. 433.

(3) R. Fusari, " Giorn. della R. Acc. di Medicina di Torino ", 1902 (8-9).

Digitized by Google

per la punta della lingua, il materiale del quale disponeva l'autore sunnominato non bastava per permettere affermazioni assolutamente sicure intorno alla frequenza con cui la formazione si presenta in essa, benchè sia verosimile che anche qui si trovi in grande quantità. Riguardo al palato duro non si potè dire nulla. — Infine ho accennato alla grande somiglianza che esiste tra le papille della cute del gatto e quelle dell'uomo, cercando così di far risaltare ancora di più la probabilità che la formazione, diversa forse alquanto di forma e di dimensioni, si trovi anche nell'uomo.

Per la cortesia del Prof. A. Mosso ebbi a disposizione materiale proveniente da una piccola scimmia adulta (*Macacus sinicus*), morta nel nostro laboratorio. Circa un'ora dopo la morte dell'animale ho potuto avere pezzi delle labbra e della punta della lingua che ho trattati secondo il metodo rapido di Golgi.

L'esame microscopico delle sezioni, che ho fatte a mano, fece vedere che la reazione non era venuta nel labbro e non in tutti i pezzi della punta della lingua. Riuscii, però, ad avere un porta-oggetti pieno di preparati della lingua, nei quali la reazione si verificava talora più, talora meno perfettamente. Era in generale più riuscita negli strati profondi che in quelli superficiali del tessuto. Dentro le papille verso le estremità si era fermata e nell'epitelio mancava affatto.

Entro le papille stesse ho visto in un solo caso un organo che forse è un corpuscolo di Meissner, però, non lo si potè assicurare. Del resto, per la lingua della scimmia, non voglio trarre da questo fatto nessuna conclusione generale quanto alla frequenza di questi o di altri corpuscoli. Per altro, le mie osservazioni sono d'accordo con quanto fu scritto da Ruffini e dopo di lui da P. Sfameni sulle papille della cute nelle parti del corpo da loro esaminate. Inoltre, non dubito di aver ritrovato il sopra accennato plesso terminale di Fusari.

Bisogna convenire che è giusto quanto dice Sfameni (1), che Ruffini (2), pur abolendo la distinzione fatta dagli anatomici

(1) P. Sfameni, " Annali di Frenatria e scienze affini ", vol. 10, pag. 245.

(2) A. Ruffini, *Sulla presenza di nuove forme di terminazioni nervose ecc.* 1898, pag. 13.

Digitized by Google

tra papille vascolari e tattili, la lascia realmente intatta rispetto alle funzioni, poichè egli considera le fibre nervose delle papille vascolari come vasomotorie. La restrizione che fa Ruffini, cioè che i nervi intra-papillari abbiano specialmente questa funzione ma che, inoltre, possa darsi che ne abbiano anche altre, non modifica, mi sembra, essenzialmente la sua interpretazione.

D'altra parte, però, la questione non ancora risolta intorno all'innervazione dei vasi capillari, non potrà trovare nei risultati fin qui ottenuti una risposta definitiva; essa costituisce un problema a parte. Sfameni, discutendola, cerca di lasciarla indecisa. pur lasciando intravvedere la sua tendenza ad avvicinarsi a quelli che non ammèttono un movimento attivo delle pareti dei capillari. Ciò è comprensibile, data la difficoltà di decidere in questioni come la presente la quale ha due soluzioni opposte, appoggiate, tanto l'una quanto l'altra, da riputati scienziati, e dato il tentativo che Sfameni fa per dimostrare che le fibre nervose componenti la rete amielinica, non possono essere di natura vasomotrice. Mi sembra, però, d'altra parte, per lo meno non escluso che le fibre che accompagnano i vasi dentro le papille, o li avvolgono per un tratto, abbiano in qualche modo una influenza regolatrice sui loro movimenti (1). Ma come ho già detto, è una questione a parte.

Comunque sia, in generale e nei particolari, è sicuro, che le formazioni che qui ci interessano, non possono venire interpretate come di natura vasomotrice.

Questa indipendenza dei plessi nervosi intrapapillari dai vasi capillari è dimostrata anche dal disegno che segue. Ho riprodotto precisamente questo tra i miei preparati, perchè mostra, inoltre, un altro particolare, che non fu ancora descritto per rapporto alle papille della punta della lingua.

Il disegno (Zeiss, Oc. comp. 8, Obb. ap. 4, 500 d.) mostra una papilla doppia che ha, così dall'uno come dall'altro lato. una papilla semplice. Nella papilla semplice a destra manca ogni traccia della reazione, mentre questa si verifica in quella a sinistra in modo analogo a quanto si vede nella parte più grande sinistra della papilla doppia. Alla base della parte più piccola

(1) Cfr. R. Tigerstedt, " Lehrb. d. Physiologie des Kreislaufes ", 1893. pag. 427.

Digitized by Google

destra dell'intiera papilla vediamo un vaso che sale nella direzione della papilla, e, sopra di esso passa una fibra nervosa coi suoi rami. In pari modo, dal mezzo circa della base dell'intiera papilla vediamo salire, fin nella metà superiore della parte più grande sinistra, un capillare con delle fibre, che in parte lo coprono senza toccarlo ed in parte, apparentemente, lo toccano. Di queste ultime fibre una sembra già derivare da un altro plesso

situato più profondamente. È difficile dire, se l'imagine imperfetta dei capillari in questa papilla doppia sia dovuta alla deficiente reazione o se essi rimasero troncati nel sezionare il pezzo. Comunque sia però, non ci può essere nessun dubbio sulla indipendenza delle formazioni nervose nelle due parti della papilla.

Se la reazione fosse stata più completa nella parte superiore della metà sinistra del disegno, verso l'estremità della papilla, e se le fibre, apparentemente a terminazioni libere, si

Digitized by Google

rivolgessero (come, difatti, mostrano chiaramente la tendenza di fare), per tornare a far parte del gomitolo, noi non potremmo fare a meno di credere che abbiamo da fare in questo caso con una formazione, alquanto diversa per forma e dimensioni, ma in tutto il resto perfettamente analoga al plesso terminale di Fusari. Le fibre hanno perduto la loro mielina e sono varicose, si dividono e si riuniscono di nuovo e solo nelle parti superiori manca la disposizione a gomitolo, quantunque la tendenza si possa ancora riconoscere. Se pensiamo che la reazione è mancata dapertutto precisamente nelle parti più estreme delle papille e nell'epitelio, dovremo convenire che questi fatti rendono assai verosimile la supposizione che si tratti di null'altro che della formazione in questione. La fibra *a* che passa sopra il vaso, e che già nella parte inferiore della papilla si dirama dal fascio, contribuisce, a quanto mi sembra, a formare questo plesso terminale.

In altre papille si vedono fibre che terminano con un bottoncino o con un ingrossamento in forma di clava. Non posso per ora decidere se queste siano terminazioni speciali, oppure forme prodotte artificialmente.

Press' a poco nel mezzo della parte sinistra della papilla si vede passare sotto il tronco capillare, diviso alla sua estremità e curvantesi verso la sinistra, una fittissima rete di fine fibre nervose. Resta egualmente impossibile decidere, per ora, se questa rete prenda già parte al plesso terminale o se costituisca una formazione indipendente, o se si tratti di uno di quei plessi interni i quali, come fu stabilito da Fusari, si formano nel fascio nervoso stesso.

Nella parte più piccola destra del disegno, quasi all'altezza dove avviene la divisione dell'intiera papilla in due metà, vediamo una fibra nervosa, la quale ha perduto la sua mielina e mostra molte varicosità, piegarsi a destra e recarsi ad una di quelle formazioni terminali che Ruffini trovò nelle papille dei polpastrelli delle dita umane e chiamò *fiocchetti papillari*. Le medesime formazioni furono osservate da Sfameni nella mano della scimmia e nella zampa del gatto; nelle papille della punta della lingua, per quanto io sappia, non sono ancora state viste.

Ruffini, basandosi sulla sua osservazione che le fibre nervose che vanno a questi fiocchetti papillari si diramano in alcuni

Digitized by Google

casi da fibre che vanno a corpuscoli di Meissner, ha cercato di stabilire un rapporto tra i fiocchetti e l'apparecchio tattile. Leontowitsch (1) trova probabile che i fiocchetti papillari siano forme giovanili dei corpuscoli di Meissner.

Ho cercato di dimostrare, nel mio lavoro sopracitato, basandomi sul fatto che queste formazioni si ritrovano anche nel gatto che non possiede affatto corpuscoli di Meissner, come quest' ultima supposizione non sia verosimile. La ricerca di cui ora tratto mi conferma in questa opinione. In un solo caso ho visto, come sopra fu detto, una formazione che potrebbe essere un corpuscolo di Meissner. Quand'anche si volesse considerare come responsabile del mancato apparire di questi corpuscoli il metodo (il quale, certo, non è egualmente efficace in tutte le parti, neanche di una medesima località) ci si impone, nondimeno, il fatto che precisamente i fiocchetti di Ruffini si trovano nei miei preparati in quantità piuttosto numerosa ed in diverse dimensioni e forme. Credo, perciò, che converrà interpretare i fiocchetti di Ruffini, come fa egli stesso, quali formazioni indipendenti. Siccome avrò da tornare su questi fiocchetti in altra occasione, mi astengo per ora dal dare un parere sulla loro funzione, accontentandomi di comunicare il fatto come contributo anatomico.

Non è impossibile che la fibra *b*, la quale, sul piano di divisione della papilla, si dirige in alto, si rechi in realtà ad un altro fiocchetto che non è diventato visibile. In altre papille vediamo più d'uno di questi fiocchetti. Non si può dire neppure nulla di preciso intorno alla piccola rete di nervi *c*.

Aggiungo che, nei miei preparati, ho visto, talvolta con grande chiarezza, il plesso sottopapillare descritto da Ruffini.

Per ultimo osservo ancora che nei miei preparati si vedono moltissime papille fungiformi, nelle quali si innalzano numerosissime fibre nervose, che, in alto, si diramano come un arbusto. Ma, poichè all'indentro di queste papille la reazione è mancata appunto nelle parti superiori, questo fatto di per sè non ci dice nulla di nuovo. Altri ricercatori hanno visto la stessa cosa in altri mammiferi. Nonostante, ho accennato al fatto, perchè

(1) A. Leontowitsch, " Int. Monatsschr. f. Anat. u. Physiol. ", vol. *18*, pag. 96.

Digitized by Google

sta evidentemente in rapporto con un fenomeno che ho potuto stabilire psicofisicamente e che ho chiamato *Quatrion* (1). Con ciò intendo che, nello spazio ristrettissimo di una sola papilla fungiforme nell'uomo possono trovarsi uniti quattro diversi campi di sensazione. Visto il numero straordinario di fibre che vediamo innalzarsi in queste papille, il fenomeno diventa comprensibile.

Riassumendo, dopo questa ricerca fatta su un animale che si trova più vicino all'uomo che il gatto, io arrivo alla medesima conclusione già data nella mia precedente comunicazione. La presente indagine viene ad appoggiare notevolmente ciò che allora dissi probabile. La letteratura non ci dice nulla intorno alla presenza di un tale numero di cosidetti corpuscoli tattili, da corrispondere in qualche modo alla grandissima sensibilità tattile delle parti del corpo in questione, quindi non posso a meno di credere che il plesso terminale intrapapillare sia una formazione analoga alla corona nervosa che circonda la guaina dei peli, cioè un organo tattile.

Per la cortesia e premura degli amici ho potuto avere, in questo mentre, nuovo materiale ed altro ancora mi è stato promesso. Considero, quindi, questa breve comunicazione come preliminare, sperando, di qui a non molto, di poter riferire sul risultato di una ricerca più estesa, nella quale saranno applicati parecchi metodi.

---

(1) " Philos. Studien ", vol. XIV, pag. 598.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 7 Febbraio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Boselli, Vice-Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Cipolla, Brusa, Allievo, Carutti, Chironi, De Sanctis e Renier, Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 24 gennaio 1904.

Il Presidente comunica la lettera con cui il Socio Costantino Nigra ringrazia l'Accademia per il telegramma inviatogli dal Presidente in nome di essa. Dà pure notizia dei dispacci con cui annunciò a S. M. il Re ed a S. M. la Regina Madre essere stato conferito il premio Bressa a S. A. R. il Duca degli Abruzzi, non che di quello a S. E. il Ministro della Marina perchè partecipasse la notizia all'augusto Principe ora lontano. Da ogni parte pervennero ringraziamenti.

Così pure fu comunicato al Prof. Battista Grassi ed al sig. Guglielmo Marconi che fra essi fu diviso il premio Vallauri, ed al Prof. Sante Ferrari che gli fu assegnato il premio Gautieri per la filosofia. Se ne ebbero ringraziamenti.

Digitized by Google

Quindi il Presidente presenta un opuscolo del Socio corrispondente Prof. Filippo Porena, *Le due Italie*, Firenze, 1903.

A nome degli autori il Socio Chironi fa omaggio del libro di Francesco Giuseppe Bigliati, *Diritto internazionale e diritto costituzionale*, Torino, 1903, di cui rileva la grande importanza, e di quello di Giuseppe Satta, *La conversione dei negozi giuridici*, Roma, 1903, sul quale si trattiene con elogi.

Il Socio Cipolla incaricato col Direttore della Classe Ferrero di riferire intorno alla memoria del Dr. Giovanni Collino, *La politica fiorentino-bolognese dall'avvento al principato del Conte di Virtù alle sue prime guerre di conquista*, legge la relazione, che compare negli *Atti*. La relazione è approvata con votazione palese. Presa cognizione della monografia, giudicata favorevolmente dalla Commissione, la Classe, con votazione segreta unanime, la accoglie nelle *Memorie* accademiche.

Una nota su *L'originale di un diploma di Sinibaldo vescovo di Padova* è presentata dal Socio Cipolla per gli *Atti*.

Il medesimo Socio Cipolla fa vedere ai Colleghi alcune fra le meglio riuscite fotografie dei codici Bobbiensi, che esistevano e che in parte ancora esistono presso la Biblioteca Nazionale di Torino. Togliendo occasione dal funestissimo incendio che ha imperversato testè nella maggiore biblioteca torinese distruggendo o irremissibilmente danneggiando tanti cimelii artistici e paleografici, il Socio Cipolla propone che dall'Accademia nostra si faccia un voto a S. E. il Ministro della P. I. affinchè siano integralmente riprodotti con la fotografia i più preziosi testi a penna esistenti a Torino e nel Piemonte. La proposta, che unanimamente si delibera d'inviare a S. E. il Ministro dell'I. P. è formulata nei seguenti termini:

L'incendio che nella notte fra il 25 e il 26 gennaio p. p. così gravemente danneggiò antichissimi Codici della Biblioteca Nazionale, fa pensare quanto sia proficuo alla scienza, e quanto sia doveroso per noi l'assicurare ai nostri posteri, per mezzo

Digitized by Google

della riproduzione fotografica, tesori di sì alto valore paleografico e artistico, storico e letterario, religioso e civile.

Pur troppo, per quanto siano accorte le cure umane, il tempo e la natura finiscono per aver ragione dei venerandi monumenti dell'antichità. Noi dobbiamo fare ogni sforzo affinchè questa preziosa eredità degli avi nostri sia tramandata per quanto è possibile intatta a chi verrà dopo di noi, bisognoso ancora di estrarne ammaestramenti. Se in via ordinaria basta la riproduzione dei manoscritti per mezzo della stampa, questo spediente diventa inadeguato allorchè si tratta di quei cimelii nei quali la forma esterna ingrandisce il valore del contenuto, o la cui lezione non è mai sufficientemente studiata e chiarita.

La riproduzione sistematica dei più celebri manoscritti si va quindi dovunque adottando, e, specialmente fuori d'Italia, pubblicazioni di tal fatta si eseguiscono di continuo. Alcune di tali pubblicazioni da varî anni in qua si vanno facendo e preparando anche in Italia.

L'Accademia delle Scienze pensa di adempiere il dover suo segnalando a S. E. il Ministro della P. I. il bisogno che qualche cosa si faccia per questo scopo anche in Piemonte, dove, non ostante il funesto recentissimo incendio, si ha ancora la fortuna di possedere non pochi cimelii così preziosi. Non solo a Torino, ma anche in altre città della regione piemontese, a Ivrea cioè ed a Vercelli, essi formano sempre l'orgoglio degli studiosi. L'Accademia quindi richiama l'attenzione di S. E. il Ministro sopra di questo gravissimo argomento, pronta a cooperare all'attuazione di tali lavori, per quanto le forze ad essa sopperiscono, colla sua cooperazione scientifica.

Il Vice-Presidente Boselli, convinto che il Ministro si rivolgerà per l'attuazione del disegno all'Accademia nostra, che ha nel suo seno persone competenti a dirigere un'impresa siffatta, invita il Socio Cipolla ad indicare sin da ora quali manoscritti a lui sembrino dover ottenere la precedenza nella riproduzione fotografica. Prendono la parola nel medesimo senso anche i Soci Ferrero, Chironi, De Sanctis e Renier. Il Socio Cipolla, nel mentre dichiara di non fare che una scelta in via provvisoria, crede di dover segnalare anzitutto come prezio-

Digitized by Google

sissimi e quindi da riprodursi prima degli altri i seguenti manoscritti:

1. Il Codice Teodosiano d'Ivrea.
2. Le Leggi Longobarde d'Ivrea.
3. L'Evangeliario di Vercelli.
4. L'Evangeliario k di Torino.
5. Il San Cipriano di Torino.
6. Il Lattanzio di Torino.
7. Le miniature del Teodoreto di Torino.

Raccoltasi la Classe in seduta privata, si procede alla nomina della Commissione per il premio Gautieri di Storia (anni 1901-1903) e riescono eletti i Soci Cipolla, De Sanctis e Savio.

Digitized by Google

LETTURE

L'originale di un diploma di Sinibaldo vescovo di Padova.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

L'illustre Prof. A. Gloria — di cui mi onoro d'essere stato discepolo, ben oltre a trent'anni or sono, all'Università di Padova — nel suo *Codice diplomatico Padovano* dal 1101 al 1183, dopo aver pubblicato la bolla di Calisto II, 1° maggio 1123, riguardante il monastero di S. Maria di Praglia, stampò (I, 116, n° 140) anche il privilegio con cui Sinibaldo, vescovo di Padova, addì 5 luglio 1124, concesse detto monastero all'abbazia di S. Benedetto da Polirone (I, 126-7, n° 155). Ma nel mentre per la bolla di Calisto II egli si potè giovare dell'originale, non ebbe a sua disposizione che una copia del sec. xv per il diploma di Sinibaldo.

Il diploma vescovile suddetto si trova trascritto anche nel Cartario Polidorense, della fine del sec. xv, nella Biblioteca Comunale di Verona (Ms. n° 736, fil. 20 *recto*). Di tale Cartario esiste una copia, presso a poco contemporanea, presso il Prof. Federico Patetta, dell'Università di Modena.

Mentre ero intento ad altre ricerche, ne trovai casualmente l'originale fra le antiche e preziose pergamene di S. Benedetto da Polirone, presso l'Archivio di Stato di Milano. Il conte Ippolito Malaguzzi, direttore dell'Archivio di Milano, aveva richiamata gentilmente la mia attenzione sull'indicata raccolta.

Il testo dell'originale non è sostanzialmente diverso da quello edito dal Gloria. Ciò ripetasi anche per il protocollo. Ma affatto diverso è l'escatocollo. Nel testo a stampa mancano infatti tutte le sottoscrizioni dei prelati, che presenziarono alla donazione. Manca anche il monogramma " Jonas ", che precede la firma del notaio, il quale portava appunto tal nome. Detto monogramma è costituito sulla base di un grande *N*, la cui parte

Digitized by Google

anteriore è tagliata così da dar luogo ad una *A*. Sui due vertici superiori della *N*, stanno rispettivamente le due lettere *O* e *S*.

Per quest'epoca possediamo nel *Codice* del Gloria altre firme di ecclesiastici padovani. Confrontando la nostra lista dei prelati con quella che troviamo nella donazione fatta dai canonici di Padova, 28 novembre 1122 (1), c'è corrispondenza quasi perfetta. Nel nostro troviamo in più il suddiacono Uberto. Oltre a ciò Viviano ch'era accolito nel 1122, comparisce come prete nel 1124.

La parte inferiore della pergamena, lasciata vuota, ricevette l'impressione del sigillo ora abraso. La ordinaria interpunzione dell'originale è il punto fermo. Solo di rado si ha il punto sormontato da una lineetta o virgola.

1124, luglio 5; Padova.

Sinibaldo, vescovo di Padova, concede il monastero di Praglia ad Erimanno abbate di S. Benedetto di Polirone. Il monastero di Praglia riceverà l'abbate da Polirone, e presterà obbedienza al vescovo di Padova. Vieta a sè stesso e ai suoi successori di togliere alcun diritto al monastero indicato.

☧ In nomine domini Dei et hominis. Anno incarnationis eiusdem millesimo centesimo vigesimo quarto, mensis iulij die quinta, indicione secunda. Cum rectores ęcclesiarum semper religionis instantiam augere, atque in meliorem statum, quanto divinitus eis conceditur, debeant reducere, negligentię reus arguitur, qui prelatus hoc facere non nititur. Quam rem Nos Sinebaldus paduanus episcopus, licet indignus, mente perpendentes, pro amore Dei, cuius opus esse credimus, ac remissione peccatorum nostrorum, et pro amore domni pape Calixti, cuius nichilo minus voluntatem cognovimus, monasterium Prataliense, in nostro episcopatu situm, dilectissimo patri nostro domno Herimanno venerabili abbati sancti Benedicti super Padum, suisque successoribus catholicis, communi consilio fratrum, ad religionis instituendę observantiam concedimus, et presenti scripto confirmamus, salvo iure nostro et successorum nostrorum episcoporum catholicorum, ita sane ut a nobis et a cęteris Paduanis, qui pro tempore fuerint, episcopis, chrisma, oleum sanctum, consecrationes, ordinationes, abbatis benediciones, et cętera episcopalia,

(1) Gloria, Op. cit., I, 107, doc. n° 131.

Digitized by Google

gratis et sine pravitate conferantur. Qui nimirum abbas de religioso sancti Benedicti monasterio semper assumetur. Is etiam Paduano episcopo sicut proprio pastori debitam semper obedientiam conferat, ad capitula generalia et ad alias necessarias ęcclesiasticas utilitates, ad dandum consilium et auxilium sine exactione, si vocatus fuerit, suam presentiam exhibeat, nisi iustam habeat excusationem, salvo in omnibus ordine suo. Et ne religiosa militia turbetur, sed sine inquietudine Dei servitiis vacare valeat, hoc quoque presenti addimus concessioni, ut neque nobis neque ulli ex successoribus nostris aliquo in tempore liceat quicquam de rebus temporalibus prefati monasterii abbate per violentiam auferre, vel eo invito extorquere, vel exigere, nise sponte et karitative aliquid impendere voluerit. Ut autem huius concessionis series a nobis esse formata credatur, et ut plenarie corroboretur, duas sub uno tenore paginas per manum publici tabellionis scribi, ac proprii sigilli impressione muniri iussimus.

Ego Grimaldus presbiter ss. Ego Ubertus prior de Salvia ss. Ego Ubertus presbiter mm. ss. Ego Vivianus presbiter mm. ss. Ego Milo diaconus ss. Ego Nicolaus mm. diaconus ss. Ego Walengus subdiaconus ss. Ego Torengus subdiaconus (1) mm. ss. Ego Ubertus subdiaconus ss. Ego Lemizo subdiaconus mm. ss.

(M) Jonas causidicus necnonque tabellio dictus

Lumine que vidi, bis scripsi, menteque fixi.

Numerose sono le sottoscrizioni in versi del causidico Giona. Dai documenti editi dal Gloria appare che egli rogava dal 1120 (I, 96; n° 117) al 1150 (I, 395; n° 542). Molte delle sue firme sono in versi, ch'egli amava più o meno variare. L'uso di sottoscrivere in versi non è speciale a Giona; fu seguìto anzi da vari notai padovani, come il Gloria stesso osservò (op. cit., prefazione, pp. XCV-XCVI).

(1) Parola aggiunta nell'interlinea di prima mano.

Digitized by Google

Relazione intorno alla Memoria del Dr. Giovanni Collino, intitolata: *La politica fiorentino-bolognese dall'avvento al principato del Conte di Virtù alle sue prime guerre di conquista.*

Il periodo storico studiato dal Prof. Dr. Giovanni Collino va dal momento in cui Gian Galeazzo Visconti comparisce nella storia italiana, ancorchè in posizione subordinata di fronte allo zio Bernabò, fino alla rovina di quest'ultimo, e al principio della fortuna del nepote. Il Collino si propose in questo lavoro di spiegare l'origine della potenza di Gian Galeazzo, prima della sue guerre di conquista nella regione Veneta, le quali lo incoraggiarono poscia a gettarsi nei conflitti di Toscana.

Nei primi anni del suo governo, Gian Galeazzo fece una politica dimessa. Ma anche allora la sua politica si incontrò subito con quella della Repubblica fiorentina, la quale gli fece fallire il progetto di matrimonio con Maria di Sicilia. L'impresa del Durazzese contro Napoli offerse poi una buona occasione a Bernabò e a Gian Galeazzo Visconti per farsi valere in Toscana. Le imprese brigantesche delle Compagnie di ventura, e quindi le vicende susseguenti allo scoppio dello Scisma Occidentale, intricarono di più in più l'imbrogliata matassa della politica italiana. E quando il Sire di Coucy fece la sua celebre calata in Italia, Firenze tentò di collegarsi col Conte di Virtù. Questi stava rafforzando le sue buone relazioni con Bologna e colle città di Toscana, allorchè Bernabò cadde, vittima sia degli errori e delle iniquità proprie, sia della furberia del nepote. Quest'ultimo, nella nuova posizione in cui venne a trovarsi quale signore di Milano, proseguì le pratiche d'alleanza già aperte con Bologna e colle terre di Toscana, desideroso di aver mano nelle cose dell'Italia centrale, ancorchè le sue dichiarazioni suonassero diversamente. Il conflitto di Firenze col signore di Urbino e quello di Bologna col signore di Faenza gli davano occasione per progredire sempre più arditamente su questa via. Pensò

Digitized by Google

Firenze a comporre matrimonio tra Ladislao di Durazzo e Valentina Visconti. Ma nulla se ne fece. I tempi frattanto avanzavano, e con essi andava rapidamente crescendo la potenza di Gian Galeazzo. Anche nell'Italia centrale si cominciava a sentire il contraccolpo della guerra Friulana. Si mostravano ormai i vasti disegni del giovane, ardito e possente Visconti.

Il Collino trattò di questi argomenti, che aprirono a Gian Galeazzo la via della Romagna e della Toscana, giovandosi non solo delle pubblicazioni a stampa, ma pur anche di un amplissimo materiale manoscritto da lui raccolto specialmente nell'Archivio di Stato di Firenze. Il numero e il valore dei documenti fiorentini che il Dr. Collino usufruì costituiscono il pregio precipuo della sua dissertazione.

Di essa i sottoscritti propongono la lettura alla Classe.

E. Ferrero,
C. Cipolla, *relatore*.

---

ff. di Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Digitized by Google

PREMII DI FONDAZIONE GAUTIERI

L'Accademia Reale delle Scienze di Torino conferirà nel 1904 un premio di fondazione Gautieri all'opera di storia politica e civile in senso lato, che sarà giudicata migliore fra quelle pubblicate negli anni 1901-1903. Il premio sarà di L. 2500, e sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i membri nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in italiano.

Gli autori, che desiderino richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa. Essa però non farà restituzione delle opere ricevute.

Torino — Vincenzo Bona Tipografo di S. M. e Reali Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

5-85

4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 7ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Febbraio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA e CAMERANO, Segretario. — Scusa l'assenza il Socio SALVADORI, Direttore della Classe.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente annunzia la morte del Socio comm. ing. Giacinto BERRUTI, avvenuta il giorno 11 corrente; con sentite parole ricorda ai Soci le virtù ed i meriti del compianto collega, e incarica il Socio GUIDI della commemorazione per le pubblicazioni accademiche.

Il Presidente rende conto dei funerali, che ebbero luogo la mattina del 14 febbraio e che riuscirono una ben degna dimostrazione di stima al defunto. Al Camposanto il Presidente ed il Vice Presidente diedero l'ultimo saluto alla salma:

Il Presidente disse:

Nel breve giro di poco più di un anno è la terza volta che la pallida morte batte con non equo piede alla porta dell'Accademia delle Scienze di Torino: dopo Alfonso COSSA, Bernardino PEYRON; ed ora Giacinto BERRUTI.

Digitized by Google

La non grave età di 67 anni, la robusta fibra, ci davano affidamento che egli avrebbe facilmente avuto ragione del malessere che da alcuni mesi lo aveva invaso; ma la morte è giunta improvvisa la notte degli 11, poche ore dopo che egli era rientrato a casa dalla solita passeggiata. La morte è stata forse pietosa con lui, risparmiandogli una lunga agonia; ma non col nostro scientifico sodalizio, privandolo di uno de' soci più autorevoli.

Giacinto Berruti apparteneva all'Accademia sin dal 1871, quando aveva non più di 34 anni. Egli era allora ingegnere di 1ª classe nel Corpo delle miniere, aveva già adempiute due missioni all'estero, impiantata l'officina delle Carte-valori, e tenuta la direzione tecnica della Tassa sul macinato; poco di poi fu nominato Ispettore generale delle Finanze, ma presto assunse la direzione del Distretto minerario di Torino e quella dell'Officina predetta, la quale ultima tenne con gran lode sino al passato dicembre. Fu nell' 80 che dalle Miniere passò alla direzione del R. Museo industriale italiano, dalla quale si ritirò pochi anni or sono. Diresse anche per alcun tempo la Scuola d'ingegneria al Valentino.

Dalla prima gioventù l'intelligentissimo astigiano si era fatto notare per vigore d'ingegno, per energia di carattere, per spiccata attitudine ad organizzare ed amministrare. Perciò fu assai pregiato e sostenuto da Quintino Sella, che il Berruti ricambiò di un vero culto; perciò ebbe affidati dal Governo rilevanti incarichi nelle cose dei lavori pubblici, dell'agricoltura e dell'industria, nelle Esposizioni mondiali di Parigi e di Londra, e non gli mancarono notevoli onorificenze italiane ed estere. Fu anche più di una volta eletto a Consigliere comunale di Torino e di Asti.

Negli " Atti „ della nostra Accademia pubblicò parecchie note sulle ruote dentate, su un termodinamometro, sui cicloni, sui vettori: l'ultima " *Dante e la Meteorologia* „ è del corrente anno accademico. Ma la mente colta e vasta di Giacinto Berruti non è tutta nelle sue poche pubblicazioni: l'indole sua era più incline a fare che a scrivere, e il suo perspicuo ingegno più pronto all'analisi ed alla critica che alla sintesi. Insofferente di discussioni, gli si era fatta intorno una riputazione di eccessiva severità, la quale gli fruttò anche immeritate traversie, mentre non

Digitized by Google

rispondeva all'intimo suo essere, che era di un uomo buono e di un amico fedele.

Ma noi, suoi colleghi e suoi antichi e convinti estimatori, noi salutiamo con dolorosa riverenza e con cuore commosso la sua salma esanime. Riposi in quella pace che cercava, e la sua memoria sia onorata e custodita da tutti coloro che, come noi, riconobbero i suoi alti meriti e le salde virtù dell'integro animo suo.

Il Vice Presidente disse:

Giunto in questo istante da Roma a rendere, con viva commozione, l'estremo tributo di compianto e d'amicizia, tenterei invano, davanti al feretro di Giacinto Berruti, di esprimere i ricordi che si affollano nell'animo mio. Essi mi richiamano a Roma, dove, con meriti preclari, il Berruti esercitò, presso la sede del Governo, elevate funzioni: essi appartengono ad istituti che sono in Torino testimonianza di studi vigorosi, argomento di pubblica utilità.

L'illustre Presidente dell'Accademia delle Scienze, effigiando testè, con vera e viva eloquenza, il Collega perduto, rammentava quanto Egli fosse prediletto a Quintino Sella. Ed io nella intimità del Sella il conobbi, e ancora mi pare d'intendere quell'Uomo insigne quando nel cerchio degli amici giudicava il Berruti come uno dei più forti ingegni da Lui conosciuti. Laonde gli venne affidando missioni ardue e gelose nel servizio della pubblica cosa o nella ragione degli studi e seco il volle partecipe di ponderosi lavori e di sagaci avvedimenti, allorchè in Basilea trattò il riscatto delle strade ferrate italiane, prima soggette al capitale e all'influenza degli stranieri.

Giacinto Berruti, direttore del nostro Museo industriale, con magistero scientifico, coll'intuito dei nuovi destini dell'ingegneria e dell'industria, ringagliardì, ampliò gli insegnamenti che esistevano, e ne costituì altri, che resteranno ad asserire, colla loro impronta durevole e sicura, l'efficacia del suo pensiero e del suo volere.

A Lui commise il Sella di instaurare l'Officina per le carte valori, ordinando questo servizio di Stato con criteri e discipline industriali. L'Officina mirabilmente fiorì, recando largo be-

Digitized by Google

nefizio per l'erario e notabili risultamenti per l'arte e per l'abilità produttrice.

Il Berruti scelse e formò una falange di operai e d'operaie educata a rara diligenza di lavoro e nel delicato maneggiar di tanti valori così esemplarmente integra e fida, che rivivrà sempre chiara e onorata la fama di Giacinto Berruti nelle immutabili tradizioni di perizia e d'onestà, che sono proprie dell'Officina torinese. Che se nel severo governo apparivano a tratto a tratto rigidi i modi e reciso il discorso, uso alle prontissime risposte, gli operai dell'Officina conoscevano bene quale fosse sinceramente l'animo del loro Duce.

Io rammento il giorno dell'estate trascorsa, quando nella festa dei fraterni sodalizi, delle giuste conquiste e delle speranze dei lavoratori, a Lui benchè lontano e poco propenso ai voti di nuove riforme, si volse schietto ed echeggiante il saluto dei suoi grati e affettuosi operai. E in quest'ora d'immenso lutto, in questo campo dell'addio supremo, io li vedo al mio fianco lagrimanti e vedo i fiori che le fanciulle operaie gettano sopra questa fossa. Mentre l'Uomo austero scende sotterra, insieme con la lode della scienza, col vale dell'amicizia, l'accompagna il dolore profondo di coloro ch'egli indirizzò e avvalorò nelle vie del lavoro, il dolore verace di antichi artefici, di anime giovanili.

Il cuore del popolo vale meglio d'ogni splendore di onoranze o di discorsi. E al cuore di questo popolo, che qui intorno palesa il proprio cordoglio, s'unisce l'animo di quanti dalle scuole rette dal Berruti, dagli istituti da lui promossi attinsero lume di sapere, e stimoli di fruttuosa operosità; s'uniscono, per bocca mia, le popolazioni di questa nostra Provincia, che tanto fa e tanto spera nel rinnovamento dell'energia nazionale cui il Berruti dedicò studi ed azione: si unisce in ispecie questa Metropoli dove sorgono, con singolare vantaggio per l'incremento della pubblica fortuna e del lavoro, e dove sono tenuti in tanto pregio i due istituti dei quali il Berruti fu capo.

Lui fortunato che per essi potè spendere validamente tanta parte della sua nobile vita. E auguriamo alla patria uomini che al pari di Lui riescano a giovarle, dedicando il loro ingegno e la loro attività in opere di tanto rilievo, quali sono quelle

Digitized by Google

cui Egli intese per il dominio della scienza e per lo sviluppo della produzione nazionale.

In seguito il Presidente legge una lettera del notaio Bastone di Torino, colla quale annunzia che il compianto Socio Giacinto Berruti ha fatto un legato di lire ventimila all'Accademia delle Scienze di Torino.

Il Presidente toglie la seduta in segno di lutto.

Digitized by Google

LETTURE

Trasformazioni delle amidi negli alcoli primari corrispondenti.

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

I signori L. Bouveault e G. Blanc incominciano una loro recente nota: *Préparation des alcols primaires au moyen des amides correspondantes* (1) colle parole seguenti:

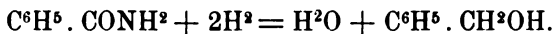
" La facilité avec laquelle les acides, à l'état d'éthers, sont réduits en àlcools dans les conditions que nous avons indiquées (2) nous a amenés à nous demander s'il n'en serait pas de même si ces acides étaient à l'état d'amides.

" La réduction des amides a été étudiée par M. Guerbet (3) qui opérait au moyen du sodium dans l'alcool amylique. M. Guerbet ne mentionne que la formation d'amines ".

Da questa chiara introduzione risulterebbero, secondo gli egregi autori, due cose: 1° Che nessuno prima del sig. Guerbet e di loro ha tentato la trasformazione delle amidi in alcoli; 2° che fu la trasformazione degli eteri in alcoli, per riduzione, effettuata dai sigg. Bouveault e Blanc nel 1903, che fece nascere in loro l'idea di ridurre le amidi in alcoli.

Ma tutto questo non è conforme al vero.

Nel luglio 1874 io pubblicai una nota: *Trasformazione della benzamide in aldeide ed alcole benzoico* (4). Io effettuai questa trasformazione impiegando l'amalgama di sodio:

$$C^6H^5 . CONH^2 + 2H^2 = H^2O + C^6H^5 . CH^2OH.$$

(1) " Comptes Rendus ", 1904, t. CXXXVIII, p. 148.

(2) " Comptes Rendus ", 1903, t. CXXXVI, p. 1676 e CXXXVII, p. 60.

(3) " Bull. Soc. Chim. ", (3), 1899, XXI, p. 755 e 778.

(4) " Annali dell'Istituto Tecnico di Livorno ", 1874; " Gazz. Chimica Ital. ", 1874, pag. 465; " Berichte ", 1874, VII, 1462. Questa mia breve nota trovasi riassunta anche in pregevoli trattati, quale ad esempio nel bellissimo *Lehrbuch d. org. Chem.* di V. Meyer e Jacobson.

Digitized by Google

In quel lavoro io ebbi cura di ricordare molte azioni riduttrici scoperte da altri, ma che non si riferivano alle amidi, quali le ricerche di Scheurer-Kestner, Berthelot, Meyer e Stüber, ecc.; ricerche che avrei potuto anche non citare, perchè non si riferivano al mio lavoro. Ma è tanto in me lo scrupolo di dare ad ognuno il suo, che potrei passare persino come meticoloso.

Allora avevo pensato anche di ridurre l'asparagina in acido ossibutirrico normale $\begin{matrix} CH^2 . CH^2OH \\ | \\ CH^2 . COOH \end{matrix}$, ma alcune esperienze infruttuose mi fecero abbandonare l'argomento. In altre condizioni forse la reazione potrebbe riuscire.

Questo mio lavoro giovanile, che avrei proseguito se altre ricerche e vicende varie me lo avessero permesso, fu continuato dal sig. Hutchinson (1), il quale confermò le mie ricerche e le generalizzò nella serie aromatica per quelle amidi che, come la benzamide contengono il gruppo $CONH^2$ attaccato al nucleo centrale. Egli trasformò la salicilamide $C^6H^4{}^{OH}_{CONH^2}$ in saligenina $C^6H^4{}^{OH}_{CH^2OH}$ e la toluilamide $C^6H^4{}^{CH^3}_{CONH^2}$ in alcool toluico $C^6H^4{}^{CH^3}_{CH^2OH}$; non riuscì a trasformare la fenilacetamide

$$C^6H^5CH^2 . CONH^2 \quad \text{in alcool} \quad C^6H^5CH^2 . CH^2OH.$$

Le ricerche di Hutchinson furono fatte nel laboratorio di Em. Fischer, il quale anzi (2), tentando la riduzione delle amidi alifatiche coll'amalgama di sodio ottenne risultati negativi. Egli ricorda le mie prime ricerche, quelle di Hutchinson che si facevano nel suo laboratorio e quelle fatte pure nel suo laboratorio da Marx (3) che trasformò la trimetilgallamide

$$(CH^3O)^3C^6H^2 . CONH^2 \quad \text{nell'alcool} \quad (CH^3O)^3C^6H^2 . CH^2OH.$$

Il sig. Rud. Scheuble (4) in un lavoro sulla riduzione delle

(1) " Berichte ", 1891, XXIV, p. 173.
(2) " Berichte ", XXIII, p. 933.
(3) Marx, " Annalen ", 263, p. 249-259.
(4) " Monatsh. ", 1903, XXIV, p. 623.

Digitized by Google

amidi grasse di acidi bibasici in glicoli, ricorda il mio lavoro, quello di Hutchinson ecc.

Guerbet (1) nel 1899 riuscì a trasformare alcune amidi alifatiche (acetamide ecc.) non in alcoli, ma bensì in amine:

$$CH^3CONH^2 + 2H^2 = CH^3CH^2NH^2 + H^2O.$$

Reazione che in altro modo era stata tentata da Seifert (2).

Emerge chiaro da tutto ciò che non si può più incominciare una nota proponendosi il problema della riduzione delle amidi in alcoli, senza tener conto de' lavori precedenti; da lungo tempo ciò è dimostrato per le amidi cicliche col gruppo $CONH^2$ attaccato al carbonio centrale (Guareschi, Hutchinson, Marx); ma si dovrebbe semplicemente dire: tentiamo di trovare le condizioni sperimentali per ridurre *anche* le amidi alifatiche negli alcoli corrispondenti.

Tutto ciò nulla toglie al merito delle ricerche sperimentali dei signori Bouveault e Blanc; ma è bene che sia fatta almeno un poco di giustizia anche pei vecchi lavori.

Torino, R. Università, febbraio 1904.

---

(1) " Bull. Soc. Chim. ", (3), XXI, p. 755 e 778.
(2) " Berichte ", XVIII, p. 1357.

Digitized by Google

Sul comportamento dell'ossido di carbonio nell'organismo.

Nota 2ª di PIERO GIACOSA (1).

L'azione farmacologica dell'ossido di carbonio è stata sopratutto studiata facendo respirare il farmaco sia puro, sia diluito: trattandosi di una sostanza gassosa si comprende l'adozione di questo metodo. Non mancano però degli esperimenti in cui l'ossido di carbonio si introdusse per altre vie, per esempio direttamente nel sangue o nel tessuto sottocutaneo; in tutti questi casi la tossicità del farmaco, che pure si assorbe (2), apparve molto minore o nulla.

Questo fatto non pare essere stato preso in considerazione sufficiente dai farmacologi nel definire l'azione farmacologica dell'ossido di carbonio: la dottrina emessa per la prima volta dal Bernard, che consiste nell'ammettere che l'ossido di carbonio agisca essenzialmente per il fatto di sostituirsi all'ossigeno del corpuscolo rosso, è ancora quella dominante nelle scuole e nei trattati.

Facendo respirare l'ossido di carbonio o puro o diluito con aria, la morte avviene in un momento in cui il sangue contiene ancora una proporzione notevole di ossiemoglobina. Se invece si fa gorgogliare ossido di carbonio puro nel sangue al di fuori dell'organismo, questo liquido si satura del gas e non contiene più ossiemoglobina, ma solo carbossiemoglobina (3).

Ho voluto sperimentare come si comportassero gli animali a cui senza fare inalare ossido di carbonio si sostituiva al loro sangue normale, una quantità eguale o maggiore di sangue omogeneo saturo di questo gas. Esperimenti consimili si trovano

(1) V. " Atti della R. Accad. d. Scienze ", vol. XXXVIII, 14 giugno 1903.

(2) Benedicenti, " Giorn. della R. Acc. di med. di Torino ", vol. VII, anno LXIV (1901).

(3) Hüfner, " Archiv für exp. Pathol. u. Pharmakol. ", 48, pag. 87-99.

Digitized by Google

già citati qua e là. Benedicenti e Treves (1) avevano sottratto ad un cane più della metà del suo sangue sostituendolo con altrettanto saturo di CO; ma io spinsi il salasso fino agli estremi limiti compatibili colla vita.

Ecco come io procedevo: sceglievo un cane di peso elevato e gli sottraevo una quantità di sangue maggiore di quella che avrei avuto a trasfondere nel cane da dissanguarsi; questo sangue si defibrinava rapidamente, poi vi si faceva passare per mezz'ora una corrente di gaz ossido di carbonio puro, ben lavato, esente da anidride carbonica: il sangue in questo frattempo si manteneva a 38°.

Prendevo poi un cane piccolo, da 5 a 6 chili, mettevo a nudo la carotide e la giugulare dello stesso lato; nella giugulare assicuravo una cannula destinata alla trasfusione, da iniziarsi appena terminato il salasso e scomparso il pulsare dell'arteria. Un'altra cannula nella carotide serviva a dissanguare l'animale. Il sangue così raccolto fino all'ultima goccia si riceveva in un recipiente tarato e si pesava rapidamente per conoscere l'entità del salasso. La quantità di sangue trasfuso era ordinariamente superiore a quella del sangue sottratto, che raggiungeva dal 66 al 70 % della quantità totale del sangue dell'animale ragguagliata ad $^1/_{14}$ del suo peso.

Quando si opera rapidamente, l'esperimento procede senza alcun inconveniente; il cane dissanguato fino a esser vicino a morire si rià istantaneamente; polso, respiro ricompaiono; in pochi minuti l'animale riappare normale, come se avesse ricevuto sangue normale, e spesso accade che slegandolo dopo terminata l'operazione, esso scenda da sè a terra e percorra la camera scodinzolando.

Non si osservano nè immediatamente nè più tardi sintomi gravi di alcuna natura: la temperatura può scendere di due gradi o più immediatamente dopo la trasfusione e risale poi in poche ore alla normale; il polso per lo più si accelera grandemente e nello stesso periodo torna alla normale. Il sensorio è illeso, il cane si muove e cammina normalmente, quantunque

---

(1) Mosso ed altri, *La respirazione nelle gallerie*. Milano, Frat. Treves, pag. 79.

Digitized by Google

appaia stanco e si accovacci volentieri; spesso ha delle scosse generali come di brividi.

Si osserva di solito una copiosa diuresi; in un caso vi fu pure diarrea; ma trattandosi d'un cane avventizio non è detto che non fosse già diarroico prima. Nelle urine non si ha albumina nè zucchero.

Il giorno seguente all'operazione il cane si mostra normale e mangia volontieri. Ecco tutti i fenomeni che conseguono alla introduzione nel corpo di una quantità così ingente di sangue ossicarbonico.

L'eliminazione dell'ossido di carbonio dal sangue in questi animali ha luogo assai rapidamente. In un cane di 5,5 chili sottrassi 260 cc. di sangue, e li sostituii con 450 di sangue saturo di CO. Un'ora dopo l'injezione nel suo sangue trattato coi riducenti incominciava già a scorgersi la formazione della stria unica. Sull'andamento dell'eliminazione dell'ossido di carbonio in queste condizioni riferirò in un'altra nota. Qui ora registro i particolari sommarii delle esperienze da me fatte, dalle quali appare evidente la assoluta innocuità dell'ossido di carbonio quando è legato alla sostanza colorante nel sangue.

1. — 2 maggio. Cane di gr. 5500. Prima dell'esperimento polso 112, T. rett. 39°. Si raccolgono 260 gr. di sangue dalla carotide (66 °/₀), si trasfondono 540 di sangue ossicarbonico. Appena terminata la trasfusione il cane cammina a tutta prima barcollando, poi in modo normale. Emette feci ed urina. Polso, 10 minuti dopo la trasfusione, 200, temp. rettale 36°.6. L'animale trema.

Quattro ore dopo, la temp. è risalita a 39°.1, il polso a 110, rimangono costanti le condizioni dell'animale, che riposa, mangia, ed emette molta orina. Continuano i tremiti fibrillari tratto tratto anche nel giorno consecutivo alla esperienza. La temp. rimane sempre costante a 30°.1.

2. — 4 maggio. Cane di 5000 gr. Prima dell'injezione temp. 39°.1, polso 62, resp. 26. Si fa un salasso di 245 gr. = 67 °/₀ del sangue. Si injettano 265 gr. di sangue ossicarbonico. L'operazione finita il cane è vispo, percorre diverse camere del laboratorio, poi si accovaccia come stanco, e trema per qualche minuto; si rialza di nuovo; il sangue che geme dalla ferita è ossicarbonico. Temperatura, mezz'ora dopo la trasfusione 37°.8, polso 98.

3. — 6 maggio. Stesso cane della 1ª esperienza. Si sottraggono 260 gr. di sangue (66 °/₀), si sostituiscono con 450 di sangue saturo

Digitized by Google

di CO. Durante la trasfusione il respiro si sospende, ma colla respirazione artificiale il ritmo riprende tosto: polso 108; l'animale è normale: non lo si slega perchè si procede ad un'altra esperienza.

4. — 19 maggio. Cane di gr. 5500. Si trasfondono, previo salasso, 275 gr. di sangue ossicarbonico (75 %). Il cane ha i soliti tremiti, si accovaccia. Dopo qualche ora appare affatto normale.

5. — 22 maggio. Cane di gr. 8450. Molto vispo e ribelle, si lega, si prende la pressione: 99 mm.; polso 114, resp. 12. Si pratica un salasso di gr. 437 (70 %), alla fine del salasso il polso è scomparso e il respiro sospeso, la pressione scesa a 0". Si trasfondono immediatamente 500 gr. sangue saturo di CO per la giugulare opposta. Il cane si è rimesso, 10 minuti dopo la trasfusione la pressione è salita a 109; il polso è frequente, 150, ma regolare; respiro calmo, 12. Il seguito di quest'esperienza si riferisce più sotto.

Gli animali che hanno la quasi totalità del sangue saturato da ossido di carbonio mostrano una resistenza grandissima all'azione di questo gaz introdotto per i polmoni. Anche questo fatto era già stato intravisto da parecchi autori, senza che vi abbiano tuttavia attribuito l'importanza che gli spettava (Pokrowski, Klebs, Benedicenti, Treves ed altri). Questa resistenza è tale che si può fare inalare agli animali ossido di carbonio puro, non diluito con aria, per parecchi minuti, senza produrre la morte, che in simili casi sopravviene quasi subitanea. Riporto qui alcune esperienze.

6. — 6 maggio. Stesso cane della esperienza n. 3. Pochi minuti dopo trasfusogli sangue ossicarbonico senza slegarlo dal tavolo gli si accosta alla bocca una canna di vetro da cui esce un getto di CO puro, avendo cura che contemporaneamente respiri ancora aria: l'animale non si agita, anzi è più tranquillo; polso 200. Tremiti. Dopo 6' (alle ore 16.24) essendo passati 600 cc. di ossido di carbonio il cane pare addormentato; il polso è sempre frequentissimo, 166. Il respiro diventa superficiale: persiste il riflesso corneale. Si sospende alle 16.30 l'inalazione d'ossido di carbonio, poi si stacca l'animale che giace inerte per otto minuti; poi comincia a reagire agli stimoli. La pupilla è normale. Alle 16.53 il polso è disceso a 100; l'animale trema, ma è cosciente. Lo si rimette sul tavolo poco dopo per medicargli la ferita da cui geme un poco di sangue (che allo spettroscopio si dimostra ossicarbonico); il cane si lagna, resiste, si irrigidisce sulle zampe, abbaia. Cucita la ferita e lasciato a sè l'animale, alle 17.10 cammina, ma appare stanco. Il giorno seguente è d'aspetto normale.

Digitized by Google

7. — 22 maggio. Questa esperienza fa seguito immediato a quella del n. 5. Dieci minuti dopo trasfuso il sangue ossicarbonico, alle ore 11.50, introduco in una narice del cane che è sempre legato per prendere la pressione, una canna di vetro da cui esce un getto di ossido di carbonio puro sotto debole pressione. L'altra narice è libera. Allorchè si inizia l'insufflazione, il polso è 166, regolare, il respiro 12, il tracciato respiratorio ben segnato; la pressione 100.3 mm. L'animale non reagisce al gaz; continua nello stato normale per più d'un minuto: allora rapidamente la pressione s'abbassa e alle 11.51.40, cioè 1',40" dopo che inala l'ossido, scende a 62, mentre nulla è alterato nel ritmo nè nella ampiezza del polso.

Raggiunto questo punto la pressione risale alquanto: si continua l'insufflazione dell'ossido di carbonio: si osserva allora che il respiro tende a farsi debole e superficiale, mentre il polso è più raro e più ampio. Le alterazioni del respiro si seguono rapidissime e temendosi un arresto alle 11.52' e 22" si sospende la inalazione. La pressione in questo momento è a 63 mm. L'animale respira lentamente e debolmente aria pura, il polso torna al tracciato primiero: in capo a due minuti il polso è 140, la pressione 74, il respiro 22.

Si riprende allora l'insufflazione di CO: nuova rapida discesa della pressione fino a 39: nuovo rallentarsi e amplificarsi del polso, nuovo affievolirsi del respiro. Quando dopo 1',59" si allontana la canna dalla narice il polso non batte più se non ogni due o tre secondi e il respiro è quasi impercettibile. Liberato l'animale, in pochi secondi la pressione si rialza da 36 a 109, il cuore riprende a battere con maggior frequenza; l'onda sanguigna è molto alta; fra la diastole e la sistole nel tracciato è una distanza di 23 mm., mentre a cuore normale essa era di 3 a 4 mm. Il ritmo è ancora irregolare, come sono irregolari le pulsazioni rispetto all'ampiezza. Mentre il cuore accenna rapidamente a ristabilirsi, i disturbi respiratorî sono più persistenti. Dopo 4 minuti che il cane ha respirato aria pura, il tracciato del polso è eguale al primitivo normale, la frequenza è 122 e la pressione 129: ma il respiro è ancora debole. Tuttavia non si è mai ricorso in tutta l'esperienza alla respirazione artificiale. Quando, terminata l'esperienza, l'animale si slega, appare stanchissimo, si accovaccia, rabbrividisce, ma respira sempre meglio. L'indomani era normale.

In questa esperienza è da notarsi che il cane sopportò per parecchi minuti l'inalazione di CO senza che insorgessero i rapidi e violenti disturbi respiratorii e cardiaci che si osservano in casi consimili e con cani normali; che l'animale si riaveva tosto allontanato il veleno, e che perciò non morì malgrado la dose

Digitized by Google

forte di gaz respirato. I fenomeni tossici consistettero in un rallentarsi del respiro fino all'arresto: in un ritardare del polso che si fa più ampio come quando è notevolmente diminuita la tensione vasale: in un discendere rapido della pressione, la quale tuttavia raggiunto un limite minimo risale rapidamente. L'ossido di carbonio mostra di essere essenzialmente un veleno del centro respiratorio.

Riassumiamo ora i fatti fin qui esposti.

Nelle esperienze che ho riferito le condizioni furono sempre tali che il sangue che circolava negli animali trasfusi conteneva il 60-70 % di carbossiemoglobina. Ora è noto che al momento in cui un animale, che inala ossido di carbonio, muore, la quantità di carbossiemoglobina che circola nel suo sangue è molto minore (Dreser) quantunque non sia ancora stata determinata con sicurezza.

Basterebbe questa sola circostanza perchè sorgano legittimi dubbii sulla dottrina che interpreta l'avvelenamento per ossido di carbonio come una anossemia. Se un animale che si dissangua fino al limite ultimo raggiungibile, e a cui si sostituisce sangue che non ha più ossiemoglobina, ma solo carbossiemoglobina, non muore, ciò dimostra che non è la mancanza di quella porzione di ossigeno che fu sostituita dall'ossido di carbonio che lo avrebbe ucciso.

È da notarsi che l'injezione di sangue ossicarbonico fatta rapidamente per la giugulare non induce arresto del respiro, il quale anzi riprende allorchè s'era sospeso. Mosso, injettando per le carotidi sotto forte pressione e senza precedente salasso (1) sangue ossicarbonico, vide prodursi una lieve pausa respiratoria. Mosso si è messo in condizioni diverse dalle mie e produsse una forte pletora injettando ad un cane non salassato il quattordicesimo del peso del suo corpo in sangue; l'injezione si fece nel moncone periferico delle carotidi. Ad onta di ciò il disturbo fu affatto passeggero poichè in brevissimo tempo il centro respiratorio riprese tutta la sua funzionalità; quando invece insufflò ossido di carbonio in trachea osservò un arresto permanente. accompagnato da una rapida discesa della pressione e da progressivo rallentamento del cuore. Anche qui dunque si conferma

(1) *La respirazione nelle gallerie*, p. 285.

Digitized by Google

la regola che l'inalazione di ossido di carbonio induce la morte, mentre la trasfusione di sangue ossicarbonico è quasi innocua. È difficile che i pochi secondi durante i quali s'injetta ossido di carbonio in trachea bastino a dare una anossemia pari a quella del sangue saturo d'ossido di carbonio. Dopo 10″ dacchè insufflava CO nella trachea, Mosso vide già arrestarsi i movimenti respiratorii (1).

La teoria della anossemia solleva dunque fiere obbiezioni, il cui peso s'accresce ancora se si considera il fatto della aumentata resistenza all'ossido di carbonio inalato in quelli animali che abbiano già in circolo un sangue carico al 70 % di ossido di carbonio.

Come mai, se è l'asfissia che produce tutti i fenomeni dell'avvelenamento per CO un animale semiasfittico che si asfissia maggiormente non muore o muore solo dopo dosi grandissime? Perchè non c'è dubbio che prolungando l'inalazione di CO si possa davvero uccidere un cane che sia stato trasfuso con sangue ossicarbonico e ucciderlo *per asfissia*. Quando proprio si caccia via tutto l'ossigeno dal sangue la morte per asfissia deve venire. In questo caso, ma a parer mio solo in questo caso, l'avvelenamento per ossido di carbonio è una asfissia.

Nei casi ordinarii non lo si può provare. Con ciò non è detto che i disturbi che si hanno per l'inalazione di CO in dose tossica non abbiano affinità con quelli che si hanno nell'asfissia. Non è impossibile che presenza di CO e privazione di ossigeno, *per meccanesimi diversi* operino allo stesso modo sul centro respiratorio e sul cuore; ma non è detto con ciò che il CO sia un gaz indifferente e che solo agisca scacciando l'ossigeno dal sangue. Per non citare altri, il Marcacci (2) ha già sostenuto che esiste nell'ossido di carbonio una azione specifica che s'esercita direttamente da questo gaz sulle vie respiratorie; i fenomeni dell'intossicazione sarebbero conseguenza di riflessi. Io non entro per ora in questo dibattito. Farò notare soltanto che i tracciati che Benedicenti e Treves producono per provare che nell'avvelenamento acuto per CO inalato, s'osserva un primitivo disturbo dovuto ad asfissia diretta del cuore, al quale tiene dietro

(1) L. c., p. 281.

(2) “Memorie della R. Soc. Toscana di Scienze naturali”, vol. XII, 1892.

Digitized by Google

l'alterazione del respiro, e l'inferirne che essi fanno, che non può trattarsi perciò di fenomeni riflessi, non s'accordano con quanto mostra il Mosso nelle sue esperienze (1), nelle quali il respiro s'arresta immediatamente dopo applicato il veleno e prima che il cuore se ne risenta.

Se le alterazioni cardiache si hanno per diretta asfissia del cuore, perchè non si ebbero nella mia esperienza in cui ad un cane con sangue ossicarbonico facevo inalare ossido di carbonio? Questa esperienza è molto istruttiva. Verso la fine si scorgono chiari i fenomeni asfittici, che insorgono lenti, come è loro natura trattandosi di azioni chimiche lente per se stesse. La reazione che si ha nell'animale dell'ultima esperienza quando gli si spinge ossido di carbonio nella narice è molto debole, e non ha nulla a fare colle subite, violente, disordinate alterazioni conseguenti ad inalazioni di CO in animali sani, le quali hanno tutti i caratteri di fenomeni riflessi.

Non voglio per ora pronunciarmi se questa minore eccitabilità di centri che in un animale normale sono così sensibili alla azione dell'ossido di carbonio, provenga da che essi hanno subìto una depressione per il fatto che sono irrorati da un sangue povero di ossigeno, o se non vi sia qui un esempio di attenuazione dovuta a una azione diretta della carbossiemoglobina, che avrebbe una funzione antitossica.

Gli autori di solito si attengono alla prima ipotesi, che è messa da Benedicenti e Treves come una delle conclusioni al loro lavoro. Ma quello che finora mi pare risultare da quanto sono venuto esponendo è che la formazione della carbossiemoglobina anzi che rappresentare una minaccia diretta alla vita, deve invece considerarsi come un mezzo di fissare e rendere innocua una sostanza che da sè sola, inalata, e senza che abbia agito sul sangue, è squisitamente tossica.

Torino, febbraio 1904.

(1) L. c., p. 281, 283.

Digitized by Google

Su alcuni diazoderivati delle sostanze proteiche.

Nota di Z. TREVES docente in Fisiologia e A. PELLIZZA Dott. in chimica.

Grammi 50 di caseina del commercio convenientemente lavata e sgrassata con alcool ed etere vengono messi in un matracio con 15-20 gr. di nitrito di sodio e 200 gr. di acqua. Si agita sino a che il nitrito sia completamente sciolto; si aggiunge quindi goccia a goccia un po' più della quantità teorica di HCl (23 B.[e]) necessaria per mettere in libertà l'acido nitroso (circa 250 ccm.). Si agita e quindi si lascia a riposo durante 15-20 ore. Si ottiene un prodotto giallo che conviene lavare prontamente alla pompa e al riparo della luce perchè facilmente si altera diventando bruno-rossiccio; si filtra e si lava sino a che le acque di lavaggio non danno più reazione di acido nitroso sulla carta amido-jodurata. Più rapidamente si può neutralizzare l'acido nitroso in eccesso con acetato sodico. La luce, gli alcali caustici, gli acidi concentrati a caldo in presenza di Cu_2Cl_2 lo decompongono con sviluppo di azoto; la polvere di zinco lo decolora lentamente. Presenta quindi i caratteri di un diazoderivato.

È insolubile in acqua, alcool, etere e negli acidi diluiti; solubile in carbonato sodico, alcali idrati, donde precipita con acidi minerali ed acido acetico.

Mescolando questo prodotto con una soluzione alcoolica (1) di βnaftol ed alcalinizzando nettamente con NaOH compare prontamente una colorazione bruno-rossa della massa. Si lascia parecchie ore a riposo e si filtra; si lava il filtrato ripetutamente con alcool; si tolgono le traccie di alcool lavando con acqua e si asciuga all'aria; resta un prodotto rosso-scuro che presenta gli stessi caratteri di solubilità del corpo giallo da cui è derivato. Il composto semplicemente lavato con alcool assoluto secco

(1) La copulazione in soluzione alcoolica diluita invece che in acqua facilita le operazioni seguenti.

Digitized by Google

è azzurro; la soluzione in alcoolati alcalini è pure intensamente azzurra. Ciò induce a credere alla presenza di acqua di imbibizione (Quellungswasser) o molecolare nel prodotto secco ma lavato con acqua.

Prodotti di copulazione si possono pure avere con acido salicilico e altri fenoli e amine (1).

Analogamente che dalla caseina il prodotto diazoderivato e successivo prodotto di copulazione con naftolo, acido salicilico, etc., viene fornito dall'albumina di sangue, dalla fibrina, dalla colla di pesce. La caseina sottoposta per lungo tempo all'azione dell'idrato sodico 10 $^0/_0$ è ancora capace di nitrosazione (in giallo meno intenso) e di combinazione con βnaftol, dando luogo ad un corpo che precipita in HCl con colore rosso. La fibrina, la caseina conservate a lungo in formalina o trattate a caldo con essa, danno ancora, ma più lentamente, la reazione (2); e il nuovo prodotto conserva la stessa insolubilità in alcali idrati.

Il diazoderivato dà la reazione del biureto; non la dà se la sostanza proteica fu trattata colla formaldeide. I derivati azoici delle albumine reagiscono alla loro volta colla formaldeide e diventano insolubili in alcali. Sull'identità dei derivati azoici delle formoalbumine coi derivati formici delle azoalbumine non ci è permesso per ora pronunciarci. Il prodotto che stiamo descrivendo messo in acido cloridrico 2 $^0/_{00}$ non rigonfia; esso non viene digerito dal succo gastrico nè dal succo pancreatico. Il succo gastrico artificiale che digerisce in meno di un'ora la fi-

---

(1) La copulazione della diazo-albumina colle amine o amidofenoli avviene naturalmente in condizioni leggermente diverse dovendole adattare alla solubilità di questi.

(2) La caseina combinata a *caldo* colla formalina e sottoposta all'azione del vapore di acqua per ore e ore sino a perdita di ogni traccia di odore di formalina, presenta la reazione conservando la sua insolubilità in alcali. Accenniamo a questo fatto in modo speciale perchè non concorderebbe coll'osservazione di A. Benedicenti, secondo cui la caseina trattata a freddo colla formaldeide e liberatane poi con corrente di vapore di acqua torna a gonfiare in HCl e ridiventa suscettibile di digestione. Quest'A. anzi si serve del trattamento con vapore di acqua per ricuperare tutta la formaldeide combinata colle sostanze proteiche a freddo, mentre la bollitura prolungata provocherebbe appena e non sempre una parziale scissione.

Digitized by Google

brina fresca, intacca la fibrina nitrosata e copulata con βnaftol assai lentamente, assumendo una colorazione rossa. Digerendo il prodotto giallo con succo gastrico, non vedemmo comparire la reazione rosa o rossa del biureto. I peptoni del commercio (Merck) non presentano la reazione. Da alcune prove che abbiamo fatte ci risulterebbe però che alcuni prodotti dializzabili della digestione sia gastrica che pancreatica della fibrina la danno ancora; ma i derivati non hanno i caratteri di solubilità e colore che ricordano quelli descritti precedentemente. Col βnaftol per es. si ottiene una sostanza colorata in giallo che lentamente dializza.

Non abbiamo potuto constatare alcuna azione farmacologica di questi prodotti azoderivati delle albumine, che potevano forse considerarsi come utili veicoli del βnaftol, dell'acido salicilico, etc.; ciò si spiega colla loro insolubilità. Per via gastrica non sono digeriti. La caseina nitrosata e copulata con βnaftol, accuratamente lavata da ogni traccia di quest'ultimo e sciolta in carbonato sodico, iniettata nella rana, non esercita alcuna azione caratteristica riferibile al βnaftol; nè esercita alcun potere antisettico come risultò da alcune prove su culture eseguite gentilmente per nostra richiesta dal D.r Abba dell'Ufficio municipale d'Igiene.

Non priva di interesse è invece la reazione dal punto di vista della costituzione della molecola proteica. La reazione da noi eseguita ricorda quella con cui U. Schiff, trattando sostanze proteiche in soluzione con nitrito potassico ed acido acetico, con sviluppo cioè di acido nitroso, alla temp. di 34-40 C°, aveva ottenuto un *corpo giallognolo pulverulento, capace ancora di essere disciolto da acido cloridrico e da pepsina, ma che non dà più la reazione del biureto.*

Schiff dimostrò questa essere un'albumina disamidata, cioè un'albumina da cui si staccarono i gruppi NH_2, tra cui quindi anche quelli appartenenti al gruppo a cui si attribuisce la reazione del biureto (1). Il corpo giallo da noi ottenuto invece è

(1) U. Schiff, *Berichte der Chem. Ges.*, 29, II, p. 1354 (1896).

La differenza tra la nostra reazione e quella di Schiff sta essenzialmente nella diversa temperatura a cui si è operato. Di fronte ai risultati da noi ottenuti ed alla nuova reazione descritta da Draht e Heagen, come diremo più tardi, potrebbe essere interessante riprendere lo studio della reazione di Schiff.

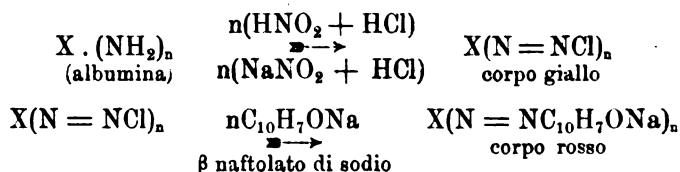
Digitized by Google

facilmente *alterabile, insolubile e non viene digerito dal succo gastrico.* Se si tiene conto che oltre a queste differenze, il nostro corpo *presenta ancora la reazione del biureto,* conviene ritenere che esso è diverso dalla disamidoalbumina descritta da U. Schiff.

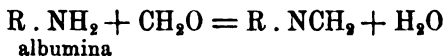
D'altro lato la sua alterabilità, la sua scomponibilità con sviluppo di azoto, la facoltà di essere lentamente ridotto dalla polvere di zinco e di copularsi coi fenoli dando prodotti colorati, ci sembrano dati sufficienti per ritenere che si tratta di un diazoderivato che interessa i gruppi NH_2 e probabilmente quelli direttamente legati ai nuclei aromatici nella molecola proteica.

Ecco dunque quale sarebbe lo schema della reazione:

$$\underset{\text{(albumina)}}{X.(NH_2)_n} \quad \underset{n(NaNO_2 + HCl)}{\overset{n(HNO_2 + HCl)}{\longrightarrow}} \quad \underset{\text{corpo giallo}}{X(N = NCl)_n}$$

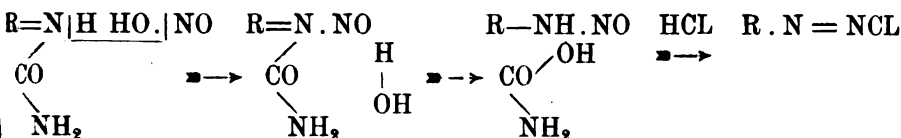
$$X(N = NCl)_n \quad \underset{\beta \text{ naftolato di sodio}}{\overset{nC_{10}H_7ONa}{\longrightarrow}} \quad \underset{\text{corpo rosso}}{X(N = NC_{10}H_7ONa)_n}$$

Ciò posto è interessante il fatto che questa reazione ha luogo ancora quando la sostanza proteica fu trattata a lungo con formaldeide; e che in questo caso il diazoderivato che si ottiene partecipa dei caratteri dei composti delle sostanze proteiche colle formaldeidi, essendo insolubile in alcali idrati a freddo (all'ebollizione si scioglie in NaOH 10 % con sviluppo di ammoniaca), e non presentando più la reazione colorata del biureto.

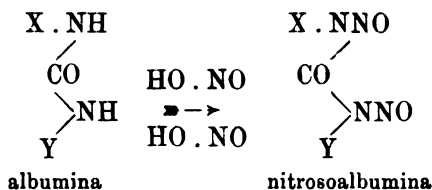
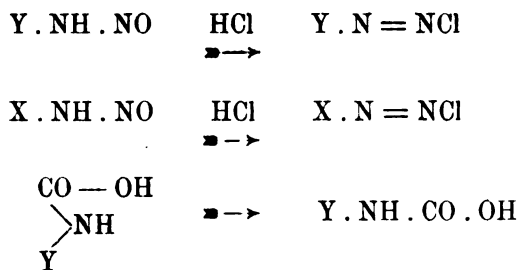
Ne verrebbe di conseguenza che non tutti gli azoti (NH o NH_2) delle sostanze proteiche entrano in combinazione coll'aldeide formica, ma forse solo (v. Nota) gli azoti imidici, oppure che i gruppi amido-formaldeidici si scindono per azione dell'acido nitroso, mentre i gruppi imido-formaldeidici restano inalterati. Quindi il meccanismo delle combinazioni formoproteiche potrebbe soltanto parzialmente corrispondere agli schemi proposti da A. Benedicenti (1) del tipo

$$\underset{\text{albumina}}{R.NH_2} + CH_2O = R.NCH_2 + H_2O$$

(1) Benedicenti, *Beiträge zur Kenntniss*, etc., Erste Mitth., " Arch. f. Physiol. ", 1897, Phys. Abth., S. 279.

Digitized by Google

Nota. — Rappresentandoci nel modo esposto la reazione non escludiamo *a priori* la possibilità di una fase intermedia, dove forse la molecola proteica potrebbe anche subire una scissione. A. Draht e J. Haager (" Monatshefte f. Chemie ", Dec. 1903) facendo reagire a freddo 1 mol. di $NaNO_2$ e 2 mol. di HCl sopra un'urea monosostituita (fenilurea) verificarono la formazione di fenilisocianato e cloruro di diazobenzol, e come reazione intermedia la scissione della molecola in questo senso:

$$\mathrm{CO}\begin{matrix}\diagup \mathrm{R{=}N|H\ HO.|NO} \\ \diagdown \mathrm{NH_2}\end{matrix} \longrightarrow \mathrm{CO}\begin{matrix}\diagup \mathrm{R{=}N.NO} \\ \diagdown \mathrm{NH_2}\end{matrix}\ \ \begin{matrix}\mathrm{H} \\ | \\ \mathrm{OH}\end{matrix} \longrightarrow \mathrm{CO}\begin{matrix}\diagup \mathrm{R{-}NH.NO} \\ \diagup \mathrm{OH} \\ \diagdown \mathrm{NH_2}\end{matrix}\ \ \xrightarrow{\mathrm{HCL}}\ \ \mathrm{R.N{=}NCL}$$

Qualora anche la molecola complessa dell'albumina non avesse gruppi NH_2 liberi, contenendo però essa, come è molto probabile, gruppi urici, alcuni di questi potrebbero subire per azione dell'a. nitroso una scissione dello stesso genere; p. e.:

Digitized by Google

La proprietà che i derivati azoici, con reazione del biureto, da noi ottenuti posseggono di reagire ancora colle aldeidi grasse e l'ipotesi della copulazione di queste ultime cogli azoti imidici, con scomparsa della reazione biureto, si potrebbero senza difficoltà conciliare con una reazione di questo genere; è utile difatti ricordare che Pickering nel 1893 attribuiva la reazione del biureto al gruppo CONH, e di tale ipotesi tengono ancora conto di preferenza i moderni trattati di Chimica fisiologica (*Text Book of Physiology*, edited by E. A. Schäfer; *Chemical Constituents of body and foot* by W. D. Halliburton, 1898).

Solo addentrandoci più intimamente nello studio dei nostri derivati ci sarà forse possibile qualche ulteriore conferma di queste ipotesi.

Su alcune particolarità di struttura della fibra nervosa midollata sottoposta all' azione dell' acido osmico.

Nota di MARIO CHIÒ
allievo del Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino.

(Con una Tavola).

Studiando la morfologia delle fibre nervose midollate mi venne fatto di vedere con molta chiarezza il reticolo osservato da Lanterman in seguito al trattamento delle fibre stesse coll'acido osmico in soluzione al 0,05 $^0/_0$. — Se si immerge un fascio di fibre nervose in soluzione acquosa di 0,05 $^0/_0$ di acido osmico e vi si lascia dalle 3 alle 8 ore circa, si vedrà poi, dopo il passaggio in alcool, xilolo ed inclusione in balsamo, nelle fibre dilacerate cautamente, una formazione reticolare che costituisce il reticolo di Lanterman, così detto dal nome di chi pel primo rilevò questa particolarità. Infatti il Lanterman in poche parole alla fine del suo lavoro (I) accenna alla formazione di un reticolo nei preparati in acido osmico inclusi in damar: " Schliesslich muss ich noch auf die zierliche netzförmige Zeichnung aufmerksam machen, welche an den Osmiumpräparaten oft in sehr

Digitized by Google

grosser Regelmässigkeit hervortrit. Vas dieselbe bedeute, vermag ich zur Zeit nicht anzugeben „.

Questa formazione venne poi studiata da molti altri istologi, i quali tutti concordarono nell'ammetterne la costante presenza, ma dissentendo molto nella sua interpretazione, alcuni identificandola col reticolo neurocheratinico di Ewald e Kühne, altri negando che sia una disposizione preformata, ma dovuta semplicemente all'azione dei reattivi.

Così il Pertik (II) dice che trattando le fibre nervose midollate con acido osmico in soluzione molto diluita, vede le cosidette formazioni mieliniche, cioè lo sgocciolamento della mielina, ma le gocciole non appaiono colorate in nero. Il Pertik perciò interpreta il reticolo che in queste soluzioni si rende evidente non già secondo l'opinione di Kuhnt, cioè come un aspetto che prendono le gocciole di mielina, bensì come un prodotto della colorazione di una sostanza situata negli interstizi fra le gocciole le quali di per sè non sarebbero colorate. Vedremo in seguito come questa opinione sia errata.

Quanto al reticolo neurocheratinico di Ewald e Kühne nega che sia preformato perchè non compare nelle divisioni della guaina midollare che si formano nelle fibre degenerate in seguito al trattamento di alcool ed etere.

Boveri (III) ammette anch'esso che sia dovuto alla decomposizione della mielina, portando come prova il fatto che solo le fibre più interne del fascio nervoso presentano il reticolo, perchè prima che l'acido osmico sia giunto ad esse la mielina si è già decomposta dando luogo a goccie, mentre la parte di essa che non ha subìto modificazioni si colora in grigio: le fibre periferiche che vengono subito a contatto col reagente sono immediatamente fissate ed offrono una colorazione uniforme.

Secondo Jacobi (IV) il reticolo è una sostanza che si trova in forma di reticolo e che viene colorata dall'acido osmico in debole concentrazione. Aumentando questa o prolungandosi la sua azione si colora il contenuto delle maglie e si ottiene una colorazione uniforme.

Gedoelst (V), dopo avere affermata l'esistenza e la preformazione del reticolo neurocheratinico, dice che reticolo neurocheratinico e reticolo di Lanterman sono la stessa cosa, accordando

Digitized by Google

in questo con Rawitz. — Per confermare la sua asserzione aggiunge che dopo la colorazione del reticolo con acido osmico, le fibre trattate con alcool ed etere conservano l'apparenza reticolare, la quale non offre più l'aspetto del reticolo di Ewald e Kühne, ma l'aspetto di quello di Lanterman molto più evidente. La sola differenza che osserva fra i due è che il primo è continuo, mentre il secondo è interrotto in corrispondenza delle incisure. Siccome il reticolo si vede sia togliendo senz'altro la mielina, sia facendo precedere la colorazione con acido osmico, siccome in seguito alla digestione in pepsina si ha il reticolo solamente previo trattamento con acido osmico, conclude che nella guaina midollare esistono due sostanze, entrambe solubili in alcool ed etere, delle quali l'una impregna il reticolo ed è colorabile coll'acido osmico, attaccabile dalla pepsina, inattaccabile dalla pancreatina, l'altra non colorabile coll'acido osmico, inattaccabile dalla pepsina e pancreatina.

Nella seconda nota cerca di eliminare la differenza fra il reticolo neurocheratinico e quello di Lanterman, dicendo che questo non è interrotto nei primi momenti dell'azione dell'acido osmico in soluzione acquosa, mentre in seguito si rompe per la retrazione dei segmenti cilindro-conici. Spiega la continuità del reticolo neurocheratinico col fatto che le fibre trattate con alcool ed etere non vanno soggette a fenomeni osmotici. Constata che sulle fibre osservate immediatamente appena estratte dall'animale vivo e tenute umide solo coll'umidità del fiato od immerse in soluzione fisiologica di cloruro di sodio si vedono le incisure di Lanterman ed il reticolo.

Joseph (VI) sostiene pure che il reticolo di Lanterman non sia altro che quello neurocheratinico.

Rossolimo e Muravieff (VII) fissando le fibre in formolo e colorando con bleu di metilene, trovarono che si ha formazione reticolare solo negli adulti e non nei neonati.

Owsjannikow (VIII) dice che il reticolo neurocheratinico esiste perchè non si colora con acido osmico dopo il trattamento delle fibre con alcool, e Cox arriva alla stessa conclusione perchè si colora coll'acido osmico anche senza previo trattamento coll'alcool.

Per Tizzoni (IX) il reticolo di Ewald e Kühne è preformato, mentre invece, secondo Ramon y Cajal, non è altro che una formazione postmortale dovuta all'uso dei reagenti.

Digitized by Google

Che il reticolo neurocheratinico sia un prodotto artificiale, Kölliker unitamente ad Hesse ed a Pertik lo desume dai seguenti fatti:

1° che non esiste nei nervi freschi;

2° che si produce anche nella mielina fuoruscita dai nervi freschi trattata con alcool. — Non sarebbe quindi altro che una formazione reticolare dovuta a coagulazione della mielina. Renaut e Ranvier credono che il reticolo neurocheratinico sia dato da uno sdoppiamento della mielina in sostanza proteica, colorabile e fissabile ed in grasso ordinario non colorabile e solubile in alcool ed etere.

Dal riassunto suesposto risulta che regna ancora molta incertezza sulla natura di questo reticolo e propriamente sulle seguenti questioni:

1° Se il reticolo di Lanterman sia preformato, ovvero sia un prodotto dei reagenti adoperati;

2° Se esso sia un vero reticolo, oppure una parvenza ottica derivante dalla divisione in goccie della guaina mielinica;

3° Se il reticolo di Lanterman possa o no identificarsi col reticolo neurocheratinico di Ewald e Kühne.

Per portare un modesto contributo alla risoluzione di queste questioni ho intrapreso le ricerche che ora comunico.

Mi sono servito per queste ricerche di nervi di rana e di cavia: se si tratta un nervo fresco di animale adulto con una soluzione acquosa di acido osmico al 0,02-0,05 $^0/_0$ per 3-5 ore, si dilacera e si include in balsamo, dopo accurata disidratazione, si osserva che il reticolo è evidentissimo, di un bel nero di china, e spicca con nettezza grande sul fondo chiaro, trasparente (fig. 1).

Il reticolo appare come facente parte di una guaina cilindrica che avvolge il cilindrasse e questo si vede particolarmente bene lungo il margine della fibra dove il reticolo si presenta di scorcio e costituisce i segmenti di Lanterman. Questi non sono formati da tratti neri continui, bensì da tanti piccoli segmenti, che non sono se non le maglie del reticolo, le quali appaiono più nere di quelle della superficie superiore ed inferiore, perchè sono viste su maggior spessore (fig. 1 α).

Se invece di includere il preparato in balsamo si include in glicerina ed acqua in parti uguali, la mielina appare suddivisa

Digitized by Google

in gocciole, di cui fuocheggiando, si vede ora il contorno, ed allora si ha l'immagine di un reticolo (fig. 2 α), ora il corpo sotto forma di piccoli punti neri (fig. 2 β).

Dal confronto di questi preparati con quelli inclusi in balsamo si è costretti a concludere che le maglie del reticolo che appare quando il preparato è incluso in balsamo non siano che il contorno delle goccie stesse, delle quali il corpo non sia evidente a cagione della grande rifrangenza del balsamo: della loro superficie non apparirebbe quindi se non quella parte che è vista in scorcio e sotto un maggior spessore; fatto analogo a quello per cui di una fibra trattata con soluzione concentrata di acido osmico si vedono bene e molto più colorati i margini, mentre appare meno evidente la superficie delle fibre disposta perpendicolarmente all'asse ottico.

Così si spiega come il Pertik abbia potuto ritenere che le goccie non si colorassero coll'acido osmico e che il reticolo fosse dovuto ad una sostanza situata fra le goccie stesse.

Se si trattano le fibre nervose con acido osmico in soluzione di 1 $^0/_0$ si ha in un primo periodo una colorazione uniforme, sulla quale spiccano più colorati i margini costituenti i segmenti di Lanterman. Dopo un' azione di 3-4 giorni, la fibra offre un aspetto non più uniforme, ma su fondo grigio si presenta come una punteggiatura, una serie di piccole macchie nere (fig. 3 α). Se invece vengono le fibre trattate con soluzione molto diluita di acido osmico, si ha in un primo periodo l'aspetto reticolare, ma in un secondo periodo, dopo un' azione di 5-6 giorni, un aspetto simile a quello della fig. 3 α, cioè la presenza di macchie nere (fig. 3-β).

La diversità di comportamento delle fibre nervose in seguito all'azione della soluzione concentrata o della soluzione diluita dell'acido osmico si può spiegare nel modo seguente: La mielina, come appare dalle fibre trattate per poco tempo con acido osmico al 0,05 $^0/_0$, è divisa in goccioline; quando queste vengano a contatto con una soluzione diluita, si colora in un primo tempo la parte corticale delle goccioline stesse ed allora si ha l'aspetto della fig. 2 α —; in un secondo tempo, procedendo la colorazione dall'esterno all'interno, si colora la parte centrale della goccia, ed ammettendo in questo centro una quantità maggiore di sostanza riducente l'acido osmico, che non alla periferia,

Digitized by Google

si spiega il fatto che per un'azione prolungata dell'acido osmico in soluzione del 0,05 %, si veda il centro delle goccie colorato più intensamente in nero del resto, centro che prima non era visibile perchè non colorato. Le parti periferiche delle goccie ci dànno il fondo grigio. A questo si aggiunga che si vede più nero il centro che la periferia, perchè in esso l'asse ottico attraversa la goccia colorata " in toto ", nel suo maggior spessore.

Trattando invece le fibre con acido osmico in soluzione concentrata, questa penetra nelle goccie più rapidamente, e colora più profondamente la parte corticale della goccia, così che i raggi luminosi vengono intercettati uniformemente da tutta la fibra. Perciò in un primo tempo la mielina apparirà uniformemente colorata in nero. In un secondo tempo, quando l'acido osmico sarà penetrato completamente in tutta la goccia, la colorazione di questa sarà uguale a quella ottenuta con acido osmico più diluito.

Naturalmente questo secondo stadio si raggiungerà più rapidamente con acido osmico in soluzione concentrata.

Resta ora a sapersi se questa suddivisione della mielina sia un fatto preformato, oppure un prodotto artificiale dovuto all'acido osmico od all'acqua, che lo tiene in soluzione.

Per accertarmi che non fosse dovuto all'acqua provai a fare agire sul nervo una soluzione di acido osmico isoosmotica col siero di rana, usando a tale scopo una soluzione di cloruro di sodio, la cui pressione osmotica corrisponde presso a poco ad un abbassamento del punto di congelamento = 0,563, come venne trovato da Bottazzi e Ducceschi per il siero di rana.

Si esclude così che sia dovuto ad uno squilibrio di pressione osmotica da attribuirsi alla soluzione adoperata.

Volli anche vedere se queste goccie fossero dei fatti simili alle cosidette figure mieliniche, che si osservano quando la mielina od altre sostanze analoghe vengono a contatto di acqua o di una soluzione acquosa. E perciò per evitare il contatto della guaina midollare coll'acqua ho adoperate delle soluzioni di acido osmico in alcool assoluto (fig. 6) ed in glicerina anidra. Anche in questo caso la formazione gocciolare si osserva come con la fissazione comune, onde si può escludere che essa sia comunque un fatto artificiale dovuto alla presenza di acqua.

In favore dell'ipotesi che si tratti di un prodotto artificiale

Digitized by Google

vi è la varietà nel diametro delle goccie nelle diverse fibre anche di uno stesso preparato, ma d'altra parte, come spiegare il fatto che le goccie situate alla base dei segmenti cilindro-conici siano costantemente più grandi di quelle che occupano l'apice del cono? Difficilmente si può pensare che il reagente agisca in modo costante producendo queste differenze di diametro nelle gocciole in determinati punti della fibra nervosa. Del resto non appare improbabile che una divisione della mielina preesista nel nervo normale e che gli spazi che sono fra goccia e goccia abbiano forse una funzione negli scambi nutritizi della fibra stessa.

Se non si può pertanto affermare in modo assoluto che le goccie, alle quali è dovuta la parvenza del reticolo di Lanterman, preesistano nella fibra viva e normale, pure a favore di questa ipotesi stanno i fatti seguenti:

1° La costanza nella distribuzione delle goccie grandi e piccole alla base ed all'apice dei segmenti cilindro-conici.

2° La presenza delle goccie in seguito a trattamento non solo con acido osmico in soluzione acquosa, ma anche in soluzioni isoosmotiche ed in soluzioni in cui sia esclusa l'acqua.

3° La presenza delle goccie in seguito all'azione prolungata dell'acido osmico in soluzione concentrata, la quale presumibilmente fissa la fibra nella sua vera struttura.

4° La presenza delle goccie in seguito a trattamento non solo con acido osmico, ma anche con Sudan III (Questo fatto esclude che causa della divisione della mielina in goccie sia l'acido osmico).

5° L'origine embriologica gocciolare della mielina.

Un' altra questione alla quale ho accennato più sopra è quella che riguarda l'identità del reticolo neurocheratinico col reticolo di Lanterman. Alcuni istologi li credettero la stessa cosa. Gedoelst nota che il secondo resta evidentissimo dopo trattamento successivo con alcool ed etere. Questo fatto addotto dal Gedoelst non mi pare abbia molto valore, perchè dopo essere stata fissata dall'acido osmico, la mielina diventa, con tutta probabilità, insolubile.

Già il fatto che l'acido osmico colori il reticolo di Lanterman lascia supporre che esso sia costituito da mielina, e tanto più è avvalorata questa ipotesi dal fatto che i segmenti neri di Lan-

Digitized by Google

terman, i quali sono sempre stati ritenuti sostanza mielinica, fanno parte, come vedemmo, del reticolo stesso.

Per meglio decidere la questione provocai col taglio dello sciatico, in una cavia, la degenerazione del moncone distale del nervo. Dopo 12 giorni dal taglio esaminai le fibre del moncone distale e constatai che la mielina nella fibra si era radunata in blocchi isolati l'uno dall'altro; in seguito al solito trattamento con acido osmico in soluzione diluita, notai che la formazione reticolare apparve soltanto nei blocchi, mentre non ve n'era traccia nei punti privi di mielina (fig. 4). Già Pertik aveva notato che il reticolo cosidetto neurocheratinico mancava nei tratti amielinici di nervo degenerato e trattato poi con alcool ed etere. Il mio reperto e quello di Pertik non solo tendono a dimostrare che reticolo neurocheratinico e reticolo colorabile coll'acido osmico non sono la stessa cosa, ma ancora pongono in serio dubbio l'esistenza del reticolo neurocheratinico, il quale, anzichè non trovarsi nei tratti di nervo lasciati vuoti dalla mielina, dovrebbe in essi apparire più evidente. Il fatto che esso esiste là solo dove vi è mielina, lungi dal dimostrare che il reticolo neurocheratinico sia identico al reticolo di Lanterman, fa supporre che il primo non sia se non un aspetto assunto dalla mielina e forse anche da altre sostanze del nervo, in seguito al troppo energico trattamento fatto subire a questo colla bollitura in alcool ed etere.

Una questione fin qui non ancora trattata e che mi si affacciò esaminando i miei preparati è quella, oramai molto dibattuta, sulla natura delle incisure di Lanterman. Già molti autori hanno posto seriamente in dubbio che esse preesistano nel vivo, ed alcuni, a capo dei quali sta il Kölliker, lo negano recisamente. Invero, osservando al microscopio il procedere dell'azione dell'acido osmico sulla fibra nervosa, si ha l'impressione che l'incisura venga, se non del tutto originata, certamente allargata e resa più evidente dal reattivo. Incomincia dapprima a delinearsi una linea chiarissima, trasparente, in direzione obliqua rispetto alla guaina di Schwann, dando l'impressione che avvenga a questo punto l'infiltrazione nelle fibre del liquido ambiente; in seguito la linea si fa sempre più evidente, fino alla formazione dell'incisura, formazione che avviene anche colle soluzioni isoosmotiche, ma non colle soluzioni in alcool assoluto.

Digitized by Google

Quest'ultimo fatto fa sospettare che manchino le incisure allorquando l'alcool assoluto, per la sua potente azione fissatrice, impedisce le deformazioni postmortali della fibra e che perciò normalmente non esistano le incisure di Lanterman. Un' altra osservazione che ne pone in dubbio la preesistenza è la enorme varietà di numero e di lunghezza dei segmenti cilindro-conici non solo in fibre diverse, ma nella stessa fibra. Occorre infatti di vedere fibre in cui mancano completamente le incisure, altre in cui sono scarse e superficiali, altre infine (fig. 5) in cui per la loro frequenza e profondità hanno qualcosa di simile ai preparati col metodo di Golgi per mettere in evidenza il filo a spirale, onde si direbbe che vi è qualche relazione coi coni di Golgi.

BIBLIOGRAFIA

I) Lanterman — *Ueber den feineren Bau der Markhaltigen Nervenfasern* (" Arch. f. Mikr. An. ", Band 13, p. 1).

II) Pertik — *Untersuchungen über Nervenfasern* (" Arch. f. Mikr. An. ", Band 19, 1881).

III) Boveri und Kupffer, *Ueber den Bau der Nervenfasern* (" Sitzgber. d. Gesellsch. f. Morpholog. u. Physiol. in München ", Bd. I, 1885, I Hft.).

" *Beiträge zur Kenntnis der Nervenfasern* (" Abhandl. d. k. bayer. Akad. d. Wissensch. ", II Cl., Band XV, II Abth., 1885).

IV) Jacobi — *Zum feineren Bau d. Peripheren Markhaltigen Nervenfaser* (" Verhandlungen d. phisik. med. Gesellsch. zu Würzburg, N. F. ", Bd. XX, 1886).

V) Gedoelst — *Étude sur la constitution cellulaire de la fibre nerveuse* (" La cellule ", Tome III, I Fascicule, 1886).

" *Nouvelles recherches sur la constitution cellulaire de la fibre nerveuse* (" La cellule ", Tome V, I Fascicule, 1889).

VI) Joseph — *Zur feineren Struktur der Nervenfasern* (" Verhandl. d. physiol. Ges. zu Berlin ", n° 5-6, 1888).

" *Ueber einige Bestandtheile der Peripheren Markhaltigen Nervenfaser* (" Sitz. d. k. preuss. Akad. d. Wiss. zu Berlin ", 1888).

VII) Rossolimo e Muravieff — *Formol-Methylenblaubehandlung* (" Neurolog. Centralbl. ", Jahrg. 16. 1897. S. 722).

VIII) Owsjannikow — *Zur Struktur der Nervenfaser* (" Mélanges biologiques tirés du Bulletin de l'Académie imp. des sc. de St. Pétersbourg ", T. 30, 1891).

IX) Tizzoni — " Archivio p. le scienze mediche ", Vol. 3°, 1879.

Digitized by Google

Lit. Salussolia, Torino

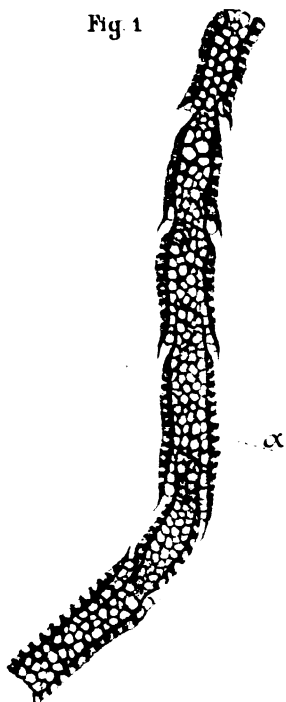
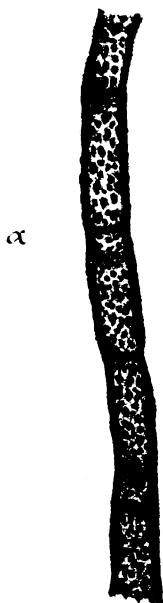
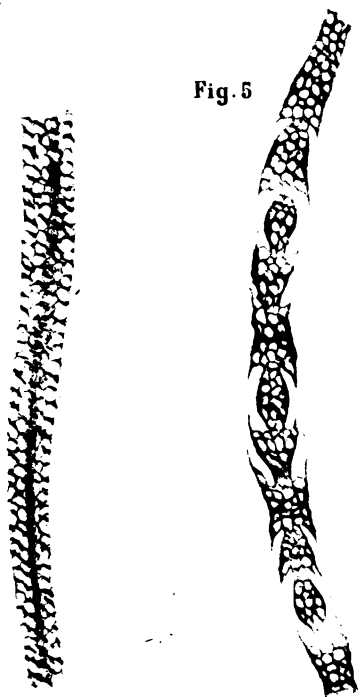
Digitized by Google

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. — N. sciatico di rana trattato per 4 ore con acido osmico al 0,05 % — Preparato incluso in balsamo.

„ 2. — N. sciatico di rana trattato per 4 ore con acido osmico al 0,05 % — Preparati inclusi in glicerina ed acqua in parti uguali — (α contorno - β centro delle goccie).

„ 3. — α N. sciatico di rana trattato per 3 giorni con acido osmico all'1 % — Preparato incluso in balsamo.

„ „ — β N. sciatico di rana trattato per 6 giorni con acido osmico al 0,05 % — Preparato incluso in balsamo.

„ 4. — Moncone distale degenerato di n. sciatico di cavia dopo 12 giorni dal taglio, trattato con acido osmico al 0,05 % — Preparato incluso in balsamo.

„ 5. — N. sciatico di rana trattato per 4 ore con acido osmico al 0,05 % — Preparato incluso in balsamo.

„ 6. — N. sciatico di rana trattato per 7 ore con acido osmico al 0,05 % in soluzione di alcool assoluto (in tutti i precedenti l'acido osmico è in soluzione acquosa) — Preparato incluso in balsamo.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 21 Febbraio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Mosso, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Morera e Grassi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Boselli, Vice-Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Pezzi, Carle, Graf, Cipolla, Brusa, Allievo, Carutti, Pizzi, Chironi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier ff. Segretario.

Approvasi l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 24 gennaio 1904.

Il Presidente legge la lettera con cui il Rettore della R. Università invita l'Accademia a farsi rappresentare dal suo Presidente nel Comitato che dovrà presedere alla celebrazione solenne del quinto Centenario dell'Università stessa. Dell'invito il Presidente ringrazia, e chiede all'Accademia se consente ch'egli entri a far parte del suddetto Comitato. L'Accademia approva con pienezza di voti.

Comunica quindi il Presidente la lettera con cui il sig. Guglielmo Marconi ringrazia da Londra l'Accademia per la metà del premio Vallauri testè conferitagli.

Già nell'adunanza della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, il Presidente comunicò il decesso, seguìto il

Digitized by Google

giorno 11 febbraio, del Socio Giacinto Berruti. Qui partecipa le condoglianze giunte per quella morte da Autorità, Istituti scientifici e private persone, e notifica che il 14 febbraio, quando furono fatti i funerali, egli accompagnò la salma, col Vice-Presidente Boselli, sino al Camposanto. Le parole pronunciate da lui e dal Vice-Presidente compaiono nel verbale degli *Atti*.

Fa conoscere inoltre il Presidente la lettera del notaio avv. Vitaliano Bastone, la quale, in data 13 febbraio 1904, comunica che il defunto ing. Berruti, con suo testamento olografo depositato presso il Notaio suindicato, faceva legato alla Accademia nostra della somma di lire ventimila. — Posta ai voti l'accettazione di codesto legato, che non è sottoposto a verun vincolo, l'Accademia lo accetta ad unanimità. — Il Presidente aggiunge di avere già inviato una lettera di condoglianza al fratello dell'estinto e di avergli attestata la gratitudine dell'Accademia per il generoso lascito del rimpianto Socio. Annunzia che il Socio Guidi fu incaricato dalla Classe Fisica di commemorarlo.

Il Presidente legge la lettera ministeriale in data 11 febbraio 1904, con la quale si approva l'interpretazione degli articoli 3 e 13 dello Statuto Accademico deliberata nell'adunanza a Classi unite del 24 gennaio 1904, in conformità alla deliberazione analoga del 24 giugno 1894. Si intende, dunque, che per calcolare il tempo durante il quale possono essere tenute le cariche accademiche, non si tien conto del tempo nel quale in via suppletiva si sono tenute le dette cariche.

Si procede quindi alla elezione, per un triennio, del Presidente e del Vice-Presidente e riescono eletti, salvo l'approvazione sovrana, a Presidente il Socio prof. comm. Enrico D'Ovidio, a Vice-Presidente l'onor. comm. Paolo Boselli.

Gli Accademici Segretari
Lorenzo Camerano.
Rodolfo Renier.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 21 Febbraio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Boselli, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Pezzi, Carle, Graf, Cipolla, Brusa, Allievo, Carutti, Pizzi, Chironi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier ff. Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 7 febbraio 1904.

Il Presidente legge la lettera ministeriale del 16 febbraio 1904, che risponde alla proposta fatta dal Socio Cipolla nell'ultima adunanza della Classe ed approvata ad unanimità. S. E. il Ministro riconosce che la proposta della riproduzione fotografica integrale dei codici più preziosi merita molta considerazione e si dichiara disposto a secondarla; ma chiede che siano determinati i metodi dell'esecuzione e sia accertata la spesa presunta.

Il Vice-Presidente Boselli comunica un recente telegramma a lui diretto dal Ministro, che è prova dell'interesse col quale egli accolse la proposta. Infatti il Ministro prega il Socio Boselli di farsi interprete del suo grato animo verso l'Accademia. Aggiunge il Socio Boselli essere sua opinione che la Classe elegga una Commissione che faccia proposte concrete intorno ai mezzi

Digitized by Google

tecnici e finanziari, che meglio possano corrispondere all'esecuzione del disegno. — Il Socio Cipolla ringrazia S. E. il Ministro e porge vivi ringraziamenti al Vice-Presidente Boselli. Egli pure conviene nell'idea di nominare una Commissione e crede intanto opportuno di far conoscere alcune sue idee. Crede che siano da fare riproduzioni fototipiche diligentissime di interi codici (o d'una parte di essi, a seconda del loro valore), conformi a quelle che si fanno magistralmente in Olanda ed alle riproduzioni note di alcuni codici celebri Vaticani e delle Pandette della Laurenziana. Alle riproduzioni dovrebbero precedere acconcie prefazioni, di carattere puramente *esterno*, cioè illustranti storicamente, paleograficamente, ovvero artisticamente, il codice, senza addentrarsi nel valore intimo dei singoli testi. Quanto alla parte finanziaria, ritiene il Socio Cipolla che l'aggravio per lo Stato non sarebbe grande, poichè le riproduzioni fototipiche dovrebbero essere concesse ad un editore, che penserebbe a smerciarle per proprio conto. Basterebbe che il Ministero ne comperasse un certo numero di copie, che potrebbe essere indicato volta per volta, a seconda della maggiore o minore commerciabilità dei singoli testi. — In appoggio delle idee espresse dal Socio Cipolla parla il Socio Manno, il quale dà conto del buon esito commerciale che ebbe l'Album paleografico dell'Esposizione d'arte sacra di Torino, affidato all'editore Bocca. Fanno considerazioni in vario senso i Soci Ferrero, Boselli e Renier; ma in fine si approva l'idea del Socio Brusa che si lasci libera di fare le proposte che meglio crede la Commissione che sarà nominata.

Il Presidente invita a votare a schede la Commissione, la quale riesce composta dei Soci Cipolla, Renier e Manno.

Il Socio Carutti presenta la terza edizione dell'opera sua: *Storia di Vittorio Amedeo II*, Torino, Clausen, 1897; ed il Presidente particolarmente lo ringrazia, facendogli auguri.

Il Socio Chironi fa omaggio, con grandissimi elogi, di alcune monografie e dell'opera di capitale importanza del Prof. R. Sa-

Digitized by Google

LEILLES dell'Università di Parigi: *Introduction à l'étude du droit civil allemand*, Paris, Pichon, 1904.

Il Direttore di Classe FERRERO offre il fasc. 4°, vol. 7° degli *Atti della Società di Archeologia e Belle Arti*, Torino, 1904.

Il medesimo Socio FERRERO presenta per gli *Atti* una nota del Prof. Elia LATTES: *Di un'iscrizione anteromana trovata a Carcegna sul lago d'Orta.*

La Classe si raduna quindi in seduta privata.

Si procede all'elezione del Segretario. Giusta l'interpretazione data dall'Accademia nella sua adunanza plenaria del 24 gennaio 1904, approvata da S. Ecc. il Ministro con lettera 11 febbraio 1904, il Socio RENIER potrebbe ancora essere rieletto per un triennio. Egli infatti ha compiuto il 15 luglio 1900 il triennio del rimpianto Socio NANI, e tenne la carica di Segretario della Classe per un triennio, sino al 15 luglio 1903. Il Presidente ritiene che il secondo triennio, per cui il Socio RENIER potrebbe essere rieletto, vada dal 15 luglio 1903 al 15 luglio 1906. Di questa opinione è pure lo stesso Socio RENIER; ma il Direttore di Classe FERRERO osserva che il tempo corso dal 15 luglio 1903 sino ad oggi non va computato, perchè in esso il Socio RENIER non fu veramente Segretario, ma esercitò solo le funzioni di Segretario. Parlano in proposito anche i Soci BRUSA e RUFFINI, e si decide finalmente che per chiunque riesca eletto, la votazione attuale debba valere per un triennio, a far tempo dalla data del decreto reale.

La Classe procede poscia alla elezione del suo Segretario, e riesce eletto il Socio Prof. Rodolfo RENIER, salvo l'approvazione sovrana.

Digitized by Google

LETTURE

Di un'iscrizione anteromana trovata a Carcegna sul lago d'Orta.

Nota del Socio corrispondente ELIA LATTES.

Per gentile suggerimento del collega prof. Ermanno Ferrero (1), il cav. Augusto Curioni mi diede notizia, con sua lettera 23 aprile 1903, della " epigrafe incisa sopra un vasetto di terracotta (a. m. 0,07; diam. massimo m. 0,11), rinvenuto nel sepolcreto di Carcegna (comune di Miasino) sul lago d'Orta ", a caratteri " nitidissimi ", ch'egli ben riconobbe come " etruschi del Nord Italia ". Essa è disposta a spirale sulla pancia di quello, procede da sinistra a destra e suona:

metelui . maes'ilalui . kenia . metelikna . as'mina . krasanikna (2)

(1) Da lui venne con somma cortesia curata altresì la composizione ed esecuzione dell'annessa tavola, oltrechè il lucido e la zincotipia dell'epigrafe qui appresso; a lui si debbono anche le misure del vasetto e qui avanti della scodella, insieme col raffronto formale di questa ad altra di Ornavasso.

(2) Così io lessi con piena sicurezza giusta il disegno a mano, assai accurato e coerente, inviatomi dal cav. Curioni, dove il primo elemento del terzo vocabolo mi apparì chiaramente un *K* colla verticale accorciata o meglio obliquata nella metà inferiore, così da confondersi coll'asticina obliqua inferiore. Per contro nel disegno qui sopra, presenta esso elemento piuttosto la figura dell'*U* in un'epigrafe etrusca di Sondrio (Pauli, Inschr. Nordetr. Alphabets 31 p. 16. 98), nella quale *ctun* etr. *qutun* gr. κώθων) concorre, come, se mai, pur qui concorrerebbe, coll'*U* normale (*atumc* etr. *aθumic-s'*) accorciato da sinistra; il che posto, dovrebbesi leggere nel terzo luogo, non ***Kenia***, ma *Uenia* (cfr. etr. *Venu Venunia Uenunia* e lat. *Vennius Vennonius*).

Digitized by Google

Come nei testi di Ornavasso (1), la figura degli elementi concorda coll'alfabeto detto di Lugano, salvo quanto al *M* rispetto al quale il testo di Carcegna non meno che quelli di Ornavasso differiscono dall'alfabeto predetto e insieme da' tre altri dell'Italia Settentrionale preromana: infatti, mentre a Carcegna e Ornavasso apparisce il *M* di figura identica al *M* latino, esso presenta la figura ᛗ di cinque linee nelle iscrizioni dell'alfabeto detto di Lugano, la figura di sole quattro linee — tre delle quali accorciate — in quelle degli alfabeti detti di Este e Bolzano e la figura capovolta W in quelle dell'alfabeto detto di Sondrio. Codesta discrepanza si rannoda sicuramente a ciò che nei testi di Este e Bolzano la figura M rappresenta il *S'* conforme all'uso etrusco, laddove a Carcegna e Ornavasso, come a Lugano, conservò quello l'arcaica figura ⋈ campano-etrusca, paleosabellica e gallica; per Sondrio, mancano ancora a tale riguardo i documenti. Del resto sono appunto le iscrizioni d'alfabeto luganese che offrono, anche quanto alle forme, riscontri abbastanza precisi coll'epigrafe di Carcegna; ben va invero *metelui maes'ilalui* con *Tisiui Pivotialui* dell'epitaffio di Davesco (Fab. 2^ter = Pauli Insch. Nordetr. Alph. 11 p. 7):

Slaniai : *Verkalai* : *pala* 'Slaniae Vercalae sepulcrum'

Tisiui : *Pivotialui* : *pala* 'Tisii Pivotiali sepulcrum';

ben va *metelui* con *Latumarui* dell'iscrizione vascolare di Ornavasso (v. n. 1):

Latumarui : *Sapsutai-pe* : *vinom* : *Nasóm* 'Latumari Sapsutaeque vinum Naxium', con *Rkomui* e *Otiui* dell'epitaffio di Tesserete (A. Giussani, l'iscr. nord-etrusca di Tesserete, Como 1902):

Rkomui : *pala* 'R(e)comi sepulcrum'

Aai : *pala* : | *Otiui* : *pala* 'A(i)ae sepulcrum [et] Otii sepulcrum' e con *[Sl]aniui* dell'epitaffio di Aranno (Fab. 1 = Pa. 13^d p. 8 e 72)

... *[Sl]aniui p[ala]* '... Slanii sepulcrum';

---

(1) V. "Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, XXXI, p. 102-108, e Kretschmer, in "Kuhn's Zeitschr. f. vergl. Sprachf. „, XXXVIII, p. 97-128.

Digitized by Google

ben va poi *maes'ilalui* con *Pivotialui* predetto di Davesco e con *Tekialui* dell'epitaffio di Sorengo (Fab. 2ter = Pa. 14 p. 8).

Pivonei : *Tekialui* : *pala* (apparente *lala*) 'Pivoni Deciali sepulcrum'.

Per contro, quanto a *metelikna krasanikna* non vedo riscontro se non fra' Celti o gli Etruschi: così *Tanotaliknoi* di Novara, *Trutiknos Trutikni* di Todi e *Oppianicnos Toutissicnos* e simili pei primi; *Estrcnas'* o *Vestrcnas'* (cf. lat. *Vestergennius*), *Vercna Vercenas* (cf. lat. *Virginius*), *Lemrecnas' Lemrcna* (cf. lat. *lemur* o lig. *Lemuris* fiume e *Lemurinus* monte), *Vinacna Vinucenas* e simili pei secondi, appo i quali d'altronde anche la base di *metelui metelikna* trova riscontro nel *Metelis'* dell'Arringatore (C I Etr. 3600, cf. 43.3542.3558.4303 *Metelial* e lat. etr. 1138 *Metliaei*), mentre poi *maes'ilalui* insieme con *Pivotialui Tekialui* richiama etr. *Velcialu Celtalual Trepalual* (cf. lat. *Trebellius*), come *Verkalai* etr. *acale Marale Preale Larθiale* e lemn. *Φokiasiale*.

Gli addotti confronti mi sembrano dimostrare pertanto che l'epigrafe di Carcegna è un epitaffio composto di soli nomi proprii, e che *Metelui . Maes'ilalui . Kenia . Metelikna . As'mina . Krasanikna* vuolsi interpretare: 'Metelli Maesilali (sepulcrum); Kenia Metelligena [et] Asmina Krasanigena (posuerunt)', ossia, direi, la figlia e la moglie.

Il vaso così iscritto manca " del collaretto "; lo rinvenne, insieme ad una scodella di terra cotta grossolana (1), un contadino negli stessi paraggi (regione Campello) dove " dieci anni or sono " il cav. Curioni esplorò una quindicina di tombe, in parte presente l'amico suo Bianchetti, lo scopritore e illustratore de' sepolcreti d'Ornavasso. Salvo una di tegoloni piani coi risvolti, ch'egli conserva " mancante di qualche pezzo ", erano quelle " fatte di lastroni di pietra, rozzamente tagliati, di circa due metri di lunghezza per circa mezzo metro di larghezza ed altrettanto di profondità ", e stavano " a circa 80 centimetri e più dal livello del terreno soprastante con orientamento da nord-ovest a sud-est, meno qualche eccezione ": erano poi disposte a

(1) Alta m. 0,05; diam. massimo esterno m. 0,14. È uguale per la forma e per il reticolato tracciato sul ventre a quella di Ornavasso che serve di coperchio ad un'urnetta, in " Atti della Società d'Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino ", vol. VI, tav. XX, fig. 16.

Digitized by Google

gruppi di tre o quattro o cinque ciascuno, in modo che " il fianco di una servisse di fianco all'altra „, e nulla contenevano, " assolutamente nulla tranne terra finissima e senza ciotoli „; sicchè il cav. Curioni suppone " che la terra sia trapelata fra le commessure dei lastroni insieme alle acque piovane, le quali, filtrando poi pel di sotto, abbandonarono la parte solida nella tomba, che agglomerata in strati secolari finì per colmarla distruggendo anche per tal fatto quanto in essa potevasi contenere. È da escludersi qualsiasi manomessione, perchè i lastroni erano assicurati con una specie di calce o cemento intatto, che avrebbe dovuto sparire, se manomesso. „ Eziandio nella tomba di terra cotta " nulla fu rinvenuto „.

Secondo gli studii più recenti (Pauli e Kretschmer) l'epitaffio di Carcegna, come i cimelii letterati di Ornavasso, si dovrebbero assegnare, non più ad una gente gallica, ma sì ad una da' nomi locali in *-asco -asca*, ossia ligure (1): forse i nostri *Metelikna* e *Krasanikna*, del pari che *Latumarui* d'Ornavasso, convengono per le addotte ragioni sopratutto a Κελτολίγυες, vale a dire a Liguri celtizzanti (cf. Kretschmer l. c. p. 126 sg.). Come però a Carcegna *Metelui* e *Maes'ilalui* richiamano insieme analoghe forme etrusche, così insieme a Ornavasso il fem. *Sapsutai*, riconosciuto dal Kretschmer in *sapsutai-pe*, trova riscontro in etr. *itruta* fem. di *etru* (Pauli), in etr. *mlaχuta* (cf. la dea *Mlacuχ* con *mlacas'* o *mlakas* e con *mlaχ Neθunsl* della Mummia, buon riflesso di lat. *Malacia*), in etr. *lautnita* fem. di *lautni* e simili (2). D'altronde per diverso rispetto mi richiamano alla epigrafia etrusca eziandio gli epitaffii riferiti di Davesco e Tesserete, in ambo i quali — ripetizione assai notevole in tanta scarsità di documenti — le donne *(Slaniai* e *Aai)* si commemorano prima degli uomini *(Tisiui* e *Otiui)*, come più volte in Etruria (Atene e Roma V 40 col. 530-536) (3).

(1) Cfr. anche SALVIONI nel " Bollett. Stor. della Svizzera Italiana „, XXV, p. 99 sg. nt. e NIEDERMANN, " Berl. Philos. Woch. „, 1903, col. 1303.

(2) Diversamente il Torp quanto a etr. *itruta mlaχ* e *mlaχuta*, ma, a parer mio, senza probabilità e fondamento, secondo cerco dimostrare nelle 'Giunte, correzioni e postille al C. I. Etr. (I)' che si stanno stampando.

(3) Cf. anche *pala* 'sepolcro' qui sopra con lat. etr. *Palatrcontius P(a)lagallus*, e lat. gall. e lig. *Palavellius* in Wölfflin's Archiv XIII 4 s. v.

---

ff. di Accademico Segretario RODOLFO RENIER.

Digitized by Google

Digitized by Google

Stab. Eliot. Ing.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino.

Digitized by Google

NOV 23 1904
4897
LIBRARY MUS. COMP. ZOOLOGY CAMBRIDGE, MASS.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 8ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Febbraio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SALVADORI, Direttore della Classe, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e CAMERANO, Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente presenta in dono all'Accademia per parte del Socio straniero Ernesto HAECKEL il 4° volume dell'opera: *Natur und Staat, Beiträge zur naturwissenschaftlichen Gesellschaftslehre. Natur und Gesellschaft* von Albert HESSE; Jena, 1904, e dal Prof. Federico SACCO il suo lavoro intitolato: *Esame geologico di due progetti di linee ferroviarie attraverso l'Appennino Ligure* (con annesse Carta e sezioni Geologiche); Genova, 1903.

Il Segretario comunica l'elenco delle note presentate alla Segreteria per l'inserzione negli *Atti* nella seduta precedente, levata in segno di lutto per la morte del compianto Socio BERRUTI:

1° *Trasformazione delle amidi negli alcoli primari corrispondenti* del Socio GUARESCHI;

2° *Sul comportamento dell'ossido di carbonio nell'organismo* del Prof. Piero GIACOSA, presentata dal Socio GUARESCHI;

3° *Su alcuni diazoderivati delle sostanze proteiche* del Dr. Zaccaria TREVES e A. PELLIZZA, presentata dal Socio MOSSO;

Digitized by Google

4° *Su alcune particolarità di struttura della fibra nervosa midollata sottoposta all'azione dell'acido osmico* del sig. Mario Chiò, presentata dal Socio Mosso.

Per le *Memorie* accademiche il lavoro del Socio Camerano intitolato: *Ricerche intorno alla variazione del "Bufo viridis", del "Bufo mauritanicus" e del "Bufo regularis"*. Procedutosi a votazione segreta, all'unanimità dei voti detto lavoro viene accolto per la stampa nel volume delle *Memorie* accademiche.

Vengono inoltre presentati per l'inserzione negli *Atti* i lavori seguenti:

1° Onorato Niccoletti: *Su alcune applicazioni del teorema di Sturm*, dal Socio Segre;

2° Alberto Tanturri: *Alcune equazioni funzionali ed il numero dei gruppi neutri di seconda specie in una serie lineare*, dal Socio Segre;

3° Francesco Severi: *Osservazioni sui sistemi continui di curve appartenenti ad una superficie algebrica*, dal Socio Segre:

4° *Complemento alla nota: Sull'attrazione di un ellissoide eterogeneo*, del Socio Giacinto Morera (1);

5° *Le oscillazioni interferenziali della pressione sanguigna*, del Socio Angelo Mosso;

6° *Sulle inclusioni di anidride carbonica liquida nella anidride associata al quarzo trovata nel Traforo del Sempione*, del Socio Spezia;

7° Giacomo Ponzio: *Sull'acido isoerucico*, dal Socio Fileti;

8° Efisio Ferrero: *Osservazioni meteorologiche fatte nel 1903*, dal Socio Naccari.

Raccoltasi la Classe in seduta privata procede alla nomina di due Soci delegati dalla Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia e riescono eletti i Soci Naccari e Fileti.

(1) Questa nota segue quella dello stesso autore presentata nell'adunanza del 17 gennaio 1904.

Digitized by Google

LETTURE

Su alcune applicazioni del teorema di Sturm.

Nota 1ª di ONORATO NICCOLETTI a Pisa.

Il teorema di Rolle per le equazioni algebriche a coefficienti reali (o più semplicemente l'osservazione che per una tale equazione $f(x)=0$, nell'intorno di una radice reale α, il rapporto $\frac{f(x)}{f'(x)}$ ha il segno di $x-\alpha$) conduce ad un'intera classe di teoremi, dovuti ad Hermite, Laguerre, Fouret ed altri (*), sulla costruzione di equazioni a coefficienti reali, le cui radici reali soddisfano a determinate condizioni, o più precisamente, sulla deduzione da una tale equazione di altre analoghe, le cui radici reali, e per il loro numero e per la loro distribuzione, hanno particolari relazioni con quelle dell'equazione primitiva, equazioni che opportunamente si possono dire trasformate dell'equazione data.

È naturale allora il pensare che relazioni del tutto simili debbano ottenersi, invece che dal teorema di Rolle, da quello di Sturm; anzi, riflettendo da una parte a quanto vi ha di arbitrario nella costruzione di una successione di Sturm per una equazione assegnata (**), e dall'altra alla maggior determinatezza del teorema di Sturm, è da pensare, come effettivamente ha luogo, che il teorema stesso debba condurre a risultati insieme più generali e più precisi, i quali contengano i teoremi noti come casi particolari.

All'esposizione dei risultati così ottenuti son dedicate le pagine che seguono.

(*) Cfr. Netto, *Algebra*, vol. I, pp. 209 e sgg. Altre indicazioni bibliografiche sono più oltre.

(**) Cfr. ad es.: Ioachimsthal, *Bemerkungen über den Sturm'schen Satz* (" Giornale di Crelle ", vol. 48, p. 386), ed anche: Kronecker, *Ueber die verschiedenen Sturm'schen Reihen* (" Werke ", Bd. I, p. 305).

Digitized by Google

I.

Considerazioni generali.

1. — Sia $f(x)=0$ un'equazione algebrica, a coefficienti reali, del grado n

$$(1) \qquad f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n=0;$$

e sia

$$(1') \qquad f, f_1, f_2 \ldots f_n$$

una successione di Sturm per essa equazione. Indichiamo con $\theta(x)$, $\omega(x)$ due polinomi in x (a coefficienti reali) per ora indeterminati e poniamo:

$$(2) \qquad F(x)=\theta(x)f(x)+\omega(x)f_1(x);$$

consideriamo quindi le due successioni:

$$(3) \qquad F, f, f_1, f_2 \ldots f_n,$$

$$(4) \qquad F, f_1, f_2 \ldots f_n.$$

Sotto alcune condizioni, che è facile assegnare, sia la (3), che la (4) possono riguardarsi come due successioni *generalizzate* (*) di Sturm per l'equazione $F=0$. Per la (3), lasciando θ del tutto arbitrario, basta che il polinomio $\omega(x)$ assuma un valore *negativo* per ogni radice reale della $f(x)=0$; sia cioè:

$$(3') \qquad \omega(\xi)<0 \quad \text{per ogni valore reale } \xi, \text{ per cui } f(\xi)=0;$$

in questa ipotesi infatti, se per un valore reale $x=\xi$, si ha $f(\xi)=0$, la $F(\xi)$ e la $f_1(\xi)$ hanno, per la (3′), valori diversi da zero e di segno contrario. Affatto analogamente, per la (4) basta, lasciando il polinomio ω affatto arbitrario, che il polinomio $\theta(x)$ assuma un valore *positivo* per ogni radice reale della $f_1(x)=0$, si abbia cioè:

$$(4') \qquad \theta(\xi)>0, \quad \text{per ogni valore reale } \xi, \text{ per cui } f_1(\xi)=0.$$

(*) Cfr. Netto, *Algebra*, vol. I, p. 238.

Digitized by Google

Osserviamo subito che è possibile, ed in infiniti modi, determinare dei polinomî $\theta(x)$, $\omega(x)$ che soddisfino alle condizioni superiori; si soddisferà, ad es. alla (3'), ponendo:

$$\omega(x) \equiv -\sigma(x)\psi^2(x) \quad (\text{mod } f(x))$$

essendo $\sigma(x)$, $\psi(x)$ due polinomî primi con $f(x)$, il primo dei quali sia inoltre sempre positivo; e una forma analoga può aversi evidentemente pel polinomio $\theta(x)$.

Le condizioni (3') (o (4')) si suppongano verificate. Allora, se in un intervallo $\alpha\beta\,(\alpha < \beta)$ cadono k radici reali e distinte della $f(x) = 0$, la successione (1') perde nell'intervallo $\alpha\beta$, cioè mentre la x varia, sempre crescendo, dal valore α al valore β, k variazioni; la (3) ne perderà quindi almeno $k - 1$, la (4) almeno $k - 2$. Ne segue, per le proprietà note delle successioni generalizzate di Sturm (*):

a) Se nell'intervallo $\alpha\beta$ *cadono* k *radici reali e distinte della equazione* f(x)=0, *in esso intervallo la* F(x)=0 *ha, nell'ipotesi* (3), *almeno* k — 1 *radici reali e distinte, nella* (4) *almeno* k — 2.

Se in particolare si fa $\alpha = -\infty$, $\beta = +\infty$, si ha:

b) La F(x) = 0 *ha, nell'ipotesi* (3), *al più una radice reale di meno della* f(x) = 0; *nell'ipotesi* (4), *al più due di meno.*

Inoltre, nell'ipotesi (3):

c) Le radici reali della F(x) = 0 *separano quelle della* f(x) = 0;

cioè tra due radici reali e consecutive della $F = 0$ cade una radice reale al più della $f(x) = 0$; ove infatti ne cadessero di più, dovrebbe tra esse, per *a*), caderne una almeno della $F = 0$.

2. — Quando si aggiungano altre condizioni, gli enunciati che precedono possono esser resi più precisi. Supponiamo, ad esempio, come faremo quasi sempre nel seguito, che la $f = 0$ non abbia radici (reali) multiple; il numero di queste radici reali ha allora la medesima parità del grado n. Allora, se i gradi

---

(1) Cfr. Netto, *Algebra*, vol. I, p. 238.

Digitized by Google

della F e della f hanno, nell'ipotesi (3), ugual parità, si ha evidentemente:

d) La $F = 0$ *ha almeno tante radici reali (e distinte) quante la* $f = 0$;

e questo avrà luogo anche nella ipotesi (4'), quando di più i primi coefficienti di F ed f abbiano ugual segno; in questo caso infatti la successione (4) perde, da $-\infty$ a $+\infty$, k variazioni, come la (1').

Se invece i gradi della F ed f hanno parità diversa, in ambedue le ipotesi:

e) La $F = 0$ *ha al più una radice reale in meno della* $f = 0$;

e se nell'ipotesi (3') si aggiunge che i primi coefficienti di F ed f abbiano ugual segno, la successione (3) perde, da $-\infty$ a $+\infty$, una variazione di più che non la (1) e quindi in questo caso:

f) La $F = 0$ *avrà almeno una radice reale in più della* $f = 0$, etc.

La $f = 0$ abbia tutte radici reali e semplici; e determinato il polinomio $\omega(\theta)$ secondo le (3') ((4')), si determini quindi θ, (ω) in guisa che la F abbia, nell'ipotesi (3), il grado superiore di una unità a quello della $f = 0$, nella (4) il medesimo grado, ed inoltre i primi coefficienti della F e della f abbiano ugual segno. Allora anche la $F = 0$ avrà tutte le sue radici reali e distinte; di più, se, nell'una o nell'altra ipotesi, l'equazione $F_1 = 0$ corrisponde alla coppia di funzioni (θ_1, ω_1), l'altra $F_2 = 0$ corrisponde invece alla coppia (θ_2, ω_2), alle condizioni stesse si soddisferà ponendo $\theta = \theta_1 + k^2\theta_2$, $\omega = \omega_1 + k^2\omega_2$, dove k^2 è un parametro positivo arbitrario. Ne segue evidentemente, che insieme colle equazioni $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, anche la $F_1 + k^2F_2 = 0$ avrà tutte le sue radici reali, etc.

Osserviamo infine che le considerazioni precedenti possono farsi anche nel caso che la (1') sia per la $f(x) = 0$ una successione *generalizzata* di Sturm; solo in questo caso converrà parlare, non più del numero delle radici reali della $f = 0$ che cadono in un certo intervallo, ma invece delle variazioni, che nello stesso intervallo perde la successione (1').

Digitized by Google

3. — I polinomî θ ed ω contengano, oltre la x, un'altra variabile u; e, per maggior semplicità, siano anche polinomî in u. Il numero delle radici reali della $F=0$, e queste radici stesse, varieranno allora al variare di u per valori reali. Per veder come, consideriamo il discriminante della F; esso sarà una funzione razionale intera in u, $D(u)$, che supponiamo non identicamente nulla. È chiaro allora, che al variare di u per valori reali, il numero delle radici reali della $F=0$ potrà mutare soltanto quando u traversi un valore reale che annulli (o renda infinito) il discriminante $D(u)$; perchè infatti due radici complesse coniugate della $F=0$ possano cambiarsi in due reali, o inversamente, è necessario, essendo esse funzioni continue della variabile reale u, che vengano prima a coincidere in una radice reale doppia dell'equazione stessa. Ne segue che, finchè il parametro u è compreso tra due radici reali e consecutive della $D(u)=0$, l'equazione $F=0$ conserva sempre lo stesso numero di radici reali. Se in particolare per un valore u_0 di u il polinomio $\omega(xu)$ si annulla identicamente, per qualunque x, nell'intorno di u_0, limitato dalle due radici più prossime della $D(u)=0$, la $F(x)=0$ ha lo stesso numero di radici reali della $\theta(x, u_0)f(x)=0$; e di qui inversamente si ha in molti casi un criterio circa il numero delle radici reali della $f(x)=0$, quando sia noto quello della $F(x)=0$.

Sia $u=u_0$ un valore reale che non annulli il discriminante $D(u)$, e sia ξ_0 una radice reale (e semplice) della $F(x, u_0)=0$. L'equazione $F(x, u)=0$ definisce allora in un conveniente intorno di u_0 una funzione finita, continua, derivabile $\xi(u)$, che soddisfa alla $F=0$ e che per $u=u_0$ si riduce a ξ_0. Per questa funzione $\xi(u)$ abbiamo:

$$F(\xi u)=\theta(\xi u)f(\xi)+\omega(\xi u)f_1(\xi)=0;\quad \frac{\partial F}{\partial \xi}\frac{d\xi}{du}+\left(\frac{\partial \theta}{\partial u}f+\frac{\partial \omega}{\partial u}f_1\right)=0$$

donde, ponendo:

$$F'(x,u)=\frac{\partial F}{\partial x},$$

deduciamo:

$$\frac{d\xi}{du}=-\frac{\frac{\partial \theta}{\partial u}f+\frac{\partial \omega}{\partial u}f_1}{F'}=-\,\omega\frac{\partial\frac{\theta}{\omega}}{\partial u}\cdot\frac{f}{F'}=-\,\theta\cdot\frac{\partial\frac{\omega}{\theta}}{\partial u}\cdot\frac{f_1}{F'}. \tag{5}$$

Digitized by Google

Ora per una radice reale (e semplice) ξ della $F=0$ possono aver luogo due fatti diversi; cioè nell'ipotesi (3') il rapporto $\frac{F(\xi+h)}{f(\xi+h)}$ $\left(\text{nell'ipotesi (4') l'altro } \frac{F(\xi+h)}{f_1(\xi+h)}\right)$ può nell'intorno di $h=0$ avere il segno di h od il segno contrario; nei due casi diremo che la radice ξ è, relativamente alla successione (3) (alla (4)), di *prima* o di *seconda* specie. Ricordiamo inoltre che per ogni radice reale ξ della $F=0$ il rapporto $\frac{F(\xi+h)}{F'(\xi+h)}$ nell'intorno di $h=0$ ha sempre il segno di h; avremo subito che per una radice reale ξ della *prima* specie $F'(\xi)$ ed $f(\xi)$, nell'ipotesi (3'), (nella (4') $F'(\xi)$ ed $f_1(\xi)$) hanno ugual segno, per una della *seconda* specie hanno invece segno contrario; quindi, per la (5), il segno della derivata $\frac{d\xi}{du}$ è dato, nei due casi nell'ipotesi (3') da quello dell'espressione $\mp\omega\frac{\partial\frac{\theta}{\omega}}{\partial u}$, nella (4') dal segno di $\mp\theta\frac{\partial\frac{\omega}{\theta}}{\partial u}$. Se in particolare nell'intorno che si considera di u, l'una o l'altra delle espressioni precedenti conserva, per qualunque x, un segno costante, tutte le radici di prima specie varieranno allo stesso modo, aumenteranno cioè o diminuiranno tutte al crescere di u; quelle di seconda specie varieranno in guisa perfettamente contraria.

II.

I teoremi di Laguerre e di Hermite.

4. — Consideriamo ora dei casi particolari.

Parliamo dapprima della successione (3); ed essendo ω un polinomio qualunque che soddisfi alla (3'), dividiamo il prodotto $\omega(x)f_1(x)$ per $f(x)$; se $Q(x)$ è il quoziente, $R(x)$ il resto della divisione, avremo:

$$\omega(x)\,.\,f_1(x)=Q(x)f(x)+R(x),$$

e quindi anche:

$$F(x)=\theta(x)f(x)+\omega(x)f_1(x)=\}Q(x)+\theta(x)\{f(x)+R(x).$$

Digitized by Google

Indicando allora con a, b due numeri reali arbitrarî, poniamo successivamente:

$$\theta_1(x) = a^2x + b - Q(x); \quad \theta_2(x) = b - Q(x); \quad \theta_3(x) = -Q(x);$$

avremo le tre equazioni, dei gradi $n+1$, n, $\leq n-1$ rispettivamente:

$$F_1(x) = (a^2x+b)f(x) + R(x) = 0; \quad F_2 = bf(x) + R(x) = 0;$$
$$F_3(x) = R(x) = 0,$$

la prima delle quali comprende le altre due come casi particolari; e se nella successione (3) poniamo in luogo di F successivamente F_1, F_2, F_3, il numero delle variazioni che essa perde, mentre x cresce da $-\infty$ a $+\infty$, è rispettivamente uguale a $k+1$, k, $k-1+2\epsilon$ ($\epsilon=0,1$). Potremo quindi enunciare i teoremi:

a) (di Laguerre). *Sia* $f(x) = 0$ *un'equazione a coefficienti reali del grado* n *e sia:*

$$f, f_1, f_2 \dots f_n$$

una successione di Sturm per essa equazione. Se $\omega(x)$ *è un polinomio che assume un valore* negativo *per ogni radice reale della* $f(x) = 0$ *ed* $R(x)$ *è il resto della divisione del prodotto* $\omega(x)f_1(x)$ *per* $f(x)$, *l'equazione del grado* $n+1$:

$$F_1(x) = (a^2x + b)f(x) + R(x) = 0 \qquad (a^2 > 0) \tag{6}$$

(con a, b *costanti reali qualunque) ha un numero dispari di radici reali in più della* $f(x) = 0$; *le sue radici reali separano inoltre quelle della* $f(x) = 0$.

Se in particolare la $f(x) = 0$ *ha tutte radici reali e distinte, tali sono anche quelle della* $F_1 = 0$; *la successione*

$$F_1, f, f_1, f_2, \dots f_n$$

è allora per la $F_1 = 0$ *una successione di Sturm; le radici di* F_1 *ed* f *si separano a vicenda* (*).

b) (di Hermite). *Nelle stesse ipotesi, l'equazione del grado* n:

$$F_2(x) = bf(x) + R(x) = 0 \qquad (b \neq 0) \tag{7}$$

(*) È questa una proprietà delle successioni di Sturm per le equazioni a radici tutte reali (Ioachimsthal, l. c., § 14).

Digitized by Google

(*con* b *reale e qualunque*) *ha almeno tante radici reali quante la* f(x) = 0; *e se questa ha tutte radici reali e distinte, tali sono anche quelle della* $F_2 = 0$.

c) L'equazione di grado uguale o minore ad n — 1:

$$F_3(x) = R(x) = 0 \tag{8}$$

ha al più una radice reale di meno della f = 0: *se questa ha tutte le radici reali, tali sono anche quelle della* $F_3 = 0$, *che ha in questo caso il grado* n — 1.

Infatti, in quest'ultima ipotesi, la successione

$$F_3, f, f_1 \dots f_n$$

che deve, tra $-\infty$ e $+\infty$, perdere almeno $n-1$ variazioni, tante ne perde effettivamente, in quanto la $F_3(x) = 0$ non può evidentemente avere più di $n-1$ radici reali; ne segue che la $F_3 = 0$ ha precisamente $n-1$ radici reali, ed inoltre tra i primi due termini della successione precedente deve, da $-\infty$ a $+\infty$, *guadagnarsi* una variazione; e quindi *i primi coefficienti di* f(x) *e di* $F_3(x) = R(x)$ *hanno segno contrario.*

5. — *Osservazioni.*

a) Ponendo nelle (1'), (3'), $\omega = -1$, $f_1 = f'$, i teoremi *a), b)*, si riducono a due teoremi noti di Laguerre (*) e di Hermite (**) (donde i nomi che loro abbiamo assegnati); il terzo si riduce al teorema di Rolle.

b) Insieme colla $F_1 = 0$ (per $\omega = -1$, $f_1 = f'$) il Laguerre considera l'altra equazione:

$$(a^2 x + b) f + f' = 0;$$

e, nell'ipotesi che la $f(x) = 0$ abbia tutte radici reali e distinte, osserva che questa non può avere più di due radici complesse. È facile estendere questo risultato all'equazione più generale, che colle nostre notazioni scriviamo:

$$\overline{F}_1(x) = (-a^2 x + b) f(x) + R(x) = 0;$$

se infatti osserviamo che la successione

$$\overline{F}_1, f, f_1, f_2 \dots f_n$$

(*) Cfr. Laguerre, *Œuvres*, vol. I, p. 140.

(**) Cfr. Hermite, "Nouv. Ann. de Math.", S. 2ª, T. V, p. 478 (1866).

Digitized by Google

(che è per la $\overline{F}_1$ una successione generalizzata di Sturm) perde tra $-\infty$ e $+\infty$ una variazione di meno della successione (1'), abbiamo che il numero delle radici reali della $\overline{F}_1 = 0$ è al più inferiore di una unità a quello della $f = 0$.

Inoltre, nell' ipotesi di Laguerre, quando la $f(x) = 0$ ha tutte radici reali e distinte, si può assegnare ai parametri a^2, b tali valori, che la $\overline{F}_1 = 0$ abbia, sia tutte le radici reali, sia tutte meno due. Infatti, se tenendo fisso a^2 facciamo nella $\overline{F}_1 = 0$ tendere il parametro b all'infinito, positivo o negativo, una delle radici della $\overline{F}_1 = 0$ ed una sola tende a diventare infinita, le altre tendono a quelle della $f(x) = 0$. Ne segue in particolare, che quando b sia sufficientemente grande in valore assoluto, il modulo di una delle radici della $\overline{F}_1 = 0$ supera un numero prefissato, grande a piacere, le altre sono prossime quanto si vuole a quelle della $f = 0$, hanno quindi tutte moduli diversi, e perciò sono tutte reali. Ma si può anche fare in modo che la $\overline{F}_1 = 0$ abbia due radici complesse. Poniamo infatti esplicitamente:

$$R(x) = r_0 x^{n-1} + r_1 x^{n-2} + \dots + r_{n-1}; \tag{9}$$

sarà (n° 5, c): $a_0 r_0 < 0$; e poichè la $f = 0$ ha tutte radici reali, sarà anche dalla (1): $a_1^2 - 2a_0 a_2 \geq 0$ (*); d'altronde si ha:

$$\overline{F}_1(x) = \alpha_0 x^{n+1} + \alpha_1 x^n + \alpha_2 x^{n-1} + \dots = -a^2 a_0 x^{n+1} + \\ + (b a_0 - a^2 a_1) x^n + (b a_1 - a^2 a_2 + r_0) x^{n-1} + \dots$$

e la $\overline{F}_1(x) = 0$ avrà certamente radici complesse, quando sia $\alpha_1^2 - 2\alpha_0\alpha_2 < 0$ (*), cioè quando si abbia:

$$b^2 a_0^2 < -a^4(a_1^2 - 2a_0 a_2) - 2a^2 a_0 r_0.$$

Ora è sempre possibile soddisfare a questa disuguaglianza; se $a_1^2 - 2a_0 a_2 > 0$, basta prendere:

$$a^2 < \frac{-2a_0 r_0}{a_1^2 - 2a_0 a_2}; \quad b^2 < \frac{-2a^2 a_0 r_0 - a^4(a_1^2 - 2a_0 a_2)}{a_0^2}$$

se poi $a_1^2 - 2a_0 a_2 = 0$, basta prendere a^2 arbitrario e $b^2 < \frac{-2a^2 r_0}{a_0}$

(*) Cfr. ad es. Netto, *Algebra*, vol. I, p. 236.

Digitized by Google

c) Se nel polinomio di Laguerre si fa tendere il parametro b all'infinito, una delle radici tende a diventare infinita, le altre tendono a quelle della $f(x) = 0$; quindi per b sufficientemente grande in valore assoluto, il numero delle radici reali della $F_1 = 0$ supera precisamente di uno quello della $f(x) = 0$: se dunque per una forma determinata del polinomio ω e per un valore fisso di a^2, mentre b varia arbitrariamente per valori reali, la $F_1(x) = 0$ ha *sempre* p o più radici reali, la $f(x) = 0$ ne ha precisamente $p - 1$; se in particolare la $F_1(x) = 0$ ha *sempre* radici reali e distinte, tali sono anche quelle della $f(x) = 0$. Un'osservazione analoga può farsi evidentemente per il polinomio F_2 di Hermite.

6. — Il polinomio $\omega(x)$ abbia una forma determinata; proponiamoci di seguire la variazione delle radici reali delle equazioni $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, al variare, pei valori reali, dei parametri a^2, b. Ci limiteremo, per maggior semplicità, al caso particolarmente importante che la $f = 0$ abbia tutte le radici reali e distinte, che, in ordine di grandezza crescente, diciamo $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$. Ciascuna delle equazioni $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, $F_3 = 0$ ha ancora tutte radici reali e distinte, e *tutte di prima specie*, secondo le denominazioni del n° 3; diciamo, sempre in ordine di grandezza, $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_{n+1}$ le radici di $F_1 = 0$; $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$ quelle di $F_2 = 0$, $\delta_1 \dots \delta_{n-1}$ quelle di $F_3 = 0$.

Dalla (5) del n° 3 abbiamo:

$$-\omega \frac{\partial \frac{\theta}{\omega}}{\partial (a^2)} = -x; \quad -\omega \frac{\partial \frac{\theta}{\omega}}{\partial b} = -1;$$

se dunque le β_i si riguardano come funzioni delle due variabili reali a^2, b, le γ_i come funzioni della b, una qualunque derivata $\frac{\partial \beta_i}{\partial b}$, $\frac{d\gamma_i}{db}$ è negativa; invece una qualunque derivata $\frac{\partial \beta_i}{\partial (a^2)}$ ha il segno contrario a β_i: quindi, all'aumentare di b, tutte le β_i e le γ_i diminuiscono; all'aumentare di a^2, tutte le β_i (non nulle) diminuiscono in valore assoluto conservando il loro segno, una β_i eventualmente nulla non varia al variare di a^2.

Facciamo variare dapprima il solo parametro b. Allora nel polinomio di Laguerre ($a^2 \neq 0$), mentre b aumenta da $-\infty$ a

Digitized by Google

$+\infty$, tutte le β_i diminuiscono in modo continuo, nè mai per b finito qualunque, può la $F_1=0$ aver radici comuni colla $f=0$; per un tal valore infatti, a causa della (3'), si avrebbe insieme $f=f_1=0$, il che è escluso dalle proprietà della successione (1') di Sturm; quando poi b si fa tendere all'infinito positivo (negativo), una delle radici β tende all'infinito negativo (positivo) (*), le altre a quelle della $f(x)=0$. Ne segue che mentre b aumenta da $-\infty$ a $+\infty$, la β_{n+1} diminuisce in modo continuo da $+\infty$ ad α_n, la β_n da α_n ad α_{n-1}, ... la β_i da α_i ad α_{i-1} ... la β_1 da α_1 a $-\infty$: in particolare si avrà dunque sempre (come è noto del resto per altra via) la catena di disuguaglianze:

$$\text{(A)} \qquad \beta_1<\alpha_1<\beta_2<\alpha_2\ldots<\alpha_{n-1}<\beta_n<\alpha_n<\beta_{n+1}.$$

In guisa affatto analoga, se nel polinomio F_2 di Hermite si fa tendere b all'infinito positivo o negativo, le radici della $F_2=0$ tendono a quelle della $f(x)=0$; quando invece si fa tendere b allo zero per valori positivi (negativi), una delle radici tende all'infinito positivo (negativo) (**), le altre a quelle della $F_3=0$; osservando ancora che due qualunque delle equazioni $F_2=0$, $F_3=0$, $f=0$ non hanno mai radici a comune, si ha che quando si fa crescere b in modo continuo da $-\infty$ allo zero, e quindi dallo zero a $+\infty$, la radice γ_n della $F_2=0$ decresce sempre da α_n a δ_{n-1}, e quindi da δ_{n-1} ad α_{n-1}; la γ_{n-1} da α_{n-1} a δ_{n-2} e da δ_{n-2} ad α_{n-2}; ... la γ_2 da α_2 a δ_1 e da δ_1 ad α_1; la γ_1 da α_1 all'infinito negativo (per $b=-0$), quindi dall'infinito positivo (per $b=+0$) decresce ancora fino ad α_n (***). In particolare si avranno dunque le disuguaglianze:

$$\text{(B)}\ \begin{cases} (1) \quad \textit{per}\ b<0; & \gamma_1<\alpha_1<\delta_1<\gamma_2<\alpha_2<\delta_2<\ldots \\ & \ldots<\delta_{n-2}<\gamma_{n-1}<\alpha_{n-1}<\delta_{n-1}<\gamma_n<\alpha_n; \\ (2) \quad \textit{per}\ b>0; & \alpha_1<\gamma_1<\delta_1<\alpha_2<\gamma_2<\delta_2<\ldots \\ & \ldots<\delta_{n-2}<\alpha_{n-1}<\gamma_{n-1}<\delta_{n-1}<\alpha_n<\gamma_n; \end{cases}$$

(*) Dalla (1) e (6) si ha infatti $\sum_1^{n+1} \beta_k = -\frac{a_1}{a_0} - \frac{b}{a^2}$.

(**) Infatti, dalle (1), (7), (9) si ha $\sum_1^n \gamma_k = \frac{-a_1}{a_0} - \frac{r_0}{ba_0}$ ed è $r_0 a_0 < 0$.

(***) Ed allora la γ_1 prende il nome di γ_n, la γ_n di γ_{n-1}; ... la γ_2 di γ_1.

Digitized by Google

donde poi seguono le altre:

(C) $$\alpha_1 < \delta_1 < \alpha_2 < \delta_2 < \dots < \alpha_{n-1} < \delta_{n-1} < \alpha_n;$$

(D) $$\gamma_1 < \delta_1 < \gamma_2 < \delta_2 < \dots < \gamma_{n-1} < \delta_{n-1} < \gamma_n;$$

(E) $$\begin{cases} (1) \ \textit{per}\ b < 0; & \gamma_1 < \alpha_1 < \gamma_2 < \alpha_2 < \dots < \gamma_n < \alpha_n; \\ (2) \ \textit{per}\ b > 0; & \alpha_1 < \gamma_1 < \alpha_2 < \gamma_2 < \dots < \alpha_n < \gamma_n. \end{cases}$$

Crediamo superfluo enunciare i teoremi che risultano dalle disuguaglianze precedenti.

7. — Teniamo ora fermo in F_1 il parametro b e facciamo aumentare a^2 da 0 ad ∞: le β_i positive diminuiranno, le negative aumenteranno tutte. Quando inoltre a^2 tende allo zero (per valori positivi) una β_i tende all'infinito positivo o negativo, secondochè b è negativo o positivo (*), le altre tendono alle radici γ_i della $F_2 = 0$; se poi b è uguale allo zero, due radici β_i tendono, una all'infinito positivo, l'altra all'infinito negativo (*), le altre $n-1$ a quelle della $F_3 = 0$; quando invece a^2 tende all'infinito, una delle β_i tende a zero, le altre alle radici della $f = 0$.

Infine due qualunque delle equazioni $F_1 = 0$, $F_2 = 0$, $f = 0$ (o per $b = 0$ $F_1 = 0$, $F_3 = 0$, $f = 0$) non possono mai, per a^2 finito e diverso da zero, aver radici comuni (diverse da zero).

Ciò posto, sia per fissare le idee, per la $f(x) = 0$:

$$\alpha_1 < \alpha_2 \dots \alpha_{p-1} < 0 < \alpha_p < \alpha_{p+1} \dots \alpha_n;$$

e facciamo aumentare a^2 da 0 a $+\infty$. Convien distinguere i tre casi $b < 0$; $b > 0$; $b = 0$.

a) *Sia* $b < 0$; varranno la (A), e la E(1); quindi per ciò che precede la β_{n+1} diminuirà in modo continuo da $+\infty$ ad α_n: la β_n da γ_n ad α_{n-1}; ... la β_{p+1} da γ_{p+1} ad α_p; la β_p da γ_p a zero, se $\gamma_p > 0$; se invece è $\gamma_p < 0$, la β_p aumenterà da γ_p a zero, la β_{p-1}

(*) Infatti $\sum_1^{n+1} \beta_k = \frac{-a_1}{a_0} - \frac{b}{a^2}$; e quindi per $b = 0$ $\sum_1^{n+1}{}_0 \beta_k = \frac{-a_1}{a_0}$, quantità finita; donde, poichè due radici β_i devono diventare infinite per $a^2 = 0$, in quanto il grado della F_1 diminuisce di due unità, segue che una deve tendere all'infinito positivo, l'altra all'infinito negativo.

Digitized by Google

aumenta da γ_{p-1} ad α_{p-1}; ... la β_1 da γ_1 ad α_1; si ha cioè l'una o l'altra serie di disuguaglianze:

$$F'_{(b<0)} \begin{cases} (1) \quad \gamma_1<\beta_1<\alpha_1<\gamma_2<\beta_2<\alpha_2 \ldots \\ <\alpha_{p-1}<0<\beta_p<\gamma_p<\alpha_p<\beta_{p+1}<\gamma_{p+1}<\ldots<\alpha_{n-1}\beta_n<\gamma_n<\alpha_n<\beta_{n+1} \\ (2) \quad \ldots\ldots\ldots \alpha_{p-1}<\gamma_p<\beta_p<0<\alpha_p \ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

b) Sia $b>0$; si avrà la (A) e la E(2); quando a^2 aumenta da zero a $+\infty$, la β_{n+1} diminuisce da γ_n ad α_n; la β_n da γ_{n-1} ad α_{n-1}; ...; la β_{p+1} da γ_p ad α_p; la β_p da γ_{p-1} a zero se $\gamma_{p-1}>0$; se $\gamma_{p-1}<0$, la β_p invece aumenta da γ_{p-1} a zero; la β_{p-1} aumenta da γ_{p-2} ad α_{p-1} ... la β_1 da $-\infty$ ad α_1; si ha quindi l'una o l'altra serie di disuguaglianze:

$$F''_{(b>0)} \begin{cases} (1) \quad \beta_1<\alpha_1<\gamma_1<\beta_2<\alpha_2<\ldots \\ \ldots<\gamma_{p-2}<\beta_{p-1}<\alpha_{p-1}<0<\beta_p<\gamma_{p-1}<\alpha_p<\beta_{p+1}<\gamma_p \ldots \\ \ldots<\alpha_n<\beta_{n+1}<\gamma_n. \\ (2) \quad \ldots\ldots\ldots \alpha_{p-1}<\gamma_{p-1}<\beta_p<0<\alpha_p<\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

c) Sia infine $b=0$; dalle (A) e (C) abbiamo che β_{n+1} decresce da $+\infty$ ad α_n, la β_n da δ_{n-1} ad α_{n-1}; ...; la β_{p+1}, da δ_p ad α_p, la β_p da δ_{p-1} a zero, se $\delta_{p-1}>0$; se $\delta_{p-1}<0$, la β_p aumenta invece da δ_{p-1} a zero, la β_{p-1} aumenta da δ_{p-2} ad α_{p-1}; ...; la β_1 da $-\infty$ ad α_1 e quindi si ha l'uno o l'altro dei due casi:

$$F'''_{(b=0)} \begin{cases} (1) \quad \beta_1<\alpha_1<\delta_1<\beta_2<\alpha_2<\ldots \\ \ldots\delta_{p-2}<\beta_{p-1}<\alpha_{p-1}<0<\beta_p<\delta_{p-1}<\alpha_p<\beta_{p+1}<\delta_p<\ldots \\ \ldots<\delta_{n-1}<\alpha_n<\beta_{n+1} \\ (2) \quad \ldots\ldots\ldots \alpha_{p-1}<\delta_{p-1}<\beta_p<0<\alpha_p<\ldots\ldots\ldots \text{ (*)}. \end{cases}$$

Combinando le relazioni superiori, è facile ottenere, in casi speciali, risultati interessanti. Supponiamo ad es.: *che la* $f(x)=0$

(*) Quando per $b>0$ sia $\gamma_p=0$, o per $b<0 \gamma_{p-1}=0$, o infine per $b=0$ $\delta_{p-1}=0$, allora la β_p è nulla per qualunque a^2, le altre variano ancora come nelle (F).

Digitized by Google

abbia tutte radici positive e sia $b > 0$; varranno allora la B(2), e la F''; e poichè per $a^2 = 0$ è $\beta_1 = -\infty$, sarà in generale:

$$(G) \qquad \begin{aligned} &\beta_1 < 0 < \alpha_1 < \beta_2 < \gamma_1 < \delta_1 < \alpha_2 < \beta_3 < \gamma_2 < \delta_2 < \dots \\ &\dots < \beta_n < \gamma_{n-1} < \delta_{n-1} < \alpha_n < \beta_{n+1} < \gamma_n, \end{aligned}$$

e al variare di a^2 da 0 ad ∞, la β_1 aumenterà da $-\infty$ a zero, la β_{i+1} $(i \geq 1)$ diminuirà invece da γ_i ad α_i.

Affatto analogamente: *se la* $f(x) = 0$ *ha tutte radici negative ed è* $b \geq 0$, si ha la serie di disuguaglianze:

$$(G') \qquad \gamma_1 < \beta_1 < \alpha_1 < \delta_1 < \gamma_2 < \beta_2 < \alpha_2 < \delta_2 \dots < \delta_{n-1} < \gamma_n < \alpha_n < 0 < \beta_{n+1}$$

e all'aumentare di a^2 da 0 ad ∞, la β_{n+1} decresce da $+\infty$ a zero, ogni β_i $(i \leq n)$ aumenta invece da γ_i ad α_i (*).

8. — Le considerazioni che seguono portano ad una notevole estensione del teorema di Laguerre.

Sia $\varphi(x) = 0$ un'equazione algebrica del grado m, *con tutte radici reali e diverse,* e sia φ_1 un polinomio di grado $m - 1$, tale che il rapporto $\frac{\varphi(x)}{\varphi_1(x)}$ abbia nell'intorno di una radice reale α della $\varphi(x) = 0$ il segno del binomio $x - \alpha$ (**). Operando allora sulle φ e φ_1 come per la ricerca del m. c. d. verremo a costruire una successione di Sturm per la $\varphi(x) = 0$:

$$(10) \qquad \varphi, \varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_m$$

che ha come primi termini φ e φ_1. E l'ipotesi fatta che l'equazione $\varphi = 0$ abbia tutte radici reali e diverse, porta che per la successione stessa ha luogo il così detto *caso regolare* (***); cioè la successione contiene $m + 1$ funzioni, la φ_i ha il grado $m - i$ e tre funzioni consecutive sono legate da una relazione della forma:

$$(11) \qquad \varphi_i = (p_i^2 x + q_i)\varphi_{i+1} - r_i^2 \varphi_{i+2} \qquad (i = 0, 1, 2 \dots m - 2) \ \varphi_0 = \varphi$$

(*) Pei n[i] 6, 7, cfr. anche la nota di V. Eberhardt, *Ein Beitrag zur Theorie der Gleichungen* (" Jahresbericht der D. Math. Vereinigung ", Bd. XI, S. 169. Lipsia, Teubner, 1902).

(**) Cfr. Joachimsthal, loc. cit., p. 389.

(***) Cfr. Kronecker, loc. cit., p. 311.

Digitized by Google

con p_i, q_i, r_i costanti reali; per la φ_{m-1} si avrà poi:

$$\varphi_{m-1} = \varphi_m(p_{m-1}^2 x + q_{m-1}). \tag{11'}$$

Supporremo che φ_m sia positivo, o ciò che fa lo stesso, che il primo coefficiente di φ sia positivo.

Ciò posto, supponiamo che la (1') sia per la $f(x) = 0$ una successione *generalizzata* di Sturm, nella quale la f_1 abbia il grado $n-1$, e che perda, da $-\infty$ a $+\infty$, k variazioni; e poniamo:

$$g_i = \varphi_i f - t_i^2 \varphi_{i+1} f_1 \quad (i=0,1,2\ldots m-1),\ g_0 = g \tag{12}$$

con t_i costante reale qualunque. È facile vedere allora che:

L'equazione $g_i(x) = 0$ *ha* $k + m - i + 2\omega_i\,(\omega_i \geq 0)$ *radici reali.*

Il teorema si dimostra subito per la g_{m-1}; dalle (11') e (12) si ha infatti:

$$g_{m-1} = \varphi_m \{(p_{m-1}^2 x + q_{m-1}) f - t_{m-1}^2 f_1\} = \varphi_m \,.\, h_{m-1}$$

dove si è posto:

$$h_{m-1} = (p_{m-1}^2 x + q_{m-1}) f - t_{m-1}^2 f_1 ;$$

e le considerazioni stesse, che han servito a dimostrare il teorema di Laguerre, dànno che la $g_{m-1} = 0$ ha $k + 1 + 2\omega (\omega \geq 0)$ radici reali. Procederemo allora per induzione ed, ammesso il teorema per la g_{i+1}, lo dimostreremo per la g_i. Ora dalle (11) e (12) si ha:

$$g_i = \varphi_i f - t_i^2 \varphi_{i+1} f_1 = \{(p_i^2 x + q_i) f - t_i^2 f_1\} \varphi_{i+1} - r_i^2 \varphi_{i+2} f,$$

cioè:

$$g_i = h_i \varphi_{i+1} - r_i^2 \varphi_{i+2} f, \tag{13}$$

con

$$h_i = (p_i^2 x + q_i) f - t_i^2 f_1. \tag{13'}$$

Ora, dalla (13'), si ha che la successione:

$$h_i,\ f,\ f_1,\ f_2 \ldots f_n$$

è per la $h_i = 0$ una successione *generalizzata* di Sturm e perde $k+1$ variazioni tra $-\infty$ e $+\infty$; quindi per la (13) la $g_i = 0$ ha $(k+1) + (m - i - 1) + 2\omega_i = k + m - i + 2\omega_i$ radici reali, come si volea dimostrare.

Digitized by Google

9. — **Consideriamo il caso particolare che la (1′) sia una** successione propria di Sturm per la $f(x)=0$; allora dal teorema superiore si ha che: *l'equazione* $g_i = 0$ *ha almeno* m — i *radici reali in più della* $f=0$. **Se ancor più particolarmente, la** $f=0$ ha tutte radici reali e **diverse, si ha** $\mu = k = n$, **e poichè la** $g_i = 0$ ha il **grado** $n+m-i$, **ciascuna delle equazioni** $g_i = 0$, in **particolare la:**

$$(14) \qquad g(x) = \varphi(x) f(x) - t^2 \varphi_1(x) f_1(x) = 0$$

ha ancora tutte le radici reali e distinte.

Ma di più poniamo successivamente:

$$(15) \qquad \begin{cases} k = k_0 = (p^2 x + q) f - t^2 f_1 \\ k_1 = (p_1^2 x + q_1) k - r^2 f, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ k_i = (p_i^2 x + q_i) k_{i-1} - r_{i-1}^2 k_{i-2} \quad (i=2,3 \dots m-2) \end{cases}$$

si avrà anche:

$$g = \varphi_m \{ (p_{m-1}^2 x + q_{m-1}) k_{m-2} - r_{m-2}^2 k_{m-3} \};$$

e, poichè $\varphi_m > 0$, dall'applicazione ripetuta del teorema di Laguerre si ha che la successione:

$$g, k_{m-2}, k_{m-3}, \dots k_1, k, f, f_1, f_2 \dots f_n$$

è per la $g=0$ una successione di Sturm. Possiamo quindi enunciare il teorema:

Siano $f=0$, $\varphi=0$ *due equazioni dei gradi* n *ed* m *con tutte radici reali; siano* f_1, φ_1 *due funzioni, dei gradi* $n-1$, $m-1$, *tali che il rapporto* $\frac{f(\xi+h)}{f_1(\xi+h)} \left(\frac{\varphi(\xi+h)}{\varphi_1(\xi+h)} \right)$ *abbia, nell'intorno di ogni radice* ξ *della* $f=0$ $(\varphi=0)$ *il segno di* h; *e siano la* (1′) *e la* (10) *due successioni di Sturm per la* $f(\varphi)$, *ottenute operando su* f *ed* f_1 (φ *e* φ_1) *come per la ricerca del m. c. d. In questa ipotesi, l'equazione del grado* $m+n$:

$$g(x) = f(x) \varphi(x) - t^2 f_1(x) \varphi_1(x) = 0$$

(t *costante reale qualunque*) *ha ancora tutte le sue radici reali e di-*

Digitized by Google

stinte: inoltre, determinate dalle (11) *e* (15) *le funzioni* $k, k_1, k_2 \dots k_{m-2}$, *la successione:*

$$g, k_{m-2}, k_{m-3}, \dots k_1, k, f, f_1, f_2 \dots f_n$$

è per la $g = 0$ *una successione di Sturm.*

III.

Il teorema di Fouret.

10. — **Consideriamo ora la successione** (4).

Nella successione (1') la $f_1(x)$ abbia il grado $n-1$, e sia, scritta esplicitamente:

$$(16) \qquad f_1(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-2}x + b_{n-1};$$

essendo θ un polinomio qualunque che soddisfi alla (4'), dividiamo il prodotto θf per f_1; se $Q_1(x)$ è il quoziente, $R_1(x)$ il resto della divisione, poniamo successivamente:

$$\omega_1 = (a^2x + b) - Q_1(x); \quad \omega_2 = b - Q_1(x); \quad \omega_3 = -Q_1(x),$$

(con a, b costanti reali qualunque); avremo le tre equazioni, dei gradi n, $n-1$, $\leq n-2$:

$$G_1 = (a^2x+b)f_1(x) + R_1(x) = 0; \; G_2 = bf_1(x) + R_2(x) = 0; \; G_3 = R_1(x) = 0$$

(di cui la prima comprende le altre come casi particolari); e se nella successione (4) poniamo in luogo di F successivamente G_1, G_2, G_3, la successione stessa perde da $-\infty$ a $+\infty$, almeno k, $k-1$, $k-2$ variazioni.

Abbiamo quindi i teoremi:

a) (di FOURET). *Sia* $f(x) = 0$ *un'equazione del grado* n *a coefficienti reali e sia:*

$$f, f_1, f_2 \dots f_n$$

una successione di Sturm per essa equazione, nella quale f_1 *abbia il grado* $n-1$. *Se* $\theta(x)$ *è un polinomio che assume un valore po-*

Digitized by Google

sitivo *per ogni radice reale della* $f_1(x) = 0$ *ed* $R_1(x)$ *è il resto della divisione per* $f_1(x)$ *del prodotto* $\theta(x)\, f(x)$, *l'equazione del grado* n:

$$(17) \qquad G_1(x) = (a^2x + b)f_1 + R_1(x) = 0 \qquad (a^2 \neq 0)$$

(*con* a, b *costanti reali qualunque*) *ha almeno tante radici reali quante la* $f = 0$. *Se in particolare la* $f = 0$ *ha tutte radici reali e distinte, anche la* $G_1(x) = 0$ *ha radici tutte reali e distinte; inoltre la successione:*

$$G_1, f_1, f_2 \dots f_n$$

è per la $G(x) = 0$ *una successione di Sturm.*

b) Nelle stesse ipotesi, l'equazione del grado $n - 1$:

$$(18) \qquad G_2(x) = bf_1(x) + R_1(x) = 0 \qquad (b \neq 0)$$

ha al più una radice reale di meno della $f = 0$; *ed insieme con questa ha ancora tutte le radici reali e distinte.*

c) L'equazione, di grado minore od uguale ad $n - 2$:

$$(19) \qquad G_3(x) = R_1(x) = 0$$

ha al più due radici reali di meno che la $f = 0$, *e insieme con questa ha tutte le sue radici reali e distinte.*

Infatti, in questa ipotesi, come al n° 4, *c)* si ha che la $R_1(x) = 0$ *ha il grado* $n - 2$ *ed inoltre i primi coefficienti di* f_1 *ed* R_1 *hanno segno contrario.*

11. — *Osservazioni.*

a) Insieme colla $G_1(x) = 0$ possiamo considerare l'altra equazione:

$$\overline{G}_1(x) = (-a^2x + b)f_1(x) + R_1(x) = 0; \qquad (a^2 \neq 0)$$

la successione

$$\overline{G}_1, f_1, f_2 \dots f_n$$

può allora perdere, tra $-\infty$ e $+\infty$, due variazioni di meno che non la (1); e questo accade effettivamente quando la $f(x) = 0$ abbia tutte le sue radici reali; infatti allora i primi coefficienti di f ed f_1 hanno ugual segno, quelli di $\overline{G}_1$ ed f_1 hanno segno contrario. In questo caso l'equazione $\overline{G}_1(x) = 0$ può quindi avere

Digitized by Google

sia tutte le radici reali, sia tutte meno due; ed osservando che anche la $f_1(x)=0$ ha, per proprietà note delle successioni di Sturm, tutte radici reali (*), delle considerazioni affatto analoghe a quelle del n° 5, *b)* dimostrano che tutti due i casi hanno luogo effettivamente, per valori convenienti di a^2, b.

b) La successione (1') sia ottenuta dalle f ed f_1 mediante il processo del m. c. d. Avremo allora una relazione della forma:

$$f=(px+q)f_1-f_2 \quad \left(p=\frac{a_0}{b_0}\,;\ q=\frac{a_1b_0-a_0b_1}{b_0^2}\right) \tag{20}$$

e potremo anche scrivere, arrestando il processo di divisione alla prima divisione parziale:

$$f=pxf_1+\bar{f}_1 \tag{20'}$$

quando si ponga:

$$\bar{f}_1=qf_1-f_2=f-\frac{a_0}{b_0}xf_1= \tag{21}$$

$$=\frac{1}{b_0}\{(a_1b_0-a_0b_1)x^{n-1}+(a_2b_0-a_0b_2)x^{n-2}+\ldots+b_0a_n\}=b_0qx^{n-1}+\ldots+a_n.$$

Poniamo ora nella $G_1(x)$:

$$\theta=1\,;\quad a^2=p+\alpha\,;\quad b=\beta+q\,; \tag{22}$$

avremo dalla G_1 l'equazione:

$$H=(a^2x+b)f_1-f_2=f+(\alpha x+\beta)f_1=0 \quad (\alpha\geq-p), \tag{23}$$

e se nella (23) facciamo $f_1=f'$ $\left(\text{e quindi } p=\frac{1}{n}\right)$, otteniamo l'equazione considerata dal Fouret (**) (donde il nome al teorema):

$$f+(\alpha x+\beta)f'=0. \qquad \left(\alpha\geq-\frac{1}{n}\right)$$

Colle stesse posizioni la $G_2(x)=0$, si cambia nell'equazione:

$$K(x)=bf_1-f_2=(f-pxf_1)+\beta f_1=\bar{f}_1+\beta f_1=0\,; \tag{24}$$

(*) Cfr. Ioachimsthal, loc. cit., § 14.
(**) Cfr. Fouret, "Comptes rendus", vol. 106, p. 1220.

Digitized by Google

e ponendo in questa $f_1 = f'$ si ha un'equazione considerata da Laguerre (*):

$$\left(f - \frac{1}{n} xf'\right) + \beta f' = 0.$$

Insieme colle precedenti dovremo tra un momento considerare l'equazione, cui si riduce la $H(x)$ per $\alpha = 0$ (supponiamo quindi $p \geq 0$), che scriviamo:

(25) $$L(x) = f + \beta f_1 = (px + b)f_1 - f_2 = 0.$$

12. — La $f(x) = 0$ abbia tutte radici reali e diverse; tali saranno anche quelle della $f_1 = 0$, $G_1 = 0$, $G_2 = 0$, $G_3 = 0$, e tutte di *prima specie*, secondo le notazioni del n° 3; ed ove si dia a θ una forma determinata e nelle $G_i = 0$ si facciano variare i parametri a^2, b in un modo qualunque, dalla seconda formula (5), procedendo come ai n[i] 6, 7, otterremo relazioni affatto simili a quelle ivi trovate tra le radici delle $G_i = 0$ e *quelle della* $f_1(x) = 0$, sulle quali quindi è inutile insistere. Meno semplice è il veder le relazioni tra le radici delle $G_i = 0$ e quelle dell'equazione primitiva $f(x) = 0$; e, per semplicità, ci limiteremo alla considerazione del caso particolare $\theta = 1$, cioè alle considerazioni delle equazioni $H = 0$, $K = 0$, $L = 0$, $f_2 = 0$ del numero precedente.

Insieme colla $f = 0$, anche le equazioni $f_1 = 0$, ed $f_2 = 0$ hanno tutte le radici reali; se, in ordine di grandezza, diciamo $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ le radici di $f = 0$, $\epsilon_1, \epsilon_2 \dots \epsilon_{n-1}$ quelle di $f_1 = 0$, $\zeta_1 \dots \zeta_{n-2}$ quelle della $f_2 = 0$, dalle proprietà note delle successioni di Sturm abbiamo le relazioni:

(A) $$\alpha_1 < \epsilon_1 < \alpha_2 < \epsilon_2 \dots < \alpha_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \alpha_n ;$$

(B) $$\epsilon_1 < \zeta_1 < \epsilon_2 < \zeta_2 < \dots \epsilon_{n-2} < \zeta_{n-2} < \epsilon_{n-1};$$

se inoltre la f_2 è scritta esplicitamente:

(26) $$f_2(x) = c_0 x^{n-2} + c_1 x^{n-3} + \dots + c_{n-2},$$

si avrà insieme $a_0 b_0 > 0$, $b_0 c_0 > 0$ (e quindi in particolare nella (20) sarà $p > 0$) (**).

(*) Cfr. Laguerre, *Œuvres*, vol. I, p. 137.

(**) Cfr. Ioachimsthal, l. cit., § 14, ed anche Netto, *Algebra*, vol. I, p. 253.

Digitized by Google

Inoltre, per la (21), la $\overline{f}_1$ si ottiene dalle f_1 ed f_2 mediante il teorema di Hermite: per la (B) del n° 7 quindi sarà anche:

$$
(C) \begin{cases}
(1) \quad (q<0) \quad \eta_1 < \epsilon_1 < \zeta_1 < \eta_2 < \epsilon_2 < \zeta_2 \dots \\
\qquad \dots < \zeta_{n-3} < \eta_{n-2} < \epsilon_{n-2} < \zeta_{n-2} < \eta_{n-1} < \epsilon_{n-1}, \\
(2) \quad (q>0) \quad \epsilon_1 < \eta_1 < \zeta_1 < \epsilon_2 < \eta_2 < \zeta_2 \dots \\
\qquad \dots \zeta_{n-3} < \epsilon_{n-2} < \eta_{n-2} < \zeta_{n-2} < \epsilon_{n-1} < \eta_{n-1}.
\end{cases}
$$

13. — Siano ora, in ordine di grandezza, $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$ le radici della $H=0$; $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$ quelle della $L=0$; $\kappa_1, \kappa_2 \dots \kappa_{n-1}$ quelle della $K=0$; e seguiamo la loro variazione quando si faccia dapprima variare il solo parametro b (o β).

Dalla prima delle (23) si ha che la $H=0$ si ottiene dalla f_1 (e dalla f_2) mediante il teorema di Laguerre; quindi per la (A) del n° 6, mentre b (o β) aumenta da $-\infty$ a $+\infty$, θ_n diminuisce da $+\infty$ ad ϵ_{n-1}, θ_{n-1} da ϵ_{n-1} ad ϵ_{n-2}; ... θ_2 da ϵ_2 ad ϵ_1, θ_1 da ϵ_1 a $-\infty$: e quindi si avranno le relazioni:

$$
(D) \qquad \theta_1 < \epsilon_1 < \theta_2 < \epsilon_2 < \dots < \theta_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \theta_n.
$$

Per la $K=0$, si ha dalla (24) che essa si ottiene dalla f_1 ed f_2 mediante il teorema di Hermite; inoltre per $\beta=0$ (cioè per $b=q$) essa si riduce alla $\overline{f}_1$.

Sia allora $q>0$ (e quindi valga la C(2)); mentre b aumenta da $-\infty$ a zero, da zero a q, da q a $+\infty$ (cioè β da $-\infty$ a $-q$, da $-q$ a zero, da zero a $+\infty$) si ha che κ_{n-1} decresce da ϵ_{n-1} a ζ_{n-2}, da ζ_{n-2} ad η_{n-2}, da η_{n-2} ad ϵ_{n-2}; κ_{n-2} da ϵ_{n-2} a ζ_{n-3}, da ζ_{n-3} a η_{n-3}, da η_{n-3} ad ϵ_{n-3}; ...; κ_2 da ϵ_2 a ζ_1, da ζ_1 a η_1, da η_1 ad ϵ_1; κ_1 da ϵ_1 a $-\infty$ (per $b=-0$), da $+\infty$ (per $b=+0$) ad η_{n-1} (ed allora κ_1 prende il nome di κ_{n-1}, κ_{n-1} di κ_{n-2}, ecc.), e da η_{n-1} ad ϵ_{n-1}. Si ha quindi:

$$
(E') \; q>0 \begin{cases}
b<0 \, (\beta<-q) \quad (1) \quad \kappa_1<\epsilon_1<\eta_1<\zeta_1<\kappa_2<\epsilon_2<\eta_2<\zeta_2 \dots \\
\qquad \dots <\eta_{n-2}<\zeta_{n-2}<\kappa_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\eta_{n-1}; \\
0<b<q \, (-q<\beta<0) \quad (2) \quad \epsilon_1<\eta_1<\kappa_1<\zeta_1<\epsilon_2<\eta_2<\kappa_2<\zeta_2 \dots \\
\qquad \dots <\eta_{n-2}<\kappa_{n-2}<\zeta_{n-2}<\epsilon_{n-1}<\eta_{n-1}<\kappa_{n-1}; \\
b>q \, (\beta>0) \quad (3) \quad \epsilon_1<\kappa_1<\eta_1<\zeta_1<\epsilon_2<\kappa_2<\eta_2<\zeta_2 \dots \\
\qquad \dots <\kappa_{n-2}<\eta_{n-2}<\zeta_{n-2}<\epsilon_{n-1}<\kappa_{n-1}<\eta_{n-1};
\end{cases}
$$

Digitized by Google

e quindi anche:

(F) $\kappa_1 < \zeta_1 < \kappa_2 < \zeta_2 < \dots \kappa_{n-2} < \zeta_{n-2} < \kappa_{n-1}$;

(G) $\begin{cases} b < 0 & (1) \quad \kappa_1 < \epsilon_1 < \kappa_2 < \epsilon_2 < \dots \kappa_{n-1} < \epsilon_{n-1}; \\ b > 0 & (2) \quad \epsilon_1 < \kappa_1 < \epsilon_2 < \kappa_2 \dots \epsilon_{n-1} < \kappa_{n-1}; \end{cases}$

(H′) $_{q>0}$ $\begin{cases} b < 0; b > q & (1) \quad \kappa_1 < \eta_1 < \kappa_2 < \eta_2 < \dots < \kappa_{n-1} < \eta_{n-1}; \\ 0 < b < q & (2) \quad \eta_1 < \kappa_1 < \eta_2 < \kappa_2 < \dots < \eta_{n-1} < \kappa_{n-1}. \end{cases}$

Sia invece $q<0$; varrà la C(1), e mentre b aumenta da $-\infty$ a q, da q a zero, da zero a $+\infty$ (cioè β da $-\infty$ a zero, da zero a $-q$, da $-q$ a $+\infty$) κ_{n-1} diminuirà da ϵ_{n-1} ad η_{n-1}, da η_{n-1} a ζ_{n-2}, da ζ_{n-2} ad ϵ_{n-2}; κ_{n-2} da ϵ_{n-2} ad η_{n-2}, da η_{n-2} a ζ_{n-3}, da ζ_{n-3} ad ϵ_{n-3}; ...; κ_2 da ϵ_2 ad η_2, da η_2 a ζ_1, da ζ_1 ad ϵ_1; κ_1 da ϵ_1 ad η_1, da η_1 a $-\infty$ (per $b=-0$), da $+\infty$ ($b=+0$) ad ϵ_{n-1} (e allora κ_1 prende il nome di κ_{n-1}, ecc.): quindi si avrà:

(E″) $_{q<0}$ $\begin{cases} b<q \ (\beta<0) & (1) \quad \eta_1<\kappa_1<\epsilon_1<\zeta_1<\eta_2<\kappa_2<\epsilon_2<\zeta_2<\dots \\ & \quad \dots<\zeta_{n-2}<\eta_{n-1}<\kappa_{n-1}<\epsilon_{n-1}, \\ q<b<0 \ (0<\beta<-q) & (2) \quad \kappa_1<\eta_1<\epsilon_1<\zeta_1<\kappa_2<\eta_2<\epsilon_2<\zeta_2<\dots \\ & \quad \dots<\zeta_{n-2}<\kappa_{n-1}<\eta_{n-1}<\epsilon_{n-1}, \\ b>0 \ (\beta>-q) & (3) \quad \eta_1<\epsilon_1<\kappa_1<\zeta_1<\eta_2<\epsilon_2<\kappa_2<\zeta_2<\dots \\ & \quad \dots<\kappa_{n-2}<\zeta_{n-2}<\eta_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\kappa_{n-1}; \end{cases}$

e quindi si avranno ancora la F, le G; invece delle H′ si avranno le altre:

(H″) $_{q<0}$ $\begin{cases} b<q; b>0 & (1) \quad \eta_1<\kappa_1<\eta_2<\kappa_2\dots<\eta_{n-1}<\kappa_{n-1}; \\ q<b<0 & (2) \quad \kappa_1<\eta_1<\kappa_2<\eta_2\dots<\kappa_{n-1}<\eta_{n-1}. \end{cases}$

Infine nella $L=0$ si osservi che per la (25) quando si fa tendere b (o β) a $\pm\infty$, una delle λ_i tende a $\mp\infty$ (*), le altre tendono alle ϵ_i della $f_1=0$; per $\beta=0$ ($b=q$) le λ_i si riducono

(*) Infatti dalla (25) e dalle (1) e (16) si ha $\sum_1^n \lambda_i = -\frac{a_1}{a_0} - \beta\frac{b_0}{a_0}$ ed è $a_0 b_0 > 0$.

Digitized by Google

alle α_i. Inoltre dalla (5) del n° 3, si ha $\frac{d\lambda_i}{d\beta}=-1$; quindi mentre β aumenta da $-\infty$ a zero, da zero a $+\infty$ (cioè b da $-\infty$ a q, da q a $+\infty$), λ_n diminuisce da $+\infty$ ad α_n, da α_n ad ϵ_{n-1}; λ_{n-1} da ϵ_{n-1} ad α_{n-1}, da α_{n-1} ad ϵ_{n-2}; ...; λ_2 da ϵ_2 ad α_2, da α_2 ad ϵ_1; λ_1 da ϵ_1 ad α_1, da α_1 a $-\infty$; e quindi si avrà:

$$(K)\left\{\begin{array}{lll} b<q(\beta<0) & (1) & \alpha_1<\lambda_1<\epsilon_1<\alpha_2<\lambda_2<\epsilon_2\ldots \\ & & \ldots<\alpha_{n-1}<\lambda_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\alpha_n<\lambda_n; \\ b>q(\beta>0) & (2) & \lambda_1<\alpha_1<\epsilon_1<\lambda_2<\alpha_2<\epsilon_2\ldots \\ & & \ldots<\epsilon_{n-2}<\lambda_{n-1}<\alpha_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\lambda_n<\alpha_n, \end{array}\right.$$

donde anche:

$$(L)\left\{\begin{array}{lll} b<q(\beta<0) & (1) & \alpha_1<\lambda_1<\alpha_2<\lambda_2\ldots<\alpha_n<\lambda_n, \\ b>q(\beta>0) & (2) & \lambda_1<\alpha_1<\lambda_2<\alpha_2\ldots<\lambda_n<\alpha_n; \end{array}\right.$$

e

$$(M)\qquad \lambda_1<\epsilon_1<\lambda_2<\epsilon_2<\ldots<\lambda_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\lambda_n.$$

14. — Teniamo ora fermo il parametro b (o β); e a^2 varii tra zero e $+\infty$. Ad evitare una discussione troppo minuta, ci limiteremo a considerare il caso più semplice che tutte le radici della $f=0$ abbiano ugual segno; per fissare le idee, *siano tutte positive*.

Notiamo subito alcune conseguenze di questa ipotesi. Innanzi tutto, per le relazioni (A), (B) del n° 12, saranno positive anche tutte le ϵ_i e le ζ_i, inoltre nell'uguaglianza (20) del n° 11 *si ha* $\mathrm{p}>0$ (*), $\mathrm{q}<0$.

Da un'importante formula di Sylvester (**) si ha infatti, nella (20'):

$$px+q=\frac{b_0^2}{a_0^2}\sum_i\frac{f_1(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)}(x-\alpha_i),$$

(*) Che sia $p>0$ è già noto dal n° 12.

(**) Cfr. Sylvester, *On Theory of syzygetic Relations*..... (" Philosophical Transactions ", vol. 143, p. 478, London, 1853). Del resto dalle formule di Eulero si ha direttamente, per le (20):

$$\sum_1^n\frac{f_1(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)}=b_0\,\Sigma\frac{\alpha_i^{n-1}}{f'(\alpha_i)}=\frac{b_0}{a_0}=p\cdot\frac{b_0^2}{a_0^2}$$

$$\Sigma_i\frac{\alpha_i f_1(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)}=b_0\,\Sigma\frac{\alpha_i^n}{f'(\alpha_i)}+b_1\,\Sigma\frac{\alpha_i^{n-1}}{f'(\alpha_i)}=\frac{1}{a_0}(b_1a_0-a_1b_0)\,\Sigma\frac{\alpha_i^{n-1}}{f'(\alpha_i)}=$$

$$=\frac{b_1a_0-a_1b_0}{a_0^2}=-q\cdot\frac{b_0^2}{a_0^2}.$$

Digitized by Google

donde, ricordando che ogni $\alpha_i > 0$ e che, essendo la (1) una successione di Sturm per la $f=0$, ogni rapporto $\frac{f_1(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)}$ è ancora positivo, segue la nostra asserzione.

Poichè $q<0$, dalla C(1) segue che al più η_1 può esser negativa; ma dalle (1) e (21) si ha:

$$\prod_1^n \alpha_i = (-1)^n \frac{a_n}{a_0} > 0; \quad \prod_1^n \eta_i = (-1)^{n-1} \frac{a_n}{q b_0}$$

donde, poichè $q<0$, $a_0 b_0 > 0$, troviamo che *tutte* le η sono positive; la C(1) può dunque completarsi così:

$$C'(1) \qquad 0 < \eta_1 < \epsilon_1 < \eta_2 < \epsilon_2 \dots \eta_{n-1} < \epsilon_{n-1} \text{ (*)}.$$

La (H'') dà quindi che per $b<q$ e per $b>0$ tutte le κ_i sono positive, per $q<b<0$ al più la κ_1 può esser negativa; dalla (L) poi risulta che per $b<q$ tutte le λ_i sono positive; per $b>q$ al più la λ_1 può esser negativa. Ma dalle (1), (16), (23), (24), (25), (26) abbiamo:

$$(-1)^n \Pi\lambda_i = \frac{bb_{n-1} - c_{n-2}}{pb_0}; \; (-1)^{n-1} \Pi\kappa_i = \frac{bb_{n-1} - c_{n-2}}{bb_0}; \; (-1)^n \Pi\theta_i = \frac{bb_{n-1} - c_{n-2}}{a^2 b_0}$$

(*) Le relazioni tra le radici della $f=0$ e delle due equazioni $f_1=0$, $\overline{f}_1=0$ sono molteplici ed interessanti. Ad es.: dalla (21), essendo $q<0$, segue che per x negativo arbitrariamente grande f_1 ed $\overline{f}_1$ hanno segno contrario, e, per la C'(1) questo accadrà anche per $x=0$, cioè $f_1(0)\overline{f}_1(0) < 0$. D'altra parte, facendo nella (20') $x=0$, si ha

$$f(0) = \overline{f}_1(0)$$

invece per $x=\eta_1$ si ha

$$f(\eta_1) f_1(\eta_1) > 0,$$

ma ancora per la C'(1) $f_1(0) f_1(\eta_1) > 0$; ne segue $f(0) f(\eta_1) < 0$.

In generale è $f(\eta_i) . f_1(\eta_i) > 0$ e quindi anche, poichè per la C'(1)

$$f_1(\eta_i) f_1(\eta_{i+1}) < 0, \qquad \text{si ha:} \qquad f(\eta_i) f(\eta_{i+1}) < 0;$$

cioè *lo zero e le* η_i (come lo zero e le ϵ_i) *separano le radici* α_i. Le relazioni (A) del n° 12 e la C' (1) possono dunque riunirsi nella notevole serie di disuguaglianze

$$0 < \alpha_1 < \eta_1 < \epsilon_1 < \alpha_2 < \eta_2 < \epsilon_2 < \dots < \alpha_{n-1} < \eta_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \alpha_n$$

(e da queste, combinando colla $E''(1)$, seguono, *per* $b<q$, le altre:

$$0 < \alpha_1 < \eta_1 < \kappa_1 < \epsilon_1 < \alpha_2 < \eta_2 < \kappa_2 < \epsilon_2 < \dots < \alpha_{n-1} < \eta_{n-1} < \kappa_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \alpha_n \text{ [1]}).$$

[1] Cfr. Eberhardt, loc. cit., p. 173.

Digitized by Google

donde si trae facilmente:

$$\theta_1\lambda_1 > 0\,; \qquad b\lambda_1\kappa_1 < 0\,;$$

e quindi per $q < b < 0$ la λ_1 e κ_1 hanno ugual segno e sono positive per $q < b < \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}$, nulle per $b = \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}$, negative per $\frac{c_{n-2}}{b_{n-1}} < b < 0$ (*); per $b > 0$ la κ_1 è positiva, la λ_1 negativa; la θ_1 è positiva per $b < q$, negativa per $b > 0$; per $q < b < 0$ ha lo stesso segno di κ_1 e λ_1.

15. — È facile ora seguire la variazione delle radici θ_i della $H = 0$ al variare di a^2. Per la (23), quando a^2 si fa tendere a zero, una delle θ_i tende all'infinito $\left\{\begin{matrix}\text{positivo}\\ \text{negativo}\end{matrix}\right.$ secondochè b è $\left\{\begin{matrix}\text{negativo (**)}\\ \text{positivo}\end{matrix}\right.$, le altre tendono alle κ_i; per $a^2 = p$ le θ_i si riducono alle λ_i; quando a^2 si fa tendere a $+\infty$, una θ_i tende a zero, le altre alle ϵ_i. Poichè inoltre le θ_i sono tutte di prima specie, relativamente alla (4), dalla formula (5) del n° 3, si ha che ogni prodotto $\theta_i \frac{\partial\theta_i}{\partial(a^2)}$ è negativo.

Distinguiamo ora quattro casi:

a) Sia $b < q < 0$: varranno le C′(1), E″(1), K(1); tutte le $\kappa_i, \lambda_i, \theta_i$ sono positive: le θ_i diminuiscono tutte al crescere di a^2. Quindi, mentre a^2 cresce da zero a p, da p a $+\infty$, la θ_n diminuisce da $+\infty$ a λ_n, da λ_n ad ϵ_{n-1}; la θ_{n-1} da κ_{n-1} a λ_{n-1}, da λ_{n-1} ad ϵ_{n-2}; ...; θ_2 da κ_2 a λ_2, da λ_2 ad ϵ_1; θ_1 da κ_1 a λ_1, da λ_1 a zero; e si avrà:

(N′) $\left\{\begin{matrix}\alpha_i > 0\\ \text{e quindi}\\ q < 0\\ b < q\end{matrix}\right.$ (N″) $q < b < \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}$

$$\left\{\begin{aligned} &a^2 < p \ (1)\ \ 0 < \lambda_1 < \theta_1 < \kappa_1 < \epsilon_1 < \lambda_2 < \theta_2 < \kappa_2 < \epsilon_2 \ldots \\ &\qquad \ldots < \epsilon_{n-2} < \lambda_{n-1} < \theta_{n-1} < \kappa_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \lambda_n < \theta_n; \\ &a^2 > p \ (2)\ \ 0 < \theta_1 < \lambda_1 < \kappa_1 < \epsilon_1 < \theta_2 < \lambda_2 < \kappa_2 < \epsilon_2 \ldots \\ &\qquad \ldots < \epsilon_{n-2} < \theta_{n-1} < \lambda_{n-1} < \kappa_{n-1} < \epsilon_{n-1} < \theta_n < \lambda_n; \end{aligned}\right.$$

(*) Dalle (16), (26) e dalla prima delle (21), essendo tutte le ϵ, η, ζ positive, segue subito $q < \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}} < 0$.

(**) Infatti dalla (28) si ha $\Sigma\,\theta_i = \frac{-b_1}{b_0} - \frac{b}{a^2}$.

donde, combinando colla K(1), si ha la relazione notevole:

$$(\mathrm{P}')\quad \left(\begin{array}{l}\alpha_i>0,\ q<0;\\ b<q;\ a^2<p\end{array}\right)\left|\begin{array}{l}0<\alpha_1<\lambda_1<\theta_1<\kappa_1<\epsilon_1<\alpha_2<\lambda_2<\theta_2<\kappa_2<\epsilon_2\ldots\\ \ldots<\epsilon_{n-2}<\alpha_{n-1}<\lambda_{n-1}<\theta_{n-1}<\kappa_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\alpha_n<\lambda_n<\theta_n.\end{array}\right.$$

b) Sia $\mathrm{q}<\mathrm{b}<\frac{\mathrm{c}_{n-2}}{\mathrm{b}_{n-1}}$; avremo le C′(1), E″(2), K(2); tutte le θ, κ, λ sono positive e varieranno come nel caso antecedente, si avranno quindi ancora le N′: combinando poi colla K(2) si otterrà la relazione:

$$(\mathrm{P}'')\quad \begin{array}{c}\alpha_i>0,q<0\\ q<b<\frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}\\ a^2>p\end{array}\left\{\begin{array}{l}0<\theta_1<\lambda_1<\alpha_1<\epsilon_1<\theta_2<\lambda_2<\alpha_2<\epsilon_2\ldots\\ \ldots<\epsilon_{n-2}<\theta_{n-1}<\lambda_{n-1}<\alpha_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\theta_n<\lambda_n<\alpha_n.\end{array}\right.$$

c) Sia $\frac{\mathrm{c}_{n-2}}{\mathrm{b}_{n-1}}<\mathrm{b}<0$; avremo ancora le C′(1), E″(2), K(2); ma θ_1, κ_1, λ_1 sono negative. Le $\theta_2, \theta_3 \ldots \theta_n$ varieranno come sopra; la θ_1 invece, al crescere di a^2 da 0 a p, da p ad ∞, aumenterà da κ_1 a λ_1, da λ_1 a zero. Si avranno perciò le relazioni:

$$(\mathrm{N}''')\quad \begin{array}{c}\alpha_i<0,\ q<0\\ \\ \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}\ b<0\end{array}\left\{\begin{array}{lll}a^2<p & (1) & \kappa_1<\theta_1<\lambda_1<0<\epsilon_1<\lambda_2<\theta_2<\kappa_2<\epsilon_2\ldots\\ & & \ldots<\kappa_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\lambda_n<\theta_n,\\ a^2>p & (2) & \kappa_1<\lambda_1<\theta_1<0<\epsilon_1<\theta_2<\lambda_2<\kappa_2<\epsilon_2\ldots\\ & & \ldots<\kappa_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\theta_n<\lambda_n;\end{array}\right.$$

e combinando con K(2) l'altra:

$$(\mathrm{P}''')\quad \begin{array}{c}\alpha_i>0,q<0\\ \frac{c_{n-2}}{b_{n-1}}<b<0\\ a^2>p\end{array}\left\{\begin{array}{l}\kappa_1<\lambda_1<\theta_1<0<\alpha_1<\epsilon_1<\theta_2<\lambda_2<\alpha_2<\epsilon_2<\ldots\\ \ldots<\lambda_{n-1}<\alpha_{n-1}<\epsilon_{n-1}<\theta_n<\lambda_n<\alpha_n.\end{array}\right.$$

d) Sia infine $\mathrm{b}>0$; varranno le C′(1), E″(3), K(2); tutte le κ_i sono positive, λ_1 e θ_1 sono negative. Quando a^2 cresce da 0 a p, da p ad ∞, θ_n diminuisce da κ_{n-1} a λ_n, da λ_n ad ϵ_{n-1}; θ_{n-1} da κ_{n-2} a λ_{n-1}, da λ_{n-1} ad ϵ_{n-2}; ...; θ_2 da κ_1 a λ_2, da λ_2 ad ϵ_1; θ_1 aumenta invece da $-\infty$ a λ_1, da λ_1 a zero; e si ha:

$$(\mathrm{N}^{\mathrm{IV}})\quad \begin{array}{c}\alpha_i>0,\ q<0\\ \\ b>0\end{array}\left\{\begin{array}{ll}a^2<p\ (1) & \theta_1<\lambda_1<0<\epsilon_1<\lambda_2<\theta_2<\kappa_1<\epsilon_2<\lambda_3<\theta_3<\kappa_2\ldots\\ & \ldots<\epsilon_{n-1}<\lambda_n<\theta_n<\kappa_{n-1};\\ a^2>p\ (2) & \lambda_1<\theta_1<0<\epsilon_1<\theta_2<\lambda_2<\kappa_1<\epsilon_2<\theta_3<\lambda_3<\kappa_2\ldots\\ & \ldots<\epsilon_{n-1}<\theta_n<\lambda_n<\kappa_{n-1};\end{array}\right.$$

Digitized by Google

donde, in particolare, combinando colla K(2) si trae la relazione:

$$(\mathrm{P^{IV}})\quad \begin{cases} \alpha_i>0,\ q<0 \\ b>0;\ a^2>p \end{cases} \quad \begin{array}{l} \lambda_1<\theta_1<0<\alpha_1<\epsilon_1<\theta_2<\lambda_2<\alpha_2<\epsilon_2<\theta_3<\lambda_3<\alpha_3\ldots \\ \qquad\ldots<\epsilon_{n-1}<\theta_n<\lambda_n<\alpha_n. \end{array}$$

16. — Anche del teorema di Fouret si ha un'estensione, simile a quella che abbiam dato ai n[i] 8, 9 per quello di Laguerre. Conservando le notazioni ivi usate e supponendo, per semplicità, che la (1') per la (1) sia una vera successione di Sturm, possiamo enunciare il teorema:

L'equazione del grado $n+m-1$:

$$\psi(x)=\varphi f_1+\alpha\varphi_1 f=0 \tag{27}$$

con $\alpha>-p^2.\frac{b_0}{a_0}$ *ha almeno* $m-1$ *radici reali in più della* $f=0$.

In queste ipotesi infatti si ha dalle (11):

$$\psi(x)=\varphi f_1+\alpha\varphi_1 f=((p^2x+q)\varphi_1-r^2\varphi_2)f_1+\alpha\varphi_1 f=\varphi_1 h-r^2\varphi_2 f_1 \tag{28}$$

dove:

$$h=\alpha f+(p^2x+q)f_1; \tag{28'}$$

e in virtù di $\alpha>-p^2\frac{b_0}{a_0}$, i primi coefficienti di h ed f avranno ugual segno. Dal teorema di Fouret si ha allora che la successione:

$$h, f_1, f_2 \ldots f_n$$

è per la $h=0$ una successione *generalizzata* di Sturm e perde, tra $-\infty$ e $+\infty$, lo stesso numero k di variazioni della (1'). Ma allora, osservando che anche la $\varphi_1=0$ ha tutte radici reali e che la successione:

$$\varphi_1\ \varphi_2 \ldots \varphi_m$$

è per essa una vera successione di Sturm (*), dalla (28) e dal teorema generalizzato di Laguerre si ha che la $\psi(x)=0$ ha

(*) Cfr. Ioachimsthal, loc. cit., § 14.

Digitized by Google

almeno $k+m-1$ radici reali, cioè almeno $m-1$ radici reali in più della $f=0$.

Se in particolare la $f=0$ ha tutte radici reali, tali sono anche quelle della $\psi(x)=0$; e se si pone, insieme colla (28'):

$$
(29) \quad \begin{cases} h_1 = (p_1^2 x + q_1) h - r^2 f_1 \\ h_2 = (p_2^2 x + q_2) h_1 - r_1^2 h \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ h_{m-2} = (p_{m-2}^2 x + q_{m-2}) h_{m-3} - r_{m-3}^2 h_{m-4} \end{cases}
$$

si ha, come al n° 9:

$$
\psi(x) = \varphi_m \{ (p_{m-1}^2 x + q_{m-1}) h_{m-2} - r_{m-2}^2 h_{m-3} \};
$$

quindi (per $\varphi_m > 0$): *Insieme colla* $f=0$ *anche la* $\psi(x)=0$ *ha tutte radici reali; inoltre la successione:*

$$
(30) \qquad \psi(x),\ h_{m-2},\ h_{m-3}, \dots h_1,\ h,\ f_1,\ f_2 \dots f_n
$$

è per la $\psi(x)=0$ *una successione di Sturm.*

Pisa, li 26 Febbraio 1904.

Digitized by Google

Alcune equazioni funzionali ed il numero dei gruppi neutri di seconda specie in una serie lineare.

Nota di ALBERTO TANTURRI.

In molti campi di ricerche geometriche, si presentano funzioni, le quali, a meno di costanti, sono individuate da equazioni di riduzione: cioè da equazioni che le esprimono mediante funzioni analoghe, con gli argomenti, in generale, più piccoli. Così, per dare un esempio, nella geometria sopra una curva sono frequenti le ricerche di funzioni di caratteri della curva (ordine, ranghi, genere, spazio di immersione, ecc.), espresse mediante funzioni dello stesso tipo, relative a curve per le quali quei caratteri hanno minor valore.

In questa Nota di aritmetica, mi occupo di una classe generale di equazioni di riduzione: scrivo poi, per la prima volta, la formula che dà il numero dei gruppi neutri di 2ª specie in una serie lineare: ed estendo infine il problema aritmetico primitivo.

1. — Rappresentiamo con $\}a_0, a_1, ..., a_s\{$, o, più semplicemente, con $\}a_r;\ r=0, 1, ..., s\{$ una funzione dei numeri interi, positivi o nulli, $a_0, a_1, ..., a_s$; e si sappia che essa soddisfa alla condizione:

$$(1)\qquad \}a_r;\ r=0,\ 1,\ ...,\ s\{ = \sum_0^t {}_i\alpha_i \times \}a_r - \beta_{ri};\ r=0,\ 1,\ ...,\ s\{.$$

Si suppone che le α siano intere, positive o negative; e le β positive o nulle, ma non tutte nulle ad un tempo; si suppone inoltre $\beta_{ri} \leq a_r$, per ogni valore di r e di i.

Digitized by Google

Ciò posto, se q è il maggior numero intero che non supera nessuno dei numeri $\frac{a_r}{\beta_{ri}}$, si ha

$$(2)\qquad \}a_r;\ r=0,\ 1,\ \ldots,\ s\{ = \Sigma\alpha_0^{k_0}\alpha_1^{k_1}\ldots\alpha_t^{k_t}\frac{q!}{k_0!\,k_1!\ldots k_t!}\times\}a_r-\sum_0^t{}_i k_i\beta_{ri};\ r=0,\ 1,\ \ldots,\ s\{,$$

dove la sommatoria va estesa corrispondentemente a tutte le soluzioni intere, positive o nulle, della equazione

$$(3)\qquad k_0+k_1+\ldots+k_t=q.$$

2. — Per dimostrare la (2), osserviamo che la (1) esprime la funzione $\}a_r\{$ mediante più funzioni del medesimo tipo, ad ognuna delle quali si può applicare di nuovo la (1), quando sia possibile, quando cioè le a siano sufficientemente grandi rispetto alle β. Si ottiene, in tal modo, una espressione contenente ancora più funzioni sempre di quel tipo, ed esprimibili, quindi, ancora per mezzo della (1), sempre quando sia possibile. E così via. Dico che applicando q volte questo procedimento si giunge alla (2).

Intanto, applicarlo una sola volta vuol dire scrivere la (1): e la (2), per $q=1$, diventa appunto la (1). Supponiamo ora che, applicandolo $q-1$ volte, si abbia

$$(4)\qquad \}a_r;\ r=0,\ 1,\ \ldots,\ s\{ = \Sigma\alpha_0^{k_0}\alpha_1^{k_1}\ldots\alpha_t^{k_t}\frac{(q-1)!}{k_0!\,k_1!\ldots k_t!}\times\}a_r-\sum_0^t{}_i k_i\beta_{ri};\ r=0,\ 1,\ \ldots,\ s\{,$$

per tutte le soluzioni intere, positive o nulle, della

$$(5)\qquad k_0+k_1+\ldots+k_t=q-1.$$

Trasformando le graffe della (4), per mezzo della (1), si ha

$$\}a_r\{=\Sigma\alpha_0^{k_0}\alpha_1^{k_1}\ldots\alpha_t^{k_t}\frac{(q-1)!}{k_0!\,k_1!\ldots k_t!}\times\sum_0^t{}_l\alpha_l\times\}a_r-\sum_0^t{}_i k_i\beta_{ri}-\beta_{rl}\{=$$
$$\sum_0^t{}_l\,\Sigma\alpha_0^{k_0}\alpha_1^{k_1}\ldots\alpha_l^{k_l+1}\ldots\alpha_t^{k_t}\frac{(q-1)!}{k_0!\,k_1!\ldots k_l!\ldots k_t!}\times$$
$$\}a_r-k_0\beta_{r0}-k_1\beta_{r1}-\ldots-(k_l+1)\beta_{rl}-\ldots-k_t\beta_{rt}\{;$$

Digitized by Google

dove, prima della chiusura di ogni graffa, va sottintesa l'aggiunta ($; r = 0, 1, ..., s$); ed ognuna delle sommatorie prive di indici va estesa corrispondentemente alle soluzioni della (5).

Ed ora, nel 1° termine della $\sum_0^t$, si legga $k_0 - 1$, al posto di k_0; nel 2°, $k_1 - 1$ al posto di k_1; ...; e, nel $(t+1)$-mo, $k_t - 1$ al posto di k_t. Avremo

$$\}a_r\{ = \sum_0^t {}_l \sum \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} \dots \alpha_l^{k_l} \dots \alpha_t^{k_t} \frac{(q-1)!}{k_0!\, k_1! \dots (k_l - 1)! \dots k_t!} \times \}a_r - \sum_0^t {}_i k_i \beta_{ri}\{,$$

essendo la sommatoria senza indici estesa corrispondentemente alle soluzioni della

$$k_0 + k_1 + \dots + (k_l - 1) + \dots + k_t = q - 1,$$

o, che è lo stesso, della (3). Ed, infine, essendo

$$\sum_0^t {}_l \frac{(q-1)!}{k_0!\, k_1! \dots (k_l - 1)! \dots k_t!} = \frac{q!}{k_0!\, k_1! \dots k_t!},$$

si ha la (2); c. v. d.

3. — Prima di procedere avanti, conviene osservare che le graffe del 2° membro della (2) hanno sempre significato, essendo, per ogni valore di r,

$$a_r - \sum_0^t {}_i k_i \beta_{ri} \geq 0.$$

Difatti, sia, ad es°., β_{rl} non minore di nessuna delle rimanenti β_r. Potremo scrivere

$$a_r - \sum_0^t {}_i k_i \beta_{ri} = a_r - \sum_0^t {}_i k_i (\beta_{ri} + \beta_{rl} - \beta_{rl}) =$$

$$= a_r - \beta_{rl} \sum_0^t {}_i k_i + \sum_0^t {}_i k_i (\beta_{rl} - \beta_{ri}) = a_r - q\beta_{rl} + \sum_0^t {}_i k_i (\beta_{rl} - \beta_{ri});$$

e quest'ultima espressione è, evidentemente, ≥ 0, essendo

$$a_r - q\beta_{rl} \geq 0 \qquad \text{e} \qquad \sum_0^t {}_i k_i (\beta_{rl} - \beta_{ri}) \geq 0.$$

Per il significato poi del simbolo q, è evidente che agli argomenti della funzione data si è fatta la massima riduzione

Digitized by Google

possibile, compatibilmente con la (1): il che vuol dire, che esprimendo ancora una volta le graffe, mediante la (1), qualche argomento diventa negativo. Difatti $q+1$ è maggiore di qualcuno dei numeri $\frac{a_r}{\beta_{rl}}$; e sia, ad es°, $q+1>\frac{a_j}{\beta_{jl}}$. Sarà

$$a_j-(q+1)\beta_{jl}<0,$$

e quindi, corrispondentemente alla soluzione $k_0=0$, $k_1=0$, ... $k_l=q+1$, ..., $k_t=0$ della $k_0+k_1+...+k_t=q+1$, si ha un argomento negativo.

4. — Nelle applicazioni geometriche, accade che alla funzione $\}a_r\{$ è possibile attribuire valori, soddisfacenti alla (1), anche quando uno o più argomenti sono negativi. Si può, in tal caso, continuare nel procedimento del num. 2, sino a quando le graffe conservano significato. E la formula finale è sempre la (2): solo che, al posto di q, sottentra un altro numero, maggiore di q.

5. — Ciò premesso, sopra un ente algebrico ∞^1 e di genere p, sia data una serie lineare di ordine m e di dimensione n, la quale si suppone priva di punti fissi e non composta mediante una involuzione. Se è $n=3(s-1)$, essa ammette un numero finito di gruppi di $2s$ punti, ognuno dei quali è neutro di 2ª specie per la serie; e sia $\}m,p,s\{$ un tal numero. È, anzitutto, $m>2s$. E, per $s>1$, si ha (*)

$$(6)\quad \}m,p,s\{=2\}m-1,p-1,s\{-\}m-2,p-1,s\{+\}m-4,p-1,s-1\{.$$

Si vede facilmente che q è quello dei due numeri p ed s che non supera l'altro: ma noi attribuiremo ad $\}m,p,s\{$ il valore 0, quando o m o s (od entrambi) diventano negativi (**): e, per quanto è detto al num. precedente, applicheremo la formula (2), scrivendo, in ogni caso, p al posto di q.

(*) Vedi le mie *Ricerche sugli spazi plurisecanti*, ecc., " Annali di Mat. ,, t. IV, serie III; al n. 11.

(**) Con ciò, volendo sempre soddisfatta la $\}6\{$, è $\}m,p,s\{=0$, anche per m positivo, ma $<2s$; ed inoltre, $\}m,p,0\{=1$ ed $\}m,p,1\{=\binom{m}{2}$, purchè sia $m>2s$.

Digitized by Google

Avendosi qui

$$a_0 = m,\ a_1 = p,\ a_2 = s;\ \alpha_0 = 2,\ \alpha_1 = -1,\ \alpha_3 = 1$$

$$\begin{array}{lll} \beta_{00} = 1 & \beta_{01} = 2 & \beta_{02} = 4 \\ \beta_{10} = 1 & \beta_{11} = 1 & \beta_{12} = 1 \\ \beta_{20} = 0 & \beta_{21} = 0 & \beta_{22} = 1, \end{array}$$

si avrà

$$\}m, p, s\{ = \Sigma 2^{k_0}(-1)^{k_1} \frac{p!}{k_0!\, k_1!\, k_2!} \times \}m - k_0 - 2k_1 - 4k_2, 0, s - k_2\{,$$

essendo la somma estesa corrispondentemente a tutte le soluzioni intere, positive o nulle, della $k_0 + k_1 + k_2 = p$.

Leggendo i al posto di k_1, k al posto di k_2, e quindi $p - i - k$ al posto di k_0, si ha

$$\}m, p, s\{ = \Sigma(-1)^i 2^{p-i-k} \frac{p!}{i!\, k!\, (p-i-k)!} \times \}m - p - i - 3k, 0, s - h\{,$$

essendo la somma estesa corrispondentemente a tutti i valori interi, positivi o nulli, di i e k, per i quali è $i + k \leq p$.

Ma è

$$\}m, 0, s\{ = \frac{1}{s+1} \binom{m - 2s + 2}{s} \binom{m - 2s + 1}{s} \ (*),$$

e quindi si ha

il numero dei gruppi di 2s *punti, ognuno dei quali è neutro di* 2ª *specie per una serie lineare, d'ordine* m *e di dimensione* n, *data sopra un ente algebrico* ∞^1 *e di genere* p, *è finito per* n = 3(s − 1), *ed è espresso dalla somma*

$$\Sigma(-1)^i 2^{p-i-k} \frac{p!}{i!\, k!\, (p-i-k)!} \frac{1}{s-k+1} \binom{m-2s-p-i-k+2}{s-k} \binom{m-2s-p-i-k+1}{s-k} (**);$$

(*) Ved[i] F. Meyer, *Apolarität und rationale Curven*, pag. 368; oppure le mie citate *Ricerche*, ecc., al num. citato; oppure F. Severi, *Sugli spazi plurisecanti*, ecc., " Rendic. Accad. Linc. ", Vol. XI.

(**) È noto che *il numero dei gruppi di* s *punti, dei quali è neutro di* 1ª *specie* per... ecc... come sopra..., *è finito per* n = 2(s − 1), *ed è espresso dalla somma*

$$\sum_0^s{}_i \frac{p!}{i!\, (p-i)!} \binom{m - s - p - i + 1}{s};$$

Digitized by Google

la quale si intende estesa a tutti i valori, positivi o nulli, di i *e* k, *per i quali è* $i + k \leq p$ (*).

6. — Estendiamo ora il problema del num. 1. Si sappia che la funzione $\}a_r;\ r = 0, 1, ..., s\{$ soddisfa alla equazione

$$(7) \quad \}a_r;\ r = 0, 1, ..., s\{ = \sum_0^t{}_i \alpha_i \times \}a_r - \beta_{ri};\ r = 0, 1, ..., s\{ + [a_r;\ r = 0, 1, ..., s];$$

dove ai simboli già adoperati si attribuiscono i significati detti sopra, e con $[a_r;\ r = 0, 1, ..., s]$ si rappresenta un'altra funzione arbitraria dei numeri a_r.

Dico che

$$(8) \quad \begin{aligned} \}a_r;\ r = 0, 1, ..., s\{ = \\ \Sigma \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} ... \alpha_t^{k_t} \frac{q!}{k_0!\, k_1! ... k_t!} \times \}a_r - \sum_0^t{}_i k_i \beta_{ri};\ r = 0, 1, ..., s\{ + \\ + \Sigma \alpha_0^{h_0} \alpha_1^{h_1} ... \alpha_t^{h_t} \frac{(h_0 + h_1 + ... + h_t)!}{h_0!\, h_1! ... h_t!} \times \left[a_r - \sum_0^t{}_i k_i \beta_{ri};\ r = 0, 1, ..., s\right]; \end{aligned}$$

dove la 1ª delle somme senza indici va estesa come si è detto al num. 1; e la 2ª corrispondentemente a tutti i valori, positivi o nulli delle h, soddisfacenti alle condizioni

$$0 \leq h_0 + h_1 + ... + h_t \leq q - 1.$$

7. — Per la dimostrazione, si procede come al num. 2. Si dovrà però supporre

$$\}a_r\{ = \Sigma \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} ... \alpha^{k_t} \frac{(q-1)!}{k_0!\, k_1! ... k_t!} \times \}a_r - \sum_0^t{}_i k_i \beta_{ri}\{ + \\ + \Sigma \alpha_0^{h_0} \alpha_1^{h_1} ... \alpha_t^{h_t} \frac{(h_0 + h_1 + ... + h_t)!}{h_0!\, h_1! ... h_t!} \times \left[a_r - \sum_0^t{}_i h_i \beta_{ri}\right],$$

---

la quale somma può anche limitarsi a tutti i valori interi, positivi o nulli di i, per i quali è $i \leq p$. Vedi CASTELNUOVO, *Una applicazione della geometria*, ecc., " Rendic. Palermo ", Tomo 8°. La formula finale è lì scritta sotto forma meno conveniente: quella qui da noi adottata si ottiene applicando la (2).

(*) Quella somma può scriversi sotto molte altre forme. Citiamo questa

$$\sum_0^p{}_k \sum_0^{p-k}{}_i (-1)^i 2^k \frac{p!}{i!k!(p-i-k)!} \frac{1}{s-p+i+k+1} \binom{m-2s-2p+k+2}{s-p+i+k} \binom{m-2s-2p+k+1}{s-p+i+k}.$$

Digitized by Google

dove la 1ª somma senza indici va estesa corrispondentemente alle soluzioni della

$$k_0 + k_1 + \dots + k_t = q - 1,$$

e la 2ª a tutti i valori, positivi o nulli, delle h, per i quali è

$$0 \leq h_0 + h_1 + \dots + h_t \leq q - 2;$$

e dove inoltre, prima della chiusura delle graffe e delle parentesi quadre si sottintende la solita aggiunta (; $r=0, 1, \dots, s$). E, fatta questa ipotesi, si dovrà dimostrare che, applicando la (7) alle graffe del 2º membro, si ha la (8).

Ora, così operando, si ha

$$\} a_r \{ =$$
$$\sum \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} \dots \alpha_t^{k_t} \frac{(q-1)!}{k_0!\, k_1! \dots k!} \left(\sum_0^t {}_l \alpha_l \times \} a_r - \sum_0^t {}_i k_i \beta_{ri} - \beta_{rl} \{ + [a_r - \sum_0^t {}_i k_i \beta_{ri}] \right) +$$
$$\sum \alpha_0^{k_0} \alpha_1^{k_1} \dots \alpha_t^{h_t} \frac{(h_0 + h_1 + \dots + h_l)!}{h_0!\, h_1! \dots h_l!} \times [a_r - \sum_0^t {}_i h_i \beta_{ri}],$$

dove le due somme senza indici sono estese come ultimamente.

Tenendo conto del risultato avuto al num. 2, e raccogliendo i coefficienti della parentesi quadra, si ha, evidentemente, la (8); c. v. d.

Digitized by Google

Osservazioni sui sistemi continui di curve appartenenti ad una superficie algebrica.

Nota di FRANCESCO SEVERI, a Pisa.

La considerazione dei sistemi continui di curve sopra una superficie algebrica, sembra avere una grandissima importanza per gli ulteriori progressi della geometria sopra una superficie, specialmente ove si abbia riguardo alla questione, che ormai s'impone, di stabilire se l'esistenza di un sistema continuo, non contenuto in un sistema lineare, sia caratteristica per una superficie irregolare.

E poichè mi pare che il concetto di serie caratteristica possa essere utile nello studio dei sistemi continui, come la considerazione analoga si rivela utilissima nella geometria dei sistemi lineari, in questa Nota pongo tale concetto e ne traggo alcune conseguenze che non mi sembrano sprovviste di qualche interesse.

Il punto di partenza delle osservazioni raccolte in questo lavoro, è una definizione della *serie caratteristica* di una curva tracciata sopra una superficie, indipendente dall'esistenza di un sistema lineare infinito che contenga la curva (*) (n° 1). Quando un tal sistema esiste, si ricade in una nozione notissima; ma con la nuova definizione si ha il vantaggio di poter parlare di serie caratteristica anche per una *curva isolata*.

Qui bisogna subito avvertire che sopra una curva isolata la serie caratteristica può anche mancare (n° 2); ciò accade per esempio tutte le volte che la curva sia tracciata sopra una superficie regolare (n° 5).

Ma quando una curva isolata C possiede la serie caratte-

(*) Fu in seguito ad un'osservazione comunicatami dal prof. Castelnuovo, che ebbi il desiderio di definire in tal modo la serie caratteristica di una curva.

Digitized by Google

ristica, questa è ancora residua della serie segata su C dalle curve canoniche della superficie, rispetto alla serie canonica esistente su C (n° 3); e inoltre vale una relazione, analoga a quella di CASTELNUOVO pei sistemi infiniti, tra la dimensione della serie caratteristica completa e l'irregolarità della superficie (n° 5).

La nozione di serie caratteristica diviene feconda specialmente pel fatto che se una curva C appartiene ad un sistema continuo, ogni curva del sistema infinitamente vicina a C, segna sulla curva stessa un gruppo caratteristico (n° 4).

Ciò mi ha indotto a porre il concetto di *serie caratteristica di un sistema continuo* ∞^r. Con questa denominazione intendo la serie *lineare*, tutta costituita da gruppi caratteristici, segata sopra una curva generica del sistema dalle ∞^{r-1} curve che le sono infinitamente vicine (n° 4).

Applicando un teorema di CASTELNUOVO, esteso, come sopra accennai, anche ai sistemi lineari completi ∞^0, si trova subito una disuguaglianza tra la dimensione di un sistema algebrico *completo*, la dimensione del sistema lineare completo individuato da una sua curva generica, e l'irregolarità della superficie (n° 6).

Da questa relazione seguono come corollarî immediati il teorema di CASTELNUOVO, che afferma l'irregolarità di una superficie con un fascio irrazionale (n° 5), e più in generale il teorema di ENRIQUES, che afferma l'irregolarità di una superficie con un sistema continuo non appartenente ad un sistema lineare (n° 6). Anzi il teorema di CASTELNUOVO viene determinato maggiormente, perchè si dimostra che l'irregolarità della superficie non è inferiore al genere del fascio irrazionale.

Alla fine applico la disuguaglianza per dimostrare che l'irregolarità di una superficie con p integrali finiti di PICARD, a $2p$ periodi, non è inferiore a p; ma prima presento la dimostrazione del prof. ENRIQUES, concernente l'esistenza sopra una tal superficie di un sistema algebrico non contenuto in un sistema lineare, sotto una forma più semplice e che mi sembra possa portare qualche luce anche sulla questione generale d'invertire un noto teorema di HUMBERT (*).

(*) *Sur une propriété d'une classe de surfaces algébriques* (" Comptes rendus ", 1893). — Mi riservo di fare nel testo della Nota le citazioni relative alle altre parti di essa.

Digitized by Google

1. — *Serie caratteristica di una curva tracciata sopra una superficie.* Data sopra una superficie F una curva C irriducibile, si scelga un sistema lineare infinito $|E|$ contenente parzialmente C, ma non come parte fissa; e s'indichi con $|D|$ il sistema residuo $|E-C|$.

Se la serie completa a cui appartiene la serie segata da $|E|$ su C, contiene la serie lineare segata da $|D|$ sulla stessa curva, la differenza tra la prima serie e la seconda si dirà la *serie caratteristica completa della curva* C.

Nel seguito, per brevità, designeremo con (EC) il gruppo comune alle curve E, C e con $|EC|$ la serie lineare completa individuata da quel gruppo. Con queste notazioni la serie caratteristica di C vien rappresentata dal simbolo:

$$|EC|-|DC|, \text{ od anche: } |(EC)-(DC)|.$$

Conviene considerare la serie caratteristica anche quando le due serie $|EC|$, $|DC|$ coincidono: soltanto per distinguere in modo particolare questo caso, parleremo di una *serie caratteristica d'ordine zero.*

Quando C appartiene ad un sistema lineare infinito, la serie ora definita non è altro che la serie segata sopra C dalle altre curve del sistema, completata, se occorre; cioè precisamente quella che in tal caso si suol chiamare la serie caratteristica del sistema lineare.

Invero, considerando una curva $\bar{C}$ del sistema, diversa da C, anche la $\bar{C}$ apparterrà parzialmente al sistema completo $|E|$ di cui sopra, e la differenza $|E-\bar{C}|$ darà ancora luogo al sistema $|D|$. Sicchè una particolare E si può costituire con la $\bar{C}$ aumentata di una D, e quindi verrà:

$$|EC|=|DC|+|\bar{C}C|,$$

ossia:

$$|\bar{C}C|=|EC|-|DC|.$$

Ma in ogni caso *se esiste la serie* |EC|—|DC|, *essa riesce indipendente dalla scelta del sistema* |E|.

E infatti se $|E_1|$ è un altro sistema soddisfacente alle stesse condizioni di $|E|$, e si pone:

$$|D_1|=|E_1-C|,$$

Digitized by Google

aggiungendo membro a membro le relazioni:

$$|E_1| = |D_1 + C|, \; |D + C| = |E|,$$

viene:

$$|E_1 + D| = |E + D_1|,$$

la quale prova che:

$$|E_1C| + |DC| = |EC| + |D_1C|;$$

e da questa si trae che se esiste la serie $|(EC) - (DC)|$, esiste pure la serie $|(E_1C) - (D_1C)|$, ed anzi essa coincide con la precedente.

Risulta immediatamente dalla definizione del grado virtuale di una curva (*), che *l'ordine* x *della serie caratteristica uguaglia il grado virtuale di* C.

Invero, se n, N indicano i gradi di $|D|$, $|E|$, e i, j i numeri delle intersezioni di D con C e con E, siccome per ipotesi E sega C in $x + i$ punti, dalla relazione:

$$|E| = |C + D|,$$

si traggono le seguenti:

$$N = x + i + j, \; j = i + n,$$

che sommate membro a membro, dànno:

$$N = x + n + 2i,$$

la quale prova che x è il grado virtuale di C.

2. — *Il valore del grado virtuale non basta sempre a decidere sull'esistenza della serie caratteristica.* Dal n° 1 si trae che una curva sulla quale esista la serie caratteristica, ha il grado ≥ 0; ma il viceversa non è vero, come a prima vista potrebbe credersi. Ed è facile, come ora vedremo, costruire curve di grado ≥ 0, sulle quali non esiste la serie caratteristica.

Sopra la superficie data F può sempre trovarsi una curva C,

(*) Cfr. p. es., Enriques, *Intorno ai fondamenti della geometria sopra le superficie algebriche* (" Atti della R. Acc. di Torino ,, 1901); n° 12.

Digitized by Google

di genere >0, sulla quale la serie caratteristica completa ha la dimensione ρ minore del grado n di C.

Basta ad es. considerare la curva generica di un sistema lineare di grado e genere >0.

Orbene, togliendo dalla curva C $\rho+1$ punti, $a'a''\ldots a^{\varrho+1}$, che non appartengano ad un gruppo caratteristico, si ha una curva del grado $n-\rho-1(\geq 0)$, priva di serie caratteristica. Di fatti possiamo costruire un sistema lineare $|E|$ contenente C (non come parte fissa) e inoltre così ampio che esistano delle curve E passanti pei punti $a'a''\ldots$, le quali non contengano di necessità la C. Indicando con $|E_1|$ il sistema che si ottiene da $|E|$ con l'imposizione dei punti base $a'a''\ldots$; con C_1 la curva che si ottiene da C togliendo gli stessi punti, e ponendo:

$$|D|=|E-C|,$$

avremo pure:

$$|D|=|E_1-C_1|.$$

Da ciò si trae che non può esistere la serie $|(E_1C_1)-(DC_1)|$, perchè nell'ipotesi contraria un gruppo di questa serie addizionato ai punti $a'a''\ldots$, darebbe un gruppo della serie caratteristica di C passante per questi punti, il che è assurdo, dato il modo generico con cui essi furono scelti.

Nel fare l'osservazione precedente chi voglia evitare di considerare dei punti come componenti di una curva, potrà usare del solito procedimento di sostituire ad essi delle curve eccezionali, mediante una trasformazione birazionale che abbia su F i punti fondamentali $a'a''\ldots a^{\varrho+1}$.

L'osservazione stessa può essere completata provando che *quando il grado* n *della curva* C *non è inferiore al genere* π, *si può affermare senz'altro che sulla* C *esiste la serie caratteristica.*

Difatti costruendo al solito i sistemi $|E|$, $|D|$ e chiamando con i il numero delle intersezioni di C con una D, l'ordine $n+i$ della serie $|EC|$ non sarà inferiore a $\pi+i$ e quindi la sua dimensione non sarà inferiore ad i; sicchè per un gruppo della serie $|DC|$, che è d'ordine i, passerà sempre qualche gruppo $|EC|$, ossia esisterà la serie residua $|(EC)-(DC)|$.

Se la C possiede dei punti multipli e se la disuguaglianza $n>\pi$ è soddisfatta tra i caratteri di C, allorchè quei punti si

Digitized by Google

riguardino come assegnati con la loro molteplicità effettiva, l'esistenza della serie caratteristica si potrà affermare anche quando quei punti si riguardino come virtualmente inesistenti. Ma si badi che in quest'ultimo caso la curva irriducibile C costituirà soltanto una *parte* di una curva del sistema lineare individuato prescindendo dai punti multipli. Tuttavia in base alla definizione del n° 1, avrà ancora senso parlare della serie caratteristica di C.

3. — *La serie caratteristica in relazione alle curve canoniche della superficie.* Dopo aver definito la serie caratteristica anche sopra una *curva* C *isolata*, cioè non appartenente ad un sistema lineare infinito, ci possiamo domandare se questa serie ha con la serie segata su C dalle curve canoniche della superficie, la stessa relazione a cui soddisfa la serie caratteristica di un sistema lineare infinito (*). E, come si prevede, la risposta è affermativa.

Ragioneremo per semplicità col linguaggio proiettivo, fissando l'attenzione sopra una superficie F, d'ordine m, dello spazio ordinario, dotata soltanto di linea doppia e punti tripli; e indicheremo con C una curva (isolata o no) sulla quale non sono assegnati punti base e i cui punti doppî eventuali (o singolarità superiori che hanno i loro equivalenti in punti doppî) cadono in punti semplici di F (**).

Potremo determinare un sistema $|E|$, segnato su F da superficie d'ordine abbastanza elevato k, il quale contenga C e lasci come residuo un sistema $|D| = |E - C|$.

Se Ψ è una superficie d'ordine k passante per C e segante ulteriormente la F lungo la curva D del sistema $|D|$, la jacobiana di F, Ψ e di una retta dello spazio, è una superficie di ordine $m + k - 2$, che passa per la linea doppia di F, pel gruppo (DC), per gli eventuali punti doppî di C, e sega ulteriormente

(*) Cfr. ENRIQUES, *Introduzione alla geometria sopra le superficie algebriche* ("Memorie dei XL", (3), t. X, 1896); n° 38.

(**) Giova di non escludere la presenza di punti doppî, perchè quando la C appartiene ad un sistema algebrico non lineare, essa può avere dei punti multipli variabili.

quest'ultima curva in un gruppo jacobiano della serie formata dalle sezioni piane di C (*).

Dunque una superficie di ordine $m + k - 4$ aggiunta ad F, sega C, fuori della linea doppia, in un gruppo appartenente alla somma della serie canonica, con la serie $|DC|$ e con le coppie che cadono nei punti doppî di C. Considerando un'aggiunta di ordine $m + k - 4$ spezzata in una superficie d'ordine $m - 4$ aggiunta ad F ed in una superficie qualunque d'ordine k, e ricordando che per ipotesi la serie $|EC|$ contiene la serie $|DC|$, concludiamo che:

Anche sopra una curva isolata C, *priva di punti base assegnati, la serie caratteristica, addizionata alla serie segata dalle curve canoniche, dà la serie canonica, aumentata delle coppie che cadono nei punti doppî di* C.

S'intende che se la superficie F contiene delle curve eccezionali, nell'enunciato precedente esse si dovranno considerare come parti (fisse) delle curve canoniche, perchè appartengono a tutte le aggiunte d'ordine $m - 4$.

Se sulla C vengono assegnati punti base, ci ridurremo al caso considerato, eliminando quei punti base con una trasformazione rispetto alla quale essi sieno fondamentali.

4. — *Serie caratteristica di un sistema algebrico.* Quando tra una superficie algebrica F ed una varietà algebrica V, ad r dimensioni, si considera una corrispondenza algebrica — cioè una varietà subordinata a quella delle coppie di punti di F e V — tale che ad un punto di V corrisponda su F una curva e che ogni tal curva provenga da un sol punto di V, il sistema di tutte le curve di F corrispondenti ai punti di V, dicesi un *sistema algebrico di curve, di dimensione* r. — I punti di V si possono assumere come immagini degli elementi (curve) di questo sistema.

L'interesse nello studio dei *sistemi continui di curve*, si concentra sui sistemi algebrici. Ciò dipende dal fatto che le curve di un dato ordine appartenenti ad una superficie F, costituiscono una varietà algebrica la quale si scinde in un numero finito di

(*) Cfr. p. es. la nota a pie' di pagina al § 8 del mio lavoro: *Su alcune questioni di postulazione* (" Rendiconti di Palermo ", 1903).

Digitized by Google

parti algebriche irriducibili (non necessariamente della stessa dimensione), e quindi ogni sistema continuo di curve, è contenuto in un sistema algebrico di curve dello stesso ordine.

Noi considereremo di solito *sistemi algebrici irriducibili*, cioè rappresentabili con varietà irriducibili, e quindi, salvo avviso contrario, sottintenderemo la irriducibilità.

Dimostreremo anzitutto che:

Allorquando una curva irriducibile C *appartiene totalmente ad un sistema algebrico* (*almeno* ∞^1), *esiste su essa la serie caratteristica, ed ogni gruppo comune a* C *e ad una curva del sistema infinitamente vicina, è un gruppo di questa serie* (*).

Dicasi C_0 una curva del sistema algebrico, infinitamente vicina a C, e Σ un sistema (algebrico) ∞^1 subordinato al sistema dato e contenente le due curve C e C_0. Nella varietà i cui *punti* rappresentano le curve del sistema dato, un sistema ∞^1 contenente C e C_0, è rappresentato da una *curva*, che in un dato punto della varietà (nell'immagine di C) ha una data tangente.

Consideriamo entro all'ente algebrico Σ una serie lineare di dimensione 2 (o maggiore) priva di elementi fissi. Le curve spezzate che costituiscono i gruppi di questa serie, formano un sistema ∞^2 che, essendo razionale, sarà contenuto totalmente in un sistema lineare $|E|$ (**), e per l'ipotesi che la serie sia priva di elementi fissi, non tutte le E conterranno come parte C.

I gruppi della serie lineare ∞^2 contenenti C, ove se ne tolga la C medesima, dànno una serie lineare ∞^1, i cui gruppi appartengono totalmente ad un sistema lineare:

$$|D| = |E - C|.$$

Fissiamo entro alla serie ∞^2 una serie lineare $\infty^1 g$, diversa da quella che ha come elemento fisso C, e consideriamo il gruppo della g di cui fa parte una curva C_1 di Σ, diversa da C. Questo gruppo costituisce una curva E, spezzata nella C_1 e in altre

---

(*) L'interpretazione aritmetica di questo teorema, dà luogo alla proposizione dimostrata dal sig. De Franchis nella Nota: *Sulle corrispondenze algebriche fra due curve* (" Rendiconti dei Lincei ", 1903); n° 5.

(**) Cfr. Enriques, *Un'osservazione relativa alla rappresentazione parametrica delle curve algebriche* (" Rendiconti di Palermo ", 1896); n° 4.

Digitized by Google

curve di Σ il cui insieme denotiamo con D_1. Facendo avvicinare indefinitamente la C_1 alla C, quel gruppo $C_1 + D_1$ tenderà al gruppo della g passante per C, e quindi la curva composta D_1 avrà per limite una curva D. D'altronde al variare di C_1 il gruppo dei punti segato su C dalla $C_1 + D_1$ varia entro alla serie $|EC|$: dunque il gruppo segato su C dalla curva C_0 infinitamente vicina, e dalla D che si ottiene come limite della D_1, quando C_1 si avvicina a C, appartiene alla serie $|EC|$; ossia il gruppo segato su C da C_0 è un gruppo della serie:

$$|(EC) - (DC)|, \qquad \text{c. d. d.}$$

Si noti che il ragionamento esposto vale anche se il sistema algebrico a cui appartiene C è un fascio (razionale o irrazionale). Però nel caso in cui il fascio è privo di punti base, il che avviene sempre quando esso è irrazionale, il ragionamento prova che la serie caratteristica esistente su C, è d'ordine zero (n° 1).

Per quanto questo caso si possa ritener racchiuso nell'enunciato generale, tuttavia sarà utile che lo enunciamo separatamente:

Allorquando una curva irriducibile C *appartiene ad un fascio (razionale o irrazionale) senza punti base, su essa esiste la serie caratteristica ed è di ordine zero.*

Possiamo ora porre il concetto di *serie lineare caratteristica di un sistema algebrico* ∞^r. Con tale denominazione indicheremo la serie lineare di dimensione $r - 1$, segata sopra una curva generica C del sistema dalle ∞^{r-1} curve che sono infinitamente vicine ad essa.

La linearità di questa serie risulta *a priori*, ove si osservi che per $r - 1$ punti generici di C passa un sol gruppo di essa e che inoltre la serie stessa è razionale, perchè i suoi elementi si rappresentano biunivocamente con le tangenti in un punto generico alla varietà algebrica immagine del sistema ∞^r.

Ma il teorema dimostrato in questo numero, che stabilisce l'identità di questa serie lineare, con quella già definita al n° 1, ci permetterà di trarre facilmente varie conseguenze notevoli dalla considerazione della serie stessa.

Digitized by Google

5. — *Dimensione della serie caratteristica sopra una curva isolata*. Secondo un notevole teorema di Castelnuovo, la dimensione della serie caratteristica completa esistente sopra una curva di un sistema lineare irriducibile completo di dimensione $r \geq 1$, non supera $r + P_g - P_a - 1$, ove P_g, P_a sono i generi, geometrico e aritmetico, della superficie F a cui appartiene il sistema (*). Orbene, questo teorema è applicabile anche al caso di una curva isolata, priva di punti multipli, e dotata di serie caratteristica.

Ciò si stabilisce (tenendo conto della definizione data al n° 1) mediante lo stesso ragionamento che serve al prof. Castelnuovo per estendere il suo teorema alle reti e ai fasci (**).

Per comodità del lettore esporrò questo ragionamento con speciale riguardo al caso di una curva isolata (priva di punti multipli).

Immaginando la curva C tracciata sopra la superficie F, priva di singolarità in uno spazio S_r, consideriamo su F il sistema lineare $|E|$ segato dalle forme di ordine così elevato, che la serie da esse segnata su C sia completa (ciò è sempre possibile per l'ipotesi che C non abbia punti multipli), e che inoltre vi sieno delle forme contenenti C.

Poniamo al solito:

$$|D| = |E - C|.$$

Dicansi r_1, r_2 le rispettive dimensioni dei sistemi $|E|$, $|D|$, completati, ove occorra, ρ la dimensione della serie caratteristica completa della C ed ϵ il numero delle condizioni indipendenti, che impongono alle E i punti di un gruppo (CD).

Le E pel gruppo fissato (CD) segheranno ulteriormente su C una serie completa $|(EC) - (DC)|$, ossia la serie caratteristica completa di C. D'altronde esse costituiscono un sistema di di-

(*) Cfr. Castelnuovo, *Alcune proprietà fondamentali dei sistemi lineari di curve tracciati sopra una superficie algebrica* (" Annali di Matematica ", (2). t. 25, 1897); n° 29. Vedi anche la mia Nota, *Sulla deficienza della serie caratteristica di un sistema lineare di curve appartenente ad una superficie algebrica* (" Rendiconti dei Lincei ", 1903), ove trovasi una dimostrazione più semplice del teorema di Castelnuovo.

(**) *Alcune proprietà fondamentali.....*, n° 30.

Digitized by Google

mensione $r_1 - \epsilon$, ed in questo sistema vi sono ∞^{r_2} curve che contengono C, dunque:

(1) $$\rho = r_1 - r_2 - \epsilon - 1.$$

Analogamente le E pel gruppo (CD) segano ulteriormente sulla D fissata, una serie di dimensione $r_1 - \epsilon - 1$ che contiene la serie caratteristica della D, e siccome questa serie, completata, ha la dimensione non superiore ad $r_2 + P_g - P_a - 1$, avremo:

(2) $$r_1 - \epsilon - 1 \leq r_2 + P_g - P_a - 1,$$

che confrontata con la (1), dà:

(3) $$\rho \leq P_g - P_a - 1.$$

Quando la serie caratteristica di C ha l'ordine zero, ossia quando la serie $|EC|$ coincide con la serie completa $|DC|$, la dimensione della serie $|EC|$ sarà precisamente uguale ad ϵ, onde la (1) sarà sostituita dalla relazione:

(1)' $$\epsilon = r_1 - r_2 - 1;$$

la (2) continuerà a sussistere e quindi se ne dedurrà:

(3)' $$0 \leq P_g - P_a - 1.$$

Sicchè, volendo far rientrare quest'ultimo caso nel caso generale, basterà *riguardare come nulla la dimensione d'una serie caratteristica d'ordine zero.*

Le (3), (3)' si possono allora enunciare nel modo seguente:

Se sopra una superficie di generi P_g, P_a *esiste una curva isolata, senza punti multipli, con una serie caratteristica completa di dimensione* ρ, *la irregolarità* $P_g - P_a$ *della superficie è almeno uguale a* $\rho + 1$.

La stessa cosa può dirsi anche *se la curva è dotata di punti multipli*, purchè questi si riguardino come assegnati con molteplicità virtuale uguale all'effettiva.

Ciò si stabilisce immediatamente, facendo sparire quei punti multipli con una trasformazione che li muti in curve eccezionali.

Digitized by Google

Viceversa è facile provare che *sopra una superficie irregolare di generi* P_g, P_a, *esistono sempre curve isolate dotate di una serie caratteristica completa di dimensione* $P_g - P_a - 1$.

Basta infatti considerare sulla superficie un sistema regolare di dimensione r, e quindi dotato di una serie caratteristica, che completata avrà la dimensione $r + P_g - P_a - 1$, e dalla curva C di questo sistema che passa per r punti generici della superficie, togliere questi punti. La curva residua sarà isolata e con la serie caratteristica di dimensione $P_g - P_a - 1$ (cfr. col n° 2).

Volendo evitare di sottrarre dei punti, si opererà una trasformazione che li muti in curve eccezionali e si considererà la trasformata della C, astraendo da queste curve eccezionali.

Dunque possiamo dire che *l'esistenza sopra una superficie di curve isolate con serie caratteristica (di ordine* ≥ 0), *è condizione necessaria e sufficiente affinchè la superficie sia irregolare.*

Una prima conseguenza immediata di ciò è il teorema di Castelnuovo che *ogni superficie con un fascio irrazionale di curve, è irregolare* (*). Invero se sulla superficie esiste un fascio irrazionale, ogni curva di un tal fascio è evidentemente isolata, e inoltre su essa esiste la serie caratteristica ed è d'ordine zero (vedere il n° 4).

Un'altra conseguenza è la seguente:

Sopra una superficie regolare una curva priva di punti multipli, dotata di una serie caratteristica completa di dimensione ρ, *appartiene totalmente ad un sistema lineare completo di dimensione* $\rho + 1$.

Invero se la C possiede una serie caratteristica completa di dimensione ρ, essa non può essere isolata, perchè altrimenti la superficie sarebbe irregolare. Dunque il sistema $|C|$ è certamente infinito. Ma allora, ricordando che sopra una superficie regolare ogni sistema lineare completo ha la serie caratteristica completa, si deduce che la dimensione di $|C|$ uguaglia $\rho + 1$.

6. — *Sistemi algebrici completi. Relazione tra la dimensione di un sistema algebrico completo e quella del sistema lineare completo individuato da una sua curva generica.* Un sistema algebrico, al pari di un sistema lineare, può dirsi *completo* quando non è

(*) Cfr. Castelnuovo, *Alcuni risultati sui sistemi lineari di curve appartenenti ad una superficie algebrica* ("Memorie dei XL", (3), t. X, 1896); n° 10.

Digitized by Google

contenuto in un sistema più ampio (irriducibile) di curve dello stesso ordine.

È ben chiaro che ampliando successivamente un sistema algebrico, si deve giungere almeno ad un sistema completo.

Anzi si può osservare subito che la curva generica C di un sistema algebrico completo Σ, non può appartenere ad un sistema algebrico che non stia tutto in Σ, perchè se C appartenesse a più sistemi irriducibili $\Sigma_1 \Sigma_2 \ldots$, diversi da Σ, variando C quei sistemi descriverebbero uno o più sistemi irriducibili contenenti Σ, contro il supposto che questo sia completo.

In particolare si vede che un sistema algebrico completo, contiene il sistema lineare completo individuato da una sua curva generica.

Considerando la serie caratteristica di un sistema algebrico di dimensione R, la cui curva generica appartenga ad un sistema lineare completo di dimensione $r \geq 0$, questa serie caratteristica sarà contenuta nella serie caratteristica completa, che è di dimensione non superiore ad $r - 1 + P_g - P_a$ (ved. il n° 5); dunque avremo:

$$R - 1 \leq r - 1 + P_g - P_a, \text{ ossia: } R \leq r + P_g - P_a.$$

Ciò vale indipendentemente dalla completezza del sistema algebrico considerato, ma per enunciare la disuguaglianza sotto la forma più espressiva, giova considerare il caso di un sistema completo, e dire che:

La dimensione di un sistema algebrico completo non può superare la dimensione del sistema lineare completo individuato da una sua curva generica, aumentata della irregolarità della superficie.

Veramente l'uso della serie caratteristica per stabilire la disuguaglianza precedente, richiede che la curva generica del sistema algebrico sia irriducibile e priva di punti multipli fuori degli eventuali punti base del sistema (cfr. col n° 5); ma la cosa si estende anche ai sistemi algebrici (irriducibili) di curve riducibili e con punti multipli variabili.

Invero dicasi Σ un sistema algebrico ∞^R irriducibile e completo, costituito da curve algebriche *qualunque*, e supponiamo che la sua curva generica C individui un sistema lineare completo ∞^r $(r \geq 0)$.

Si assuma come modello proiettivo dell'ente ∞^2 una super-

Digitized by Google

ficie F, priva di singolarità in un iperspazio. Considerando le forme di ordine abbastanza alto, si può esigere che ve ne sieno di quelle contenenti una C generica, e che inoltre il sistema lineare residuo $|D|$ sia irriducibile e privo (effettivamente) di punti base, e quindi che una curva generica D sia irriducibile e senza punti multipli.

Poichè il sistema $|D|$ costruito a partire da una C generica, è distinto dal sistema costruito a partire da una curva di Σ diversa dalle ∞^r che sono equivalenti a C, variando C entro Σ, il sistema $|D|$ descriverà un sistema algebrico Σ' di dimensione $R+r'-r$, ove r' è la dimensione di $|D|$. E si noti che anche Σ' sarà irriducibile (come varietà), perchè riguardandone come elementi i sistemi $|D|$, esso può riferirsi birazionalmente a Σ, di cui si riguardino come elementi i sistemi ∞^r $|C|$.

Applicando a Σ' la proposizione già dimostrata pei sistemi di curve irriducibili e senza punti multipli, avremo allora:

$$R+r'-r \leq r'+P_g-P_a, \quad \text{donde: } R \leq r+P_g-P_a, \text{ c.d.d.}$$

Una prima conseguenza del teorema dimostrato, ove si tenga presente che un sistema algebrico completo contiene il sistema lineare individuato da una sua curva generica, è il teorema di Enriques (*): *Sopra una superficie regolare ogni sistema algebrico di curve, è contenuto totalmente in un sistema lineare.* E difatti se $P_g = P_a$, R non potrà essere maggiore (nè inferiore) di r, e quindi il sistema algebrico completo Σ coinciderà col sistema lineare completo individuato da una sua curva.

Giova pure di rilevare quest'altra conseguenza, che determina maggiormente il teorema di Castelnuovo, già incontrato al n° 5:

Ogni superficie con un fascio irrazionale di genere p, *ha l'irregolarità non inferiore a* p. Invero, dal momento che il sistema lineare completo individuato da un gruppo di curve del fascio, è formato da tutti i gruppi della serie completa a cui appartiene quel gruppo, la curva *generica* del sistema ∞^p costituito da tutti i possibili gruppi di p curve del fascio, sarà isolata; e quindi

(*) *Una proprietà delle serie continue di curve appartenenti ad una superficie regolare* (" Rendiconti di Palermo ", 1899).

Digitized by Google

applicando la disuguaglianza sopra stabilita, al sistema $\infty^p (R = p, r = 0)$, verrà:

$$p \leq P_g - P_a.$$

Si osservi che vi sono effettivamente dei casi in cui è $p = P_g - P_a$ e $p < P_g - P_a$. Un esempio del primo caso è fornito dalle rigate di genere p $(P_g = 0 \;\; P_a = -p)$; ed un esempio del secondo caso dalla superficie con due fasci unisecantisi di generi p, p' $(P_g - P_a = p + p')$ (*).

7. — *Limite inferiore per l'irregolarità di una superficie che possiede* p *integrali finiti di differenziali totali, a* 2p *periodi.* Un'altra applicazione notevole della disuguaglianza stabilita al numero precedente, può farsi determinando un limite inferiore per l'irregolarità di una superficie F che possegga p integrali finiti di Picard, a $2p$ periodi.

Il prof. Enriques ha dimostrato che sopra una tal superficie esiste sempre un sistema continuo di curve non appartenente totalmente ad un sistema lineare (**), sicchè risulta senz'altro che la superficie non è regolare. Prima di occuparmi della sua irregolarità, non mi sembra inutile presentare sotto una forma più semplice la dimostrazione di questo teorema.

Questa forma del ragionamento si presenta naturale, quando si pensi che sopra una curva di genere $p > 0$, ossia dotata di p integrali abeliani di 1ª specie $u_1 \dots u_p$, un sistema algebrico di gruppi di punti, non contenuto in una serie lineare, si ottiene subito. in base alla risoluzione del problema di Jacobi, come l'insieme di tutti i gruppi di punti $X_1 X_2 \dots X_p$, che soddisfano alle equazioni:

$$u_i(X_1) + \dots + u_i(X_p) \equiv c_i \qquad (i = 1, \dots, p),$$

allorchè si fanno variare i parametri c_i.

Ciò premesso, sieno:

$$I_i = \int A_i dx + B_i dy \qquad (i = 1, \dots, p)$$

(*) Cfr. Maroni, *Sulle superficie algebriche possedenti due fasci di curve algebriche unisecantisi* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ,, 1903 e De Franchis, *Sulla varietà* ∞^2 *delle coppie di punti di due curve o di una curva algebrica* (" Rendiconti di Palermo ,, 1903); n° 5.

(**) *Sur les surfaces algébriques admettant des intégrales de différentielles totales de première espèce* (" Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse , (2), t. 3, 1901).

Digitized by Google

p integrali di 1ª specie, linearmente indipendenti, a $2p$ periodi, appartenenti alla superficie F di equazione:

$$F(xyz) = 0,$$

e, fissato un punto X_0 di F come origine delle integrazioni, si scrivano le equazioni:

$$(1) \qquad I_i(X_1) + \dots + I_i(X_p) \equiv c_i \qquad (i = 1, \dots, p),$$

ove $X_1 X_2 \dots X_p$ son p punti di F.

Fissiamo su F un fascio $|C|$ di curve irriducibili, che per semplicità può supporsi dotato di un punto base in X_0. Riguardando $I_1 \dots I_p$ come funzioni di un punto di una curva C di quel fascio, avremo su questa p integrali abeliani indipendenti con $2p$ periodi distinti.

Se il genere di C fosse proprio p, le equazioni (1), considerate sopra C, sarebbero soddisfatte da un solo gruppo di p punti; ma in ogni caso un teorema di PICARD (*) ci permette di affermare che i gruppi $X_1 \dots X_p$ di C soddisfacenti alle (1), sono in numero finito m, in guisa che al variare delle costanti c_i questi aggruppamenti descrivono un'involuzione di grado m sulla varietà dei gruppi di p punti della C.

Sicchè per valori generici delle c_i sopra ogni curva del fascio $|C|$ si determinano razionalmente m gruppi di p punti. Il luogo di questi gruppi di mp punti è dunque una curva algebrica Γ.

Al variare delle c_i otteniamo così su F un sistema algebrico Σ di dimensione p, le cui curve Γ sono algebriche e segano sopra ogni C un'involuzione di gruppi di p punti.

Si osservi che il ragionamento assume una forma semplicissima nel caso ellittico $p = 1$, giacchè allora si ottiene subito sulla superficie un fascio ellittico di curve algebriche, soddisfacenti all'equazione:

$$I_1 = \text{cost.}$$

(*) *Sur la réduction du nombre des périodes des intégrales abéliennes*, etc. ("Bulletin de la Société Math. de France", t. 11, 1883); nº 1. Di questo teorema profitta anche il prof. ENRIQUES per la costruzione delle funzioni abeliane corrispondenti ai periodi degli integrali $I_1 \dots I_p$. Cfr. pure WIRTINGER, *Ueber einige Probleme in der Theorie der Abel'schen Functionen* ("Acta Matematica", t. 26, 1902); § 3.

Ritornando al caso generale, osserviamo anzitutto che se si riguardano i punti base di $|C|$ come assegnati con la molteplicità che hanno effettivamente per le curve di Σ, *nel sistema* stesso *non esistono curve equivalenti ad una curva generica* Γ. Invero sopra una C due generiche Γ segano, fuori dei punti base, due gruppi di mp punti che non sono equivalenti, perchè le somme dei valori di un integrale I_i nei punti di quei due gruppi non sono uguali, come richiederebbe il teorema di ABEL.

Ne deriva che se una Γ generica individua un sistema lineare completo ∞^r, variando la Γ entro Σ quel sistema lineare descriverà un sistema algebrico di dimensione $r+p$, e quindi applicando la disuguaglianza del numero precedente, verrà:

$$r+p \leq r+P_g-P_a, \text{ ossia: } p \leq P_g-P_a.$$

Si conchiude pertanto che:

Una superficie algebrica con p *integrali finiti di Picard a* 2p *periodi, ha l'irregolarità non inferiore a* p.

Termino additando una questione importantissima che qua si presenta.

Si potrà sostituire la precedente disuguaglianza con una uguaglianza, quando si supponga che la varietà lineare considerata di integrali di differenziali totali di 1ª specie, sia la più ampia possibile?

Mi spiego con un esempio. La varietà di tutti gl'integrali di PICARD distesi sopra la superficie delle coppie di punti di due curve distinte C, C' di generi p, p', contiene due varietà lineari distinte di p, p' integrali, rispettivamente con $2p$ e $2p'$ periodi, che provengono ciascuna dagli integrali abeliani di 1ª specie di C, C'; e l'irregolarità della superficie è uguale alla somma $p+p'$ delle dimensioni di quelle varietà, cioè è uguale alla dimensione della varietà lineare più ampia formata dagli integrali di Picard distesi sulla superficie (*).

Pisa, 18 febbraio 1904.

(*) PICARD et SIMART, *Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes* (Paris, Gauthier-Villars, t. I, pag. 129).

Digitized by Google

Le oscillazioni interferenziali della pressione sanguigna.

Nota del Socio ANGELO MOSSO.

Le interferenze fra i cambiamenti di volume del cuore e la respirazione artificiale.

Due onde che si propaghino nello stesso mezzo producono delle interferenze quando non abbiano la stessa lunghezza: è noto infatti per le onde sonore, che due suoni d'acutezza poco diversa producono coll'interferenza il fenomeno dei battimenti; cioè si rinforzano e si affievoliscono in intervalli di tempo eguali.

Se per esempio un suono fa cento oscillazioni al minuto secondo ed un altro ne fa solo novantanove, al principio di un secondo le onde sono quasi uguali, ma dopo mezzo secondo la prima origine sonora avrà compiuto mezza oscillazione più dell'altra e le due onde saranno in una fase opposta; ed alla fine del minuto secondo, l'orecchio riceverà nuovamente due moti concordi. A questo modo le onde dei due suoni si elidono e si rinforzano ad ogni secondo, ed il suono presenterà un battimento al secondo. Se la differenza delle onde è di due al secondo vi saranno due battimenti al secondo: così che ne risulta una legge molto semplice: il numero dei battimenti è uguale alla differenza dei numeri delle vibrazioni. Come per mezzo dell'interferenza due suoni possono dare il silenzio, così anche la luce aggiunta alla luce può produrre l'oscurità, come è noto nelle frangie per interferenza. Fenomeni simili si producono anche pei moti del cuore nelle interferenze col respiro, come lo dimostra la seguente esperienza.

Un cane del peso di 8500 gr. viene cloralizzato coll'iniezione di 3 gr. di cloralio nella cavità addominale; quando è insensibile si fa la tracheotomia e si preparano i due nervi vaghi: quindi si apre la cavità del torace tagliando lo sterno nella linea mediana e cauterizzando col termocauterio Paquelin, in modo da limitare l'emorragia. Si apre il pericardio e si lega una can-

Digitized by Google

nula che esce dal torace, dopo che questo fu chiuso per mezzo di una cucitura. La cannula, messa in comunicazione con un timpano a leva di Marey, scrive sul cilindro infumato di un motore Baltzar i cambiamenti di volume del cuore (fig. 1). Quando il cuore fa una sistole la penna scende e si alza nella diastole successiva. Per la respirazione artificiale adopero l'apparecchio ad aria compressa con aspirazione (1) messo in azione da un motore elettrico, il quale fa 180 inspirazioni al minuto. Tagliati i due nervi vaghi, il cuore fa 188 pulsazioni al minuto.

Nella fig. 1 in *A* si mette la cannula della trachea in comunicazione coll'apparecchio della respirazione artificiale e subito vediamo comparire tre grandi serie di pulsazioni crescenti e decrescenti. Tutti i tracciati vennero ridotti di circa un quarto della grandezza originale. La linea del tempo scritta sotto in minuti secondi indica che sono 8 ad ogni minuto, cifra che corrisponde alla differenza fra i moti del cuore e quelli della respirazione artificiale: sono cioè otto i battimenti, cioè otto volte le onde si rinforzano ed otto volte tendono ad elidersi.

Nel principio del tracciato 2 sospendo la respirazione artificiale e durante l'apnea il cuore fa circa 188 pulsazioni, in *B* torno a far comunicare la cannula tracheale coll'apparecchio della respirazione artificiale e ricompaiono le oscillazioni interferenziali. Il polso essendosi accelerato alquanto, anche i periodi sono divenuti un poco più corti e più brevi.

Amministrai un altro grammo di cloralio nell'addome.

L'apparecchio per far la respirazione avendo un cono di carrucole per mezzo del quale può ridursi la frequenza delle inspirazioni e farne un numero maggiore o minore, lo mettiamo sulla frequenza di 130 al minuto.

Le contrazioni del cuore, come si vede nel principio della fig. 3, essendo eguali a 160 al minuto, la differenza è 30. Infatti quando nel punto *C* si mette la trachea in comunicazione coll'apparecchio del respiro artificiale compaiono 32 interferenze al minuto.

---

(1) A. Mosso, *La ventilazione rapida dei polmoni per mezzo di un apparecchio che funziona con aria compressa e rarefatta,* " Rendic. della R. Acc. dei Lincei ", 21 febbraio 1904.

Digitized by Google

Nella fig. 4 sospendo un momento la respirazione e quando

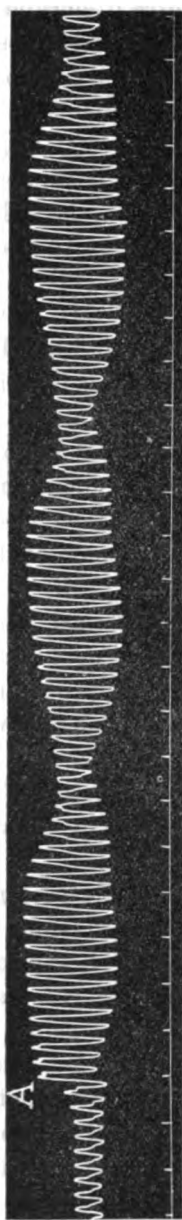



Fig. 1. — Interferenze fra la respirazione artificiale e i cambiamenti di volume del cuore, scritti in un cane cloralizzato colla fistola del pericardio per mezzo di un timpano a leva. Il cuore fa 186 contrazioni; il respiro 180 inspirazioni. Il tempo è segnato in secondi. In *A* comincia la respirazione artificiale.

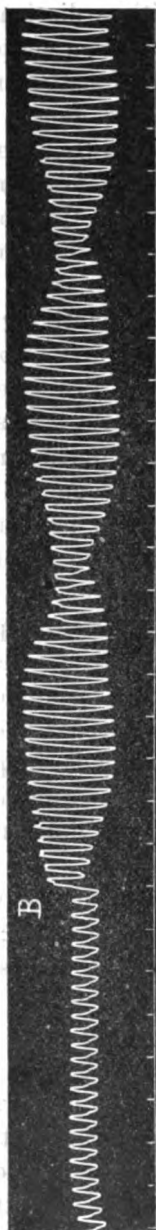



Fig. 2. — Continuazione del tracciato precedente. Fino in *B* sono scritte solo le pulsazioni del cuore che hanno la frequenza di 188 al minuto. In *B* comincia la respirazione artificiale, colla frequenza di 180 al minuto.

in *D* torna a farsi il respiro artificiale, sono nuovamente 32 le interferenze al minuto.

Digitized by Google

In queste esperienze dobbiamo tener conto dell'apnea che modifica i battiti cardiaci accelerandoli, mentre il cloralio li rallenta; per ciò la forma dei periodi non può mantenersi costante.

Il numero dei battimenti dipende nei suoni, come ho detto, dalla differenza dei numeri delle vibrazioni; se cambiamo la differenza della respirazione e da 130 la portiamo a 180, come era prima, la differenza rimane sempre di 30 e il numero dei periodi sarà uguale. Questo lo vediamo nella fig. 5, dove il cuore fa 160 contrazioni; ritornando alla frequenza primitiva di 180 respirazioni abbiamo circa 20 periodi al minuto.

Guardando i punti segnati colle lettere *ABCD*, dove comincia a funzionare il respiro artificiale, si vede che subito la curva divenne più alta. Questo dipende da ciò che nel pericardio vi era un po' di aria e quando comincia la respirazione artificiale, oltre ai movimenti impressi al timpano registratore dai cambiamenti di volume del cuore, si aggiungono quelli prodotti dall'insufflazione dei polmoni. La differenza delle due pulsazioni vicine ci fa conoscere quanto sia grande l'elevazione dovuta alla distensione dei polmoni.

In queste esperienze, per ottenere dei tracciati regolari, erasi diminuita l'attività respiratoria per mezzo del cloralio e la sospensione del respiro ottenevasi completa durante l'apnea: eliminando però l'inconveniente dei moti toracici non poteva evitarsi l'incostanza della frequenza dei battiti cardiaci, e i mutamenti della pressione sanguigna che succedono sempre nell'apnea. Questo ci spiega le differenze che osserviamo nella durata dei periodi.

Può capitare qualche volta che i numeri delle respirazioni e delle sistoli siano eguali: in questo caso non vi sono battimenti, o periodi, ma tale sincronismo dura poco e subito compaiono (nella serie prima eguale in altezza dei cambiamenti di volume del cuore) delle variazioni periodiche, come quelle scritte nelle figure 1 e 2; solo che le serie sono più lunghe e nel minuto vedemmo prodursi talora uno, o due battimenti.

Feci altre esperienze tagliando il midollo allungato, i risultati che ottenni sono identici ai precedenti, nei quali l'immobilità del respiro era ottenuta per mezzo dell'apnea.

Un cane del peso di 8500 gr. viene cloralizzato; quando è insensibile si prepara la trachea e la membrana atlantoccipitale

Digitized by Google

col termocauterio Paquelin. Si apre la cavità del torace tagliando lo sterno sulla linea mediana, e apertò pure il pericardio, si fissa

Fig. 3.— Continuazione del tracciato precedente. Dopo aver scritto un pezzo di tracciato dei movimenti cardiaci, in *C* si fa la respirazione artificiale, cambiando la frequenza che da 180 inspirazioni viene portata a 130 al minuto.

Fig. 4. — Continuazione del tracciato precedente. Dopo aver sospeso per un momento la respirazione artificiale, in *D* essa riprende colla medesima frequenza di 130 al minuto.

una cannula per scrivere i cambiamenti di volume del cuore per mezzo di un timpano a leva. Chiusa la cavità del torace,

Digitized by Google

si taglia il midollo allungato e comincia il tracciato 6. La fre-

Fig. 5. — Continuazione del tracciato precedente. Frequenza delle inspirazioni artificiali 180 al minuto; il cuore fa 160 contrazioni nello stesso tempo.

Fig. 6. — Cane al quale venne distrutto il midollo allungato. Frequenza del respiro 118 al minuto. Cambiamenti di volume del cuore scritto colla fistola del pericardio per mezzo di un timpano registratore.

Fig. 7. — Continuazione del tracciato precedente, nel quale la frequenza del respiro artificiale è solo 94 al minuto.

quenza del respiro è 118 al minuto, il cuore fa 90 pulsazioni al minuto, la differenza è 28, il numero dei periodi è 24 circa.

Digitized by Google

Cambiamo la frequenza del respiro e la riduciamo a 94 al minuto: i periodi si allungano e sono solo 8 al minuto; il polso si è rallentato alquanto ed è solo 88, il che va d'accordo colla frequenza dei periodi che osservansi nel tracciato 7.

Sappiamo che qui sono due onde che si elidono o si sommano; nei precedenti tracciati abbiamo veduto nei punti *ABCD* come si elevasse la pulsazione del cuore quando alla curva del cambiamento di volume si aggiungeva la compressione dell'aria

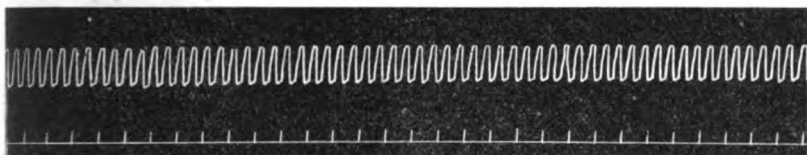



Fig. 8. — Tracciato della respirazione artificiale scritto colla fistola del pericardio sull'animale che diede i tracciati 6 e 7, subito dopo che il cuore aveva cessato di battere.

contenuta nel pericardio. Per conoscere quali fossero i mutamenti che produceva da solo il soffietto aspettai che l'animale fosse morto e dopo scrissi il tracciato 8, dove notiamo che le due curve sono poco diverse fra loro in altezza. Questa figura fu riprodotta in grandezza naturale, mentre le precedenti sono ridotte di un quarto: nel raffronto bisogna tener calcolo di questa differenza.

Oscillazioni interferenziali della pressione sanguigna.

Fu studiando i mutamenti della pressione sanguigna nell'apnea che osservai per la prima volta delle oscillazioni le quali non si potevano spiegare per mezzo di un mutamento periodico nella innervazione dei vasi sanguigni che modificasse la pressione nell'aorta, oppure nei vasi del polmone, in modo da cambiare l'afflusso del sangue al cuore sinistro. Nè potevasi attribuire queste variazioni ad un mutamento di tonicità del muscolo cardiaco, nè all'azione dei moti respiratorii, perchè per effetto dell'apnea, o del curare, erano immobili i muscoli del torace e del diaframma. La fig. 7 che riprodussi in una precedente

Digitized by Google

Memoria (1) e la curva che pubblico in questa Nota colla fig. 12 possono considerarsi come le prime esperienze che chiamarono l'attenzione mia sulle oscillazioni per interferenza. Nella fig. 12 vediamo che rimanendo costante la frequenza della respirazione artificiale, si allungano successivamente le oscillazioni della pressione sanguigna quanto più diventa rapido il battito del cuore.

Le esperienze che ho esposte fin qui furono fatte per controllare quanto osservai nell'apnea studiando la pressione sanguigna. Essendo esse riuscite più evidenti, ho preferito pubblicarle prima, per modo che servano come di introduzione alle ricerche seguenti, che sono più complesse e più difficili.

Il prof. Hering e Sigmund Mayer, come dirò fra poco, avevano già veduto le oscillazioni per interferenza, ma non si erano fermati ad analizzare questo fenomeno con dei tracciati esatti. In un recente scritto pubblicato dal dott. P. Morawitz (2) viene ammessa l'esistenza delle oscillazioni per interferenza: ma l'interpretazione che ne fu data è diversa e queste oscillazioni non vennero considerate come un fenomeno puramente meccanico.

Spero che i miei tracciati mettano meglio in evidenza queste oscillazioni interferenziali, eliminando ogni complicanza che dia luogo a contestazioni.

L'eleganza dei tracciati già riprodotti non si può ottenere nei tracciati della pressione sanguigna, perchè qui sono più complesse le condizioni dell'esperienza; credo ciò nulla meno d'esser riuscito a fissare definitivamente la natura e i caratteri delle oscillazioni che si producono per mezzo delle interferenze fra i movimenti del cuore e quelli del respiro: ciò sarà tanto più utile perchè il dott. Morawitz non ammette che le oscillazioni descritte da Hering e Sigmund Mayer abbiano una origine periferica ed egli sarebbe inclinato ad attribuire un'origine centrale a queste onde.

I tracciati che pubblicai colle precedenti figure e le esperienze che ora riferisco credo escludano ogni dubbio che alle oscillazioni già note della pressione sanguigna, debbasi aggiun-

---

(1) A. Mosso, *La ventilazione rapida dei polmoni, ecc.*, " Rendic. della R. Accad. dei Lincei ,, 21 febbraio 1904.

(2) P. Morawitz, *Zur Differenzirung rhythmischer Blutdruckschwankungen*, " Arch. f. Physiol. ,, 1903, pag. 82.

Digitized by Google

gere una nuova specie; quella delle *oscillazioni interferenziali,* dovute ad azioni periferiche e di natura meccanica.

L'esperienza rappresentata nelle figure 9 e 10 venne fatta su di un cane del peso di 8 chilog., al quale eransi iniettati successivamente 3 gr. di cloralio nella vena giugulare e si erano tagliati i due nervi vaghi al collo. La pressione del sangue scrivevasi per mezzo di un manometro a mercurio messo nella carotide sinistra. La respirazione artificiale facevasi coll'apparecchio ad aria compressa e rarefatta; la velocità di rotazione del quale dava una frequenza di 100 respirazioni. La pressione era uguale a 140 mm. nel principio del tracciato 9; il tempo è scritto ogni secondo, nella linea sottostante: per economia di spazio non riferisco l'ascissa della pressione, essendo facile calcolarla anche pei tracciati successivi 10 ed 11, che sono la continuazione del tracciato 9.

Quando in α comincia la respirazione artificiale colla frequenza di 100 inspirazioni al minuto vediamo prodursi una diminuzione progressiva della pressione sanguigna, che scende fino a 50 mm. e compaiono dei periodi. Contando nella fig. 9 e nella 10 vediamo che la frequenza dei periodi è circa 60 al minuto. La frequenza del respiro essendo di circa 100 e quella dei battiti cardiaci di 160 in media, il numero dei periodi corrisponde alle interferenze.

La natura meccanica di queste oscillazioni, oltre che dalla coincidenza del ritmo, appare evidente per altri caratteri, e prima di tutto dal loro numero, il quale è troppo grande perchè possa attribuirsi ad un riflesso, o ad un movimento vasale. Nessun riflesso per un'azione vasomotoria si ripete colla frequenza di 60 periodi al minuto. Solo il respiro potrebbe avere questa frequenza, ma l'osservazione diretta ci assicura che non esiste questa causa meccanica ed il taglio dei vaghi lo rendeva impossibile. Perciò non resta che riconoscerne l'origine periferica e meccanica dovuta alle interferenze fra i moti del respiro e del cuore.

Nella fig. 10 continuano inalterate le oscillazioni interferenziali. Appena cessa il respiro artificiale in ω scompaiono immediatamente le oscillazioni interferenziali. Nel tracciato 10 vediamo pure che quando in ω cessa la respirazione artificiale cresce subito la pressione sanguigna e che l'apnea è completa.

Digitized by Google

Alla fine del tracciato 10 mancano 40 secondi prima che

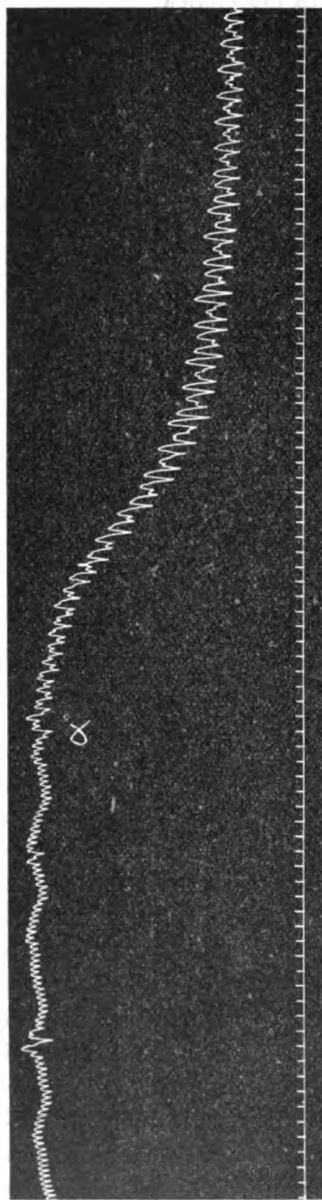



Fig. 9. — Pressione sanguigna scritta col manometro e mercurio nella carotide di un cane. In α comincia la respirazione artificiale co.la frequenza di 100 respirazioni al minuto: il polso è di 160 al minuto: le oscillazioni fra interferenza sono 60 al minuto.

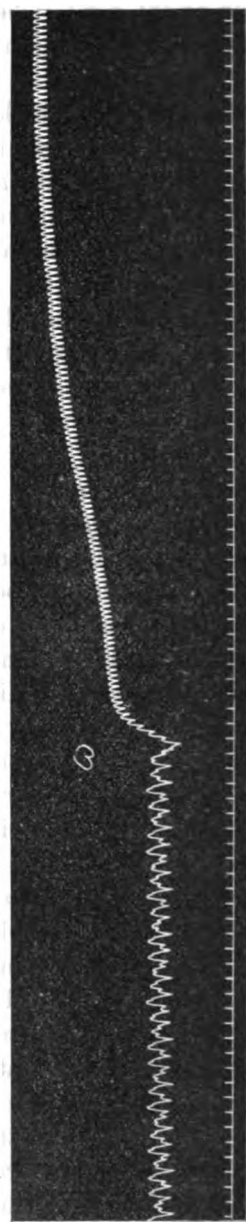



Fig. 10. — Nella prima parte fino in ω, continuando la respirazione artificiale, vi sono le oscillazioni interferenziali; dopo cessata la respirazione artificiale scompaiono e cresce la pressione sanguigna.

cominci il tracciato 11. Sono dunque circa 2 minuti che rimane

Digitized by Google

sospeso il respiro, perchè solo in A, fig. 11, compare il primo movimento respiratorio spontaneo. In α ricomincia la respirazione artificiale, questa volta l'effetto sulla pressione è minore che nell'esperienza precedente.

La frequenza del polso, contando alla fine dei periodi, è alquanto aumentata e corrisponde a 192 al minuto; il numero delle respirazioni essendo 210 al minuto, la differenza del ritmo è 18, che corrisponde al numero delle osservazioni interferenziali che osservansi fra α ed ω.

Quando in ω cessa la respirazione artificiale subito scompaiono le oscillazioni e comincia l'apnea, mentre la pressione sanguigna va gradatamente aumentando.

Se per una causa qualunque la frequenza del cuore non è costante e va crescendo o diminuendo, osservansi nei periodi le variazioni corrispondenti.

Ad un cane del peso di 8 chilog., al quale iniettammo nella cavità addominale grammi 2,5 di una soluzione di cloralio 1:2, facciamo la tracheotomia, e scoperta la carotide, si mette in comunicazione con un manometro a mercurio. La fig. 12 rappresenta il tracciato della pressione scritto dopo mezzo minuto che funziona la respirazione artificiale, la quale fa 104 respirazioni al minuto. La curva sale con delle oscillazioni che diventano sempre più lunghe. Nel principio del tracciato la frequenza del polso è di 90 al minuto, la frequenza del respiro essendo di 104, i periodi sono circa 28 al minuto, essi sono composti di circa 3 pulsazioni ciascuno.

Il cuore presentando un acceleramento dei suoi battiti, i periodi diventano sempre più lunghi, perchè diminuisce la differenza fra i due ritmi.

Alla fine della figura sono 110 battiti del cuore e 104 respirazioni e noi vediamo crescere in modo corrispondente la lunghezza dei periodi, che sono solo 8 al minuto.

Queste esperienze non sono facili, e col soffietto ordinario si ottengono dei tracciati meno evidenti che non coll'apparecchio per la respirazione artificiale con aria compressa ed aspirazione coll'aria rarefatta. Anche con questo metodo si trovano spessissimo delle difficoltà, perchè bisogna che il colpo dell'aria compressa sia rapido, per dare un flutto abbondante di sangue al ventricolo sinistro, e subito dopo deve cessare la pressione po-

Digitized by Google

sitiva nei polmoni e dar luogo colla pressione negativa al riem-

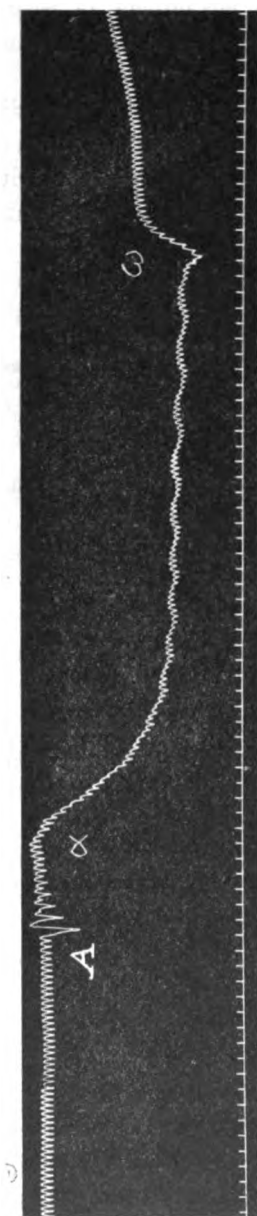



Fig. 11. – Continuazione del tracciato precedente. È cambiata la frequenza della respirazione artificiale che da 100 è portata a 210 al minuto. La frequenza del polso è cresciuta a 192. Vi sono 18 oscillazioni interferenziali.

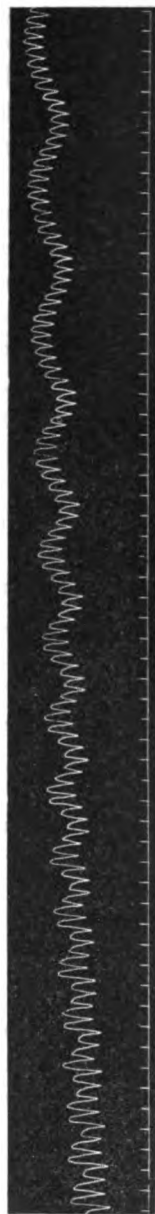



Fig. 12. — Oscillazioni interferenziali scritte durante l'apnea in un cane cloralizzato, mentre va crescendo la frequenza dei battiti cardiaci da 90 a 110. La respirazione artificiale ha la frequenza di 104 al minuto.

pimento dei vasi polmonari. Questa influenza del modo col quale

Digitized by Google

viene fatta la respirazione artificiale appare evidente nel seguente tracciato 13.

È un cane del peso di 12 chilog., al quale fu distrutto il midollo allungato; la frequenza del polso è 130 al minuto, come si vede nel tracciato della pressione sanguigna scritta col manometro a mercurio (fig. 13) (1). Si fa la respirazione artificiale colla frequenza di 150 al minuto. Il numero dei periodi corrisponde a circa 20 per minuto, ma sono poco forti le oscillazioni. In *A* si apre di più il robinetto dell'aria compressa e subito le oscillazioni interferenziali diventano più evidenti e più alte, conservando il medesimo ritmo di 20; per effetto del taglio fatto al midollo allungato e per la respirazione artificiale la pressione sanguigna va continuamente abbassandosi ed in *A* segna solo 80 mm.

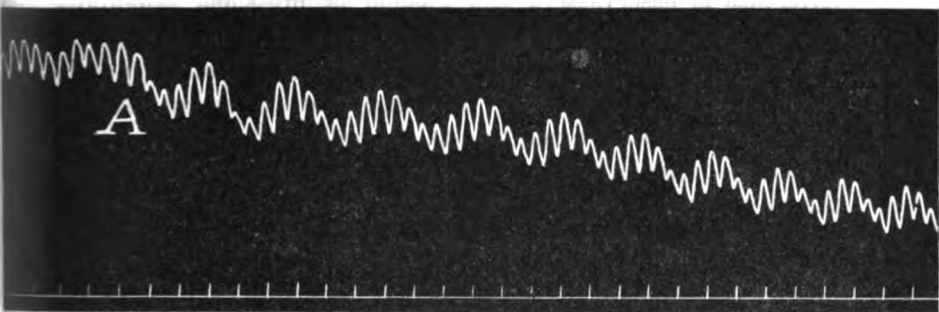



Fig. 13. — Cane con distruzione del midollo allungato. Pressione sanguigna scritta col manometro a mercurio nella carotide. Frequenza del polso 130, del respiro artificiale 150. Le oscillazioni interferenziali sono 20 al minuto.

Hering, Sigmund Mayer e Morawitz ammisero tutti tre che vi sono delle onde nella pressione sanguigna le quali dipendono dal ritmo della respirazione artificiale e che si producono per interferenza; ma tanto nella memoria di Morawitz, quanto in quella precedente di Sigmund Mayer, cerchiamo invano i tracciati che mostrino la verità di questa affermazione. Tale mancanza non si spiega nella memoria di Sigmund Mayer (2), che è

(1) A differenza dei tracciati precedenti che furono ridotti di un quarto, la fig. 13 venne riprodotta in grandezza naturale.

(2) Sigmund Mayer, *Studien zur Physiologie des Herzens und der Blutgefässe*, " Sitzungsberichte der k. Akad. d. W. Wien ", LXXIV, 1876, p. 302.

Digitized by Google

ricca di molte curve, le quali riempiono quattro grandi tavole. Questo però non toglie che il nome di oscillazioni per interferenza si trovi per la prima volta in questa memoria, insieme ad una descrizione che non lascia nulla a desiderare per la sua chiarezza e che è mio dovere citare:

" Queste oscillazioni periodiche della pressione sono prodotte dall'interferenza dell'onda che si produce ad ogni sistole cardiaca, coll'onda che si produce nella pressione sanguigna per mezzo della influenza meccanica dell'insufflazione dell'aria.

" Queste oscillazioni possono solo comparire quando il numero dei battiti cardiaci coincide presso a poco nella unità di tempo a quello delle insufflazioni di aria ".

Sigmund Mayer ammetteva che queste oscillazioni per interferenza si osservassero solo quando la pressione sanguigna era bassa e molto rallentata la frequenza dei battiti cardiaci; noi osservammo queste oscillazioni interferenziali anche per le frequenze del polso superiori al normale e per valori elevati della pressione sanguigna. Questa generalizzazione maggiore del fenomeno, insieme alla sua dimostrazione grafica, è la sola cosa che mi riguarda, ed il merito di aver descritto le oscillazioni interferenziali appartiene ad Hering ed al suo allievo Sigmund Mayer.

In una prossima nota descriverò altri fenomeni più complessi che appaiono nella pressione sanguigna durante l'apnea.

Digitized by Google

Sulle inclusioni di anidride carbonica liquida nella anidrite associata al quarzo trovata nel Traforo del Sempione.

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA
Professore di Mineralogia nell'Università di Torino.

(Con una Tavola).

In un precedente lavoro (1) sull'anidrite micaceo-dolomitica del traforo del Sempione accennai all'anidrite violacea la quale, associata al quarzo, s'incontrò fra le distanze progressive 4492^{m} e 4520^{m} dall'imbocco d'Iselle. Ora credo opportuno di aggiungere alcune osservazioni riflettenti sia l'anidrite, sia la sua associazione col quarzo.

L'anidrite di colore violaceo si presenta, o inglobata in noduli quarzosi, od anche disseminata in una roccia micaceo-schistosa insieme a qualche aggregato fibroso raggiato di anfibolo e con tracce di pirite.

Nei grossi noduli, dove havvi prevalenza di quarzo, si trova la maggior quantità di anidrite in cristalli isolati o riuniti, i quali sono sempre inchiusi nel quarzo latteo. I cristalli di anidrite sono allungati e talvolta della lunghezza di 6 centimetri; rompendo un frammento contenente quarzo e anidrite si può scorgere che la sfaldatura dell'anidrite è parallela alle pareti quarzose. Procurando poi di eseguire nella massa quarzosa le sezioni sia normali che parallele all'allungamento dei cristalli di anidrite, la sezione di questi è rettangolare, perciò i cristalli sono costituiti dai tre pinacoidi.

Inoltre si osservano nelle sezioni dei cristalli di anidrite le note striature dovute alla geminazione polisintetica.

Talvolta i cristalli sono leggermente incurvati presentando anche linee di rottura, infiltrazioni di quarzo ed anche, fra le sfaldature, esilissime patine di gesso.

---

(1) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXXVIII, p. 923.

Digitized by Google

Tale anidrite violacea, riscaldata, diventa un poco fosforescente con luce giallognola e contemporaneamente si decolora; provai pure se riacquistava il colore in una corrente di ossigeno, supposto che il colore dipendesse dallo stato di ossidazione di qualche metallo; ma anche portata alla temperatura vicina al suo punto di fusione, adoperando un tubo di quarzo fuso pel quale passava la corrente di ossigeno, il risultato fu negativo. Perciò ritengo che il colore sia dato da qualche carburo di idrogeno.

Il fatto poi che a me parve di maggiore importanza e che credetti opportuno di prendere in speciale considerazione è la presenza di numerose inclusioni liquide che s'incontrano in detta anidrite.

Quasi tutte le inclusioni osservate sono a due liquidi non mescolabili, le quali io chiamerò inclusioni di Brewster, sia per semplificare, sia per ricordo del primo che le osservò nei minerali.

La cavità delle inclusioni è in generale di forma quadrata o rettangolare, in ogni caso quasi sempre rinchiusa in pareti normali fra loro. Il liquido esterno bagna le pareti circondando il liquido interno dove questo non sia a sua volta aderente ad esse.

Facendo l'osservazione microscopica alla temperatura dell'ambiente del laboratorio, ossia fra 12° e 16°, si trova che il liquido interno può avere una bolla gasosa come nella fig. 3, ovvero non averne, come nella fig. 1.

La presenza della bolla gasosa dipende soltanto dalla temperatura dell'ambiente. Infatti la fig. 1 rappresenta con ingrandimento di 545 diametri un' inclusione alla temperatura di 12° e nella quale è sufficiente bagnare con etere il preparato perchè, in causa del raffreddamento prodotto dall'evaporazione dell'ètere compaia una bolla; questa poi si muove coll'oscillare della temperatura e soltanto rimane ferma se costante rimane la bassa temperatura che la produsse. La fig. 2 rappresenta la stessa inclusione ad eguale ingrandimento ed alla temperatura di 5°, con la bolla gasosa.

Noto poi che tale bolla, oltre al presentare l'anello più oscuro, come si vede nella figura, si porta sempre alla parte superiore, facendo girare il preparato mantenuto in un piano verticale; faccio tale osservazione per escludere il dubbio, si cre-

Digitized by Google

desse che la parte inchiusa fra le pareti ed il liquido esterno fosse di gas e che il raffreddamento avesse prodotto una goccia di liquido.

Il cercare nelle inclusioni anche l'effetto prodotto da una temperatura più bassa di quella dell'ambiente in cui si fa l'osservazione, come io feci adoperando l'etere, è vantaggioso per meglio riconoscere le inclusioni a due liquidi, nel caso che esse abbiano l'apparenza di inclusioni ad un liquido.

Invece nelle altre inclusioni nelle quali il liquido interno, alla temperatura dell'ambiente, possiede la bolla gasosa, questa si allarga coll'abbassare della temperatura e si restringe coll'alzare di essa, finchè scompare ad una temperatura non superiore a 32°, per poi ricomparire col diminuire della temperatura, se questa non fu portata al punto di rottura dell'inclusione.

Detta oscillazione della grandezza della bolla causata dal variare della temperatura è evidente nelle fig. 3 e 4, eseguite rispettivamente a 4° e 19° e rappresentanti l'inclusione con ingrandimento di 575 diametri.

Le riproduzioni fotografiche delle quattro figure, le quali richiedevano per il forte ingrandimento una posa assai lunga ed in pari tempo una temperatura costante per evitare le oscillazioni della bolla gasosa, furono eseguite portando l'ambiente della camera ad una temperatura costante, indicata da un termometro posto vicino al preparato. Per le basse temperature approfittai della stagione invernale, lasciando aperte le finestre.

Come ho indicato più sopra, il continuo alzarsi della temperatura porta poi la rottura delle inclusioni; ma non havvi temperatura fissa per la rottura, dipendendo questa anche dalla larghezza delle inclusioni e dallo spessore delle lamine di anidrite prese in esame. Infatti trovai piccolissime inclusioni che riscaldate a 160° non si rompevano e la bolla ricompariva alla temperatura da 28° a 30°.

Osservando le fig. 3 e 4 si vede una differenza fra i diametri delle bolle gasose notevolissima, avuto riguardo alla variazione di temperatura fra 4° e 19°. E tale differenza è causata soltanto dalla dilatazione del liquido interno; perchè in tutte le esperienze eseguite sull'effetto della temperatura trovai sempre, ciò che venne indicato da altri osservatori, che nelle variazioni di volume presentate dalla bolla gasosa il liquido esterno non subisce va-

Digitized by Google

riazione alcuna ed il limite di contatto fra i due liquidi si mantiene sempre in posizione fissa, come risulta anche dalle figure.

Ora la eccezionale dilatabilità del liquido interno, essendo una delle proprietà dell'anidride carbonica liquida, mi condusse a supporre l'esistenza di questa.

A maggior prova che il liquido fosse anidride carbonica, scelsi una quantità di laminette di anidrite ricche di inclusioni e le riscaldai in un tubo pel quale passava una corrente di azoto, che andava a gorgogliare in una soluzione d'idrato calcico. Questa soluzione s'intorbidò per la formazione di carbonato calcico. per cui ritenni il liquido interno della inclusione costituito da anidride carbonica.

Feci uso d'azoto invece che di aria, sia per evitare le tracce di anidride carbonica di questa, sia perchè supponendo che il colore dell'anidrite fosse, come già dissi, dato da un carburo, l'ossidazione di questo per mezzo dell'aria mi avrebbe pure fornito anidride carbonica.

Un altro carattere che servirebbe alla determinazione dell'anidride carbonica liquida nelle inclusioni è la temperatura critica che per tale corpo è di 31°,35 secondo Amagat (1).

A tale scopo da alcuni osservatori si cerca la temperatura alla quale scompare la bolla gasosa; ma tale criterio non mi pare giusto nella pluralità dei casi.

Infatti, i valori che si ottengono sono diversi: per es., T. Erhard e A. Stelzner (2), esaminando le inclusioni di Brewster con anidride carbonica nel topazzo, in una serie trovarono un massimo di 29°,17 ed un minimo di 28°,74, ritenendone quindi la causa ad impurità nell'anidride carbonica, ed in un' altra serie di osservazioni ebbero un massimo di 26°,27 ed un minimo di 25°,58.

A me pare che la scomparsa della bolla gasosa a temperatura inferiore di 31°,35 abbia nulla a che fare colla temperatura critica, ma abbia soltanto l'importanza per stabilire il carattere della grandissima dilatabilità che presenta l'anidride carbonica liquida; la quale dilatazione fu già indicata come causa di dif-

---

(1) Mathias, *Le point critique des corps purs*, 1904.

(2) " Tschermak's Min. u. pet. Mitt. „, N. F., I, pag. 450.

Digitized by Google

ficoltà nella ricerca della temperatura critica da Hartley (1) nel suo interessante lavoro sulle inclusioni di anidride carbonica liquida.

La scomparsa completa della bolla gasosa, al disotto della temperatura critica e che si effettua con una continua diminuzione del suo volume, essendo dovuta alla dilatazione dell'anidride carbonica liquida, deve dipendere anche dal rapporto fra la quantità di liquido e la grandezza della bolla gasosa; quindi la temperatura alla quale scompare la bolla può essere molto variabile, come è variabile detto rapporto.

Infatti nella inclusione rappresentata dalla fig. 1 e nella quale la bolla gasosa comincia a comparire per raffreddamento a 7°, la sua scomparsa avviene al disopra di tale temperatura. In altre osservazioni trovai la bolla gasosa permanente soltanto al disotto di 11°, e scompariva a temperatura maggiore.

È evidente quindi che in tali casi la scomparsa e ricomparsa della bolla gasosa è dovuta soltanto rispettivamente alla dilatazione e contrazione del liquido.

Invece per stabilire la temperatura critica bisogna che dopo avvenuta la massima dilatazione del liquido rimanga ancora una piccola bolla per potere osservare quando scompare il limite di divisione fra il liquido e la bolla di gas o di vapore saturo.

Infatti, io riscaldando inclusioni, nelle quali alla temperatura dell'ambiente del laboratorio la bolla gasosa presentava un'area quasi eguale a quella del liquido, potei osservare che, dopo un certo restringimento della bolla gasosa, dovuto alla dilatazione del liquido, scompariva repentinamente il limite di separazione fra il liquido ed il gas, alla temperatura da 30° a 32°. L'apparecchio da me costruito è basato, come quello di Vogelsang, sul riscaldamento prodotto da corrente elettrica, ma col vantaggio di non essere necessario un termometro a bulbo speciale ed in pari tempo di essere più sensibile. Si capisce che con simili apparecchi non si può evitare la differenza nelle osservazioni dipendente dallo spessore della lamina e dalla profondità in cui si trova l'inclusione: differenza che si elimina invece coll'osservazione eseguita col microscopio immerso in parte nell'acqua riscaldata, come suggerì Töpler.

---

(1) " Journal of the Chem. Society ", 1876, vol. II, pag. 237.

Digitized by Google

Ad ogni modo, il risultato ottenuto mi parve più che sufficiente per aggiungere anche il carattere della temperatura critica a quello della dilatazione ed a quello chimico, a conferma della presenza dell'anidride carbonica liquida.

Nelle citate specie di inclusioni, rappresentate dalla fig. 1, che presentavano bolle gasose soltanto abbassando la temperatura, elevando questa anche a 50°, non potei notare nel loro aspetto cambiamento alcuno tale da dimostrare un passaggio determinante la temperatura critica e da stabilire se il fluido fosse ancora liquido o fosse divenuto gasoso.

E siccome: « una distinzione fra tali due stati è possibile soltanto al disotto della temperatura critica, e al disopra di essa è impossibile dire di un corpo quale possegga dei due stati di aggregazione „ (1), così mi era permessa la libera interpretazione, autorizzata anche dall'essere l'argomento della temperatura critica tuttora in discussione fra i fisici.

L'esperienza dimostra che un gas non può liquefarsi al disopra della temperatura critica, qualunque sia la pressione alla quale sia sottoposto. Ma io non credo che tale proprietà appartenente ai gas possa servire per ritenere, come dimostrato, che un liquido debba in qualunque condizione passare allo stato gasoso al disopra della temperatura critica.

Dalla recente rassegna di esperienze sulla temperatura critica fatta da Mathias appare che esse furono eseguite considerando sempre, come richiedeva il loro scopo, il caso della presenza simultanea ed in vario rapporto di vapore e di liquido; diverso quindi potrebbe essere il risultato sperimentale nel caso in cui vi fosse la condizione di esservi soltanto il liquido.

Se, p. es., si supponesse che dell'anidride carbonica liquida, alla temperatura di — 34°, fosse rinchiusa in un vano riempiendolo completamente e che tale vano fosse a pareti resistenti tali da non permettere alcuna dilatazione per aumento di temperatura, è evidente che, anche al disopra della temperatura critica, il peso specifico dell'anidride carbonica liquida inchiusa sarebbe ancora quello corrispondente alla temperatura di — 34°, ossia di 1,057 (2), non essendovi stata variazione di volume.

(1) E. Ostwald, *Stöchiometrie*, pag. 268.

(2) F. Wigglesworth, *A table of specific gravity for solids and liquids*, pag. 44.

Digitized by Google

A me pare che in tale condizione, sotto la quale non mi pare siansi eseguite esperienze, riesca più facile di concepire che l'anidride carbonica si manterrebbe liquida anche al disopra della temperatura critica, che non di ammettere, sostituendo induzioni a fatti sperimentali, che essa si muterebbe in un gas, il quale evidentemente avrebbe un peso specifico che si avvicinerebbe al massimo che può possedere l'anidride carbonica allo stato liquido.

Ma, lasciando a parte l'addotto esempio di speciale condizione riflettente l'anidride carbonica, l'ammettere che un liquido debba sempre e totalmente convertirsi in vapore al disopra della sua temperatura critica costituirebbe anche una difficoltà per la spiegazione di alcuni fenomeni geologici inerenti ai processi chimici che possono avvenire, o a grandi profondità, o al contatto di rocce eruttive od anche nella parte inferiore di un potente strato di lava, dove una temperatura superiore a quella critica dell'acqua può mantenersi qualche anno dopo l'eruzione.

Per es.: l'acqua alla profondità nella crosta terrestre, dove vi fosse una temperatura di 380°, dovrebbe sempre trovarsi nel solo stato di vapore: allora è evidente che bisognerebbe accogliere come fatto provato, che, a tale temperatura, il vapore acqueo avesse la proprietà non soltanto di sciogliere le sostanze minerali, ma anche di tenerle disciolte e servire loro di veicolo. La qual cosa se è possibile per alcune sostanze minerali, p. es.: l'acido borico e forse anche l'acido silicico, ritengo tuttavia che a detta temperatura sarebbe molto discutibile per la maggior parte dei componenti i silicati, ossia il gruppo di minerali che saranno ancora i più diffusi nella crosta terrestre alla profondità presupposta.

Del resto, in attesa che il problema relativo allo stato della materia sopra il punto critico, anche importante per l'evoluzione minerale, sia risolto nel campo fisico e chimico, io ritorno a quello mineralogico.

A riguardo del secondo liquido che si trova nelle inclusioni ritengo che sia acquoso per varie ragioni. Anzitutto se si produce la rottura delle inclusioni mediante l'aumento di temperatura, si osserva che all'ingiro di esse, fra i piani di sfaldatura, s'infiltra un liquido permanente per alquanto tempo. Tale osservazione è possibile soltanto quando l'inclusione non sia troppo vicina alla superficie della lamina da produrre una completa

Digitized by Google

rottura, perchè in questo caso tutto sfugge formandosi un incavo a gradinate, le quali dalla superficie vanno restringendosi verso la cavità dell'inclusione rimasta vuota. Simili incavi si vedono talvolta anche sulle lamine non sottoposte ad aumento di temperatura, e provengono dal fatto che, preparando per l'osservazione dette laminette di sfaldatura, vi sono inclusioni che rimangono così vicine alla superficie, che la tensione interna dell'anidride carbonica liquida vince la resistenza del sottile strato di anidrite che la ricopre.

In secondo luogo nell'anidrite si osservano talvolta inclusioni ad un liquido solo con una bolla gasosa; la quale sovente è mobile facendo girare il preparato in piano verticale e non scompare neppure a 180°. Queste inclusioni resistono poi evidentemente alla rottura molto più che quelle contenenti anidride carbonica.

Ritenendo quindi che il secondo liquido fosse acqueo, feci la prova se contenesse cloruri disciolti, ma la reazione pel cloro fu negativa. Quindi sarà acqua contenente soltanto solfato calcico disciolto: una prova di tale induzione è anche il fatto di avere osservato nel liquido inclusioni solide mobili a forma di parallelepipedo, le quali, aumentando la temperatura, non si scioglievano nel liquido così facilmente come avviene pei cristalli di cloruro sodico, e dette inclusioni solide debbono essere cristalli di anidrite.

Naturalmente bisogna anche ammettere che tale liquido. oltre contenere disciolto solfato calcico, sarà anche saturo di anidride carbonica gasosa; perchè del resto non si spiegherebbe la persistenza di una bolla di tale gas al contatto del liquido acquoso.

La presenza di inclusioni di anidride carbonica liquida nell'anidrite non mi pare, secondo le mie ricerche bibliografiche, sia stata accennata da altri autori. Lo stesso Hammerschmidt (1), nel suo esteso lavoro sulle anidriti, parla di inclusioni liquide e gasose, ma non indica di quale natura sia il liquido; parimenti König (2), che descrisse un'anidrite anche di colore violaceo trovata associata a diabase, non accenna ad inclusioni.

---

(1) " Tschermak's Min. u. pet. Mitt. „, N. F., 5 vol., pag. 254.

(2) " Zeit. f. Kry. u. Min. „, XVII, 1ª, pag. 85.

Digitized by Google

Perciò credetti opportuno di dilungarmi su tale fatto osservato nell'anidrite violacea della galleria del Sempione, tanto più che vi si collega un'importanza dal lato geologico, riguardo cioè alla formazione di tale anidrite.

La presenza di silicati e di molto quarzo nel piccolo strato anidritico esclude già, a mio avviso, di considerarlo come un residuo di un'anidrite d'origine marina; le inclusioni poi di anidride carbonica liquida nel minerale confermano tale esclusione e permettono di affermare, che tale anidrite siasi prodotta da processi chimici, i quali o per decomposizione di carbonati, od anche col concorso di agenti endogeni, abbiano dato luogo a produzione di anidride carbonica, che, alla profondità in cui avveniva il processo chimico, rimaneva sotto forte pressione inchiusa nell'anidrite che doveva formarsi contemporaneamente.

Nel presente caso l'anidrite si trova, come fu detto in principio, fra le distanze progressive 4492^m e 4520^m dall'imbocco della galleria ed in tale tratto l'altezza della roccia soprastante è di 1250^m.

La temperatura della roccia a tale distanza dall'imbocco non fu osservata; ma come scrissemi l'ing. Lanino, si può ritenere di 20°, essendosi trovata di 21° alla distanza di 4600^m, ed è una temperatura relativamente bassa; perchè se si dovesse calcolare in base di quella trovata alla progressiva di 7800^m, che era di 40°, e dove l'altezza della roccia è di 1650^m, la temperatura dove trovasi l'anidrite dovrebbe essere di 30°,3.

La minore temperatura osservata è dovuta alle numerose litoclasi percorse da acque superficiali che s'infiltrano raffreddando la roccia ed anche, come ammette l'ing. Lanino, all'ampia litoclasi costituente la grandiosa frana, la quale si trova poco distante dal giacimento di anidrite violacea.

Ad ogni modo, anche ammettendo che il processo chimico, che somministrò l'anidride carbonica alle inclusioni, fosse avvenuto colla presente potenza di rocce sovrastante e prima che vi fossero cause di raffreddamento della roccia, la formazione dell'anidride carbonica si sarebbe effettuata alla temperatura di 30°,3, ossia non superiore a quella critica dell'anidride carbonica.

Riguardo poi alla pressione sotto la quale poteva trovarsi l'anidride carbonica, si può dire soltanto che, ammessa la temperatura di 30°,3, per la sua riduzione a liquido, necessitava la

Digitized by Google

pressione non inferiore a 70 atmosfere; ma non si può fare alcuna induzione sulla quantità di pressione, come si ottenne per la temperatura considerando la profondità.

La pressione doveva essenzialmente dipendere dalla quantità di anidride carbonica di fronte allo spazio dei meati, non comunicanti coll'atmosfera, nei quali il gas si sviluppava per processi chimici locali, od anche vi affluiva da profondità maggiori. Lo spessore poi della roccia sovrastante allo strato, in cui si trovava rinchiuso il gas, non costituiva che la resistenza delle pareti per così dire del serbatoio. Ora tale resistenza, dipendente dall'altezza della roccia, era certamente tale che l'anidride carbonica poteva accumularsi ad una pressione più che sufficiente anche per compensare l'effetto di una temperatura maggiore di 30°,3.

Ossia se la temperatura fosse stata anche superiore a quella critica dell'anidride carbonica, la pressione sarebbe stata sufficiente per ridurre nelle inclusioni l'anidride carbonica, pure rimanendo aeriforme, ad uno stato tale di saturazione, per cui abbassandosi poi nella roccia, per qualsiasi causa, la temperatura al disotto del punto critico, l'anidride gasosa doveva nelle inclusioni mutarsi in parte nello stato liquido.

Le ragioni esposte riflettenti la genesi dell'anidrite violacea servono, a mio avviso, anche per lo strato di maggiore estensione di anidrite micaceo-dolomitica trovata pure nella galleria del Sempione e da me descritta (1).

Io sottoposi ora tale roccia a nuove indagini microscopiche dirette alla ricerca d'inclusioni, ma non più adoperando sezioni ordinarie, bensì i minuti frammenti di sfaldatura, che potevo ottenere riducendo in polvere grossolana la roccia; perchè nelle ordinarie sezioni, se i minerali che hanno inclusioni sono poco resistenti e le dimensioni di queste sono troppo grandi rispetto alla sottigliezza delle sezioni, difficilmente si presentano condizioni di stabilità per le inclusioni, nelle quali vi sieno liquidi o gas sotto forte tensione.

Nei frammenti di sfaldatura potei osservare piccole inclusioni anche a due liquidi con bolla gasosa, che si dilatava molto se raffreddata con etere e scompariva se riscaldata a tempera-

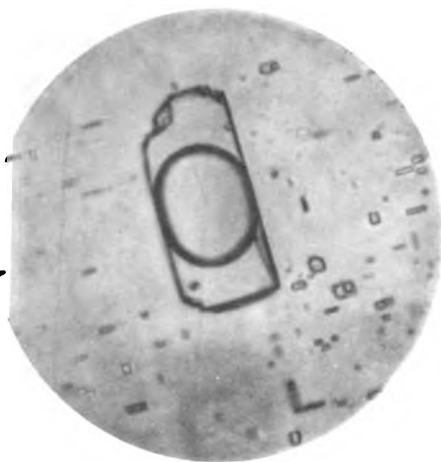
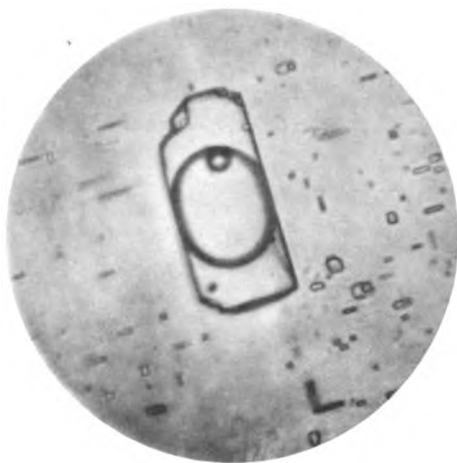
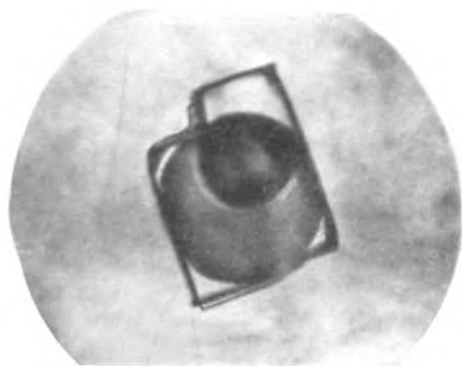
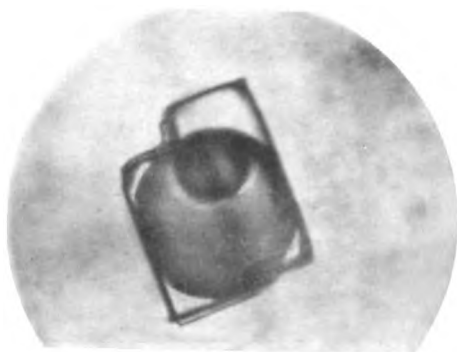
(1) Loc. cit.

Digitized by Google

Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino. Vol. XXXIX.

1 2 3 4 5

Digitized by Google

Stab. Eliot. Ing. Molfese

tura inferiore di 32°; le quali due proprietà io ritengo caratteristiche per le inclusioni di anidride carbonica liquida.

Perciò, fin quando non sia dimostrato che nelle anidriti, di indiscutibile formazione marina, si trovino inclusioni di anidride carbonica liquida, bisogna ammettere, come ipotesi più probabile, che lo strato di anidrite micaceo-dolomitica della galleria del Sempione sia dovuto ad una trasformazione quasi totale, prodotta da cause locali od anche endogene, di una preesistente dolomite micacea.

Nell'associazione dell'anidrite violacea col quarzo, la mia attenzione fu richiamata da un altro fatto non nuovo, ma tuttavia meritevole di menzione per le diverse circostanze in cui fu osservato.

La massa quarzosa, nella quale sono disseminati i cristalli di anidrite, presenta in qualche parte più vicina alla roccia micaceo-schistosa cavità rettangolari simili a quelle che si ottengono artificialmente togliendo con un processo chimico i cristalli di anidrite dalla massa quarzosa; inoltre le pareti di dette cavità o sono liscie, ovvero sono rivestite di minuti cristalli di quarzo, come si vede dalla fig. 5, che riproduce con l'ingrandimento di 4 diametri una di tali cavità, come apparve dalla rottura di un frammento quarzoso.

Kenngott (1) già descrisse un cristallo di quarzo di provenienza non bene precisata, nel quale vi erano cavità rettangolari, che egli prima suppose fossero lasciate da cristalli di apofillite, ma poi riconobbe che il minerale preesistente era anidrite.

La scomparsa dell'anidrite non ha interesse, considerando la solubilità di tale minerale nell'acqua e l'esemplare di quarzo studiato da Kenngott probabilmente proveniva da giacimenti quarzosi scoperti a giorno e quindi sottoposti all'azione di acque superficiali.

Ma nel presente caso, oltre la profondità in cui avvenne la soluzione dell'anidrite, è notevole il deposito posteriore di cristalli di quarzo nelle cavità lasciate dall'anidrite, per cui si ha una prova della continua evoluzione della materia minerale.

---

(1) E. Söchting, *Die Einschlüsse von Mineralien*, pag. 143.

Digitized by Google

Inoltre, quando si volesse considerare la temperatura alla quale avvenne il deposito cristallino di quarzo nella cavità, si avrebbe un altro dato da aggiungere ai molti già forniti dall'osservazione, i quali dimostrano come nella formazione del quarzo, l'ambiente chimico ed il grande fattore geologico, il tempo, possano sempre sostituire entro certi limiti la temperatura.

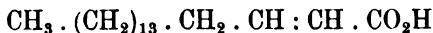
Sull'acido isoerucico.

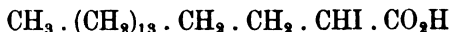
Nota del Dott. GIACOMO PONZIO.

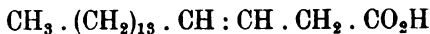
Nel 1894 P. Alexandroff e N. Saytzeff (1) addizionando all'acido erucico $C_{22}H_{42}O_2$ (p. f. 34°) una molecola di acido iodidrico e togliendola in seguito, mediante la potassa alcoolica, all'acido iodobeenico $C_{22}H_{43}IO_2$ così risultante, ottennero un isomero dell'acido dal quale erano partiti, fusibile a 54°-56° e da essi chiamato *acido isoerucico.* A questo corpo attribuirono la formola di costituzione seguente:

$$CH_3 . (CH_2)_{17} . CH_2 . CH : CH . CO_2H$$

per l'analogia nel suo modo di formazione coll'*acido isooleico* al quale M., C. ed A. Saytzeff (2) avevano attribuito la formola:

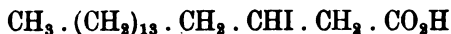
$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CH : CH . CO_2H$$

perchè addizionandogli acido iodidrico si trasformava in un acido iodostearico il quale doveva avere, secondo detti chimici, la costituzione:

$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CH_2 . CHI . CO_2H$$

essendo capace di dare colla potassa alcoolica soltanto acido isooleico; mentre l'acido oleico comune, al quale attribuivano, per conseguenza, la formola:

$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH : CH . CH_2 . CO_2H$$

(1) Journ. f. prakt. Chemie, N. F., *49*, 58 (1894).
(2) Id. Id., N. F., *37*, 269 (1888).

Digitized by Google

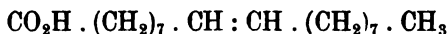
poteva dare un acido iodostearico:

$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CHI . CH_2 . CO_2H$$

capace di perdere una molecola di acido iodidrico in due modi e dare così origine contemporaneamente ad acido oleico e ad acido isooleico.

Il fatto però, che sia per l'acido erucico quanto per l'acido oleico sono state stabilite in più modi le formole di struttura e la posizione del doppio legame, il quale si trova, nell'acido erucico fra il tredicesimo ed il quattordicesimo atomo di carbonio:

$$CO_2H . (CH_2)_{11} . CH : CH . (CH_2)_7 . CH_3$$

e nell'acido oleico fra il nono ed il decimo atomo di carbonio, a partire dal carbossile:

$$CO_2H . (CH_2)_7 . CH : CH . (CH_2)_7 . CH_3$$

mi suggerirono di studiare più da vicino l'acido isoerucico per stabilirne la costituzione, e le esperienze che riferisco in questa Nota mi portarono alla conclusione che l'acido isoerucico ha il doppio legame non fra il secondo ed il terzo atomo di carbonio, bensì fra il tredicesimo ed il quattordicesimo. E siccome anche tale è la costituzione dell'acido erucico, così mi pare che si possa ritenere, che, contrariamente a quanto avevano ammesso P. Alexandroff e N. Saytzeff (loc. cit.), *l'acido isoerucico non è un isomero di struttura dell'acido erucico.*

Preparazione dell'acido isoerucico. — Nelle ricerche preliminari ho incontrato, nella preparazione di questo corpo, alcune difficoltà di cui credo opportuno far cenno, collegandosi esse colla questione della composizione dell'olio di colza, della quale mi sono già altra volta occupato (1). Io usavo dapprima dell'acido erucico da me preparato colla saponificazione dell'olio di colza e liberato dell' 1 % di acido arachico mediante trattamento a freddo con alcool, dove quest'ultimo acido è quasi insolubile. Ottenuto l'acido isoerucico ed assoggettatolo alla cristallizzazione frazionata dall'acido acetico glaciale, non tardai ad accor-

(1) Gazz. Chim., *23*, II, 595 (1893).

Digitized by Google

germi della presenza di un composto meno solubile dell'acido isoerucico, che riconobbi poi per acido arachico (p. f. 75°). Ciò mi portò alla conclusione che il trattamento dell'acido erucico greggio con alcool non è sufficiente a privarlo di tutto l'acido arachico che contiene; si raggiunge invece lo scopo trattandolo con acido acetico glaciale: l'acido erucico vi si scioglie colla semplice agitazione a freddo, l'acido arachico rimane indisciolto e la sua quantità rappresenta il 3 % dell'acido grezzo.

Una volta purificato l'acido erucico, riesce molto semplice la preparazione dell'acido isoerucico: basta aggiungere 100 gr. del primo al triioduro di fosforo ottenuto con 10 gr. di fosforo e 100 gr. di iodio, scaldare a bagno maria fino a cessazione dello sviluppo di acido iodidrico, lavare con acqua per decantazione l'acido iodobeenico liquido e farlo gocciolare in una soluzione di potassa alcoolica al 50 %. Dopo qualche ora di ebollizione si elimina l'alcool, si versa in acqua, si decompone il sale potassico con acido solforico diluito e si cristallizza più volte dall'alcool l'acido isoerucico ottenuto, fino a che si fonda a 54°.

Il rendimento è del 50-60 %.

Azione della potassa alcoolica sul bibromuro di acido isoerucico (acido bibromobeenico). — Scaldando il bibromuro dell'acido isoerucico (ottenuto trattando l'acido isoerucico colla quantità teorica di bromo in soluzione acetica, e fusibile a 44°-46°) con 7-8 molecole di potassa alcoolica per 5 ore in tubo chiuso a 130°-140°, acidificando con acido solforico diluito e cristallizzando più volte dall'alcool la sostanza solida separatasi, si ottiene dell'*acido beenolico* $C_{22}H_{40}O_2$, fusibile a 57°,5.

Gr. 0,1478 di sostanza fornirono gr. 0,1613 di acqua e gr. 0,4262 di anidride carbonica (1)

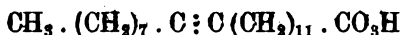
Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{22}H_{40}O_2$
Carbonio	78,64	78,57
Idrogeno	12,12	11,90

(1) La combustione fu fatta con cromato di piombo, dopo aver disseccata la sostanza nel vuoto su anidride fosforica.

Digitized by Google

Ora nell'acido beenolico il triplo legame si trova fra il tredicesimo ed il quattordicesimo atomo di carbonio a partire dal carbossile:

$$CH_3 . (CH_2)_7 . C \vdots C (CH_2)_{11} . CO_3H$$

e ciò risulta sia dallo studio dei suoi prodotti di ossidazione fatto da V. Grossmann (1), sia dai lavori di F. Baruch (2) sui prodotti di trasposizione dell'ossima dell'acido chetobeenico che si forma per azione dell'acido solforico concentrato su detto acido beenolico.

Azione dell'acido nitrico sull'acido isoerucico. — L'ossidazione dell'acido isoerucico mediante l'acido nitrico si compie scaldando per mezz'ora a bagno maria gr. 10 di acido isoerucico con gr. 100 di acido nitrico della densità 1,48.

Compiuta la reazione si versa il prodotto in molta acqua e si distilla col vapore: passa una miscela di *acido nonilico* (10 %) e di *dinitrononano* (0,1 %) i quali si separano trattando con ammoniaca e poi con soluzione concentrata di cloruro di calcio. Precipita così il nonilato di calcio, il quale cristallizza dall'alcool in lamine bianche splendenti.

Gr. 0,4000 di sostanza perdettero a 100° gr. 0,0199 di acqua e fornirono gr. 0,1470 di solfato di calcio

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $(C_9H_{17}O_2)_2Ca + H_2O$
Acqua	4,77	4,81
Calcio	10,80	10,75

Lo stesso sale decomposto con acido cloridrico fornisce *acido nonilico* $C_9H_{18}O_2$, bollente a 249°-251°.

Gr. 0,2208 di sostanza fornirono gr. 0,2280 di acqua e gr. 0,5514 di anidride carbonica

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{18}O_2$
Carbonio	68,10	68,35
Idrogeno	11,48	11,39

(1) Berichte, *26*, 639 (1893).
(2) Id., *26*, 1867 (1893).

Digitized by Google

Le acque ammoniacali gialle si estraggono con etere, dopo averle acidificate con acido cloridrico diluito. Dal soluto etereo, trattato, ancora umido, con un po' di idrato potassico in polvere, si separa del *dinitrononanpotassio* $CH_3 . (CH_2)_7 . CKN_2O_4$ il quale cristallizzato dall'alcool si presenta in laminette gialle splendenti.

Gr. 0,1166 di sostanza fornirono gr. 0,0395 di solfato potassico

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_{17}KN_2O_4$
Potassio	15,30	15,23

La parte non volatile col vapore è formata da *acido brassilico* $CO_2H . (CH_2)_{11} . CO_2H$, la cui purificazione, estremamente lunga, fu fatta colle norme indicate da Fileti e Ponzio (1), trasformandolo in ultimo nel suo etere bimetilico, fusibile a 36° e bollente a 326°.

Gr. 0,3322 di sostanza fornirono gr. 0,3139 di acqua e gr. 0,8089 di anidride carbonica

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{15}H_{28}O_2$
Carbonio	66,40	66,17
Idrogeno	10,49	10,29

Ora se l'acido isoerucico si scinde per ossidazione in acido nonilico e in acido brassilico e se il suo bibromuro può esser trasformato in acido beenolico, vuol dire che nella sua molecola il doppio legame si trova fra il tredicesimo ed il quattordicesimo atomo di carbonio; cioè nella stessa posizione che nell'acido erucico.

Torino. Istituto chimico della R. Università.
Febbraio 1904.

(1) Gazz. Chim., *23*, II, 382 (1893).

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Marzo 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ERMANNO FERRERO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Rossi, Manno, Cipolla, Brusa, Carutti, Chironi, Savio, Ruffini e Renier ff. Segretario. — Scusano l'assenza il Presidente e il Vice Presidente per ragioni d'ufficio.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 21 febbraio 1904.

È letta una lettera con cui il R. Provveditore agli Studi per la Provincia di Torino invita il Presidente dell'Accademia a far parte del Comitato regionale per le onoranze centenarie a Francesco Petrarca. La Classe ne prende atto, dichiarando di approvare la risoluzione che in proposito prenderà il suo Presidente.

Si comunica l'invito a prender parte al XIV Congresso internazionale degli Orientalisti, che si terrà nel 1905 in Algeria. Se nessuno dei Soci residenti o nazionali intenderà recarvisi, l'Accademia si farà rappresentare da qualche suo Socio straniero o corrispondente.

La Presidenza fa omaggio della memoria del Socio corrispondente Senatore Fedele Lampertico, *Della vita e degli scritti di Luigi Valeriani Molinari*, Roma, 1904.

Digitized by Google

Il Socio CHIRONI offre in dono una serie di pubblicazioni del Prof. Gaetano MOSCA, tra le quali segnala con molti elogi le seguenti: 1° *Della teorica dei Governi*, Torino, 1884; 2° *Costituzioni moderne*, Torino, 1887; 3° *Elementi di scienza politica*, Roma, 1896.

Il Socio CARUTTI presenta per gli *Atti* una sua Nota intitolata: *Una strofa storica di Orazio,* di cui espone il contenuto. La Nota concerne un passo molto discusso dell'ode 7ª del L. II.

Digitized by Google

LETTURE

Una strofa storica di Orazio.

Nota del Socio DOMENICO CARUTTI.

I.

In Orazio, se universalmente è lodato l'ingegno, non pochi sentonsi offesi da certe volgarità e sconcezze disgustevoli, nè alcuno del sicuro loda quei versi che Plauto direbbe *immemorabiles*, e i più consentono con Quintiliano, là dove ammonì: *Horatium in quibusdam interpretari nolim*, perocchè in alcuni dei suoi versi havvi, a vero dire, *quod tollere velles*, e che non avrebbe dovuto essere scritto.

Sennonchè oggidì le censure più acerbe, e alle volte a dirittura spietate, pigliano colore politico, e saettano il seguace di Bruto, che, mal ricordevole del suo passato, inneggia ad Augusto; nè presso gli austeri giudicatori lo scusa la sentenza di Dione, essere stata la causa repubblicana definita a Filippi, e dopo Filippi i romani aver combattuto, non per ritornar liberi, ma per sapere a chi doveano servire.

Tacciono poi che Orazio non debbe arrossire delle lodi date al pacificatore dello Stato lacerato dalle cittadine discordie, al legislatore sapiente, a colui che i confini dell'Impero dilatò, e diede il proprio nome al secolo suo, onorando i nobili ingegni e gli studî; ond'è che l'inno del poeta è canto nazionale; ed oggi più non si fa lecito di ripetere l'accusa datagli da Pomponio Porfirione, di aver chiamato pazzo M. Labeone Antistio, il grande giureconsulto, che, per testimonianza di Tacito, fu schietto amatore di libertà, e *ob id celebratior* (*Ann.*, III, c. 75); laddove per pazzo avrebbelo il Venosino mitriato, perchè, secondo un antico commentatore, *multa contumaciter adversus Caesarem dixisse*

Digitized by Google

et fecisse dicitur; ond'è che per siffatta colpa *Horatius, adulans Augusto, insanum eum dicit.*

Or bene la satira III del primo libro fu scritta nel 717 di Roma, o prima di quell'anno. M. Labeone Antistio era giovinetto di poca età e ancora fra le scuole, nè potea aver grido di " principe de' giureconsulti, e ornamento della pace e della toga „. Oltre di che il chiosatore e coloro che gli fecero eco, non posero mente che la battaglia di Azio non fu vinta nel 716, ma il 2 dicembre 723, nel quale anno e quando Orazio scrisse la satira terza, viveva ancora Antonio, e solamente dopo alla costui disfatta, Ottavio fu vero signore di Roma, ed ebbero cominciamento le generose opposizioni di coloro che non dimenticavano la gloriosa repubblica, in cui erano nati. L'errore di Porfirione, che di due Labeoni fece una sola persona, oggidì è riconosciuto, e nulladimanco ripetesi ancora: *Horatius, adulans Augusto, M. Antistium Labeonem insanum dixit.*

E qui gioverebbe domandare in quale delle Odi, degli Epodi, delle Satire, o delle Epistole Orazio rinneghi il culto dell'antica libertà romana, la cui causa avea cessato di piacere agli Dei, e dove il lodatore di Augusto, e l'amico di Mecenate pone in deriso i compagni che con esso lui combatterono o soffrirono, *Bruto militiae duce.* Egli (e chi nol sa?) ricorda il *nobile letum* di Catone, congiungendone il glorioso nome con quello di Regolo, di Scauro e di Paolo Emilio, ed esclamando esser stato a Giulio Cesare un solo trionfo negato: *Cuncta terrarum subacta, praeter atrocem animum Catonis.* E nell'Epistola I si gloria *primis Urbis belli placuisse domique.* Per fermo codesti non sono i modi, onde cortigiani e clienti accattavano e accattano benevolenza e favori; nè costoro, quand'anco meno ammalizziti del Nostro, avrebbero richiamato in memoria ad Augusto aver eglino ottenuta la grazia di quei primi cittadini della repubblica, che furono Bruto e Cassio, e niuno sarebbesi dato vanto che nella giornata Filippense a lui *pareret legio romana Tribuno.*

Verso un solo personaggio di parte repubblicana ei fu severo. Sesto Pompeo, figliuolo del Grande, inorgoglito delle riportate vittorie marittime, quasichè l'impero dei mari fosse suo, chiamò sè stesso figlio di Nettuno, e allorchè la fortuna gli divenne infedele, vedendo le sue forze assottigliarsi, armò gli schiavi e i fuggitivi, e nell'anno di Roma 718 fu, presso Mes-

Digitized by Google

sina, dall'armata comandata da Augusto, volto in fuga, e le sue navi arse:

> Minatus Urbi vincula, quae detraxerat
> Servis amicus perfidis.

Se bene o male si apponesse il Venosino prenunziando che il Nettunio apprestava al popolo romano, non libertà, ma catene, non accade oggi di affermare, o negare per congettura.

Ma al seguace di Bruto, al tribuno militare, si fa un altro e più grave carico. Egli, ripetono, a Filippi fuggissene quale cervo, e per correre più spedito gittò lo scudo, ignominiosa macchia così presso ai Romani, come fra i Barbari, i quali ultimi, secondo Tacito, giudicavano *scutum reliquisse, praecipuum flagitium* (*Germania*, VI). Taluni, rincarando la dose, ci aggiungono anche questo: il poeta Cesareo poneva in celia la propria viltà affidandosi che Augusto ne avrebbe riso e saputo grado; in prova del che recano in mezzo la terza strofa dell'ode VII del secondo libro, dove l'autore confessa il proprio peccato: *relicta non bene parmula*, e conchiudono: *Habemus reum confitentem.* Se debba accettarsi per buona siffatta interpretazione della famosa strofa, noi intendiamo di qui ricercare senza preconcetti, e per libero amore del vero.

II.

Orazio, nato nell'anno 689 di Roma, era poco più che sedicenne, quando Cesare passò il Rubicone (705), e Pompeo fu rotto a Farsaglia (706). Nel 709, toccando i vent'anni, trasse agli studî in Atene, dove pervennegli notizia dei sanguinosi Idi di marzo (710), e mirò la statua dell'uccisore di Cesare collocata accanto a quelle di Armodio e di Aristogitone. Giunto Bruto stesso in Atene, lui acclamarono i popoli, a lui accorsero le reliquie dei Pompeiani tuttora vaganti per la Tessaglia, e la gioventù romana che attendeva agli studî gli fece corona. Bruto conferì ad Orazio, di sì giovane età e di umili natali, il grado di Tribuno militare, e questi nella nuova guerra civile si diportò virtuosamente per circa due anni, il che nell'età matura e nelle mutate sue condizioni compiacevasi di rammemorare. Pompeo Varo, dap-

Digitized by Google

prima suo compagno negli studi e nei giovanili sollazzi, poco appresso durò coll'amico le marziali fatiche.

Nel 712 Bruto e Cassio, sostenuti per mare dall'armata poderosa di Marco e Domizio Enobarbo, si tragittarono nella Macedonia, ove contro di essi vennero Ottavio e Antonio. La rotta dei repubblicani presso Filippi, le morti volontarie di Cassio e di Bruto, la caccia data da Antonio ai fuggenti, leggonsi a dilungo nelle istorie, e tuttochè quei fatti a veruno siano ignoti, io dovrò più avanti riferirne alquanti particolari.

Orazio e Pompeo scamparono dai soldati Antoniani; Orazio abbandonò la milizia e, ritornato in Italia, trovò la casa e il podere paterno confiscati. Pubblicò alcuni versi, che Virgilio e Vario lodarono a Mecenate, e Mecenate lo nominò ad Augusto. Da quel giorno il poeta nulla più ebbe a temere per sè, e molto dovette sperare dal fondatore del nuovo reggimento in Roma.

Non così Pompeo Varo, il quale tenne fede alla causa per cui avea combattuto, e con Sesto Pompeo pericolò la vita per terra e per mare. Oppressi i repubblicani a Messina, visse nell'esiglio. Passati alcuni anni, e probabilmente dopo la battaglia di Azio (723), quando la repubblica più non era, e l'impero appariva, fu restituito in patria, e rivide il compagno che erasi educato un alloro diverso dal militare. Orazio accoglie giubilando il primo degli amici suoi, ne festeggia il fausto evento coll'Ode, di cui per aiuto di memoria trascrivo le prime strofe:

O saepe mecum tempus in ultimum
Deducte, Bruto militiae duce,
Quis te redonavit Quiritem
Dis patriis Italoque caelo,
Pompei, meorum prime sodalium?
. . . .
Tecum Philippos et celerem fugam
Sensi, relicta non bene parmula,
Quum fracta virtus, et minaces
Turpe solum tetigere mento.
Sed me per hostes Mercurius celer
Denso paventem sustulit aere;
Te rursus in bellum resorbens
Unda fretis tulit aestuosis.
Ergo obligatam redde Iovi dapem
Longaque fessum militia latus
Depone sub lauro mea, nec
Parce cadis tibi destinatis.

Digitized by Google

La maggior parte degli interpreti spiega la terza strofa in questi sensi: *Vidi et expertus sum Philippos et celerem fugam indecore, quia fugi clypeo abjecto.* E chi vitupera l'atto, chi lo attenua, chi ne piglia le difese; pochi cercarono altro e più accettevole significato di *relicta parmula*, e i più concordano con Ermanno Figulo nell' affermare che Orazio *fatetur se in fuga scutum amisisse, quod erat olim turpissimum.* Alcuni poi ricordano Archiloco, Alceo e Anacreonte, colpevoli della stessa pecca, affermando ben anco che il tribuno militare si gloria di essersi aggregato alla magnanima triade greca.

III.

Il primo autore di siffatta interpretazione, a me noto, è uno scoliaste d'incerta età e di latinità declinatissima, citato da Giacomo Cruquio, e non ignoto ad Ermanno Figulo. Lo scoliaste spiega il *non bene* quale sinonimo di *indecore, quia fugit inultus, scuto abjecto.* Il Cruquio, rapportato il passo, dichiara: Orazio *perstringit sub Bruto suam cum Pompejo militiam, turpem quidem, quod fugisset relicta parmula: sed risum captat.* E non essendogli d'assai codesti carichi, per giunta di mala derrata inventando afferma: *stationem in acie deseruisse*; poi, come circostanza attenuante, rammenta che: *in hoc lyricus secutus est exemplum Archiloci, qui ad lyram quam ad pugnam erat instructior.*

Dal Cruquio del Cinquecento discendiamo a un nostro coetaneo illustre, che adopera lo stesso flagello. Niccolò Tommaseo chiosa così: " *Fugam sensi*; il poeta sentì dunque tutta la forza " del suo fuggire, ma in un uomo che ride della propria timi- " dità, *sensi* non pare proprio ".

Il Tommaseo avrebbe dovuto indicare in qual luogo il Venosino rida " della propria timidità ", ma in cambio egli continua: " *Turpe solum*: Orazio chiama *turpe* il sangue di chi muore sul campo di battaglia ", mentre che il poeta chiama turpe l' atto di coloro che eransi prostrati a terra chiedendo perdono.

Lascio da parte altri impietosi censori, e il Gargallo innanzi a tutti, che solennemente sentenziò: " un epicureo sta- " gionato non potea far di meglio che spacciarsi dello scudo ed

Digitized by Google

" alzar le calcagna „. Passi l' " epicureo „, ma *stagionato*? Nel 712 codesto stagionato numerava il suo vigesimo terzo anno.

Per buona ventura non tutti i commentatori inferociscono come i tre ora detti, e ve ne hanno parecchi, che a guisa di avvocati cortesi mostransi e sono indulgenti verso il creduto colpevole, memori del precetto

Nec scutica dignum horribili sectare flagello.

Infra i quali vogliono essere ricordati il Lessing, Gaspare Orelli, Carlo Frank ed Enrico Bindi. I quali, pur ammettendo la pecca dello scudo gettato via, la spiegano caritatevolmente; come già aveva pensato e scritto Bernardino Parrasio, che tutti precede per tempo. Inoltre una piccola compagnia, sdegnosa di siffatte circostanze attenuanti, riconosce nella strofa incriminata un significato disforme dal volgato, e più vero. Così il tedesco Jacobsio, rinfrescando l'antica chiosa di Acrone, stima che *relicta parmula* sia un' immagine poetica della dirotta fuga dell'esercito repubblicano. Lo stesso sentimento manifesta Enrico Duentzer, avvisando che nella strofa *festivitas nulla inest*. L'egregio professore Trezza, sopra il *Tempus in ultimum* del primo verso avverte che Orazio " affrontò più d'una volta la morte in battaglia, il che " ricorda mestamente al vecchio Pompeo „; nè egli abbandonò il campo, se non quando i generosi e valenti erano caduti, tenendo fieramente la promessa di vincere o di morire (*quum fracta virtus*): e il *turpe solum* non è codardo oltraggio ai vinti, ma addita ai posteri la vigliacca abbiettezza dei millantatori, " che " curvati in terra limosinarono il perdono del vincitore „. E rispetto alla *relicta non bene parmula*, il Trezza ravvisa " un " tono leggermente ironico in questo ricordo „, ammonendoci che " sarebbe ingiusto pigliarlo sul serio come argomento di viltà „.

Guglielmo Dollinburger (*Horatii Flacci opera. Berolini 1867*) prima del Trezza avea nobilmente così ragionato: *Pessima est eorum sententia, qui timiditatis et ignaviae turpem quandam confessionem in hoc loco odorati sunt. Quid enim? si ea vera esset sententia, quomodo tandem Horatius* (Epist., 20, 23) *eo progredi potuisset jactantiae et arrogantiae, ut se olim placuisse belli ducibus palam gloriaret? Sed hoc dicit: Tu mihi comes eras apud Philippos, ibi tu mecum sensisti cladem et fugam, quam Brutum ipsum, antequam*

Digitized by Google

sibi mortem daret, amicis vehementer suasisse scimus. Guglielmo Dellinburger, per mio avviso, ha colto nel segno e data la sincera interpretazione, bene che non si soffermi sopra la *relicta parmula*, il luogo dell'Ode più scabroso, e da non doversi saltare a piè pari; sembra pertanto pregio dell'opera ricercare, se dello scudo buttato via abbiasi testimonianza negli antichi biografi, e che cosa si ricavi dagli storici delle guerre civili intorno ai particolari delle due giornate di Filippi.

IV.

Svetonio nella vita di Orazio lasciò scritto: *Bello Philippensi excitus a Marco Bruto imperatore, Tribunus militum meruit; victisque partibus, venia impetrata, scriptum quaestorium comparavit, ac primo Maecenati, deinde Augusto insinuatus, non mediocrem in amborum amicitia locum tenuit.* Svetonio, lingua assai bene affilata, e tanto più di noi vicino ai tempi del poeta, non parla della *parmula relicta*.

Un anonimo, di cui abbiamo una notizia brevissima, dice: *Q. Horatius Flaccus..... coluit..... adolescens Brutum, sub quo tribunus militum civili bello militavit, captusque a Caesare, post multum tempus, beneficio Maecenatis non solum servatus, sed etiam in amicitiam receptus est.* L'anonimo, che mal si appone dicendo che Orazio fu preso da Augusto e fatto salvo da Mecenate, neanche lui fa motto dello scudo.

Un altro anonimo, in un' altra vita del poeta, scrive: *Cum jam litteris liberalibus eruditus esset, (Horatius) Athenas se contulit, et cum doctissimus evasisset, familiaritatem M. Bruti occisoris Caesaris adeptus est, factusque tribunus militum contra Marcum Antonium et Augustum. Sed victo Bruto ex bello aufugit.....* Il biografo nota che il poeta *ex bello aufugit*, ma dopochè Bruto fu vinto, e non parla dello scudo.

Fra gli antichi scoliasti Porfirione tace egli pure, e ignoriamo ciò che aveano scritto Giulio Modesto, Terenzio Scauro e C. Emilio, dei quali ci sono noti solamente il nome e alcuni passi dei loro scolii. Ellenio Acrone, di tutti il più antico (secolo II), racconta che i soldati repubblicani, volti in fuga, gittarono lo scudo: *scuto non bene relicto quia arma in fugam versi projecerant.* Acrone parla delle soldatesche, non di Orazio, il quale

Digitized by Google

(importa ripeterlo) memora più di una fiata, e non senza compiacimento, gli onorati suoi servigi militari; e nella Ode stessa di cui discorriamo, non solamente fa menzione dei mortali pericoli (*tempus in ultimum*) soventi volte incontrati in battaglia, ma non senza coraggio nomina Bruto il capitano dell'esercito sconfitto, l'eroe e la vittima della causa repubblicana. Arrogi che l'avverbio *non bene* applicato a un'azione macchiata d'ignominia riesce insipido e sciatto, nè Orazio, maestro nella scelta delle locuzioni, l'avrebbe usato. Intanto prendiamo nota che nei biografi e nei chiosatori antichi non havvi accenno al fatto: nè lo si trova in Appiano e Dione che descrivono la battaglia di Filippi.

La guerra continuava per mare e per terra; la marittima sotto il comando di Domizio Gneo Enobarbo e Sesto Pompeo, la terrestre governata da Bruto e Cassio. Ottavio campeggiava contro Bruto, Antonio fronteggiava Cassio. Bruto, occupate le alture poco distanti dalla città di Filippi, erasi deliberato di temporeggiare ed evitare il rischio delle armi, fidente nella ritirata del nemico, cui già difettavano i viveri, e l'inverno soprastava. Antonio che nella battaglia fu di poi ogni cosa, per le ragioni stesse provocava il cimento, e tentò di girare l'avversario alle spalle, costringendolo a scendere nel piano. Cassio, impaziente degli indugi, si avanzò, e allora ambe le parti vennero alle mani. Cassio n'ebbe la peggio; Bruto, per contro, sbaragliato il corno sinistro guidato da Ottavio, corse in aiuto del collega. Il quale, guardando da lungi, e scambiando per nemici i cavalli a gran carriera verso di lui correnti, si uccise per mano del liberto Pandaro.

Dione nelle sue storie dichiara: " Avvenne che nè l'una nè " l'altra parte nel totale o vinse o fu vinta, ma ebbe un'eguale " fortuna, mentre quinci e quindi gli eserciti restarono superiori, " e furono superati; vi fu la fuga e la caccia d'ambe le parti, " e rimasero occupati gli accampamenti sì degli uni, come degli " altri „ (1). È questa la prima battaglia di Filippi. Nel giorno stesso l'armata repubblicana di Domizio e di Marco riportò nel

(1) *Historie Romane* di DIONE CASSIO, tradotte da GIOVANNI VIVIANI, Libro XLVI, cap. 3.

Digitized by Google

mar Jonio segnalata vittoria sopra Domizio Calvino che conduceva rinforzi a Ottavio.

Come arrivarono le notizie del disastro, i Cesariani videro essere più che mai necessaria e urgente una nuova e terminativa battaglia " più non avendo dal mare soccorso d'uomini e di vettovaglie „; senza che Sesto Pompeo in quel mezzo potea dalla Sicilia passare sul continente; perciò con beffe e vilipendi mordevano e laceravano ogni dì i repubblicani come vigliacchi. Bruto rimase saldo nel proposito di attendere il sicuro beneficio del tempo; " non così (scrive Appiano) ne sentiva l'esercito suo preso da " stolidezza, e di mal animo sopportavano lo starsi, quasi " femmine, chiusi tra l'inazione e il timore „. Nelle legioni di Cassio dopo la morte del lor capitano l'indisciplina, per non dire l'anarchia, erasi allargata, e Dione narra che già innanzi alla prima battaglia costoro aveano ad alta voce pubblicato che, se frapponevansi altri indugi, se ne andrebbero altrove, abbandonando l'accampamento. Appiano continua: " E li capitani, " sebbene lodassero il consiglio di Bruto, ne erano disgustati " eglino pure, persuasi fra tanto ardore di esercito, che pre- " valerebbono e deciderebbono assai più presto „ (1). Bruto sdegnossi con essi, e forte li rimproverò che mentre stavano nel pericolo suo stesso, aderissero alle soldatesche, le quali anteponevano una sorte ambigua e repentina a una vittoria senza pericolo. Ciò non ostante per sua propria e per loro mala ventura ultimamente cedette, contento a questo solo ammonimento: " Apparisca pur dunque che io guerreggerò tra voi come Pompeo " il Grande, anzi comandato che Comandante „. Con siffatti sinistri auspici, venti giorni dopo la prima s'ingaggiò la seconda e finale giornata di Filippi, la quale ebbe gli infelici e noti successi: i repubblicani furono sgominati, dispersi e inseguiti dai cavalli di Antonio. Tuttavolta Bruto potè riparare ai monti con forze che stimò bastevoli a tornare col favor della notte agli alloggiamenti, ovvero discendere verso il mare. Il perchè, chiamati a consiglio i capitani, con animose parole propose di pigliar questa onorata e salvatrice risoluzione. Risposero: provvedesse a sè stesso; aver essi più fiate sperimentato la fortuna delle armi, e

(1) Appiano Alessandrio, *Le Storie Romane*, volgarizzate dall'ab. Marco Mastrofini. Milano, 1830, vol. I, libro IV.

Digitized by Google

non voler oggimai recidere ogni speranza di far la pace. A tale risposta ei riconobbe che tutto era finito, e fermo di non voler sopravvivere alla ruina della repubblica, confortò (scrive Plutarco) e pregò gli amici e i commilitoni di porsi in salvo, mentre il potevano ancora; indi volle che Stratone, suo maestro di Rettorica, lo liberasse da una vita divenuta inutile alla patria.

Dei compagni rimastigli fedeli, cui avea ingiunto di sottrarsi colla fuga al ferro nemico, forse soggiungendo: *et vosmet rebus servate secundis*, alcuni scamparono all'eccidio, mentre buona parte delle soldatesche (trascrivo di nuovo Appiano) mandò messaggi a Ottavio e ad Antonio implorando quartiere e perdono, prosternati a terra. Furono perdonati, e si schierarono sotto le insegne dei vincitori. Erano sedici mila! L'esercito repubblicano era disciolto, caduti combattendo i più valorosi (*fracta virtus*), morti i capitani. Chi ammette che allora i fuggenti gittassero lo scudo, non ha diritto d'infamarli quali disertori. Ma io penso che, quanto a sè, il poeta abbia dato altro significato alla rotella *non bene relicta*.

Orazio nell'Ode di cui discorriamo, saluta giubilando Pompeo Varo, il primo degli amici suoi, restituito nella cittadinanza romana, ai patrii Dei e al cielo d'Italia; festeggia il fausto evento, e in quel punto le memorie di un tempo che fu, si affollano tumultuose alla mente e gli fanno battere il cuore. Commemora al vecchio guerriero i mortali pericoli superati, *Bruto militiae Duce*, e sopra tutto il travaglio della precipitosa fuga Macedone *(Tecum Philippos et celerem fugam sensi);* indi, imitando piacevolmente un'invenzione omerica, attribuisce a Mercurio la propria salvezza, e dichiara che si ritrasse dalla milizia (e non se ne loda punto), ma che se ne ritrasse quando, caduti i prodi, gli smargiassi, *minaces*, si prosternarono ai piedi dei vincitori vilmente (*turpe*, avverbio, anzichè adiettivo, secondo l'avvertenza di Riccardo Bentlejo e dell'olandese Perlecamp); laonde *relicta non bene parmula* importa semplicemente *ab armis discessi, arma posui*, rinunziai alla milizia, non mi unii alle reliquie dei Pompeiani; laddove Varo, forte e tenace nel proposito, fu nuovamente rapito dalle turbinose onde dei civili conflitti. Dinanzi al compagno d'armi egli, il poeta, con ingrandimento rettorico, il cui senso era ben chiaro all'amico, paragona la sua ritirata all'abbandono dello scudo. Così egli, non dimentico della propria

Digitized by Google

dignità, pur servendo ai tempi mutati, e celebrandoli, non rinnega e non asconde il suo passato.

E qui a un tratto Orazio si riscuote, discaccia le fosche ricordanze e indicando al reduce il nuovo alloro che avea educato, ritorna al gaudio del giorno presente, mostra a dito l'apparecchiato convito, chiede i dadi, i calici colmi del Massico che fa dimenticare i sopraccapi *(oblivioso)*, ed esclama: è dolce al cuore *recepto furere amico*. Così intesa pel suo verso l' Ode VII del libro II piglia luogo, se mal non mi appongo, fra le più nobili liriche del poeta. Il Venosino *risum non captat*, non *perstringit sub Bruto suam militiam,* non celia sopra la supposta sua timidità, non chiama *turpe* il suolo bagnato dal sangue di chi morì colle armi in mano. Del resto io mi persuado che se il Tribuno di Filippi avesse svergognatamente insultato ai vinti e posta in deriso la viltà sua, sarebbe per sorte divenuto il buffone di Casa Giulia e del discendente dei Regoli etruschi, non l'amico e il *convictor* loro. Orazio deplora le intestine discordie, ond'era stata assalita la repubblica, e detesta il sangue versato

> Nòn ut superbas invidae Carthaginis
> Romanus arces ureret,
> Sed ut secundum vota Parthorum sua
> Urbs haec periret dextera (Ep. VI).

Detto ciò, non conseguita che debbasi glorificare il poeta come un Catone, un Trasea, un Elvidio o un Arrunzio, ma rendesi evidente che non è lecito bollarlo a fuoco come un altro Rustico o un altro Senecione.

---

ff. di Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona – Torino

Digitized by Google

NOV. 23 1904
4897
LIBRARY
MUS. COMP. ZOÖLOGY

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 9ª e 10ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Marzo 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Naccari, Mosso, Spezia, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Morera, Grassi e Camerano Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Socio Segre scusa la sua assenza.

Il Presidente si congratula a nome della Classe col Socio Mosso per la sua nomina a Senatore del Regno. Il Socio Mosso ringrazia.

Il Presidente annunzia con parole di compianto la morte del professore Ferdinando Andrea Fouqué del Collegio di Francia e membro corrispondente dell'Accademia.

Viene presentata per l'inserzione negli *Atti* la nota seguente: Dr. Giacomo Ponzio, *Su alcuni nuovi acidi della serie oleica,* dal Socio Fileti.

Raccoltasi la Classe in seduta privata procede alla nomina del suo Segretario e riesce eletto il Socio Lorenzo Camerano, salvo l'approvazione sovrana.

Digitized by Google

LETTURE

Su alcuni nuovi acidi della serie oleica.

Nota I: *Acido 2,3-oleico*

del Dott. GIACOMO PONZIO.

Di acidi superiori della serie oleica $C_nH_{2n}O_2$ aventi il doppio legame nella posizione 1,2 non se ne conosce finora nessuno. Quando si tentò di prepararli dagli α-bromoacidi saturi per azione della potassa alcoolica, si ebbero sempre gli ossiacidi corrispondenti: così Hell e Jordanoff (1) ottennero dall'acido α-bromopalmitico l'acido α-ossipalmitico, Hell e Sadomsky (2) dall'acido α-bromostearico l'acido α-ossistearico, Bachzewsky (3) dall'acido α-bromoarachico l'acido α-ossiarachico, ecc.

Io ho trovato che si raggiunge lo scopo impiegando gli α-iodoacidi saturi; il processo di preparazione degli acidi 2,3-oleici superiori è quindi molto semplice: si trasforma l'acido saturo corrispondente nell'α-bromoacido col metodo di Hell e Volhard, si sostituisce il bromo col iodio, mediante riscaldamento con ioduro potassico in soluzione alcoolica, e si elimina in ultimo una molecola di acido iodidrico colla potassa alcoolica.

Dalle esperienze che ho già eseguito mi risulta che il metodo è applicabile agli acidi palmitico, stearico, arachico e beenico: in questa Nota mi limito però soltanto a riferire gli studi che ho fatto sull'acido 2,3-oleico, riservandomi di continuare ad occuparmi dell'argomento in altri lavori che pubblicherò in seguito.

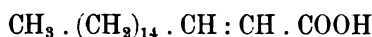
Faccio tuttavia fin d'ora notare che nella letteratura chimica furono descritti da M. C. e A. Saytzeff (4) un *acido iso-*

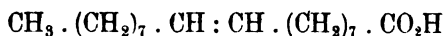
(1) Berichte, *24*, 938 (1891).
(2) Id., *24*, 2391 (1891).
(3) Monatshefte, *17*, 528 (1896).
(4) Journ. f. prakt. Chemie, *37*, 269 (1888).

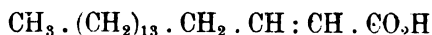
Digitized by Google

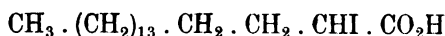
oleico, e da P. Alexandroff e N. Saytzeff (1) un *acido isoerucico,* ai quali gli autori attribuirono rispettivamente le formole di un acido 2,3-oleico e di un acido 2,3-erucico. Che l'acido isoerucico non abbia il doppio legame in posizione 2,3, ma fra il tredicesimo ed il quattordicesimo atomo di carbonio a partire dal carbossile, l'ho dimostrato recentemente in una mia Nota (2); che all'acido isooleico non convenga la formola di M. C. e A. Saytzeff risulta da quanto segue.

Acido 2,3-oleico

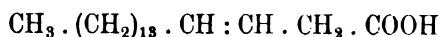
$$CH_3 . (CH_2)_{14} . CH : CH . COOH$$

Di acidi non saturi $C_{18}H_{34}O_2$ si conosce finora l'*acido oleico ordinario,* nel quale il doppio legame si trova fra il nono ed il decimo atomo di carbonio a partire dal carbossile:

$$CH_3 . (CH_2)_7 . CH : CH . (CH_2)_7 . CO_2H$$

e l'*acido isooleico,* fusibile a 44°. Quest'ultimo acido fu preparato da M. C. e A. Saytzeff (loc. cit.) addizionando all'acido oleico una molecola di acido iodidrico e togliendola successivamente all'acido iodostearico liquido ottenuto, e ad esso detti chimici attribuirono la formola:

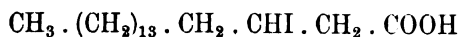
$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CH : CH . CO_2H$$

perchè coll'acido iodidrico dà un acido iodostearico:

$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CH_2 . CHI . CO_2H$$

il quale, per azione della potassa alcoolica, può perdere una molecola di idracido in un solo modo dando di nuovo, e soltanto, acido isoleico.

M. C. ed A. Saytzeff attribuivano conseguentemente all'acido oleico comune la formola:

$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH : CH . CH_2 . COOH$$

perchè può dare un acido iodostearico:

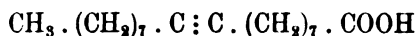
$$CH_3 . (CH_2)_{13} . CH_2 . CHI . CH_2 . COOH$$

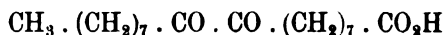
---

(1) Journ. f. prakt. Chemie, *49*, 58 (1894).
(2) Gazz. Chim., *34*, I (1894).

Digitized by Google

capace di perdere una molecola di acido iodidrico in due modi e dare così contemporaneamente origine ad acido oleico e ad acido isooleico.

Più tardi però, quando Baruch (1) stabilì, in modo da non lasciare alcun dubbio, la formola dell'acido stearolico:

$$CH_3 . (CH_2)_7 . C : C . (CH_2)_7 . COOH$$

e Spieckermann (2) quella dell'acido stearossilico:

$$CH_3 . (CH_2)_7 . CO . CO . (CH_2)_7 . CO_2H$$

si dovette ammettere che anche nell'acido oleico comune, dal quale detti acidi derivano, il doppio legame fosse nel mezzo della molecola e precisamente fra il nono ed il decimo atomo di carbonio a partire dal carbossile: le formole di M. C. e A. Saytzeff per l'acido isooleico e per l'acido oleico non furono quindi più sostenibili.

È probabile inoltre che, per analogia l'acido isoerucico (che si ottiene dall' acido erucico allo stesso modo col quale si ha l'acido isooleico dall'oleico) e pel quale io ho dimostrato trovarsi il doppio legame nella stessa posizione dell'acido erucico, l'acido isooleico non sia un isomero di struttura dell'acido oleico, ma che abbia la stessa formola di costituzione.

Ad ogni modo è evidente che l'acido isooleico di M. C. e A. Saytzeff non è l'acido 2,3-oleico e che le formole attribuite da tali chimici al loro acido ed ai suoi derivati si devono abbandonare ed attribuire invece all'acido ed ai derivati che descrivo nella presente Nota.

L'acido α-bromostearico $CH_3 . (CH_2)_{15} . CHBr . COOH$ necessario per le mie esperienze era già stato ottenuto da Hell e Sadomsky (3): io ho trovato conveniente di variare alquanto le condizioni della preparazione, cioè di aumentare le quantità di

(1) Berichte, *27*, 172 (1894).
(2) Id., *29*, 810 (1896).
(3) Id., *24*, 2392 (1891).

Digitized by Google

fosforo e di bromo e di operare in un recipiente aperto, evitando l'impiego del refrigerante a ricadere.

Su 100 gr. di acido stearico ben secco e finamente polverizzato con gr. 8 di fosforo rosso (previamente lavato con ammoniaca diluita e seccato), si fanno gocciolare a poco a poco cc. 80 di bromo, distillato su bromuro potassico e seccato su cloruro di calcio anidro. Aggiunto tutto il bromo, e quando la reazione si è spontaneamente moderata, si scalda a bagno maria per eliminare l'eccesso di bromo, si versa il liquido bruno in acqua e lo si decolora con acido solforoso. Lavando per decantazione la massa pastosa ottenuta risulta una emulsione butirrosa la quale si riscalda con eteri di petrolio. Si formano così due strati: uno inferiore di acqua ed uno superiore, costituito dalla soluzione del bromoacido, dalla quale per raffreddamento questo si separa cristallizzato, bianchissimo, con rendimento quasi teorico.

Purificato per ricristallizzazione dallo stesso solvente, l'acido α-bromostearico si presenta in grossi prismi splendenti, fusibili a 57°-58°. Hell e Sadomsky (loc. cit.) avevano dato per punto di fusione 60°.

Gr. 0,2885 di sostanza fornirono gr. 0,1509 di bromuro d'argento.

Cioè su cento parti

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{35}BrO_2$
Bromo	22,25	22,03

Acido α-iodostearico $CH_3.(CH_2)_{15}.CHI.COOH$. — Si ottiene riscaldando all'ebollizione in apparecchio a ricadere l'acido α-bromostearico con un peso metà di ioduro potassico in soluzione al 5 p. % in alcool a 96°. Quando la reazione è terminata e non si osserva più separazione di bromuro potassico (insolubile nell'alcool), cioè dopo 6-8 ore, si versa in molta acqua, si lava il prodotto solido ripetutamente con acqua fino a che questa non dia più la reazione degli alogeni e lo si cristallizza dall'alcool o dagli eteri di petrolio. Si ha così l'*acido α-iodostearico* in lamine bianche splendenti, fusibili a 66°.

Gr. 0,1888 di sostanza fornirono gr. 1089 di ioduro d'argento

Digitized by Google

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{35}IO_2$
Iodio	30,00	30,09

L'acido α-iodostearico è stabile alla luce, ed è solubile anche a freddo negli ordinari solventi organici, eccetto l'alcool e gli eteri di petrolio in cui è molto solubile a caldo e poco a freddo.

Acido 2,3-oleico $CH_3.(CH_2)_{14}.CH:CH.COOH$. — Si forma, assieme ad acido α-ossistearico, scaldando in apparecchio a ricadere per 6 ore l'acido α-iodostearico coll'egual peso di idrato potassico sciolto nella doppia quantità di alcool.

Versando il prodotto della reazione in acqua e acidificando con acido solforico diluito, si ha una sostanza solida che trattiene molto energicamente l'acqua: essendo necessario di averla ben secca pei trattamenti successivi, conviene, per risparmiare tempo, sciogliersla in etere, separare lo strato acquoso ed evaporare il solvente. Dalla mescolanza di acido α-ossistearico e di acido 2,3-oleico i due composti si separano nel miglior modo trattando la massa polverizzata con eteri di petrolio, nei quali l'acido α-ossistearico è quasi insolubile a freddo.

L'acido α-ossistearico $CH_3.(CH_2)_{15}.CHOH.COOH$ purificato per ripetute cristallizzazioni dal cloroformio, si presenta in prismetti bianchi fusibili a 90°-91°.

Gr. 0,1266 di sostanza fornirono gr. 0,3339 di anidride carbonica e gr. 0,1412 di acqua (1).

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{36}O_3$
Carbonio	71,92	71,98
Idrogeno	12,39	12,03

Questo acido era già stato preparato da Hell e Sadomsky (loc. cit.) per azione della potassa alcoolica sull'acido α-bromostearico. Detti chimici ottennero però un prodotto, fusibile a 85°,

(1) Le combustioni di questo acido, dell'acido 2, 3-oleico e dei suoi derivati furono fatte con cromato di piombo, dopo aver disseccato la sostanza nel suolo su anidride fosforica.

Digitized by Google

che si separava amorfo dalla maggior parte dei solventi, e sotto forma di una polvere cristallina da una miscela di benzolo e di ligroina. Il punto di fusione più elevato del mio acido credo debba attribuirsi alla sua maggiore purezza; ad ogni modo, per confermarne la formola, ne ho fatto il sale sodico, neutralizzandone la soluzione alcoolica con carbonato di sodio.

L'*α-ossistearato di sodio* $CH_3 . (CH_2)_{15} . CHOH . CO_2Na$ così ottenuto cristallizza dall'alcool in laminette bianche.

Gr. 0,2685 di sostanza fornirono gr. 0,0575 di solfato sodico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{35}O_3Na$
Sodio	7,00	7,14

La soluzione petrolica dalla quale fu separato l'acido α-ossistearico si svapora a bagno maria, il residuo, ben polverizzato, si tratta nuovamente a freddo collo stesso solvente e così si separa un altro po' di acido α-ossistearico, che rimane indisciolto; ripetendo poi il trattamento una terza volta, tutto l'α-ossiacido viene eliminato e si ha così l'acido 2,3-oleico quasi puro. Quest'ultimo si potrebbe ottenere concentrando molto la soluzione petrolica, ma siccome è assai solubile in detto solvente, così conviene eliminare questo e cristallizzare il prodotto dall'alcool.

Nelle acque madri alcooliche rimane una discreta quantità di acido che non cristallizza neanche concentrando la soluzione; lo si può facilmente ricavare facendole bollire per qualche minuto con carbonato sodico secco e filtrando: per raffreddamento si separa così il 2,3-oleato sodico, il quale fornisce, per trattamento con acido solforico diluito, l'acido 2,3-oleico abbastanza puro da poter poi essere cristallizzato dall'alcool.

Dopo due cristallizzazioni l'*acido 2,3-oleico* $CH_3 . (CH_2)_{14} . CH : CH . CO_2H$ si presenta in larghe lamine o in lunghi aghi bianchi, splendenti. È stabile all'aria; si fonde a 59°, dopo fuso si solidifica a 52°.

I. Gr. 0,2639 di sostanza fornirono gr. 0,7389 di anidride carbonica e gr. 0,2943 di acqua.

II. Gr. 0,3035 di sostanza fornirono gr. 0,8489 di anidride carbonica e gr. 0,3330 di acqua.

Digitized by Google

Cioè su cento parti:

	trovato		calcolato per $C_{18}H_{34}O_2$
	I	II	
Carbonio	76,36	76,28	76,59
Idrogeno	12,38	12,19	12,05

È solubilissimo a freddo nell'etere e nel cloroformio, discretamente negli eteri di petrolio; molto solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool.

Per fusione con idrato potassico dà acido palmitico ed acido acetico. L'esperienza si fece aggiungendo gr. 2 di acido 2,3-oleico a gr. 5 di idrato potassico fuso e scaldando la miscela fino a che cominciò a svolgersi idrogeno. Dopo aver versato il prodotto in acqua, si acidificò con acido solforico diluito: la sostanza separatasi, cristallizzata dall'alcool, si presentò in lamine splendenti, fusibili a 62°, e fu riconosciuta per acido palmitico sia coll'analisi che alle proprietà.

Gr. 0,1261 di sostanza fornirono gr. 0,3477 di anidride carbonica e gr. 0,1445 di acqua.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{16}H_{32}O_2$
Carbonio	75,19	75,00
Idrogeno	12,73	12,50

La soluzione solforica fu distillata, la parte volatile neutralizzata con carbonato sodico, tirata a secco e trattata nuovamente allo stesso modo una seconda volta. Si ottenne così acetato sodico che fu caratterizzato trasformandolo in acetato di etile.

Sali dell'acido 2,3-oleico. *Sale sodico* $C_{18}H_{33}NaO_2$. — Si prepara neutralizzando la soluzione alcoolica bollente dell'acido con carbonato sodico secco. È poco solubile a caldo e pochissimo a freddo nell'alcool, dal quale cristallizza in prismetti. È solubile invece nell'acqua.

Gr. 0,3455 di sostanza fornirono gr. 0,0794 di solfato sodico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{33}NaO_2$
Sodio	7,56	7,56

Digitized by Google

Sale di calcio $(C_{18}H_{33}O_2)_2Ca + H_2O$. — Si ottiene trattando la soluzione acquosa del sale sodico, addizionata di un po' d'alcool, con una soluzione di cloruro di calcio. Precipita così sotto forma di una polvere bianca, che si può cristallizzare dall'alcool, ove però è pochissimo solubile anche a caldo.

Gr. 0,2226 di sostanza seccata all'aria perdettero a 100° gr. 0,0066 di acqua e fornirono gr. 0,0469 di solfato di calcio.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $(C_{18}H_{33}O_2)_2Ca + H_2O$
Acqua	2,96	2,90
Calcio	6,38	6,45

Sale di bario $(C_{18}H_{33}O_2)_2Ba$. — Si prepara come il precedente. È insolubile nell'acqua e nell'alcool.

Gr. 0,3928 di sostanza fornirono gr. 0,1322 di solfato di bario.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $(C_{18}H_{33}O_2)Ba$
Bario	19,78	19,59

Sale d'argento $C_{18}H_{33}AgO_2$. — Dal sale sodico e nitrato d'argento. È insolubile nell'acqua e nell'alcool, annerisce alla luce.

Gr. 0,6798 di sostanza fornirono gr. 0,1898 di argento.

Cioè su cento parti :

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{33}AgO_2$
Argento	27,91	27,76

Etere etilico dell'acido 2,3-oleico $CH_3.(CH_2)_{14}.CH:CH.CO_2C_2H_5$. — Si forma facendo passare una corrente di acido cloridrico gassoso e secco nella soluzione dell'acido 2,3-oleico in alcool assoluto. Si fonde a 15° e distilla inalterato ad una temperatura superiore ai 360°.

Gr. 0,2957 di sostanza fornirono gr. 0,8426 di anidride carbonica e gr. 0,3381 di acqua.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{20}H_{38}O_2$
Carbonio	77,71	77,40
Idrogeno	12,32	12,25

È insolubile nell'acqua, mescibile cogli ordinari solventi organici.

Digitized by Google

Amide dell' acido 2,3-oleico $CH_3 . (CH_2)_{14} . CH : CH . CONH_2$. — Si prepara passando pel cloruro acido: a tale scopo si scalda leggermente l'acido 2,3-oleico con un piccolo eccesso di pentacloruro di fosforo; cessato lo sviluppo di acido cloridrico, si versa il liquido ottenuto in ammoniaca concentrata. L'amide che si separa solida si lava poi con soluzione di idrato sodico al 2 %, e si cristallizza dall'alcool. Si presenta così in prismi fusibili a 107°-108°.

I. Gr. 0,2545 di sostanza fornirono gr. 0,7155 di anidride carbonica e gr. 0,2928 di acqua.

II. Gr. 0,2171 di sostanza fornirono cc. 10,2 di azoto ($H_0 = 734,74$ $t = 17°$), ossia gr. 0,011857.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{18}H_{35}NO$
Carbonio	76,69	—	76,86
Idrogeno	12,74	—	12,45
Azoto	—	5,30	4,98

È quasi insolubile, anche a caldo, nell'etere e nella ligroina: solubile a caldo e poco a freddo in alcool, acetone e benzolo: solubile anche a freddo nel cloroformio.

Bibromuro dell' acido 2,3-oleico (*acido 2,3-bibromostearico*) $CH_3 . (CH_2)_{14} . CHBr . CHBr . COOH$. — Si ottiene trattando l'acido 2,3-oleico colla quantità teorica di bromo sciolto in cloroformio o in acqua e riscaldando leggermente. Cristallizza dagli eteri di petrolio, dove è abbastanza solubile a caldo e poco a freddo, in prismi bianchi fusibili a 71°-72°.

Gr. 0,3170 di sostanza fornirono gr. 0,2695 di bromuro d'argento.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{18}H_{34}Br_2O_2$
Bromo	36,15	36,19

È solubile anche a freddo negli altri ordinarî solventi organici.

Istituto Chimico della R^a Università.
Torino - Marzo 1904.

L' Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Marzo 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: FERRERO, Direttore della Classe, ROSSI, CIPOLLA, BRUSA, CARUTTI, PIZZI, SAVIO, DE SANCTIS, RUFFINI e RENIER Segretario. — Scusa l'assenza il Socio ALLIEVO.

Si approva l' atto verbale dell' adunanza antecedente, 6 marzo 1904.

Il Socio FERRERO, Direttore della Classe, offre da parte dell'autore, Socio corrispondente dell'Accademia, l'opuscolo di Giuseppe GATTI, *Iscrizioni onorarie scoperte nell'area dell'antico Foro prenestino,* Roma, 1903.

Il Socio CIPOLLA riferisce che la Commissione nominata dalla Classe, per concretare le norme da seguirsi nella riproduzione fotografica dei manoscritti, si è radunata e che è già pronta la relazione, la quale sarà letta nella prossima adunanza, allorchè potrà essere presente anche il Socio MANNO, ora assente, che della Commissione fa parte.

La Classe si costituisce poscia in seduta privata e procede all'elezione del Direttore della Classe. Riesce eletto il Socio Ermanno FERRERO, salvo l'approvazione Sovrana. Nomina quindi il Socio Giuseppe CARLE a delegato della Classe stessa presso il Consiglio amministrativo dell'Accademia.

L'Accademico Segretario RODOLFO RENIER.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Marzo 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SPEZIA, SEGRE, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, PARONA, MORERA, GRASSI e CAMERANO Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Presidente annunzia la morte del Socio corrispondente prof. G. GEMMELLARO della R. Università di Palermo.

Il Socio PARONA dice dei meriti e dell'opera scientifica del GEMMELLARO, la di cui perdita è lutto grave per la scienza. Le parole del Socio PARONA verranno stampate negli *Atti* accademici.

Il Socio PARONA presenta a nome del prof. ISSEL dell'Università di Genova e Socio corrispondente dell'Accademia, una serie delle sue pubblicazioni di argomento geo-paleontologico.

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

1° Prof. G. BOCCARDI, *Orbita definitiva del pianeta (347) Pariana,* dal Socio JADANZA;

Digitized by Google

2° Prof. Gino Fano, *Sulle superficie algebriche contenute in una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni*, dal Socio Segre;

3° Il Socio D'Ovidio presenta a nome del Socio corrispondente prof. Placido Tardy, la nota seguente: *Sulle serie aritmetiche di numeri interi*.

Viene per ultimo presentato per l' inserzione nel volume delle *Memorie* dal Socio Segre il lavoro seguente del Dr. Beppo Levi intitolato: *Fondamento della metrica proiettiva*. A riferire intorno a questo lavoro vengono designati i Soci Segre e Morera.

Digitized by Google

LETTURE

G. G. GEMMELLARO

Parole dette dal Socio CARLO FABRIZIO PARONA.

A Palermo, il giorno 16 di questo mese, una violenta malattia toglieva alla scienza ed alla famiglia il Prof. G. G. Gemmellaro. L'Accademia nostra, che l'ebbe fra i suoi Soci corrispondenti, consenta ch'io ne ricordi brevemente i meriti insigni di scienziato e che esprima il cordoglio per la morte dell'illustre collega, che fu nobile esempio di lavoratore indefesso e modesto, di benemerito cultore della geologia italiana, al cui progresso contribuì efficacemente con numerosi lavori, molti dei quali per il loro pregio eccezionale sono destinati a nulla perdere della loro importanza ed a rimanere fondamentali per gli ulteriori studî di paleontologia stratigrafica.

Il nome dei Gemmellaro è da lungo tempo caro alla scienza e la Geologia si onora delle opere di Mario e di Carlo fratelli Gemmellaro: da Carlo nacque in Catania nel 1832 Giorgio Gaetano Gemmellaro, che nuovo lustro doveva recare alla famiglia sua. Dai ricordi di famiglia e coll'esempio e guida del padre egli fu iniziato alle indagini mineralogiche e geologiche, e nell'amicizia e negli ammaestramenti di Carlo Lyell il suo amore alla Geologia si ravvivò, ed i suoi studî ebbero indirizzo informato ai principî propugnati dal grande geologo inglese. Alle ricerche paleontologiche, applicate alla stratigrafia ed alla cronologia geologica, dedicò specialmente l'intenso suo lavoro, durato ininterrotto per circa mezzo secolo; e le straordinarie ricchezze paleontologiche del suolo della Sicilia offrirono un campo di ricerche inesauribili al Gemmellaro, il quale presto prese posto fra i più reputati geologi, che diedero indirizzo rigorosamente scientifico alla stratigrafia e cronologia geologica, raccogliendo elementi indispensabili e preparando guida sicura ai rilevamenti geologici. Le sue grandi monografie, nelle quali de-

Digitized by Google

scrisse con rigore di frase ed illustrò con figure quasi sempre bellissime per esattezza e per arte le meravigliose faune fossili paleozoiche e mesozoiche della Sicilia, raccolgono un gran numero di fatti, di confronti, di considerazioni stratigrafiche e corologiche di alta importanza segnatamente per lo studio dello sviluppo evolutivo dei molluschi, dei brachiopodi e dei crostacei.

Non mi propongo di fare una esposizione critica dell'opera del compianto paleontologo; ma crederei incompleto questo breve cenno necrologico, se non ricordassi sommariamente i risultati dei suoi studî, che segnarono così notevole progresso delle cognizioni nostre sulla storia geologica della Sicilia.

Fra i suoi primi studî sono da ricordare quelli intorno alle faune dei calcari cretacei di scogliera, ripresi e continuati più tardi dal suo degno allievo G. Di Stefano; essi conservano, anzi mostrano ora tutta la loro importanza per l'utile loro applicazione allo studio delle sviluppatissime serie cretacee dell'Italia meridionale. I numerosi lavori sulle faune triassiche, liassiche e giurassiche, mentre arricchiscono le cognizioni relative alla vita marina durante il mesozoico, dimostrano gli importanti rapporti fra la serie stratigrafica siciliana e quella alpina e giovano alla interpretazione di alcune faune dell'Appennino Centrale e Meridionale. Notevoli sono specialmente le memorie sul *titonico*; la quale *facies* litologica e paleontologica il Gemmellaro contribuì a precisare nel suo significato e nella sua età. Le monografie sulla fauna scoperta nei piccoli lembi paleozoici di Palazzo Adriano presso Palermo procurarono al Gemmellaro grande rinomanza nel mondo scientifico per la singolarità e ricchezza delle faune illustrate da pari suo, per cui venne nuova luce alla conoscenza dei legami e dei passaggi fra le faune marine del *carbonico* e del *permico,* che rese inoltre possibile di riconoscere interessanti relazioni di età e di affinità con altre faune degli Urali, del Tibet, dell'India, del Texas, ecc.

Il nostro collega lascia incompiuto questo ed altri lavori paleontologici, tra i quali era atteso col più vivo interesse quello sulla fauna del *trias* superiore siciliano, al quale attendeva da parecchi anni. L'opera sua, ripeto, fu eccezionale per merito grande e per numero di pubblicazioni: tuttavia egli lascia incompleta l'illustrazione delle ricchissime collezioni da lui adunate con tanto amore nel museo geologico dell'Università di

Digitized by Google

Palermo. Auguriamoci che l'opera sua scientifica non rimanga interrotta e che presto sia ripresa da chi avrà la fortuna di occupare il posto da lui tenuto con tanto onore suo, decoro degli studî e per così lunga serie di anni.

Dall'ottobre del 1860 il Gemmellaro era Professore ordinario all'Università di Palermo e ne fu Rettore. Numerose Accademie nazionali e straniere lo ebbero a Socio, ed i suoi meriti insigni lo resero degno della nomina a Senatore del Regno e della Croce dell'Ordine civile di Savoia. Egli seguì nella tomba a pochi giorni di distanza Carlo Zittel, Presidente dell'Accademia di Monaco, e Munier-Chalmas dell'Istituto di Francia; due scienziati che ebbero lo stesso indirizzo di studî del nostro Gemmellaro, al cui nome mi piace di associare ora quello dei due eminenti geologi stranieri, perchè pur essi contribuirono, con lavori rimasti classici, al progresso della geologia del nostro paese, lo Zittel collo studio sulla costituzione geologica dell'Appennino Centrale, e Munier-Chalmas con quello sulla serie cenozoica del vicentino.

Digitized by Google

Orbita definitiva del pianeta (347) Pariana.

Nota di GIOVANNI BOCCARDI.

Io credo che pochi pianeti sieno stati l'oggetto di tanti calcoli quanti me ne ha richiesti l'orbita definitiva di Pariana. Non è già che il numero delle osservazioni ne sia stato molto grande, anzi la loro scarsezza e la poca precisione di alcune hanno contribuito a rendere più lungo il mio lavoro, già prolungato dalla ricerca degli errori sfuggiti nel calcolo delle perturbazioni. Adesso che sono giunto ad elementi che rappresentano bene tutte le osservazioni dal 1892 al 1903, stimo opportuno di pubblicare qui l'orbita definitiva di quel pianeta.

Pariana fu scoperto il 28 novembre 1892 nell'Osservatorio di Nizza da Charlois, mediante la fotografia (1). Lo scopritore ne faceva le posizioni il 29 e 30 dello stesso mese e il 6 e 14 dicembre. Altre due osservazioni ei ne faceva il 14 gennaio e il 4 febbraio 1893 (2). Il pianeta era allora di grandezza: 12,0.

Una prima orbita fu calcolata dal Berberich con tre osservazioni e pubblicata nel *Berliner Jahrbuch* del 1896. Un' altra orbita più corretta fu dallo stesso pubblicata nelle *Astronomische Nachrichten*, n° 3235. Do qui gli elementi dell'una e dell'altra.

	T 1892 dic. 14,5		1893 febbr. 4,5	
	° ′ ″		° ′ ″	
M	289.56.38,8		286.39. 0,3	
ω	71.18.18,9	Ecclitt. 1892,0	83.16.34,7	Ecclitt. 1890,0
☊	86.50.31,5		85.51.40,0	
i	11.11.26,6		11.41.45,9	
φ	11.36.27,2		9.32.26,6	
μ	812″,504		840″,092	

(1) Allora veniva designato provvisoriamente con l'indicazione 1892 Q.

(2) In fine della presente Nota do tutte le osservazioni del pianeta con le divergenze residuali O — C che lascia l'orbita definitiva.

Digitized by Google

In base agli ultimi elementi Berberich dette una effemeride per la ricerca del pianeta nel 1894, mediante la quale il prof. R. Luther lo rinvenne e l'osservò 4 volte. Altra effemeride dette l'istesso astronomo per l'opposizione del 1898 nelle *Veröffentlichungen des Rechen-Institut* (n° 6). Il dr. W. Luther ritrovò Pariana il 12 marzo di quell'anno; le divergenze fra l'osservazione e l'effemeride risultarono $+2^m.27^s$ $-12',7$. Di quella opposizione si hanno 3 osservazioni di Düsseldorf, una di Padova ed una di Münich..

In giugno 1898 dal prof. Bauschinger mi venne affidato il pianeta *Pariana* oltre a *Vaticana* e *Vincentina*. Riguardo al primo, cominciai dal calcolare le perturbazioni speciali per parte di Giove soltanto, dal 1° gennaio 1893 al 15 marzo 1898, facendo due sole osculazioni intermedie, l'una nel 1894, l'altra nel 1896. Non spinsi più oltre la precisione nel calcolo delle perturbazioni, perchè era mia intenzione di cominciare da una correzione provvisoria dell'orbita, che permettesse agli osservatori di rinvenire il pianeta nella prossima opposizione del 1899, stante che le divergenze O — C del 1898 erano già molto forti e c'era da temere che il pianeta andasse smarrito. La ristrettezza del tempo mi fe' trascurare l'azione di Saturno e procedere così rapidamente. Non essendo le osservazioni raggruppate in modo da poterne formare luoghi normali, scelsi 4 osservazioni isolate, cioè del 30,5 novembre 1892, del 4,5 febbraio 1893, del 24,5 aprile 1894 e del 12,5 marzo 1898. Corressi l'orbita col metodo dei coefficienti differenziali, secondo le formole di Oppolzer, e pubblicai gli elementi corretti nel *Bulletin Astronomique* (avril 1899), insieme ad una effemeride di ricerca. In quella prima correzione la rappresentazione dei 4 luoghi lasciava un poco a desiderare. Per allora non potei scoprirne la ragione, ma il seguito del lavoro mi mostrò che le perturbazioni dal 29 novembre 1892 al 1° gennaio 1893 non erano affatto trascurabili (1).

Mediante la mia effemeride il pianeta fu potuto ritrovare

(1) Non avevo cominciato il calcolo delle perturbazioni da nov. 1892, perchè avrei dovuto fare una prima osculazione in febbraio 1893, a fine di rappresentare l'osservazione del 4 detto mese. Pensai che prendendo per origine il 1° gennaio 1893, avrei potuto trascurare le perturbazioni in meno da una parte, in più dall'altra.

Digitized by Google

dal dr. Cerulli in Teramo, il quale ne fece due posizioni il 14 e il 15 luglio 1899.

Possedendo allora osservazioni di quattro opposizioni, avrei dovuto, prima di correggere ulteriormente gli elementi, ricalcolare le perturbazioni per parte di Giove, aggiungendovi quelle di Saturno e cominciando da una data vicina alla 1ª osservazione, del 30 novembre. Ma i numerosi lavori che avevo allora per mano non mel consentirono; mi restrinsi quindi a correggere gli elementi col metodo di Tietjen, scegliendo 4 osservazioni, che furono le antiche, meno quella del 4 febbraio e l'ultima del 15 luglio 1899. Calcolai però le perturbazioni per Giove e Saturno dal 1899 al 1900, e pubblicai l'effemeride di ricerca per l'opposizione del 1900 nelle *Astronomische Nachrichten*, n° 3667. Invitavo allora gli astronomi ad osservare *Pariana*. Però in quella stessa epoca ebbe luogo l'opposizione di *Eros* con grande vicinanza alla Terra, e tutte le cure degli astronomi furono rivolte a quest'ultimo pianeta, gareggiando a farne il maggior numero di osservazioni, e di *Pariana* in quell'anno non si ebbe nessuna osservazione, sicchè il mio lavoro andò perduto. Una o due osservazioni di meno, sulle migliaia fattene di Eros, non avrebbero nociuto menomamente al lavoro su questo pianeta, e sarebbero state preziose per me.

Nel 1902, trovandomi nell'Osservatorio astrofisico di Catania, non potei fare altro riguardo a *Pariana*, che calcolarne le perturbazioni per Giove e Saturno dalla opposizione del 1900 a quella del 1902, e pubblicare una effemeride di ricerca, in base agli elementi del 1899 modificati dalle perturbazioni (*Astron. Nachrich.*, n° 3760). In quella occasione rinnovai le istanze agli astronomi di buona volontà, perchè non lasciassero andar smarrito quel pianeta, e quella volta *Pariana* fu osservato spesso, cioè una volta fotograficamente in Heidelberg dal Carnera, due dal prof. Millosevich al Collegio Romano, tre volte in Teramo dal dr. Cerulli e tre dal prof. Abetti in Firenze. Anche gli astronomi Rambaud e Sy dell'Osservatorio di Algeri ne fecero molte osservazioni; ma non avendomele essi comunicate direttamente, io non ne ebbi conoscenza che quando avevo già corretti gli elementi del 1902 e pubblicata una effemeride pel 1903 (*Astron. Nach.*, 3868 e *Memorie degli spettroscopisti italiani*, vol. XXXII). In detti articoli io accennavo alla ripetizione del calcolo delle

Digitized by Google

perturbazioni da me intrapresa, il che mi avrebbe permesso mediante le osservazioni del 1903, di giungere ad elementi definitivi dell'orbita. Questa ripetizione del calcolo mi era quasi imposta dal fatto che, mediante le osservazioni del 1902, io avevo potuto formare un luogo normale il quale, unito alle 4 osservazioni isolate delle opposizioni precedenti, avrebbe dovuto permettermi di correggere gli elementi; ma, pure ripetendo molte volte il calcolo di correzione col metodo di Tietjen, mi fu impossibile di giungere ad una rappresentazione conveniente dei 5 luoghi, rimanendo sempre degli O — C di circa 1′, e notandosi forte contraddizione negli O — C pei luoghi del 1894 e 1898.

Noterò di passaggio che, attese le forti divergenze fra l'osservazione e l'effemeride del 1902 ($+1^m8^s - 59''$) giudicai opportuno di ricalcolare i coefficienti differenziali già calcolati prima con dati troppo lontani dal vero.

Già nella mia opera *Guide du Calculateur*, nel dare come esempio di correzione di orbita col metodo di Tietjen e con quello di Oppolzer il calcolo relativo per *Pariana* nel 1899, io notavo la contraddizione nei segni O — C pei luoghi del 1894 e 1898, che pure corrispondono a posizioni del pianeta sulla stessa parte dell'orbita rispetto all'ecclittica ed a distanze dal nodo non molto differenti, e le attribuivo a piccoli errori sui luoghi o nelle perturbazioni.

Mediante la mia effemeride nel 1903 il prof. Millosevich potè fare un' osservazione del pianeta, che con grande cortesia mi comunicava immediatamente. Le divergenze O — C erano: $+14^s,13$, $-7'',5$. Il prof. Abetti osservò 4 volte *Pariana*; ma quando le sue osservazioni vennero in luce nelle *Memorie degli spettroscopisti* (vol. XXXIII) il presente mio lavoro era quasi terminato, sicchè esse mi servirono di semplice controllo.

Le divergenze O — C su riferite pel 1902, piccole sì, ma non quali si era in dritto di attendere dopo 5 opposizioni, mi decisero a spingere innanzi il calcolo delle perturbazioni dal 1892 in poi, con più rigore che non si faccia ordinariamente, per giungere ad un' orbita che rappresentasse bene tutte le osservazioni dal 1892 al 1903. Questo lavoro di lunga lena è stato da me compiuto in Torino, in mezzo alle occupazioni del mio corso universitario e della direzione dell'Osservatorio. Dubitando però di fare in tempo per poter dare una effemeride di ricerca pel

Digitized by Google

1904, cominciai dal restringermi agli ultimi 4 luoghi, del 1898, 99, 02, 03.

Partii dagli elementi del quadro seguente, ch'erano i migliori di cui potevo disporre, risultanti dall'ultimo tentativo di correzione degli elementi mediante i luoghi delle 5 opposizioni, prima della ripetizione del calcolo delle perturbazioni, e feci (come al solito) tutto il calcolo per elementi equatoriali e per l'equinozio del 1900,0 e per 12^h di tempo medio astronomico per Berlino. Negli elementi del quadro seguente tengo conto delle perturbazioni come risultano dalla ripetizione del loro calcolo. La data T_0 è il 12 marzo, ch'è quasi ad eguale distanza dal luogo del 1892 e da quello del 1903 (1).

	1898 marzo 12,5	1899 luglio 15,5	1902 marzo 2,5	1903 giugno 21,5
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
M	1.10.47,7+	115.49.10,1	340. 7.44,0	91.20.11,7+
ω	145.21.33,7-	145. 9.11,5	145. 2.57,6	145. 1.55,0
☊	26.39.35,1	26.39.43,1	26.39.33,6-	26.39.30,6
i	26.47.26,9	26.47.46,3+	26.47.47,9	26.47.49,0+
φ	9.35.51,8+	9.35.18,4	9.33. 0,5	9.31.50,8
μ	840″,57566	841″,14652	840″,56936	840″,97570

I quattro luoghi osservati da me adottati furono per le date scritte sopra ogni gruppo di elementi:

α	179°43′17″2	309° 9′28″5	132°19′46″0	286°21′57″4+
δ	+23.15.51,0	—29.10. 9,2	+34.15.29,7	—26.50. 7,1

Con gli elementi del quadro precedente i 4 luoghi corrispondenti erano rappresentati con le divergenze residuali O — C.

Δα	+ 1″3	— 50″1	— 13″2	+ 22″6
Δδ	+ 3, 0+	+ 2, 2	+ 5, 9	+ 2, 9

Però riguardo all'α in arco dell'ultimo luogo osservato mi sfuggì un errore di trascrizione, avendo io preso un 5 per un 3; il numero dei secondi di detto luogo era 57″,4+ e nel formare

(1) Il piccolo + che segue alcune cifre significa che dopo di esse segue un numero compreso fra 36 e 50; il piccolo - indica che la cifra che lo precede fu forzata perchè seguiva un numero compreso fra 5 e 64.

Digitized by Google

il $\Delta\alpha$ io scrissi $37'',4+$. In seguito nella correzione con 6 luoghi mi accorsi dell'errore e lo rettificai.

Applicando il metodo di Tietjen (coefficienti differenziali), col quale si correggono prima i 4 elementi: M_0, ω, φ, μ e poi quelli del piano: Ω, i, formai per la 1ª parte della correzione le 4 equazioni di condizione in logaritmi:

$$0,40339\,dM_0 + 0,25128\,d\omega + 7_n,65900\,\frac{d\mu}{3000} + 8,94972\,d\varphi = 9,83956$$

0,09720 „	+0,18486 „	+9,80065 „	+0,32864 „	=1,63679
0,32949 „	+0,20000 „	+0,48158 „	+0,30632 „	$=1_n,06262$
0,15792 „	+0,19747 „	+0,44672 „	+0,45760 „	$=1_n,29890$

Donde le equazioni normali, in valori numerici:

c	*d*	*a*	*b*	*n*
+ 17,4104	+ 3,2328	+ 11,2753	+ 10,1703	− 6,7161
	+ 16,8750	+ 2,6939	+ 4,7317	− 11,8195
		+ 14,6032	+ 12,0809	− 48,4859
			+ 10,5184	− 52,0353

Nelle equazioni normali *a, b, c, d* corrispondono rispettivamente a M_0, ω, μ, φ. Si vede che nella formazione delle equazioni finali per aver maggiore esattezza nella loro risoluzione ho scritto pel primo il coefficiente più grande. I valori delle incognite risultarono:

$$dM = +\,1'47''90, \quad d\omega = -\,2'33''85, \quad d\varphi = +\,22''25.$$
$$d\mu = +\,0''015474.$$

Gli elementi divenivano:

M	1°.12'.35'',6	115°.51'. 5'',6	340°. 9'.54'',3	91°.22'.29'',4
ω	145.18.59,8	145. 6.37,7	145. 9.23,8	144.59.21,2
☊	26.39.35,1	26.39.43,1	26.39.33,6	26.39.30,6
i	26.47.26,9	26.47.46,3	26.47.47,9	26.47.49,0
φ	9.36.14,1	9.35.40,7	9.33.22,8	9.32.13,0
μ	840'',58756	841'',15842	840'',58126	840'',98760

I suddetti elementi rappresentavano bene i luoghi, avendosi appena le divergenze:

$\Delta\alpha$	− 1''6	− 5''4	− 1''1	+ 0''6
$\Delta\delta$	− 3, 0	+ 6, 0	− 4, 0	+ 4, 4.

Digitized by Google

Avrei potuto fermarmi a questo punto; ma per completare la correzione passai alla IIª parte, in cui si correggono ☊ ed i. Le equazioni di condizione furono:

a	9,99297	0^n,18382	0,16724	0^n,18456
b	0,18130	9^n,24204	9,87765	9,61515
n	0^n,94994	0,80802	0^n,58632	0,59871

le equazioni normali:

a	b	n
+ 7,7992	+ 2,2387	— 30,3229
	+ 3,0743	— 15,9247.

Le correzioni trovate furono:

$$d☊ = -6''59, \quad di = -3''04, \quad -d☊ \cos i = d\omega' = +5''88.$$

Quindi gli elementi corretti risultarono per la data di origine:

Sistema I.

1898 marzo 12,5

M	1°.12′.35″,6
ω	145.19. 5,7
☊	26.39.28,5
i	26.47.23,9
φ	9.36.14,1
μ	840″,58756

Dopo questa correzione i luoghi lasciavano gli O — C:

Δα	+ 0″3	— 4″1	0″0	0″0
Δδ	+ 2, 3	+ 0, 7	+ 2, 4	+ 0, 8.

Non si poteva aspettare nulla di meglio.

Giunto a questo punto, veduto che mi rimaneva del tempo per preparare l'effemeride di ricerca per l'opposizione del 1904, mi applicai a condurre a termine il nuovo calcolo di tutte le perturbazioni, volendo ad ogni costo utilizzare le osservazioni dal 1892 in poi. Il calcolo delle perturbazioni per Giove e Saturno, di cui do qui tutti i differenziali, comincia dagli 11 dicembre 1892, data molto vicina al 1° luogo, ch'è del 30 novembre dello stesso

Digitized by Google

anno. Però nella integrazione tenni conto delle perturbazioni per quegli 11 giorni. Per Giove adottai l'intervallo di 40 giorni, per Saturno, di 80. In questo nuovo calcolo ho osculato ogni 11 o 12 periodi ed una sola volta per 13; sicchè al massimo fra una osculazione e l'altra passano 520 giorni. Ecco le date delle successive osculazioni per Giove:

11 dicembre 1892, 5 aprile 1894, 29 luglio 1895, 11 ottobre 1896, 15 marzo 1898, 8 luglio 1899, 31 ottobre 1900, 23 febbraio 1902, 18 giugno 1903.

Riguardo a Saturno, dal 1894 al 1898 non cambiai gli elementi, il che non poteva avere nessuna conseguenza, attesa la poca entità delle perturbazioni relative.

Inoltre, avendo osservato che il pianeta in alcuni dei sei luoghi era molto vicino alla Terra, scendendo il 12 marzo 1898 a distanza: 1,22, sospettai che l'azione perturbatrice della Terra non fosse interamente trascurabile, e calcolai soltanto per L, π e μ (1) con periodi di 20 giorni queste perturbazioni (cominciando dal 15 novembre 1893), che infatti non risultarono minime, anzi quasi sempre superarono quelle dipendenti da Saturno. A questo proposito sarà bene riflettere che non basta il dire che la Terra produce soltanto perturbazioni periodiche, per poterle trascurare. Poco importa che il loro effetto si annulli, per compenso, in capo a qualche tempo, perchè bisogna aver riguardo all'effetto delle perturbazioni su i luoghi, cioè nelle epoche corrispondenti. Anche nel calcolo delle perturbazioni per la Terra non cambiai spesso gli elementi.

(1) Per gli altri elementi l'azione perturbatrice della Terra era quasi nulla.

Digitized by Google

Perturbazioni dipendenti da Giove (periodi di 40 giorni).

	Π	L_1	$w\Delta\mu$	φ	Ω	*i*
1892 dic. 11	+144″,330	+1″,812	+5″,83055	+4″,501	—5″,903	+2″,979
	116,574	5,257	4,64795	2,343	—2,341	2,099
	89,252	7,371	3,46888	1,073	—0,362	1,363
	64,119	8,390	2,33537	0,679	+0,615	0,995
	42,291	8,511	0,36830	1,080	0,601	0,376
	25,197	7,930	+0,32125	2,044	0,304	+0,109
	12,931	6,821	—0,50858	3,399	0,170	—0,039
	5,701	5,347	1,10279	4,879	0,065	0,010
	3,027	3,625	1,70886	6,176	0,102	0,009
	3,808	+1,765	2,04715	7,118	1,225	0,044
	6,613	—0,094	2,21197	7,584	1,262	—0,014
	9,951	1,888	2,22057	7,580	1,151	+0,068
1894 aprile 5	12,641	3,551	2,09974	7,203	0,938	0,106
	13,840	5,038	1,88122	6,604	0,671	0,120
	13,664	6,325	1,60158	5,947	0,407	0,110
	12,167	7,392	1,28787	5,355	0,185	0,078
	9,758	8.237	0,96287	4,913	—0,038	+0,029
	7,049	8,864	0,64750	4,661	+0,015	—0,032
	4,087	9,297	0,33707	4,601	—0,035	0,097
	1.439	9,533	—0,04462	4,716	0,186	0,162
	+0,918	9,644	+0,16178	4,902	0,429	0,220
	—1,374	9,509	0,44728	5,300	0,751	0,267
	—1,256	9,493	0.65562	5,774	1,132	0,299
	—1,151	8,914	0,85350	6,121	1,551	0,315
1895 luglio 29	+0,149	8.436	1,02436	6,529	1,988	0,312
	2.136	7,871	1,17441	6,902	2,422	0,291
	4.709	7,190	1,30702	7,198	2,826	0,252
	7,806	6,434	1,42131	7,424	3.181	0.195
	11.233	6,298	1.51781	7,545	3.471	0,125
	14,841	4,685	1,59719	7.561	3,676	—0,043
	18,502	3,714	1,65780	7,461	3,785	+0,047
	22,015	2,681	1,69743	7,240	3,786	0,140
	25,217	1,606	1,71435	6,902	3,675	0,232
	27,868	—0.488	1,70465	6,458	3,448	0,317
	29,766	+0,653	1,66358	5,922	3,112	0,389
1896 ott. 11	30,652	1,800	1,58410	5,309	2,675	0,441
	30,147	2,927	1.45777	4.664	2,158	0,467
	28,208	4.006	1,27264	4,035	1,592	0,460
	24,477	4,988	1,01579	3,496	1,019	0,412
	18,745	5,808	0,67085	3,142	0,502	0,318
	10.884	6.377	+0,21830	3,090	0,125	+0,172
	+ 1,040	6,566	—0,35761	3,477	0,004	—0,027
	—10,352	+6,200	—1,06639	+4,438	—0,288	—0,274

Digitized by Google

	Π	L_1	$w\Delta\mu$	φ	Ω	i
	−22″,498	+5″,043	−1″,90086	+6″,056	−1″,173	−0″,556
	33,596	+2,835	2,78003	8,210	2,851	0,831
	42,798	−0,712	3,60992	10,634	5,498	1,036
	48,637	5,688	4,11397	12,480	9,107	1.073
	51,792	11,643	3,94486	12,606	13,193	0,822
1898 marzo 15	55,556	17,315	2,83457	10,184	16,704	−0,226
	63,051	20,650	0,88281	+5,247	18,155	+0,605
	75,621	20,536	+1,34302	−0,211	18,228	1,414
	90,945	17,829	3,17257	4,131	13,992	1,977
	93,289	11,397	4,03320	5,933	9,499	2,060
	91,157	5,804	4,16946	5,812	5,741	1.891
	80,724	−0,866	3,80903	4,802	2,868	1.535
	67,157	+2,804	3,06362	3,712	1,042	1,144
	52,344	5,329	2,32671	2,923	−0,054	0,777
	38,335	6,904	1,61910	2,559	+0,339	0.468
	26,440	9,584	0,98926	2,592	+0,344	0,228
	17,772	8,002	+0,44997	2,977	+0,125	+0,053
1899 luglio 8	8,112	7,891	−0,03413	3,536	−0,231	−0,071
	3,362	7,550	0,40102	4,208	0,588	0,137
	−0,160	6,915	0,71706	4,940	0,935	0,168
	+1,253	6,110	0,97544	5,659	1,224	0,170
	+1,155	5,221	1,18417	6,317	1,435	0,151
	−0,167	4,244	1,35090	6,883	1,558	0,118
	2,445	3,213	1,48126	7,332	1,593	0,079
	5,427	2,152	1,57484	7,649	1,542	0,038
	8,871	+1,075	1,64877	7,825	1,416	−0,001
	12,564	−0,003	1,70628	7,857	1.227	+0,029
	16,277	1,072	1,71868	7,746	0,991	0,048
	19,808	2,117	1,72932	7,499	0,726	0,055
1900 ott. 31	22,960	3,128	1,72156	7,128	0,452	0,048
	25,624	4,135	1,61028	6,655	−0,193	0,027
	27,440	5,003	1,52281	6.097	+0,038	0,007
	28,415	5,831	1,40485	5.494	0,217	0,053
	28,409	6,554	1,25379	5,878	0,325	0,109
	27,328	7,035	1,06509	4.313	0,348	0,169
	25,243	7,674	0,83731	3,839	0,273	0,230
	22,273	8,000	0,56810	3,518	+0,096	0,287
	18,675	8,134	0,25725	3,399	−0,180	0,330
	14,917	8,079	−0,09191	3,536	0,542	0,357
	11,494	7,781	+0,47079	3,924	0,965	0,361
	9,035	7,243	0,86515	4,537	1,413	0,336
1902 febbr. 23	8,043	6,443	1,25147	5,282	1,865	0,275
	8,255	5,254	1,64232	6,151	2,209	0,190
	11,268	4,097	2,01322	6,640	2,433	−0,095
	−14,608	−2,603	+2,07407	−6,949	−2,503	+0,021

Digitized by Google

	π	L_1	$w\Delta\mu$	φ	Ω	i
	−17″,921	−0″,949	+2″,14097	−6″,903	−2″,389	+0″,134
	20,101	+0,812	3,08146	6,522	2,094	0,228
	20,221	2,619	1,89587	5,910	1,651	0,287
	17,715	4,401	1,59471	5,229	1,122	0,295
	12,444	6,095	1,19271	4,657	0,591	0,240
	−4,654	7,635	0,70549	4,366	−0,163	+0,116
	+5,080	8,954	+0,14961	4,493	+0,041	−0,080
	16,099	9,996	−0,46446	5,137	−0,103	0,345
1903 giug. 18	27,635	10,699	1,12761	6,357	0,724	0,668
	39,067	10,989	1,84028	8,200	1,957	1,037
	52,291	10,831	2,71549	10,929	3,468	1,265
	57,858	10,081	3,36377	13,654	6,658	1,801
	64,112	8,703	4,17309	17,197	10,308	2,136
	67,540	6,565	5,00693	21,201	14,892	2,388
	67,755	+3,538	5,85605	25,563	20,420	2,511
	64,425	−0,522	6,69803	30,126	26,811	2,451
	57,893	5,861	7,51699	34,785	34,020	2,163
	48,216	12,557	8,24861	39,227	41,715	1,583
	36,351	20,729	8,81369	43,124	49,637	0,672
	24,329	30,483	9,12103	46,282	56,882	+0,598
1904 ott. 10	+14,688	−41,476	−8,99494	−47,816	−62,836	+2,209

Perturbazioni dipendenti da Saturno

(periodi di 40 giorni fino al 5 aprile, poi di 80 giorni).

	π	L_1	$w\Delta u$	φ	☊	i
1892 dic. 11	+2″,641	+0″,069	+0″,1062	+0″,097	+0″,081	−0″,041
	2,436	0,113	0,0971	0,049	0,039	0,035
	1,983	0,206	0,0777	0,044	0,007	−0,028
	1,083	0,293	0,0468	−0,218	0,010	+0,017
	1,037	0,312	+0,0198	+0,091	0,013	+0,008
	+0,733	0,312	−0,0081	0,119	+0,005	+0,002
	−0,478	0,237	0,0892	0,321	−0,069	−0,016
	0,956	+0,114	0,1367	0,452	0,149	0,022
	1,210	−0,102	0,1674	0,551	0,243	0,021
	1,420	0,368	0,1709	0,582	0,349	0,012
	1,500	0,581	0,1406	0,522	0,416	−0,005
	1,879	0,759	0,0780	0,377	0,450	+0,027
1894 aprile 5	1,926	0,815	0,0463	+0,338	0,426	0,048
	7,659	+1,214	0,5466	−0,135	0,525	0,142
	8,079	−0,313	0,6819	0,213	−0,165	0,123
	5,699	+0,415	−0,4794	0,148	+0,024	0,068
	2,606	+0,787	+0,1834	0,233	+0,034	+0,018
	−0,322	+0,796	−0,0706	−0,430	−0,051	−0,013

Digitized by Google

	Π	L_1	$w\Delta\mu$	φ	Ω	ι
	+0″,682	+0″,589	—0″,2312	—0″,627	—0″,153	—0″,024
	1.092	+0,237	0,3523	0,839	0,260	0,023
	0,760	—0,146	0,3871	0,929	0,322	—0.012
	+0,265	0,502	0,3653	0,916	0,342	+0,004
	—0,056	0,810	0,2932	0,818	0,318	0.020
	+0,027	1,011	0,1817	0,673	0,266	0.034
	0,615	1,084	—0,0381	0,530	0,192	0,042
	1,603	1,005	+0,1241	0,439	0,107	0,044
	2,855	0,877	0,3051	0,488	—0,031	0,042
	3,280	—0,419	0,3950	0,500	+0,028	0,029
	2,984	+0,015	0,3946	0,511	+0,050	0,015
	2,052	+0,390	+0,2132	—0,259	+0,030	+0,004
1898 marzo 15	1,708	+0.491	—0,1496	+0,252	—0,020	—0,003
	3,039	—0,093	0,6091	0,945	0,098	+0.009
	3,279	1,020	0,6426	1,100	0,073	0.019
	+0,503	1,818	—0,2808	1,009	—0,030	0,022
	—3,626	1,767	+0,2248	0,980	+0,004	+0,012
	6,214	1,328	0,5704	1,088	—0,001	0,000
1899 luglio 8	6,202	—0,459	0,6425	1,090	0,027	—0,007
	5,223	+0,137	0,5664	0,970	0,045	0,008
	3,622	0,667	0.3638	0,649	0,047	0.005
	2.562	0,879	+0,1358	+0,256	—0,024	0,001
	2,306	0,839	—0,0687	—0,106	+0,015	0.000
	2,670	0,623	0.2269	0,370	0,057	0,003
1900 ottobre 31	3,324	+0.194	0,3282	0,506	0,091	0.010
	3,887	—0,099	0,3661	0,516	0,104	0,019
	4,151	0,590	0,3569	0,526	0,098	0.033
	3.305	0,714	0.2346	0,357	+0,046	0,039
	0,943	0,838	—0,0646	0,340	—0,023	0,042
	0,772	0,776	+0,1394	0,446	0,100	0,037
1902 febbr. 23	0,064	0.520	0,3249	0,619	0,125	0,023
	—0,033	—0,119	0,4046	0.689	0,160	—0,006
	+0,001	+0,299	+0,2799	0,507	—0,095	+0,005
	0,965	+0,548	—0,0164	0,152	+0,017	—0,003
	5.844	+0,343	0,6118	0,368	+0,156	0,063
	7,825	—0,180	0,6741	0,241	+0,057	0,110
1903 giugno 18	+9,124	1,179	0,7393	+0,258	—0,206	—0,190
	7,968	2.212	0,51731	0.431	0,674	0,246
	5,437	2,780	—0,08688	0,721	1,181	0,245
	3.347	2,609	+0,36421	1,443	1,505	0,185
	2,577	1,826	0,66082	1,761	1,515	0,963
	2,923	0,910	0,74410	1,766	1,298	0,018
1904 ott. 10	+2,962	—0,010	+0,65279	+1,481	—0,904	+0,032

Digitized by Google

Perturbazioni dipendenti dalla Terra (periodi di 20 giorni).

	Π	L_1	$w\Delta\mu$
	"	"	"
1893 novembre 15	—0,924	—0,092	—0,0930
	+0,151	+0,109	0,0962
	0,975	0,241	0,0927
	1,862	0,452	0,0808
	2,534	0,579	0,0626
	2,916	0.732	0,0389
	3,005	0,870	—0,0153
	2,829	0,968	+0,0041
	2,542	0,987	0,0116
	1,551	0,912	0,0315
	+0,454	0,775	0,0467
	—0,734	0,621	0,0619
	1,842	0,459	0,0740
	2,663	0,292	0,0816
	3,393	+0,117	0,0840
	3,693	—0,061	0,0808
	3.612	0.235	0,0720
	3,139	0,398	0,0580
	2.361	0,527	0,0411
1894 novembre 30	—1,186	0,629	+0,0182
	+0,138	0,673	—0,0056
	1,028	0,664	0,0135
	2,439	0,571	0,0267
	3,178	0,442	0,0337
	3,516	0,269	0,0704
	3,491	—0.101	0,0740
	3,211	+0,001	0,0721
	2,241	0,339	0,0635
	1,285	0,529	0,0519
	+0,236	0,694	0,0373
	—0,790	0,829	0,0212
	1,669	0,913	0,0048
	2,310	0,930	+0,0112
1895 settembre 7	2,665	0,871	0,0272
	2,728	0,746	0,0429
	2,486	0.574	0,0566
	1,953	0,364	0,0669
	1,185	+0,131	0,0719
	—0,289	—0,108	0,0709
	+0,603	0,330	0,0637
	1,346	0,515	0,0511
	+1,792	—0,633	+0,0339

Digitized by Google

	Π	L_1	$w\Delta\mu$
	"	"	"
	+1,978	−0,714	+0,0148
	1,789	0,717	−0,0050
	1,302	0,659	0,0239
	+0,690	0,558	0,0396
1896 giugno 13	−0,047	0,389	0,0527
	1,119	0,221	0,0634
	1,914	−0,024	0,0686
	2,551	+0,160	0,0699
	3,007	0,406	0,0656
	3,145	0,583	0,0573
	2,973	0,756	0,0452
	2,099	0,931	0,0196
	1,706	0,941	−0,0136
	−0,690	0,933	+0,0047
	+0,541	0,832	0,0250
	+0,709	+0,750	0,0396
	+1,992	+0,673	+0,0548
	2,859	0,479	0,0616
	3,672	0,271	0,0750
	3,900	+0,054	0,0788
1897 marzo 20	3,770	−0,136	0,0777
	3,344	0,278	0,0726
	2,578	0,413	0,0618
	1,610	0,510	0,0471
	+0,542	0,566	0,0296
	−0,519	0,583	+0,0100
	0,891	0,614	−0,0086
	2,274	0,509	0,0313
	2,804	0,422	0,0511
	3,025	0,307	0,0686
	2,968	0,199	0,0819
	2,416	−0,005	0,0913
	1,617	+0,168	0,0935
	−0,587	0,345	0,0883
	+1,629	0,551	0,0726
	2,278	0,719	0,0527
	2,872	0,870	0,0306
	3,273	0,980	−0,0113
1898 marzo 15	3,384	1,004	+0,0033
	3,014	0,930	0,0180
	2,274	0,796	0,0362
	1,320	0,644	0,0550
	+0,277	0,491	0,0709
	−0,768	+0,339	+0,0818

Digitized by Google

	Π	L_1	$w\Delta\mu$
	−1″,760	+0″,172	+0″,0882
	2,466	+0,027	0,0875
	2,880	−0,104	0,0810
	3,151	0,274	0,0711
	2,992	0,414	0,0555
	2,487	0,515	0,0371
	1,563	0,597	+0,0131
	0,440	0,628	−0,0104
	−1,068	0,634	+0,0067
	+1,993	0,533	−0,0526
	3,123	0,380	0,0701
	3,716	0,253	0,0781
	3,862	−0,058	0,0785
	3,688	+0,142	0,0750
	3,128	0,341	0,0658
	2,265	0,525	0,0525
	1.773	0.317	0,0424
	+0,890	0,398	0,0276
1899 luglio 8	−0,364	0,500	−0,0047
	1,027	0,507	+0,0082
	1.565	0.412	0,0233
	1,946	0,288	0,0385
	2,215	0,191	0,0529
	2,357	0,130	0,0648
	2,377	0,123	0,0721
	2,031	+0,054	0,0733
	−0,796	−0,292	0,0653
	+1,186	0,490	0,0526
	+1,023	−0,631	+0,0356
	+1,514	−0,665	+0,0166
	1,890	0,713	−0,0036
	1,888	0,680	0,0230
	1,535	0,573	0,0401
	0,927	0,424	0,0533
	+0,169	0,242	0,0625
	−0,648	−0.042	0,0674
	1,432	+0,167	0,0676
	1,991	0,334	0,0631
1900 agosto 12	2,558	0,569	0,0547
	2,770	0,741	0,0427
	2,685	0,874	0,0095
	2,272	0.942	−0,0116
	1,536	0,935	+0,0062
	−0,499	+0,844	+0,0254

Digitized by Google

	Π	L_1	$w\Delta\mu$
	+2,281″	−0,084″	+0,0537″
	2,846	−0,018	0,0671
	2,589	+0,018	0,0747
	3,379	+0,060	0,0753
	3,613	−0,161	0,0743
	3,393	0,342	0,0668
	2,805	0,482	0,0544
1901 aprile 29	1,933	0,575	0,0384
	+0,882	0,621	0,0200
	−0,241	0,621	+0,0003
	1,175	0,587	−0,0162
	2,208	0,514	0,0365
	2,943	0,406	0,0532
	3,452	0,270	0,0683
	3,624	−0,110	0,0798
	3,420	+0,068	0,0864
	2,830	0,255	0,0871
	1,886	0,444	0,0810
	−0,679	0,628	0,0683
	+0,639	0,800	0,0507
	1,834	0,941	0,0322
	2,655	1,008	0,0161
	3,019	0,968	−0,0001
	2,982	0,822	+0,0232
	2,691	0,670	0,0451
	1,795	0,383	0,0758
	1,162	0,277	0,0859
1902 giugno 3	+0,441	0,172	0,0905
	−0,305	+0,063	0,0905
	1,112	−0,075	0,0878
	1,780	0,208	0,0799
	2,230	0,344	0,0647
	2,375	0,432	0,0497
	2,188	0,507	0,0290
	1,689	0,563	+0,0057
	−0,871	0,576	−0,0183
	+0,168	0,546	0,0412
	1,299	0,469	0,0609
	2,371	0,349	0,0755
	3,163	0,211	0,0829
	3,745	−0,014	0,0849
	3,860	+0,177	0,0795
	3,563	0,365	0,0681
	+2,897	+0,546	−0,0522

Digitized by Google

	π	L_1	$w\Delta\mu$
	+1",961	+0",710	−0",03350
	+0,885	0,847	−0,01420
1903 giugno 18	−0,185	+0,941	+0,00360
	1,124	0,914	0,01920
	2,046	0,867	0,03361
	2,781	0,744	0,04763
	3,308	0,582	0,06022
	3,533	0,396	0,06947
	3,398	0,178	0,07434
	2,904	−0,045	0,07355
	2,411	0,112	0,06836
	1,085	0,464	0,05452
	1,012	0,611	0,03767
	−0,970	0,699	+0,02688
	+1,154	0,731	−0,00312
	2,149	0,690	0,02308
	2,176	0,655	0,03987
	1,967	0,444	0,05401
	1,441	0,265	0,06308
	0,754	−0,074	0,06739
	+0,054	+0,156	0,06690
	−0,927	0,364	0,06194
	1,647	0,557	0,05291
	2,242	0,746	0,04010
	2,554	0,877	0,02648
	2,506	0,935	0,00968
1904 ottobre 10	−2,155	+0,933	+0,00756

Ecco ora gl'integrali delle perturbazioni per elementi ellittici:

	dal 1892 al 1894			1894-95	1895-96
	♃	♄	♅	♃	♃
L	+2'.50",161	−0",348	+ 9",839	−2'.49",372	+0'.42",442
π	+8.16,710	+0,172	+27,927	+1. 5,669	+2.59,557
☊	−7,537	−1,779		−6,770	−35,609
i	+6,357	−0,082		−1,161	+ 0,281
φ	+49,638	+3,107		+1. 4,932	+1.16,630
μ	+0",07728	−0,01314	−0,00355	−0",12948	+0,41952

Digitized by Google

	1896-98	1894-98		1898-99		
	♃	♄	♅ (1)	♃	♄	♅
	′ ″	″	″	′ ″	″	″
L	+0.26,303	+12,426	+36,488	+1.18,109	−10,190	+9,501
π	−1.48,314	−10,172	−7,488	−12.22,443	−5,200	+9,801
☊	−47,559	−2,971		−1.17,340	−0,300	
i	−2,740	+0,563		+12,080	+0,059	
φ	+1.24,332	−0,481		−27,500	−5,922	
μ	−0″,34758	+0,01795	+0,00435	+0″,56640	−0,00238	+0,00684

	1899-900		1900-02	
	♃	♄	♃	♄
	′ ″	″	′ ″	″
L	−0.37,017	+9,502	−2.44,280	−8,110
π	−1.21,159	−21,754	−4.14,646	−14,764
☊	−13,625	−0,014	−2,914	+0,110
i	−0,746	−0,026	−2,333	+0,093
φ	−1.19,608	+1,727	−57,370	−2,726
μ	−0″,38423	+0,01191	−0″,18781	−0,01106

	1899-02	1902-903		
	♅	♃	♄	♅
	″	′ ″	″	″
L	+13,656	+2.37,956	+2,314	+9,857
π	−10,248	−1.38,117	+13,144	+18,940
☊		−6,466	−0,232	
i		+0,172	−0,276	
φ		−1. 8,743	−0,944	
μ	−0″,00597	+0″,402001	−0,001005	+0,005345

Gli astronomi veggono bene che questi numeri rappresentano un lavoro immenso.

Avendo dato una tale estensione a questa ricerca, credei utile ridurre nuovamente le osservazioni del 1892, 1894, 1898, 1899, per assicurarmi che nessun errore fosse incorso nelle precedenti riduzioni. Ecco i risultati, nei quali mi limito a dare le posizioni geocentriche per l'equinozio *vero* a 12ʰ Berlino, e gli O — C relativi ad effemeridi calcolate con elementi provvisori.

(1) Si noti l'effetto della grande vicinanza alla Terra.

Digitized by Google

Osservazioni del 1892 (" Bull. Astr. „ 1893)

1892			α	δ	O — C		O — C	
			h m s	° ′ ″	s	″	s	″
Nizza	Nov.	29	3.50.44,37	+12.23.50,1	—0,84	—7,5	—0,47	—6,7
	„	30	3.49.42,56	+12.25. 3,0	—1,04	—4,3	—0,67	—3.5
	Dic.	6	3.43.45,18	+12.33.39,9	—0,59	—10,5	—0,62	—9,2
	„	14	3.36.37,16	+12.50.29,6	—0,72	+ 3,3	—0,61	+5,1?

Ho calcolati gli O — C prima con le posizioni stellari date da Charlois, poi con quelle date dal catalogo di Lipsia. Dalla contraddizione fra gli O — C in δ pel 6 e 14 dicembre, sembra che l'osservazione del 6 debba essere leggermente erronea. Adottando per divergenze medie $\Delta\alpha = -0^s59$, $\Delta\delta = -6''5$, formai pel 1900,0 (12^h Berlino) un mediocre luogo, che non si può chiamare normale, cioè:

1892 Nov. 30,5 $3^h50^m7^s26$ $+17°26'15''2$.

Osservazioni del 1894 (" Astr. Nach. „ 3290).

			α	δ	O — C	
			h m s	° ′ ″	s	″
Düsseldorff	Aprile	9	14.25.40,68	+4.24. 0,4	+9,16	+12,8
„	„	22	„ 13.53,10	„ 46.30,2	+9,36	—29,9
Nizza	„	24	„ 11.59,55	„ 46.56,5	+9,31	—29,8
Düsseldorff	„	25	„ 11. 2,63	„ 46.49,1	+8,91	—30,7
„	Maggio	5	„ 2. 0,16	„ 33. 6,1	+8,43	—23,8

La divergenza in α fra gli O — C pel 24 e pel 25 aprile non è piccola. Ad ogni modo mediante le osservazioni del 22, 24 e 25 aprile formai un altro luogo pel 1900,0, cioè:

1894 Aprile 24,5 $14^h12^m17^s35$ $4°45'24''6$.

Osservazioni del 1898 (" Astr. Nach. „ 3521, 3552, 3573).

			α	δ	O — C	
			h m s	° ′ ″	s	″
Düsseldorff	Marzo	12	11.58.48,71	+23.13.20,5	—3,41	+31,8
„	„	16	55.20,28	+23.37.52,9	—3,27	+29,4
„	„	21	50.57,85	+23.57.48,4	—3,39	+31,6
Padova	„	23	49.14,63	+24. 3.24,4	—3,53	+32,0
München	„	28	11.45. 8,02	+24.11.13,8	—3,23	+31,5

Digitized by Google

Le posizioni delle stelle di riferimento le desunsi dal catalogo dell'" Astron. Gesells. „ (Berlino); per la stella del 28 marzo ho preso la media dei cataloghi di Berlino e di Parigi. Formai il luogo normale seguente:

1898 Marzo 12,5 $11^h58^m53^s15$ $+23°15'51''0$.

Osservazioni del 1899.

			α	δ	O — C	
			h m s	° ' ''	s	''
Teramo	Luglio	14	20.37.32,25	—29. 3.37,2	+33,39	—45,6
„	„	15	20.36.37,72	—29.10.39,2	+33,80	—41,3

L'unica stella di riferimento è presa dal catalogo di Cordoba, però gli O — C per α sono un po' discordanti.

1899 Luglio 15,5 $20^h36^m37^s90$ $-20°10'9''2$.

Osservazioni del 1902.

			α	δ	O — C	
			h m s	° ' ''	m s	' ''
Heidelberg	Febbr.	3	9.12. 3,76	+31.59.44,2	+1.10,26	—2. 2,9
Roma	„	23	8.53.55,99	+34. 0.22,1	+1.10,77	—1.14,2
Teramo	Marzo	1	8.50. 0,47	+34.13.38,2	+1. 8,49	—0.59,3
„	„	2	8.49.27,70	+34.14.52,4	+1. 8,07	—0.55,8
Firenze	„	2	8.49.28,08	+34.14.51,9	+1. 8,45	—0.56,3
Teramo	„	4	8.48.27,61	+34.16.27,7	+1. 7,23	—0.50,3
Firenze	„	6	8.47.35,89	+34.16.58,7	+1. 6,43	—0.44,9
„	„	11	8.46. 3,85	+34.13.38,8	+1. 6,54	—0.38,7

Formai il luogo seguente:

1902 Marzo 2,5 $8^h49^m19^s07$ $+34°15'29''7$.

Osservazione del 1903.

1903 Giugno 21,5 $19^h5'27''83$ $-26°50'7''1$.

Dunque i sei luoghi, più o meno normali, erano:

	1892 nov. 30,5	1894 aprile 24,5	1898 marzo 12,5
	° ' ''	° ' ''	° ' ''
α	57.31.48,9	213. 4.20,3	179.43.17,2
δ	+12.26.15,2	+4.45.24,6	+23.15.51,0
M	271.8	30.7	1.12
v	252.25	41.38	1.43
Δ	1,706	1,280	1,219

Digitized by Google

	1899 luglio 15,5	1902 marzo 12,5	1903 giugno 21,5
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
α	309. 9.28,5	132.19.46,0	296.21.57,4
δ	—29.10. 9,2	+34.15.29,7	—26.50. 7,1
M	115.51	340.10	91.23
v	131.25	332.11	109.56
Δ	1,858	1,355	1,699

Ho date anche le anomalie media e vera approssimate, affinchè si vegga che i luoghi non sono acconciamente disposti lungo l'orbita, avendosene 4 da una parte dell'asse maggiore e 2 dall'altra. Rispetto al piano della eclittica abbiamo simmetria, essendo tre luoghi sopra e tre sotto. Ho dato pure i valori numerici delle distanze dalla Terra.

Ripetuto dunque con ogni diligenza il calcolo delle perturbazioni, ed assicuratami con la nuova riduzione delle osservazioni una base abbastanza sicura, passai a rappresentare anche i luoghi del 1892 e 1894 con gli elementi del *sistema* I dato innanzi, che soddisfaceva così bene agli ultimi 4 luoghi. Questa volta le divergenze O — C risultarono piccole e non si ebbe più la forte divergenza in valore e segno per gli O — C del 1894 e 1899. Compresi allora che avrei finalmente potuto ottenere un'orbita che rappresentasse sufficientemente bene tutte le osservazioni del pianeta. La ripetizione del calcolo delle perturbazioni aveva, fra altre piccole inesattezze del primo calcolo, messo in luce un errore di 10″ sul termine $\Sigma w \Delta\mu$ (w intervallo in giorni) dalla osculazione del 1896 a 1898. Essendo la seconda parte delle perturbazioni sulla longitudine: $\Sigma L_2 = t\Sigma w\Delta\mu - \Sigma t w \Delta\mu$, l'errore di 10″ moltiplicato per t numero dei periodi, cioè 13, diveniva di 2′10″.

Ecco le divergenze relative ai 6 luoghi rappresentati col sistema I.

	″	″	″	″	″	″
Δα	—19,2	—37,0	+0,3	—4,1	0,0	0,0
Δδ	—9,6	+31,8	+3,8	+0,7	+2,4	+0,8.

Gli elementi pei due primi luoghi erano:

	1892 nov. 30,5	1894 aprile 24,5
	° ′ ″	° ′ ″
M	271. 8. 6,8	30. 7. 9,5
ω	145. 8. 5,7	145.16.43,2
Ω	26.39.44,5	26.39.53,6
i	26.47. 4,2	26.47. 8,9
φ	9.31.44,0	9.32.36,7
μ	840″,56221	840.62280

Digitized by Google

Applicando sempre il metodo di Tietjen, ottenni le seguenti equazioni di condizione, in logaritmi:

M_0	0,16191	0,36747	0,40339	0,09720	0,32949	0,15792
ω	0,19398	0,24573	0,25128	0,18486	0,20000	0,19747
$\mu/_{3000}$	0^n,45017	0^n,52134	7^n,65900	9,80065	0,48158	0,44672
φ	0,46409	0,38658	8,94972	0,32864	0,30632	0,45760
n	1^n,32229	1^n,64822	9^n,23637	0^n,53920	9^n,41722	8^n,46052

Donde le equazioni normali, in numeri:

$\mu/_{3000}$	φ	M_0	ω	n
+36,3926	+3,3516	−0,5593	−0,0856	+213,0655
	+31,2822	+4,1434	+4,4697	−60,8462
		+22,1427	+18,4541	−145,9530
			+16,0623	−122,0766

La risoluzione delle equazioni finali dette le seguenti correzioni ai quattro elementi:

$dM_0 = -3''94 \quad d\omega = -2''33 \quad d\varphi = -1''48 \quad d\mu = +0''005675.$

La piccolezza di queste correzioni, indicava che ero già vicino all'orbita definitiva. Fatte le correzioni ora scritte agli elementi, e rappresentati i sei luoghi con gli elementi così corretti, rimanevano le divergenze:

	''	''	''	''	''	''
$\Delta\alpha$	+0,6	−6,9	+14,3	+7,7	−9,8	+3,8
$\Delta\delta$	−2,5	+9,6	−3,0	+0,9	+3,2	+0,5

Passai a correggere gli elementi del piano e ottenni:

$d\Omega = +2''39 \qquad di = -0''94 \qquad d\omega' = -2''14.$

Nel rappresentare i luoghi con gli elementi così corretti, riconobbi l'errore di trascrizione relativamente all'ascensione retta del 6° luogo, sicchè ottenni gli O — C:

	''	''	''	''	''	''
$\Delta\alpha$	0,0	−6,6	+14,2	+6,9	−9,7	+17,7
$\Delta\delta$	−0,3	+7,7	−3,2	+0,7	+2,8	+1,1

Digitized by Google

La correzione dell'errore ora detto mi obbligò a fare una seconda correzione degli elementi M_0, ω, φ e μ.

Risultarono le correzioni:

$$dM_0 = -5''24 \qquad d\omega = +7''46 \qquad d\varphi = +1''13 \qquad d\mu = +0''001197.$$

Come al solito, prima di rappresentare i luoghi con gli elementi così corretti feci la rappresentazione differenziale, sostituendo nelle equazioni di condizione i suddetti valori delle incognite, per assicurarmi che la risoluzione delle equazioni finali fosse stata fatta bene, ed anche per prevedere con quali divergenze residuali avrei potuto rappresentare i luoghi. I residui delle equazioni di condizione furono:

$$+2''8 \quad -8''3 \quad +13''9 \quad -1''9 \quad -10''4 \quad +5''0$$

Gli elementi erano pei sei luoghi:

	1892	1894	1898
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
M	271. 7.44,4	30. 6.50,6	1.12.26,5
ω	145. 8. 8,7	145.16.46,3	145.19. 8,8
☊	26.39.46,9	26.39.56,0	26.39.30,8
i	26.47. 3,2	26.47. 8,0	26.47.22,9
φ	9.31.43,6	9.32.36,3	9.36.13,7
μ	840″56900	840″62959	840″59435

	1899	1902	1903
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
M	115.50.59,8	340. 9.55,1	91.22.33,5
ω	145. 6.46,5	145. 0.32,7	144.59.30,2
☊	26.39.38,5	26.39.29,5	26.39.26,4
i	26.47.42,4	26.47.43,9	26.47.45,1
φ	9.35.40,3	9.33.22,4	9.32.12,6
μ	841″16521	840″58805	840″99439

La rappresentazione diretta dei sei luoghi dette gli O — C seguenti:

	″	″	″	″	″	″
Δα	+2,1	−6,2	+13,8	−0,8	−12,1	+5,4
Δδ	+0,9	+7,0	−4,3	+0,2	+3,6	−0,2

Digitized by Google

Siccome nel metodo di Tietjen i termini noti delle equazioni di condizione nella prima parte della correzione non sono i $\Delta\alpha$, ma i $\cos g dG$ dati da:

$$\cos g dG = \sin \gamma d\delta + \cos \delta d\alpha$$

ottenni:

1)	$d\alpha$	0,3222	0^{n},7924	1,1399	9^{n},9031	1^{n},0828	0,7324
	$\cos\delta$	9,9897	9,9985	9,9632	9,9411	9,9172	9,9505
	$\cos\gamma$	9,9648	9,9505	9,9606	9,9980	9,9967	9,9986
2)	$d\delta$	9,9542	0,8451	0^{n},6335	9,3010	0,5682	9^{n},3010
	$\mathrm{sen}\gamma$	9,5877	9^{n},6546	9^{n},6100	8,9847	9^{n},0884	8^{n},9061
	1)	0,2767	0^{n},7414	1,0637	9^{n},8422	0^{n},9967	0,6815
	2)	9,5419	0^{n},4997	0,2435	8,2857	9^{n},6566	8,2071
		0,7348	0,2417	0,8202	1,5565	1,3401	2,4744
		734	1967	612	122	194	145
	Σ	0,3501	0^{n},9381	1,1249	9^{n},8300	1^{n},0161	0,6960
	Num.i	+2″2	−8″7	+13″3	−0″7	−10″4	+5,0

L'accordo è molto soddisfacente.

Le divergenze definitive fra i luoghi osservati e i calcolati con gli ultimi sistemi di elementi erano:

	″	″	″	″	″	″
$\Delta\alpha\cos\delta$	+2,1	−6,2	+12,7	−0,7	−10,0	+4,8
$\Delta\delta$	+1,6	+7,0	−4,3	+0,2	+3,7	−0,2

Senza dubbio le ascensioni rette del 3° e del 5° luogo non sono rappresentate in modo soddisfacente; ma si tenga presente:

1° che in quei due luoghi le distanze del pianeta dalla Terra erano appena: 1,22 ed 1,35, essendo la distanza media della Terra dal Sole eguale ad 1. Naturalmente questa vicinanza alla Terra ingrandisce la divergenza. Il residuo 12″7 alla dist. 1,22 equivale ad 8″3 alla distanza 1,86, ch'è quella del 4° luogo (1899);

2° che i luoghi non sono veramente *normali*, cioè poggiati sopra molte osservazioni, fatte da diversi astronomi, in date vicine, e concordi fra loro entro 2″ o al più 3″;

3° che, per l'entità, i differenziali degli elementi π e μ relativi alle perturbazioni per parte di Giove erano talora rilevantissimi. Il pianeta era allora vicino alla congiunzione con Giove. In queste condizioni l'intervallo di 40 giorni pei periodi

Digitized by Google

era troppo grande. Se io ripetessi il calcolo delle perturbazioni con periodi di 20 giorni, avrei certamente una differenza di 5″ e più sopra $\Sigma\Delta\pi$. Aggiungo che il calcolo delle perturbazioni dovei cominciarlo per gli 11 dicembre 1892, essendo questa la data più prossima, per la quale nel *Berliner Jahrbuch* sono date per quell'anno le coordinate eliocentriche di Giove, pel calcolo delle perturbazioni. Quanto all'entità delle perturbazioni per gli 11 giorni, dal 30 novembre agli 11 dicembre, ne tenni conto, formando mediante le differenze, i differenziali per gli elementi pel periodo di 40 giorni precedente il 30 novembre. Trovai così, per esempio, $+36''$ da aggiungere a $\Sigma\Delta\pi$. Ora il formare così empiricamente i differenziali poteva espormi a un piccolo errore.

Trovato l'errore di trascrizione sul valore da me assunto per l'ascensione retta del 6° luogo, anche nella correzione dell'orbita coi soli ultimi 4 luoghi, volli trovare gli elementi esatti che rappresentavano bene i 4 ultimi luoghi col 6° corretto. Trovai così per correzioni al *sistema I*:

$$dM_0 = +24''635 \quad d\omega = -35''141 \quad d\varphi = +7''41 \quad d\mu = +0''005885$$

Dunque, il sistema che rappresenta benissimo i soli 4 ultimi luoghi è:

Sistema I bis.

	° ′ ″
M	1.13. 0,2
ω	145.18.30,6
☊	26.39.28,5
i	26.47.23,9-
φ	9.36.21,5
μ	840″59344

La rappresentazione differenziale dà i residui:

$$-0''2 \qquad 0''0 \qquad 0''0 \qquad 0''0,$$

sicchè i 4 luoghi saranno benissimo rappresentati in α e anche in δ, essendo già piccolissimi gli O—C in δ lasciati dal *sistema I.*

Paragoniamo ora il *sistema II*, che rappresenta abbastanza bene tutte le osservazioni dal 1892 in poi e il *sistema I bis*, che rappresenta benissimo i soli 4 ultimi luoghi.

Digitized by Google

	II	*I bis*
T_0	1898 marzo 12,5	. . . . .
	° ′ ″	° ′ ″
M	1.12.26,5	1.13. 0,2
ω	145.19. 8,8	145.18.30,6
☊	26.39.30,9	26.39.28,5
i	26.47.22,9	26.47.23,9
φ	9.36.13,7	9.36.21,5
μ	840″59435	840″59344

La differenza su M è di 33″,7 ed è abbastanza compensata dalla differenza 38″,2 su ω. Le differenze degli elementi del piano ☊ ed *i* sono minime. È lo stesso della differenza su μ, ch'è appena di 0″,00091. La sola differenza su φ, 7″,8 è di qualche entità; ma la si può spiegare col fatto che essendo le anomalìe vere degli ultimi 4 luoghi:

1°43′ 131°25′ 332°11′ 109°56′,

essi trovansi in soli tre quadranti, e inoltre sono troppo vicini fra loro due a due, cioè il 1° e il 3°, il 2° e il 4°. È degno di nota che μ, il quale sembrerebbe dover essere determinato con molto maggiore esattezza col *sistema II*, che abbraccia osservazioni nel periodo di 3954 giorni, pure è egualmente bene determinato coi soli ultimi 4 luoghi, che abbracciano 1926 giorni. Ad ogni modo, ho risoluto di attenermi al *sistema II*, per ragioni facili a comprendersi. In base al *sistema II* (riportato al 1903) ho calcolato le perturbazioni per parte di Giove e di Saturno e preparata l'effemeride di ricerca per l'opposizione del 1904. Quando il pianeta sarà stato riosservato si potrà decidere quale dei due sistemi, se il *II* o il *I bis*, meriti più fiducia.

Ero giunto a questo punto del mio lavoro, quando lessi nelle *Memorie degli spettroscopisti italiani* (vol. XXXIII, disp. 1ª) una Nota del prof. Abetti, contenente 4 posizioni da lui fatte di *Pariana* in giugno e luglio 1903. Se ne avessi avuto notizia prima, le avrei fatto concorrere con l'unica osservazione del 21 giugno, eseguita dal prof. Millosevich, per la formazione di un luogo normale. Con le 4 osservazioni ora dette formai il luogo normale seguente, dando peso minore alla osservazione del

Digitized by Google

1° luglio, che portava la nota: *pianeta difficilissimo ad osservare*, e con gli elementi del *sistema II* rappresentai il luogo medesimo; ottenni:

	1900,0 α	δ
	h m s	° ′ ″
Osserv. 1903 luglio 1,5	18.55.28,45	—27.47.13,6
Calcolo:	18.55.27,76	—27.47.16,9
	+0,69	+3,3

Il luogo è dunque ben rappresentato.

Il *sistema II* per elementi ecclittici risulta:

1903 giugno 21,5		
M	91°.22′.33″,5	
ω	83.16.36,9	Ecclitt. 1900,0
☊	85.56.17,4	
i	11.41.55,9+	
φ	9.32.12,6	
μ	840″99439	

Non sarà forse senza interesse il dare qui i differenti sistemi di elementi dati successivamente per questo pianeta.

	Berber. nel 1902	Id. 1903	Boccardi 1899	Id. 1900	Id. 1904
T	1892 nov. 30,5	„	„	„	„
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
M	286.47. 3,7	271.14.54,2	271.13.11,5	271. 1.42,7	271. 7.44,4
ω	71.18.18,9	83.16.34,7	83.16.10,8	83.31.26,8	83.16.36,9
☊	86.50.31,5	85.51.40,0	85.59. 7,0	85.59.21,1+	85.56.17,4
i	11.11.26,6	11.41.45,9	11.42. 8,1	11.41.50,7	11.41.55,9+
φ	11.36.27,2	9.32.26,6	9.30.48,5	9.31.49,8	9.31.43,6
μ	812″504	840″092	840″6961	840″7887	840″56900

Si vede con quanto poca precisione si poteva determinare una prima orbita con le prime osservazioni.

Digitized by Google

Rappresentazione di tutte le osservazioni col sistema II (1).

(equinozio *vero* della data, a 12^h Berlino).

A = Algeri; D = Düsseldorf; F = Firenze; H = Heidelberg; M = München; N = Nizza; P = Padova; R = Roma (Collegio Romano); T = Teramo (Collurania).

			Δα cos δ	Δδ
1892			s	"
N	Nov.	29	—0,50	—1,5
„	„	30	0,30	+3,1
„	Dic.	6	+0,20	—5,9
„	„	14	0,20	+8,4?
1893 (2)				
N	Genn.	14	—0,16	—7,3
„	Febbr.	4	+0,02	5,9
1894				
D	Aprile	9	—0,77	+7,0
„	„	22	0,75	6,2
N	„	24	0,87	7,1
D	„	25	1,18	9,0
„	Maggio	5	+0,19	9,5
1898				
D	Marzo	12	+0,85	—5,0
„	„	16	0,96	7,7
„	„	21	0,84	7,2
„	„	23	0,68	7,0
M	„	28	0,87	7,2
1899				
T	Luglio	14	—0,22	+0,5
„	„	15	+0,14	0,0
1902				
H	Febbr. (3)	3	—1,33	+1,8
D	„	4	0,83	4,6
„	„	5	1,00	6,6
„	„	9	0,66	7,0
F	„	17	+0,19	—1,0
R	„	23	—0,69	+2,9
A	„	27	0,92	2,5
„	„	27	0,77	3,2
„	„	28	0,70	1,8
„	„	28	0,74	0,5
T	Marzo	1	0,87	2,5
„	„	2	0,77	4,5
F	„	2	0,45	4,0

			Δα cos δ	Δδ
1902			s	"
A	Marzo	3	0,45	0,4
„	„	3	0,63	0,9
„	„	4	0,50	2,2
„	„	4	0,73	1,9
T	„	4	0,96	5,5
F	„	6	0,93	7,2
A	„	8	0,70	1,0
„	„	8	0,55	1,1
„	„	10	0,69	1,8
„	„	10	0,90	—0,3
„	„	11	0,73	+1,7
„	„	11	—0,66	+1,1
F	„	11	0,74	5,3
A	„	12	0,79	1,2
„	„	12	0,74	—0,6
F	„	13	0,44	0,0
A	„	17	+0,02	—0,1
„	„	17	—0,41	+0,9
„	„	18	0,24	—0,1
„	„	18	0,17	+1,4
„	„	19	0,11	0,8
„	„	19	0,16	—0,6
„	„	22	+0,27	+4,8
„	„	22	0,17	4,7
„	„	24	0,02	5,0
„	„	26	0,30	6,3
„	„	26	0,26	7,0
„	„	27	0,24	4,0
„	„	27	0,31	4,4
„	„	28	0,31	5,2
1903				
R	Giugno	21	+0,32	—0,2
F	„	29	0,69	+3,4
„	Luglio	1	0,79	1,3
„	„	2	0,55	4,4
„	„	2	0,61	2,0

(1) In questa rappresentazione mi hanno dato un valido aiuto i signori dottori Nicolis e Fontana.

(2) Questi due luoghi isolati richiesero un'altra osculazione.

(3) Osservazione fotografica del Dr. Carnera.

Digitized by Google

Passai quindi a preparare l'Effemeride di ricerca per l'Opposizione del 1904. Cominciai dal calcolare le perturbazioni per l'azione di Giove, di Saturno e della Terra. Al solito, per Giove adoperai periodi di 40 giorni; ma giunto agli ultimi periodi vicini alla opposizione, ottenni differenziali molto forti per quasi tutti gli elementi, come si può vedere dal quadro delle perturbazioni dato innanzi. Per la longitudine del nodo è veramente singolare il trovare differenziali superiori ad 1'. Cercai la ragione teorica di queste forti perturbazioni, ch'è la seguente: nella opposizione del 1904 (ottobre 2) si verificano condizioni veramente eccezionali, cioè Giove vicino al suo perielio ed il pianeta (347) vicino all'afelio, inoltre questi due astri sono quasi in congiunzione. In queste condizioni le componenti radiale, tangenziale e normale al piano dell'orbita sono molto forti. Il (347) trovasi fra il punto più basso della sua orbita e il nodo ascendente, mentre la componente normale tende ad avvicinare il piano dell'orbita alla ecclittica; ne segue che la linea dei nodi deve retrogradare considerevolmente e la inclinazione alla ecclittica deve crescere un poco. Tutto questo è verificato dal calcolo delle perturbazioni, dal quale risulta che i differenziali per Ω sono forti e tutti negativi, mentre quelli per i sono piccoli e negativi fino agli ultimi due periodi, quando cioè il pianeta è già passato pel punto più basso dell'orbita.

Volendo dunque tener conto con ogni esattezza delle perturbazioni, ridussi i periodi per Giove a 20 giorni, e i risultati di questa seconda integrazione furono sensibilmente diversi da quelli del primo calcolo. Quantunque, in generale, adoperando le ordinarie formole di Oppolzer si ottenga esattezza un po' minore su φ e Ω, nel mio caso, essendo l'eccentricità e l'inclinazione piuttosto rilevanti, i risultati dei due calcoli delle perturbazioni per φ e per Ω sopra tutto risultarono molto vicini.

Ecco i risultati del primo e del secondo calcolo delle perturbazioni per parte di Giove:

	L	π	Ω	i	φ	μ
1°:	—338″667	+602″616	—298″199	—15″285	—317″466	—1″71246
2°:	337,844	601,145	298,363	15,280	316,911	1,71090

Digitized by Google

Si vede che per l'anomalia media del pianeta i risultati dei due calcoli sono sensibilmente diversi, cioè:

1° calcolo —15′41″28
2° „ —15.38,28.

La variazione di μ per effetto delle perturbazioni è enorme.

Ecco ora l'ammontare delle perturbazioni prodotte da Saturno e dalla Terra:

	L	π	Ω	i	φ	μ
♄	—12″607	+28″296	—6″806	—1″706	+6″998	+0″01446
♁	+23,797	—26,049				—0,00312

È anche notevole che l'effetto della Terra su M è superiore a quello di Saturno, perchè per una singolare circostanza i termini seguenti dai quali dipende $\int \Delta M$ hanno tutti lo stesso segno:

$$\int \Delta L_1 = +3''446, \qquad t\int w \Delta \mu = +14''976,$$
$$-\int t w \Delta \mu = +5''375, \qquad -\int \Delta \pi = +26''049.$$

Quanto ad Ω, i e φ i singoli differenziali non sarebbero interamente trascurabili, ma pel frequente cambiamento di segno finiscono con annullarsi.

Adunque gli elementi definitivi del pianeta (347) sono i seguenti:

Epoca ed Osculazione 1904 ottob. 10,0 t. m. B.

	° ′ ″	
M	202.25.56,28	
ω	83.31.45,46	Ecclitt. 1900,0
Ω	85.51.12,23	
i	11.41.38,95	
φ	9.27. 2,73	
μ	839″30107	

Dal 1892 in poi il moto medio diurno era stato sempre superiore ad 840″,5, giungendo fino ad 841″2.

Digitized by Google

Sulle superficie algebriche contenute in una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni.

Nota di GINO FANO.

Le quadriche dello spazio a quattro dimensioni che non hanno punti doppi, ossia non sono coni, godono della proprietà notevolissima (che il sig. KLEIN ha stabilita fino dal 1872) di non contenere altre superficie algebriche all'infuori di quelle che sono loro intersezioni complete con ulteriori varietà algebriche a tre dimensioni del medesimo spazio (*). In questa Nota viene dimostrato che la stessa proprietà spetta altresì alle varietà cubiche dello spazio S_4 prive di punti doppi, e ad alcune varietà cubiche con punti doppi, le quali vengono tutte determinate. Per le varietà cubiche che non contengono piani viene pure indicato come si possano costruire tutte le superficie algebriche che vi sono contenute, siano o non siano queste loro intersezioni complete con altre varietà.

1. — Sia F una superficie algebrica, contenuta in una varietà cubica V dello spazio S_4 con un numero finito (≥ 0) di punti doppi, e che incontri tutte le ∞^2 rette esistenti sopra V in un medesimo numero n di punti. Essa sarà evidentemente di ordine $3n$ (poichè sarà questo il numero dei punti comuni ad essa e a uno qualunque dei piani che incontrano V secondo cubiche spezzate in tre rette). — Se le rette esistenti sopra V formano un sistema ∞^2 unico (irriducibile), è chiaro

(*) *Ueber einen liniengeometrische Satz* („Gött. Nachr. „, 1872; o anche „Math. Ann. „, t. 22, p. 234 e seg.). Più generalmente, il sig. KLEIN ha anche dimostrato che le varietà algebriche di dimensione $r-2$ $(r>5)$ contenute in una quadrica dello spazio S_r, la quale non sia un cono oppure sia tale di specie $\leq r-4$, si possono tutte ottenere come intersezioni complete di quella quadrica con varietà M_{r-1} del medesimo spazio S_r.

Digitized by Google

che ogni superficie algebrica contenuta in V dovrà soddisfare alla condizione sopra indicata; mentre se quelle rette si ripartiscono in due o più sistemi ∞^2 distinti, potrà avvenire che vi sia sopra V qualche superficie incontrante le rette di questi sistemi rispett. in un diverso numero di punti. In ogni caso, qualsiasi superficie F^{3n} la quale sia intersezione completa di V con una varietà M_3^n del medesimo spazio S_4 dovrà certamente incontrare ogni retta di V che non stia per intero su di essa in n punti. Dico che questa proposizione è invertibile, ossia:

Ogni superficie algebrica irriducibile contenuta in una varietà cubica di S_4 *con un numero finito* ≥ 0 *di punti doppî, e incontrante ogni retta di questa varietà in un medesimo numero* n *di punti, è l'intersezione completa* (*di ordine* 3n) *di quella varietà con un'altra varietà algebrica* (*di ordine* n).

Uno spazio S_3 generico incontrerà la varietà cubica proposta V e la data superficie F^{3n} in essa contenuta secondo una superficie f^3 priva di punti doppi e secondo una curva γ^{3n} contenuta in questa f^3. E questa curva γ^{3n} avrà a comune precisamente n punti con ognuna delle 27 rette (tutte distinte) (*) contenute nella f^3. *Dico che questa curva è l'intersezione completa della superficie* f³ *con una superficie di ordine* n.

Infatti in questa f^3 sono contenute delle reti di curve sghembe del 3° ordine, in ciascuna delle quali vi sono delle curve spezzate in tre fra le 27 rette: da ciò si vede che tutte quelle cubiche dovranno incontrare la curva γ^{3n} in $3n$ punti. Ora, nella solita rappresentazione piana della f^3, a una di queste reti di cubiche corrispondono le rette del piano rappresentativo; perciò nella stessa rappresentazione alla curva γ^{3n} corrisponderà una curva piana pure di ordine $3n$, la quale dovrà avere un punto n^{plo} in ciascuno dei 6 punti fondamentali. Ed è noto (e si può anche verificare direttamente, contando le costanti da cui dipendono i due sistemi di curve) che, rappresentata una f^3 sul piano nel modo consueto, le curve di ordine $3n$ di questo piano le quali nei 6 punti fondamentali della rappresentazione hanno altrettanti punti n^{pli}, sono *tutte* immagini di curve intersezioni complete della superficie f^3 con superficie di ordine n.

(*) Klein, *Ueber Flächen dritter Ordnung*; " Math. Ann. ", vol. 6°, p. 566.

Digitized by Google

2. — Consideriamo ora n sezioni iperpiane generiche γ^{3n} della data superficie F^{3n}, e domandiamoci quante condizioni distinte imponga a una varietà M_3^n di S_4 il passaggio per tutte queste n curve — successivamente — e per un punto ulteriore di F^{3n}; dal che seguirà altresì che questa stessa M_3^n dovrà contenere l'intera superficie F^{3n}. Se questo numero complessivo di condizioni sarà tale che vi sia almeno una M_3^n passante per F^{3n} e non contenente la varietà V come parte — vale a dire se si troverà che vi sono almeno $\binom{n+1}{4}+1$ varietà M_3^n linearmente indipendenti passanti per F^{3n} —, si potrà concludere che questa superficie sarà appunto l'intersezione completa di V con una M_3^n.

Cominciamo col considerare una prima fra le n curve γ^{3n}. Questa curva, essendo intersezione completa di una f^3 con una f^n, starà sopra $\binom{n}{3}+1$ superficie f^n linearmente indipendenti; essa imporrà perciò a una f^n che debba contenerla un numero di condizioni eguale a

$$\binom{n+3}{3}-\binom{n}{3}-1=3\binom{n+1}{2}.$$

E questo stesso numero di condizioni essa imporrà altresì a una M_3^n di S_4 la quale pure debba contenerla.

Per la seconda fra le n curve γ^{3n}, bisognerà determinare quante condizioni ulteriori essa impone a una f^n (o a una M_3^n di S_4) che già passa per i $3n$ punti sue intersezioni con un piano (ossia collo spazio S_3 della prima curva γ^{3n}); ovvero anche qual'è la dimensione della serie lineare che viene segata su di essa dalle f^n o M_3^n passanti per questi stessi $3n$ punti. Dico che questa serie lineare è *precisamente* la stessa che quella segata dal sistema di tutte le superficie f^{n-1} di quello spazio S_3. Infatti, ricorrendo di nuovo alla rappresentazione piana della superficie f^3 su cui sta la curva γ^{3n}, alla serie lineare segata sopra quest'ultima curva dalle superficie f^n corrisponde, sulla curva immagine C^{3n} dotata di 6 punti n^{pli}, la serie caratteristica del sistema lineare formato da tutte le C^{3n} con questi medesimi 6 punti n^{pli}; e al gruppo di $3n$ punti segato sopra γ^{3n} da un piano corrisponde un gruppo G_{3n} segato da una cubica che passa (in generale semplicemente) per quei 6 punti. Perciò i

Digitized by Google

gruppi residui di quest'ultimo rispetto alla serie dianzi considerata si potranno *tutti* segare sulla C^{3n} piana mediante curve di ordine $3(n-1)$ avanti la multiplicità $n-1$ in ognuno dei 6 punti fondamentali; e a queste curve corrispondono sulla superficie f^3 precisamente quelle che vengono segate su di essa da superficie di ordine $n-1$.

La seconda curva γ^{3n} imporrà dunque a una f^n o M_3^n già passante per quei primi $3n$ punti e che debba contenerla per intero tante condizioni quante ne impone a una f^{n-1} generica del suo S_3 che pure debba contenerla. Ora le f^{n-1} che contengono questa curva γ^{3n} devono anche contenere come parte la f^3 su cui essa giace, e fra esse ve ne sono perciò $\binom{n-1}{3}$ linearmente indipendenti. Dunque il numero di condizioni che il passaggio per la curva γ^{3n} impone a queste f^{n-1} sarà dato dalla differenza:

$$\binom{n+2}{3}-\binom{n-1}{3}=3\binom{n}{2}+1;$$

e un egual numero di condizioni imporrà questa (seconda) curva γ^{3n} a una M_3^n di S_4 la quale già passi per la prima.

Similmente, la terza curva γ^{3n} imporrà a una M_3^n che già passi per le prime due tante condizioni quante essa ne impone a una superficie f^{n-2} del suo spazio S_3 la quale debba contenerla, vale a dire:

$$\binom{n+1}{3}-\binom{n-2}{3}=3\binom{n-1}{2}+1$$

e così di seguito. La quarta curva γ^{3n} imporrà $3\binom{n-2}{2}+1$ condizioni ulteriori; ecc. L'n^{sima} ed ultima curva γ^{3n} imporrà $3\binom{2}{2}+1$ condizioni. Complessivamente, queste n curve γ^{3n} e un punto ulteriore preso sopra F^{3n} imporranno a una M_3^n di S_4 condizioni in numero di:

$$3\left[\binom{n+1}{2}+\binom{n}{2}+\binom{n-1}{2}+\ldots+\binom{2}{2}\right]+n=3\binom{n+2}{3}+n$$

e perciò il numero delle M_3^n linearmente indipendenti che sod-

Digitized by Google

disfanno a tutte queste condizioni, e passano di conseguenza per la superficie F^{2n}, sarà dato dalla differenza:

$$\binom{n+4}{4} - 3\binom{n+2}{3} - n = \binom{n+1}{4} + 1.$$

Il nostro teorema è dunque dimostrato.

3. — Il teorema precedente sarà applicabile a *tutte* le superficie algebriche contenute in una data varietà cubica, ogni qual volta le rette giacenti sopra questa varietà formino un sistema ∞^2 unico (e in questo caso si potrà anche prescindere dalla condizione di irriducibilità finora imposta alla superficie F). Dico che ciò avviene certamente quando la varietà proposta V *non ha punti doppî*, oppure *ne ha un numero finito* ≤ 5 *fra loro indipendenti.*

Consideriamo dapprima una varietà V priva di punti doppî. Per assicurarci che le ∞^2 rette in essa contenute non possono ripartirsi in due o più sistemi distinti basteranno le osservazioni seguenti:

1) Se il sistema ∞^2 delle rette contenute in una varietà V priva di punti doppî si spezzasse in due sistemi distinti, questi due sistemi non potrebbero avere nessuna retta a comune. — Infatti una tal retta conterebbe come due almeno fra le 27 rette contenute nella superficie f^3 intersezione di V con un qualsiasi spazio S_3 passante per essa: sicchè tutte queste ∞^2 superficie dovrebbero avere sopra quella retta qualche punto doppio (*), il che non può avvenire senza che V stessa abbia sulla medesima retta anche un punto doppio (**);

2) Nessuno di quei sistemi parziali potrebbe contenere un cono. Infatti questo cono dovrebbe stare in uno spazio S_3, e sarebbe certamente un cono cubico (non quadrico, perchè se no il suo spazio incontrerebbe ulteriormente V secondo un piano, e in questo piano vi sarebbero 4 punti doppî della varietà V). Esso esaurirebbe dunque l'insieme delle rette di V uscenti dal

(*) Klein, "Math. Ann.", 6°, l. c.

(**) Perchè se no vi sarebbero soltanto ∞^1 sezioni iperpiane aventi un punto doppio sulla retta considerata: quelle cioè determinate dagli spazi S_3 tangenti a V nei singoli punti di questa retta.

Digitized by Google

suo vertice; e le rette del sistema residuo che escono da questo medesimo vertice sarebbero perciò anche generatrici di quel cono, vale a dire elementi comuni ai due sistemi di rette;

3) Poichè dunque da ogni punto di V (senza eccezioni) non può escire che un numero finito di rette contenute in questa varietà, fra questi punti ve ne saranno certo di quelli pei quali le 6 rette che ne escono coincidono a due a due (i punti di contatto degli spazi quadritangenti, e le intersezioni colla curva doppia della varietà Hessiana). Se dunque il sistema ∞^2 complessivo (di 6° ordine) delle rette contenute in V si spezza in due o più sistemi senza elementi comuni, esso non potrà spezzarsi che in sistemi di ordine 2, o multiplo di 2; e uno di questi sarà anzi certamente di ordine 2. In questo sistema di 2° ordine saranno contenute indubbiamente delle *rette speciali* (*) (perchè le coppie di rette di questo sistema che escono dai punti di una retta del sistema residuo formano una rigata iperellittica, nella quale vi sono certo delle coppie costituite da rette coincidenti; e queste saranno altrettante rette speciali). Queste rette speciali p formeranno una sviluppabile, che non può essere un cono, e avrà perciò uno spigolo di regresso. Ora per ogni punto di quest' ultima linea la corrispondente retta p dovrà contare come 3 almeno fra le 6 rette di V che ne escono; e ciò non può avvenire senza che quella retta appartenga in pari tempo al sistema residuo.

Da tutte queste osservazioni risulta pertanto che, se sopra una varietà cubica di S_4 le ∞^2 rette si ripartiscono in due o più sistemi distinti, la varietà deve certo avere qualche punto doppio.

4. — Consideriamo ora una varietà V con un numero finito di punti doppi. Da uno qualunque X di questi punti escirà un cono sestico Γ di rette contenute in V (intersezione di due coni a tre dimensioni, rispett. di 2° e di 3° ordine); e tutte le (altre) ∞^2 rette contenute in V saranno corde di questo cono (**).

(*) Cfr. la mia Memoria: *Ricerche sulla varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni...* (che sarà pubblicata nel vol. X (serie III) degli “ Annali di Matematica ”).

(**) Segre, *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni...* (“ Mem. Acc. di Torino ”, ser. II, t. 39). Cfr. in particolare n° 4.

Digitized by Google

Rappresentando birazionalmente la varietà V sopra uno spazio S_3 mediante proiezione dal suo punto doppio X, le sue ∞^2 rette si proietteranno secondo le corde della sestica γ, traccia del cono Γ (la quale sarà intersezione di una quadrica con una superficie del 3° ordine); e perciò il sistema di quelle rette non potrà certo spezzarsi, fin tanto che non si spezzi questa sestica. Ora questa sestica, se è riducibile, o si spezza in due cubiche con *cinque* punti a comune, oppure contiene come parte una retta o una conica, ed ha allora sopra quest'ultima linea *tre* o rispett. *quattro* punti doppî: essa non si spezzerà dunque certamente, fin tanto che i suoi punti doppî siano non più di quattro e fra loro indipendenti. E siccome questi punti doppî sono le tracce delle generatrici doppie del cono Γ, ossia delle rette che congiungono X agli altri eventuali punti doppî di V, così non sarà certo possibile lo spezzamento fin tanto che questi punti doppî siano complessivamente in numero ≤ 5 e fra loro indipendenti.

Concludiamo pertanto: *Le ∞^2 rette contenute in una varietà cubica dello spazio* S_4 *la quale non abbia punti doppî, oppure ne abbia soltanto un numero finito* ≤ 5 *fra loro indipendenti, formano sempre un sistema irriducibile;* e perciò *ogni superficie algebrica contenuta in una tale varietà è intersezione completa di questa con un'altra varietà pure a tre dimensioni.*

5. — Si può dimostrare anche direttamente, facendo uso in parte di considerazioni analitiche, che quando una varietà cubica V ha un punto doppio dal quale esce un cono sestico irriducibile di rette in essa contenute (sicchè la varietà non potrà avere in tutto che cinque punti doppî al più, fra loro indipendenti), ogni superficie algebrica contenuta in V medesima deve costituirne l'intersezione completa con un'altra varietà a tre dimensioni.

L'equazione della varietà V si potrà scrivere infatti sotto la forma:

$$x_0 f - \varphi = 0$$

dove f e φ sono forme rispett. di 2° e di 3° grado nelle quattro coordinate x_1, x_2, x_3, x_4, e il punto fondamentale $[O]$ è il punto doppio che si vuol considerare. Da questo punto la varietà V

Digitized by Google

si proietta univocamente sullo spazio $x_0 = 0$, e ogni superficie in essa contenuta ha per immagine una certa superficie di questo spazio, ad eccezione del cono sestico Γ uscente dal punto $[O]$ che ha per immagine la sola sestica fondamentale sua traccia $f = \varphi = 0$. Siccome però questo cono è l'intersezione completa di V col cono quadrico $f = 0$, così basterà dimostrare che, data nello spazio rappresentativo $x_0 = 0$ una qualsiasi superficie F, di equazione $F(x_1 x_2 x_3 x_4) = 0$, quella superficie (F) contenuta in V e che ha la prima per immagine potrà sempre ottenersi come intersezione completa di V stessa con un'altra varietà a tre dimensioni.

Ora il cono che proietta la superficie proposta F dal punto $[O]$ non può avere a comune con V, all'infuori della superficie (F), che il solo cono Γ (da noi supposto irriducibile), contato eventualmente più volte. Perciò, se la superficie F non passa per la sestica $f = \varphi = 0$, la (F) sarà l'intersezione completa di V col cono proiettante sopra nominato.

Supponiamo invece che la superficie F (di ordine n) passi per la sestica $f = \varphi = 0$ (dello spazio $x_0 = 0$), e perciò il cono a tre dimensioni $F(x_1 x_2 x_3 x_4) = 0$ che la proietta dal punto $[O]$ passi a sua volta per il cono sestico Γ — che in S_4 è rappresentato dalle stesse equazioni $f = \varphi = 0$ —, e eventualmente anche con una multiplicità > 1. La forma quaternaria F si potrà allora esprimere come combinazione lineare delle due forme f e φ (*):

$$F \equiv Af + B\varphi$$

dove A e B sono certe forme ulteriori (di gradi rispett. $n-2$ e $n-3$); e l'intersezione complessiva della varietà V col cono $F = 0$, ossia delle due varietà:

$$(1) \qquad x_0 f - \varphi = 0 \qquad F \equiv Af + B\varphi = 0$$

dovrà anche appartenere alla varietà (pure di ordine n):

$$f.(A + Bx_0) = 0$$

(*) Noether, " Math. Ann. ", vol. 2° (1870), pag. 314-315; oppure anche Severi, *Rappresentazione di una forma qualunque per combinazione lineare di più altre* (" Rend. Acc. dei Lincei ", ser. 5ª, vol. XI, 1902).

Digitized by Google

la cui equazione è conseguenza delle (1). Anzi quest'ultima equazione si potrà proprio sostituire alla $F = 0$ nel sistema (1); ossia l'intersezione delle due varietà (1) sarà *precisamente* la stessa che quella delle due varietà:

$$x_0 f - \varphi = 0 \qquad f.(A + Bx_0) = 0.$$

Se ora nella seconda di queste equazioni noi sopprimiamo il fattore f, ciò equivarrà soltanto a prescindere, nell'intersezione complessiva di queste due varietà, dal cono Γ (che ne è parte) contato semplicemente; e perciò l'intersezione (di ordine $3[n-2]$) delle due varietà:

$$x_0 f - \varphi = 0 \qquad A + Bx_0 = 0$$

sarà costituita dalla sola superficie (F) se il cono Γ era parte non multipla dell'intersezione precedente; mentre invece se esso ne era parte multipla, la sua multiplicità sarà ora diminuita di un'unità. In quest'ultimo caso si potrà ragionare sulla forma $A + Bx_0$ come già si è fatto per la F; dovrà cioè essere identicamente:

$$A + Bx_0 \equiv A_1 f + B_1 \varphi$$

e la varietà (di ordine $n - 4$):

$$A_1 + B_1 x_0 = 0$$

avrà a comune con V la sola superficie (F) più, eventualmente, il cono Γ contato ancora una volta di meno; e così di seguito, finchè non si ottenga un'intersezione della quale il cono Γ non sia più parte. Se l'intersezione delle due varietà (1) comprendeva il cono Γ contato k volte (sicchè certamente $6k < 3n$, ossia $n > 2k$), dopo k operazioni del tipo indicato si troverà un'equazione di grado $n - 2k$, rappresentante una varietà che avrà a comune con V la sola superficie (F).

6. — Il teorema enunciato alla fine del n° 4 non è certo valido per altre varietà cubiche con un numero finito di punti doppi, all'infuori di quelle ivi considerate. Infatti le varietà con 6 punti doppi indipendenti contengono *tre* diversi sistemi di rette

Digitized by Google

(due di 1° ordine, generabili con reti proiettive di spazi S_3 (*), e uno di 4° ordine); e il cono sestico uscente da uno qualunque dei loro punti doppi si spezza in due coni cubici, che non sono (separatamente) intersezioni complete di due varietà a tre dimensioni. E tutte le rimanenti varietà cubiche con un numero finito di punti doppi contengono dei piani (**).

Quanto poi alle varietà con infiniti punti doppi, risulta dall'enumerazione fattane dal sig. SEGRE (***) che le sole le quali non contengano piani sono le seguenti:

1° *Le varietà più generali con una (sola) retta doppia* (e nessun punto doppio fuori di questa retta);

2° *La varietà con una quartica doppia (irriducibile)*, la quale contiene tutte le ∞^2 corde di questa quartica (ed è precisamente il luogo di tali corde).

Sopra quest'ultima varietà esistono però infiniti coni cubici (quelli che proiettano la quartica doppia dai singoli suoi punti) e anche infinite altre rigate cubiche normali (determinate dalle involuzioni quadratiche sulla quartica): tutte superficie che non sono intersezioni complete di due varietà a tre dimensioni.

Invece *per le varietà cubiche con una (sola) retta doppia di 1ª specie* (****) (SEGRE, Mem. cit., n° 33), *oppure con una (sola) retta doppia di 2ª specie del tipo più generale* (e senza spazio tangente fisso lungo questa retta: Mem. cit., n° 46) *sussiste ancora la proprietà che ogni superficie in esse contenuta è loro intersezione completa con un'altra varietà a tre dimensioni.* — Le rette contenute in una tale varietà si ripartiscono infatti in

(*) SEGRE, Mem. cit., n¹ 12, 13.

(**) Infatti in qualsiasi altro caso il cono sestico uscente da uno qualunque dei punti doppi dovrà contenere come parte un piano, oppure un cono quadrico; e anche in quest'ultima ipotesi la varietà dovrà contenere almeno un piano (come intersezione residua collo spazio S_3 di quel cono quadrico). Per le varietà cubiche contenenti piani si vegga la Mem. cit. del sig. SEGRE, n° 5 e seg. Nel seguito di questa Nota si prescinde completamente dalla considerazione di queste ultime varietà, alle quali il teorema del n° 4 non può evidentemente applicarsi.

(***) SEGRE, Mem. cit., n° 32 e seg.

(****) Un punto doppio di una varietà si dice „di r^{sima} specie „ quando il cono quadrico ivi tangente a questa varietà è appunto „di specie r „, ossia è un S_{r-1}-cono. E una linea doppia di r^{sima} specie è una linea i cui punti generici sono doppi di specie $r+1$ (v. Mem. SEGRE, n° 46).

Digitized by Google

due (soli) sistemi; un sistema (1,6) di rette appoggiantisi alla retta doppia d, e un sistema residuo (4,15) o rispett. (3,9). E fra i piani tritangenti (ossia che incontrano la varietà proposta secondo una terna di rette) quelli che non si appoggiano a d contengono tre rette del secondo sistema, e quelli che si appoggiano a d ne contengono due del primo e una del secondo. Segue da ciò che una superficie algebrica contenuta nella varietà proposta e che dalle rette del secondo sistema sia incontrata in m punti avrà l'ordine $3m$, e dovrà incontrare le rette del primo sistema o nello stesso numero m di punti, o, più generalmente, in $m-h$ punti ($h \geq 0$), avendo inoltre la retta d come multipla di ordine $2h$ (sicchè si potrà sempre dire, in un certo senso, che essa incontra tutte quante le rette della varietà cubica in m punti; soltanto per tutte le rette del primo sistema h delle m intersezioni coinciderebbero sopra la retta d). Ora a queste varietà cubiche con una (sola) retta doppia è ancora applicabile l'intero ragionamento dei n[i] 1-2; poichè le loro sezioni iperpiane generiche sono superficie cubiche con un unico punto doppio, rispett. conico o biplanare (del tipo più generale), e si possono rappresentare sul piano come una superficie priva di punti doppi, colla sola differenza che i 6 punti fondamentali staranno sopra una conica, o rispett. si ripartiranno a 3 a 3 sopra due rette (essendo però sempre tutti distinti). Anzi la dimostrazione riesce in questo caso alquanto semplificata, poichè la rappresentazione piana suaccennata di queste superficie coincide con quella che per ciascuna di esse può stabilirsi direttamente mediante proiezione dall'unico punto doppio. sicchè tutte le considerazioni che si appoggiano sopra tale rappresentazione diventano molto più ovvie e intuitive. — Quelle superficie che incontrano le rette del secondo sistema ([4,15] o rispett. [3,9]) in m punti, e le rette del sistema (1,6) in soli $m-h$ punti (fuori di d), si potranno segare con varietà di ordine m aventi la retta d come multipla di ordine h.

Tenendo conto pertanto del risultato ottenuto al n° 4, e delle diverse considerazioni esposte in questo n°, possiamo concludere:

Le sole varietà cubiche dello spazio S_4, *sulle quali esistono superficie algebriche che non sono loro intersezioni complete con altre varietà, sono le seguenti:*

Digitized by Google

1) *Quelle che contengono piani* (*);
2) *La varietà con 6 punti doppî indipendenti;*
3) *La varietà con quartica doppia.*

Queste ultime due varietà contengono sistemi di rette di 1° ordine generabili con reti proiettive di spazi S_3 (e sono le sole che contengano di questi sistemi, all'infuori di quei loro casi particolari che contengono anche dei piani, e rientrano perciò nel tipo 1)). La varietà con 6 punti doppî indipendenti contiene (come già si è detto) due sistemi (1,6), fra loro " coniugati ", cioè tali che le rette di ciascuno di essi sono proiettate da quelle dell'altro sistema secondo reti proiettive di spazi S_3. Invece la varietà con quartica doppia (SEGRE, Mem. cit., ni 43-44) contiene un solo sistema (1,6), che si può dire " coniugato di sè stesso ", e le cui rette sono proiettate da due qualunque fra esse secondo reti proiettive di spazi S_3. In questi due casi le superficie algebriche contenute nella varietà, pur non essendo sempre intersezioni complete con altre varietà, si possono però tutte ottenere in modo abbastanza semplice, come ora mostreremo.

7. — Sopra una varietà cubica V con (soli) 6 punti doppi indipendenti le ∞^2 rette si ripartiscono fra due sistemi (1,6) e un sistema residuo (4,15); e un piano tritangente che non passi per alcun punto doppio contiene sempre o tre rette di quest'ultimo sistema, oppure una retta di ciascuno dei tre. Una superficie algebrica contenuta nella varietà V e che dalle rette del terzo sistema sia incontrata in m punti sarà dunque di ordine $3m$; e perciò *ogni superficie algebrica contenuta nella varietà* V *avrà l'ordine multiplo di tre.* Se questa stessa superficie è incontrata anche dalle rette dei due sistemi (1,6) nel medesimo numero m di punti — e se è irriducibile, o composta di parti irriducibili tutte soddisfacenti alla condizione suaccennata —, essa sarà dunque l'intersezione completa della varietà V con una varietà di ordine m (cfr. ni 1-2). In caso contrario, essa dovrà incontrare le rette di uno dei due sistemi (1,6) in un certo

(*) Fra queste varietà sono compresi anche i coni a tre dimensioni, e tutte le varietà riducibili.

Digitized by Google

numero $m-h$ di punti ($0 \leq h \leq m$), e quelle dell'altro sistema (1,6) in $m+h$ punti.

Ora, in ciascuno dei due sistemi (1,6) sono contenute ∞^2 rigate cubiche normali, formate da quelle rette del sistema che si appoggiano a una retta arbitraria del sistema residuo (4,15) (SEGRE, Mem. cit., n° 14); e fra queste rigate sono compresi anche i coni cubici di rette del medesimo sistema che escono dai singoli punti doppî di V. Ciascuna di queste rigate non ha alcun punto a comune colle (altre) rette di quel sistema (1,6) a cui appartengono le sue generatrici; è incontrata in due punti dalle rette dell'altro sistema (1,6), e in un solo punto dalle rette del sistema (4,15). Pertanto, se insieme a una qualunque superficie F contenuta in V, la quale incontri le rette dei due sistemi (1,6) e del sistema (4,15) rispett. in $m+h$, $m-h$, e m punti, noi consideriamo h di quelle rigate cubiche, appartenenti al 1° sistema (1,6) — ossia a quello le cui rette incontrano F in $m+h$ punti —, otterremo, complessivamente, una superficie (riducibile) di ordine $3(m+h)$ la quale incontrerà le rette di tutti tre i sistemi esistenti sopra V nel medesimo numero $m+h$ di punti. *Dico che questa superficie è l'intersezione completa della varietà proposta* V *con una varietà di ordine* m + h. Ad essa è infatti applicabile lo stesso ragionamento dei n^i 1-2, completato con poche osservazioni. Anzitutto le sezioni iperpiane generiche di questa superficie $\Phi^{3(m+h)} \equiv \Phi^{3n}$ saranno curve γ^{3n}, riducibili sì, ma sempre intersezioni complete di una superficie cubica generale con una superficie di ordine n. In secondo luogo queste stesse curve, essendo casi particolari delle γ^{3n} irriducibili considerate ai n^i 1-2, e ottenibili da queste con deformazioni continue, non potranno certo imporre a una M_3^n che debba contenerle un maggior numero di condizioni di quanto avveniva, per ogni singola curva, nel caso generale. Infine è vero sì che una varietà di ordine n obbligata a passare per n sezioni iperpiane e per un punto ulteriore di una data superficie è obbligata a contenere in conseguenza, se la superficie è riducibile, soltanto quella parte di essa sulla quale è stato preso l'ultimo punto; ma, se questa parte ha a comune con ognuna delle rimanenti qualche punto che non appartenga a nessuna delle n sezioni iperpiane considerate, si vede immediatamente che la stessa varietà dovrà passare in conseguenza anche per tutte queste altre parti. Ora

Digitized by Google

due superficie algebriche contenute nella nostra varietà cubica hanno certo (come due superficie qualunque nello spazio S_4) qualche punto a comune; basterà dunque, se la superficie Φ^{3m} si compone di k parti diverse, scegliere $k-1$ punti comuni a una di queste parti e rispett. a ciascuna delle altre, e valersi di n sezioni iperpiane non passanti per alcuno di questi k punti, per poter arrivare senz'altro alla conclusione che a noi occorre.

Diremo pertanto: *Anche sopra una varietà cubica con 6 punti doppî indipendenti ogni superficie algebrica ha ordine multiplo di 3; e se essa non è l'intersezione completa di quella varietà con un'altra varietà a tre dimensioni, si potrà tuttavia segare con una varietà passante per un certo numero di rigate cubiche appartenenti a un medesimo sistema di rette* (1,6) (*). Più esattamente, occorrono a tal uopo tante rigate cubiche, quant'è la semi-differenza fra i numeri dei punti in cui la superficie è incontrata dalle rette dei due sistemi (1,6); e le rigate devono appartenere a quel sistema (1,6) le cui rette incontrano la superficie nel numero di punti maggiore. P. es., una qualunque di queste stesse rigate cubiche si può sempre segare con una quadrica (e precisamente con un cono quadrico) passante per una (qualsiasi) rigata cubica del sistema opposto.

Sopra una varietà cubica con 6 punti doppi indipendenti le superficie di dato ordine $3n$ si ripartiranno in $2n+1$ sistemi, a seconda del numero (variabile da 0 a $2n$) dei punti che esse hanno a comune colle rette di uno qualunque dei due sistemi (1,6) contenuti nella varietà (**): proprietà che è manifestamente analoga

(*) A questo risultato si potrebbe anche giungere con un ragionamento analogo a quello del n° 5. Il cono sestico Γ sarebbe ora composto di due coni cubici (irriducibili) Γ′, Γ″, e perciò l'intersezione del cono a tre dimensioni $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$ colla varietà proposta V potrebbe contenere eventualmente come parte uno solo di quei due coni cubici, oppure anche entrambi, ma con multiplicità diverse. Tuttavia, aggiungendo al cono $F=0$ un numero conveniente di coni quadrici a tre dimensioni passanti per uno dei due coni Γ′ e Γ″ e non per l'altro, si potrebbe sempre ottenere un'intersezione complessiva nella quale questi due coni entrassero con eguale multiplicità; e applicando a quest'intersezione complessiva il ragionamento del n° 5, si arriverebbe appunto al risultato sopra enunciato.

(**) Nei due casi limiti $h=0$ e $h=2n$ queste superficie saranno evidentemente delle rigate contenute nell'uno o nell'altro dei due sistemi (1,6).

Digitized by Google

a quella delle curve di dato ordine esistenti sopra una quadrica rigata, in relazione ai due sistemi di generatrici di questa quadrica. E come queste curve si possono tutte segare sulla quadrica con superficie passanti per una o più generatrici di una medesima schiera, così quelle superficie si possono segare sulla varietà cubica con altre varietà passanti per una o più rigate cubiche di un medesimo sistema. D'altronde, la varietà cubica di S_4 con 6 punti doppî indipendenti corrisponde precisamente a uno dei modî in cui si può estendere il concetto di una quadrica rigata e della sua generazione proiettiva; invece di due forme fondamentali ∞^1 di (iper)piani in S_3, fra loro proiettive, si considerano tre forme fondamentali ∞^2 in S_4, pure proiettive; e in ambo i casi si ottiene una varietà che ammette due generazioni consimili, fra loro coniugate.

8. — Tutte queste considerazioni si estendono facilmente alla varietà cubica con quartica doppia. Questa varietà contiene il sistema (1,6) formato dalle corde della quartica doppia C^4, e un sistema di rette residuo (2,3). Un piano che abbia a comune con essa soltanto delle rette può contenere:

1) Tre rette del sistema (2,3);

2) Una corda della quartica, lungo la quale esso sia tangente alla varietà proposta, e una retta del sistema (2,3);

3) Tre corde della quartica (quando sia un piano trisecante di questa curva).

Perciò una superficie contenuta nella varietà proposta V, e che incontri le rette del sistema (2,3) in m punti, sarà di ordine $3m$. E se essa non contiene la quartica C^4, dovrà incontrare anche le corde di questa curva nel medesimo numero m di punti, e sarà l'intersezione completa di V con una varietà di ordine m (non passante per C^4). Infatti il ragionamento dei n^i 1-2 rimane egualmente valido se alla superficie cubica generale, sezione iperpiana di V, se ne sostituisce (come qui occorre) una con 4 punti doppî; soltanto i 6 punti fondamentali della rappresentazione piana di questa superficie staranno allora sopra una medesima conica, e saranno a due a due infinitamente vicini; e questa rappresentazione si potrà ottenere mediante proiezione della superficie da uno dei suoi punti doppî. — Supponiamo invece che la nostra superficie F^{3m} passi per la quartica C^4, e, più generalmente,

Digitized by Google

che questa curva sia per essa multipla di un certo ordine $h \geq 1$. Allora le corde della quartica incontreranno la superficie, fuori della quartica stessa, in $m - h$ punti. E, se h è numero pari, la F^{3m} sarà ancora intersezione completa della varietà V con una varietà di ordine m, avente la C^4 come linea multipla di ordine $\frac{h}{2}$. Si riconosce infatti molto facilmente che le sue sezioni iperpiane generiche stanno sopra superficie cubiche con 4 punti doppî, e possono ivi segarsi con superficie di ordine m aventi questi medesimi 4 punti come $\left(\frac{h}{2}\right)^{\text{pli}}$. E l'intero ragionamento dei n[i] 1-2 si potrà ancora applicare a questo caso. — Se invece h è numero dispari, la stessa superficie F^{3m} insieme a una qualunque delle ∞^2 rigate cubiche normali contenute nel sistema (1,6) delle corde della C^4 formerà una superficie complessiva (riducibile) di ordine $3(m+1)$, avente la C^4 come linea multipla di ordine $h+1$ (e perciò pari), e incontrata dalle rette dei due sistemi (1,6) e (2,3) rispett. in $m+1$ punti, e in $m - h$ $[=(m+1)-(h+1)]$ punti fuori di C^4. Questa superficie complessiva si trova dunque nelle medesime condizioni della F^{3m} precedentemente considerata, nell'ipotesi che h fosse numero pari; e perciò, benchè riducibile (cfr. n° 7), essa sarà l'intersezione completa di V con una varietà di ordine $m+1$: ossia l'attuale superficie F^{3m}, avente la C^4 come linea multipla di ordine h dispari, potrà segarsi sopra V con una varietà di ordine $m+1$ avente la C^4 come linea multipla di ordine $\frac{h+1}{2}$, e passante per una delle ∞^2 rigate cubiche sopra accennate.

Dunque: *Anche sopra una varietà cubica con quartica doppia qualsiasi superficie algebrica ha ordine multiplo di 3. Quelle superficie per le quali la quartica è linea multipla di ordine pari (zero incluso) sono tutte intersezioni complete della varietà proposta con un'altra varietà a tre dimensioni. E quelle per le quali la quartica è linea multipla di ordine dispari si possono ottenere come intersezioni residue con varietà passanti per una qualunque delle rigate cubiche formate da corde della quartica.*

L'analogia che abbiamo notata al numero precedente fra le superficie contenute in una varietà cubica con 6 punti doppî indipendenti e le linee contenute in una quadrica di S_4 si ritrova qui confrontando la varietà cubica con quartica doppia col cono

Digitized by Google

quadrico di S_3, sul quale tutte le curve di ordine pari (e che nel vertice del cono hanno perciò un punto multiplo di ordine anche pari, zero incluso) sono intersezioni complete con altre superficie, e le curve di ordine dispari si possono ottenere come intersezioni con superficie le quali passino inoltre per una generatrice del cono. D'altronde la varietà cubica con quartica doppia in S_4 e il cono quadrico di S_3 si possono considerare come ottenuti rispett. dalla varietà con 6 punti doppî e dalla quadrica non degenere col far coincidere i loro due sistemi di rette generabili proiettivamente e mutuamente coniugati.

Possiamo riassumere i risultati ottenuti in questa Nota dicendo:

Una varietà cubica dello spazio S_4 *la quale non contenga alcun piano contiene soltanto delle superficie algebriche di ordine multiplo di 3. Queste superficie si possono tutte ottenere come intersezioni complete della varietà proposta con altre varietà a tre dimensioni, a meno che quella varietà non sia:*

1° *Una varietà con 6 punti doppî indipendenti;*

2° *Una varietà con quartica doppia.*

Queste due varietà contengono sistemi di rette del 1° ordine, generabili proiettivamente, e in ciascuno dei quali sono contenute a lor volta ∞^2 rigate cubiche normali.

Quelle superficie esistenti su di esse e che non sono loro intersezioni complete con altre varietà si potranno tuttavia segare con varietà passanti per una o più (e nel secondo caso anzi per una sola) fra queste rigate cubiche.

Torino, marzo 1904.

Digitized by Google

Sulle serie aritmetiche di numeri interi.

Nota di PLACIDO TARDY.

La proprietà nota da antichissimo tempo della serie dei numeri impari

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots\ldots$$

di dividersi in gruppi di 1, 2, 3, ... termini tali che la somma dei termini di ciascun gruppo è uguale al cubo del numero dei termini (*) è un caso particolare del seguente teorema generale.

Se si divide la serie aritmetica a differenze pari

$$\text{(A)} \qquad \ldots 1,\ 1+1\,.\,2\,\delta,\ 1+2\,.\,2\,\delta,\ 1+3\,.\,2\,\delta,\ \ldots$$

in gruppi di

$$1,\ 1+\delta,\ 1+2\delta,\ 1+3\delta,\ \ldots\ldots \text{ termini}$$

la somma dei termini di ciascun gruppo è uguale al cubo del numero dei suoi termini.

Formiamo il gruppo $(n+1)^{\text{esimo}}$. Per trovare il primo termine di questo gruppo basta osservare che per i gruppi precedenti si è preso della serie (A) un numero di termini uguale alla somma della progressione aritmetica

$$1,\ 1+\delta,\ 1+2\delta,\ \ldots\ldots\ 1+(n-1)\delta.$$

Chiamando S questa somma, sarà

$$S = n + \frac{(n-1)n}{2}\,\delta;$$

(*) Veggasi un articolo storico pubblicato dal Principe Boncompagni nel Tomo (VIII), pag. 51 del suo " Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche e fisiche ".

Digitized by Google

quindi il primo termine del gruppo sarà $1+S.2\mathfrak{d}$, e questo gruppo dovendo contenere $1+n\mathfrak{d}$ termini, l'ultimo termine di esso sarà $1+(S+n\mathfrak{d})2\mathfrak{d}$, e perciò la somma dei termini è

$$\left\{1+2S\mathfrak{d}+n\mathfrak{d}^2\right\}.(1+n\mathfrak{d}).$$

e mettendo per S il suo valore verrà

$$\left\{1+2n\mathfrak{d}+n^2\mathfrak{d}^2\right\}.(1+n\mathfrak{d})=(1+n\mathfrak{d})^3.$$

Ma ecco un teorema più generale.

Si può trovare, se n è pari, un gruppo di $1+n\mathfrak{d}$ termini consecutivi della serie (A), tale che la somma dei suoi termini sia uguale alla potenza m^{esima} del numero dei termini. S'intende che sia $m\geq 3$.

Consideriamo il numero

$$(1+n\mathfrak{d})^{m-1}-n\mathfrak{d}^2,$$

e siccome

$$(1+n\mathfrak{d})^{m-1}-n\mathfrak{d}^2\equiv 1 \bmod 2\mathfrak{d},$$

esso forma parte della serie (A).

A partire da questo si prendano $1+n\mathfrak{d}$ termini consecutivi e quindi l'ultimo sarà

$$(1+n\mathfrak{d})^{m-1}-n\mathfrak{d}^2+n\mathfrak{d}.2\mathfrak{d}=(1+n\mathfrak{d})^{m-1}+n\mathfrak{d}^2,$$

e pertanto la somma dei termini sarà

$$(1+n\mathfrak{d})^{m-1}.(1+n\mathfrak{d})=(1+n\mathfrak{d})^m.$$

Si osservi che n può essere impari se $\mathfrak{d}$ è impari, oppure se, $\mathfrak{d}$ essendo pari, m sia impari. Per $m=3$ si ricade nel teorema precedente. Si può prendere $m=2$ nel solo caso di $\mathfrak{d}=1$.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 10 Aprile 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Rossi, Manno, Carle, Cipolla, Brusa, Carutti, Chironi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier, Segretario. — Scusa l'assenza il Direttore della Classe, Ferrero.

Viene approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 20 marzo 1904.

Il Presidente comunica:

1°, una lettera del Direttore della Classe, Socio Ferrero, che scusa la propria assenza, per essersi recato a Parigi, ove rappresenterà l'Accademia alle feste giubilari della Società degli Antiquarii di Francia;

2°, una lettera in data 4 aprile del Rettore della R. Università, il quale comunica la deliberazione del Consiglio accademico, per cui sono rimandati all'anno prossimo i festeggiamenti ufficiali pel quinto centenario dell'Università torinese.

Viene presentato d'ufficio l'opuscolo del Socio corrispondente Vittorio Poggi, *Memorie Savonesi d'argomento vario,* Savona, 1903.

Seguono le seguenti presentazioni di libri:

1°, dal Socio Chironi, a nome del Socio Carle, il fasc. 2° del vol. I di Mazzarella, *Studi di etnologia giuridica,* Catania, 1903;

2°, dal Socio Savio il proprio scritto: *Alcune considerazioni sulla prima diffusione del Cristianesimo,* Pavia, Rossetti, 1904;

Digitized by Google

e la monografia del sac. Girolamo ZATTONI, *La cronotassi dei vescovi di Cervia dall'origine alla fine del sec. XIV*, Ravenna, Artigianelli, 1903;

3°, dal Socio RUFFINI le seguenti opere del prof. Vittorio BRONDI, delle quali rileva la singolare importanza: 1, *Le pubbliche amministrazioni e la gestione d'affari*, Torino, Bocca, 1895; 2, *L'atto complesso nel diritto pubblico*, Torino, Bocca, 1898; 3, *Gli inizii dell'insegnamento di diritto amministrativo in Piemonte*, Napoli, 1901; 4, *La beneficenza legale*, Milano, Società editrice libraria, 1903.

Per gli *Atti* sono presentati:

1°, dal Socio DE SANCTIS uno scritto del Dr. P. GHIONE, *Note sul regno di Lisimaco* ed un altro del Dr. G. A. LEVI, *Le battaglie di Cos e di Andro*;

2°, dal Socio CIPOLLA una nota sua intitolata: *Brevi aneddoti in volgare Bobbiese del sec. XIV*.

Per le *Memorie* accademiche il Socio CIPOLLA reca innanzi una dissertazione documentata del prof. Arturo SEGRE, *Richiamo di Don Ferrante Gonzaga dal governo di Milano e sue conseguenze, 1553-55*. Il Presidente designa a riferirne il proponente Socio CIPOLLA in unione col Socio MANNO.

Il Socio CIPOLLA, invitato dal Presidente, legge la relazione della Commissione eletta dalla Classe per definire i procedimenti e le modalità della riproduzione fotografica dei manoscritti. Questa relazione, che è approvata con pienezza di voti dalla Classe, è redatta nei seguenti termini:

Il programma scientifico per la pubblicazione integrale dei più celebri Manoscritti del Piemonte, dei quali sia sommo l'interesse paleografico od artistico, si può riassumere in poche parole.

Quando si parla di riproduzione integrale, non in tutti i casi si deve intendere questa frase nel senso, ch'essa importi la riproduzione intera di tutti i fogli, niuno eccettuato, del Codice preso in considerazione. Ci possono essere casi nei quali sia

Digitized by Google

scientificamente necessaria tale riproduzione completa; in altri casi invece essa può essere sostituita da una scelta abbondante di fogli riprodotti. Così, p. e., se un Codice è importante soltanto per le miniature, non sarà necessario pubblicare riprodotte anche le pagine prive di miniature. Bisognerà giudicare caso per caso.

Sarà opportuno pubblicare o simultaneamente un Codice d'interesse paleografico ed uno di interesse artistico; ovvero alternativamente dare ora un Codice di valore paleografico ed ora uno di valore artistico.

L'insieme delle pubblicazioni deve formare una collana. Ogni volume porterà quindi il numero progressivo che gli spetta.

Le riproduzioni si faranno in eliotipia. Saranno escluse, anche per i Codici artistici, le riproduzioni policromatiche, che non dànno sufficiente garanzia di esattezza e di conservazione, mentre sono poi costose assai.

Alla riproduzione eliotipica precederà una prefazione, di carattere oggettivo e di breve estensione. In essa si descriverà il ms. riprodotto, se ne farà la storia, se ne stabilirà l'epoca.

Veniamo ora alla parte riflettente l'interesse finanziario.

Bisognerà che la riproduzione sia assunta da un editore, sotto la direzione scientifica dell'Accademia.

Considerate le condizioni attuali del mercato librario, per quanto spetta a questo genere di pubblicazioni, non sarà difficile trovare un tale editore, sotto le seguenti condizioni.

L'editore dovrà dare le tre copie d'obbligo legale.

Il Ministero acquisterà alcune copie di ciascun volume, calcolandone il prezzo con una norma fissa, proporzionatamente al numero delle tavole di cui si comporrà, rimanendo esclusi dal calcolo, tanto i Preliminari di cui si è detto, quanto l'Indice, ove questo fosse necessario.

L'Accademia, determinando la pubblicazione di un Codice, sceglierà, di volta in volta, una o più persone, coll'incarico della parte scientifica dell'edizione.

La proprietà letteraria delle pubblicazioni sarà dell'Accademia.

Antonio Manno,
Rodolfo Renier,
Carlo Cipolla, *estensore*.

Digitized by Google

LETTURE

Note sul regno di Lisimaco

di PIETRO GHIONE.

Durante gli anni in cui Demetrio Poliorcete, rialzatosi a nuova potenza dopo la giornata di Ipso, attese vigorosamente a riconquistare il grande regno paterno, certo Lisimaco fu quello, fra i maggiori re contemporanei, che ebbe più a temere della sua audace bramosia di dominio. Ma l'ultima campagna dell'Asia Minore, così miserevolmente fallita, venne ben presto a liberar da questo pericolo il re di Tracia, che, come già aveva potuto notevolmente ingrandire il suo regno dopo la rovina di Antigono, così raccolse ora quasi per intero l'eredità di Demetrio, e riuscì in questa occasione a raggiungere il più alto grado di potenza.

Intorno alla sua attività politica in questo breve periodo di tempo che ancora precedette la sua morte sono singolarmente scarse le notizie a noi pervenute; ma è ovvio il supporre che uno dei pensieri che più lo occuparono fosse stato quello di ordinare stabilmente l'amministrazione del suo stato, sopratutto nelle provincie di cui aveva recentemente fatta o compiuta la conquista. Del resto un'importantissima iscrizione menzionante Lisimaco, che senza alcun dubbio deve riportarsi in questi anni, ci dà appunto notizie sull'amministrazione del suo regno: è la epigrafe in cui Ἱππόστρατος Ἱπποδάμου Μιλήσιος, φίλος ὢν τοῦ βασιλέως Λυσιμάχου καὶ στρατηγός ἐπὶ τῶν πόλεων τῶν Ἰάδων κατασταθείς, viene onorato dalle città poste sotto la sua giurisdizione (1). Sebbene questo documento sia stato ripetutamente illustrato in questi ultimi tempi, credo cosa non inutile il ritornarvi sopra, perchè parmi che da esso si siano tratte conclusioni errate.

(1) MICHEL, *Recueil*, n. 485. Cfr. HÜNERWADEL, *Forschungen zur Geschichte des Königs Lys. von Thrakien*, Zürich, 1900, p. 94. POSSENTI, *Il re Lisimaco di Tracia*, 1901, p. 159, n. 1.

Digitized by Google

U. Köhler, studiando il regno di Antigono (1), era venuto alla conclusione che questi, rinnovando radicalmente il sistema amministrativo, aveva abolito l'antica divisione in satrapie che Alessandro aveva accettato dall'impero persiano, e vi aveva sostituite circoscrizioni di minore ampiezza, in cui il governatore riuniva in sua mano i poteri civili e i militari, che prima i conquistatori macedoni avevano attribuito a persone diverse. Per questo egli si fondava essenzialmente sull'attestazione di Diodoro, il quale (XX, 107), narrando l'ultima guerra di Antigono nell'Asia Minore, accennava soltanto agli strateghi di questo re come insediati a Sinnada e a Sardi; e poichè una notizia analoga dava Plutarco rispetto a Lisimaco (*Demet.*, 46), questi avrebbe accolto e continuato l'opera del suo predecessore.

In seguito l'Haussoullier, esaminando questi argomenti (2). osservò che, pure in Diodoro, ci appaiono inalterate, sotto lo stesso Antigono, le satrapie della Caria (XIX, 75) e della Frigia dell'Ellesponto (XX, 19): che inoltre l'esempio di Asandro che rimane al comando della prima dopo d'avere ceduto ad Antigono le sue truppe (Diod., l. c.) e quello di Polemeo che lascia l'amministrazione della seconda in mano dell'amico Fenice (Diod., l. c.) provano come nelle satrapie di Antigono il potere civile fosse ancora diviso dal militare. Lisimaco soltanto (3) li unì poi, come è attestato dall'iscrizione di Ippostrato, nelle mani dei suoi governatori, ripartendo insieme le sue provincie in modo da non tenere più conto dell'antica divisione in satrapie (4).

Ora occorre anzitutto osservare come non sia possibile accettare l'affermazione del Koehler (5), che il sistema d'Alessandro fosse veramente stato quello di dividere nelle sue provincie il potere civile dal militare. Non si può certo negare che a tale divisione egli fosse in parecchi casi ricorso: nella Caria

(1) " Sitzungsber. der Berl. Akad. ", 1898, p. 835 e segg.

(2) *Études sur Milet et le Didymeion*, p. 18-20.

(3) Op. cit., p. 20 e 27-28.

(4) Così Possenti, Op. cit., p. 164.

(5) Essa del resto fu pure ripetuta da altri. Niese, *Gesch. der griech. und maked. Staaten*, I, p. 161: " Sonst hat Alexander überall einen Satrapen eingesetzt als Statthalter, dem der Befehlshaber der Truppen und der Steuereinnehmer als selbständige Beamten zur Seite standen ". Così Corvatta in " Rendic. Accad. Lincei ", 1902, p. 149.

Digitized by Google

(Arr., I, 23, 6-7), in Egitto (Arr., III, 5, 2-5), nella Babilonia (Arr., III, 16, 4), nella Susiana (III, 16, 9), nella Partia ed Ircania (Arr., III, 22, 1), nel Paropamiso (Arr., III, 28, 4), e, in generale, allorquando egli volle servirsi dei satrapi indigeni per il governo delle nuove provincie. Ma, evidentemente, ciò non costituiva se non un ripiego momentaneo con cui cercavasi di evitare il pericolo che la sicurezza del paese conquistato venisse compromessa dall'inesperienza di quegli uomini nei vittoriosi metodi macedonici di guerra.

E ciò è sopratutto dimostrato dal fatto che, quando Alessandro si servì a tale scopo di elementi ellenici, i due poteri vennero sempre riuniti, com'era stato sotto gli Achemenidi (1). Venne notato che tale uso, introdottosi soltanto negli ultimi tempi, era stato non ultima causa del pronto disgregamento dello stato persiano dinanzi all'invasione di Alessandro, e che ad esso quindi doveasi porre rimedio (2); ma si può osservare che a questo modo si provvedeva pure meglio alla semplicità e all'ordine dei congegni amministrativi, e che del resto per altra via erasi corretto dai conquistatori il difetto capitale dell'ordinamento antico. Giacchè l'autorità veramente eccessiva dei satrapi persiani, per cui essi apparivano come piccoli sovrani delle loro provincie, fu certo grandemente limitata, e i nuovi governatori vennero, con più stretta dipendenza, resi uniti al potere centrale (3).

Dopo la morte di Alessandro, i vari governatori che si succedettero e mutarono volta a volta nelle varie provincie ci ap-

---

(1) Del resto ciò avvenne pure quando, riusciti vani quei primi tentativi di conciliare senz'altro i vinti col nuovo governo, le provincie vennero poi tolte ai governatori indigeni. Cfr. Beloch, *Griech. Geschichte*, III, p. 13, il quale però mette in luce questo fatto soltanto dopo la vittoria di Arbela. A me pare che ciò che già s'era compito nella Caria e nell'Egitto vi si colleghi pure strettamente, e dimostri che anche prima Alessandro non rifuggiva dallo sfruttare quello che egli trovava utile nella condizione di cose preesistente.

(2) Droysen, *Histoire de l'Hellénisme* (trad. franc.), III, p. 64.

(3) Kaerst, *Geschichte des hellen. Zeitalters*, I, p. 383: " An die Stelle der einzelnen Herrschaften, die, unter der Oberherrschaft des Grosskönigs im wesentlichen ihr eigenes Leben führen .....tritt immer mehr ein wirkliches Beamtentum, das, im Auftrage des Königs handelnd, ausschliesslich dessen Herrschaftsrecht vertritt ".

Digitized by Google

paiono ininterrottamente come rivestiti di autorità sì civile che militare; solo quando Antigono volle proseguire l'ambizioso disegno di impadronirsi di tutto l'impero, abbiamo in due casi menzionata quella divisione che prima era stata tante volte adottata. Ma è facile vedere come anch'essi avessero quel carattere eccezionale che or ora abbiamo accennato.

Si tratta infatti, nel primo, della satrapia della Media affidata ad Orontobate persiano e allo stratego Ippostrato (Diod., XIX, 46); e qui basta porre di rincontro le disposizioni per le altre provincie che Antigono prese poco dopo e in cui seguì il criterio affatto opposto (Diod., XIX, 48) (1).

Così, quando troviamo detto che la Caria fu lasciata ad Asandro a patto che consegnasse le sue truppe (Diod., XIX, 75), appare chiaramente essere stato questo un compromesso speciale, con cui Antigono voleva conciliare il desiderio di cattivarsi il primiero avversario colla necessità di premunirsi contro una possibile infedeltà. Gli avvenimenti che si seguirono dimostrano ch'erano ben giustificati i suoi timori, e possono anche essere spiegati supponendo che Asandro si sentisse in una posizione strana ed insostenibile. E, quanto all'esempio di Polemeo che, trovandosi nel Peloponneso (Diod., XX, 19), καταλελοιπὼς δὲ τῆς ἐφ' Ἑλλησπόντῳ σατραπείας ἐπιστάτην Φοίνικα τῶν πιστοτάτων φίλων, ἀπέστειλεν αὐτῷ στρατιώτας, ἀξιῶν διαφυλάττειν τὰ φρούρια καὶ τὰς πόλεις, si deve anzitutto notare che quegli, come rappresentante di Antigono, doveva avere certamente nelle mani ambidue i poteri. È poi naturale che, essendo incaricato di una importante missione militare, egli si fosse tratte seco le forze di cui poteva disporre, lasciando alquanto sguernita la sua provincia; ma non è punto detto che essa (che era anche provincia di confine) fosse stata lasciata affatto senza difesa, e ad ogni modo è chiaro che si trattava, come nei casi precedenti, d'una condizione di cose meramente provvisoria, richiesta dalle necessità del momento.

Insomma, pure accordandomi col Koehler nell'ammettere che il sistema di Antigono fosse quello di affidare ciascuna delle sue provincie ad un governatore che potesse ad un tempo am-

(1) Del resto Orontobate non era affatto privo di potere militare, se troviamo detto pure da Diodoro (XIX, 47): πυθόμενοι στρατοπεδεύειν τόν τε Ἱππόστρατον καὶ τὸν Ὀροντοβάτην.

Digitized by Google

ministrarla e difenderla, credo però di potere affermare che non era stato punto primamente da lui inaugurato, ma rappresentava semplicemente la prosecuzione di usi già da molto tempo regolarmente adottati. E così parmi che debba pure dirsi di Lisimaco, il cui stratego delle città ionie, rivestito evidentemente di funzioni civili e militari, non può punto corrispondere ad una innovazione amministrativa allora introdotta, ma si collega direttamente coi metodi antecedenti.

Alla medesima conclusione si può giungere in ciò che si riferisce all' estensione delle singole provincie. Bisogna subito osservare che, se troviamo menzionati gli strateghi di Antigono e Lisimaco in Diodoro e in Plutarco (come notò il Koehler), questi due autori usano tale espressione in modo affatto indeterminato a indicare, in generale, dei semplici comandanti di truppe; non si può certo riconoscervi senz'altro la designazione ufficiale dei governatori delle provincie, e non se ne può quindi dedurre alcuna cosa sia per le funzioni degli uni, sia per la delimitazione delle altre. Così neppure il fatto che sotto Lisimaco le città della Ionia formano una provincia a sè, può giustificare l'affermazione che questo sovrano non avesse tenuto conto del primiero ordinamento delle satrapie. È noto infatti che già sotto l'impero persiano le città greche della costa occidentale dell'Asia Minore si trovarono alcuna volta amministrativamente separate dalle circostanti regioni. Vediamo che l'Eolide e la Ionia formano una speciale provincia sotto Ciro signore (Diod., XIV, 19: Λυδίας μὲν καὶ Φρυγίας κατέστησεν ἐπιμελητὰς Πέρσας ἑαυτοῦ συγγενεῖς, Ἰωνίας δὲ καὶ τῆς Αἰωλίδος, ἔτι δὲ τῶν σύνεγγυς τόπων, Ταμώ... Questi poco dopo, XIV, 35, è poi detto semplicemente τῆς Ἰωνίας ἀφηγούμενος); e se in seguito si legge che la Ionia è posta nella sfera d'influenza del satrapo della Lidia (Xen., *Hell.*, V, 1-28: ἦλθον δὲ καὶ αἱ ἀπὸ Ἰωνίας, ὅσης ἐγκρατὴς ἦν Τιρίβαζος...) si può supporre che essa, pur così essendo, venisse però come l'Eolide, amministrata a parte. Fino al termine della dominazione persiana non abbiamo più notizie sicure per tale riguardo, benchè appaia probabile che le cose rimanessero nelle medesime condizioni (1). Sopravvenuto poi Alessandro

(1) Quanto ad Oronte menzionato da Diodoro (XV, 90) come τῆς Μυσίας σατράπης, mi pare difficilmente accettabile l'opinione del Beloch (*Griech. Gesch.*, II, p. 294, n. 2), che stimò erronea quest' espressione, credendo in-

Magno, troviamo infine Σπιθριδάτης ὁ Λυδίας καὶ Ἰωνίας σατράπης (Arr., I, 12, 8); e questa espressione indica per lo meno chiaramente che in questa provincia l'antica separazione aveva ancora lasciato traccia di sè. Al posto di Spitridate veniva tosto sostituito Asandro (Arr., I, 17, 7), mentre precedentemente ad Arsite satrapo della Frigia Minore era stato dato per successore Cala (Arr., I, 17, 1); ma poco dopo Alessandro mandava un commissario speciale, con poteri civili e militari (Arr., I, 18, 1), ἐπὶ τὰς Αἰολίδας τε πόλεις... καὶ ὅσαι Ἰωνικαὶ ὑπὸ τοῖς βαρβάροις ἔτι ἦσαν.

Il fatto di questa circoscrizione territoriale, che vediamo a questo modo separata dalle satrapie della Lidia e della Frigia Minore, parmi che si colleghi direttamente colle tradizioni amministrative persiane: tanto più che posteriormente, sotto lo stesso Alessandro, essa sembra ricomparire poi come stabilmente distinta e costituita (1).

Nella spartizione avvenuta dopo la morte di Alessandro la Ionia e l'Eolide vennero evidentemente aggregate, come già era

---

vece che si trattasse della satrapia dell'Eolide e della Ionia. Diodoro stesso infatti parla in quest'occasione degli ἄρχοντες τῶν παραθαλαττίων τόπων fra cui, oltre ad Oronte ed a Mausolo di Caria, annovera pure i satrapi della Frigia Minore e della Lidia: quest'ultimo non poteva essere detto tale se non aveva sotto di sè, almeno in gran parte, l'Eolide e la Ionia.

(1) Si tratta di Filosseno che troviamo in Polieno menzionato come Ἀλεξάνδρου βασιλέως ὕπαρχος Ἰωνίας (VII, 49), e da Plutarco come τῆς παραλίας ὕπαρχος (*De Alex. M. fortit. aut virt.*, 333 A) e τῶν ἐπὶ θαλάττῃ πραγμάτων Ἀλεξάνδρου στρατηγός (*De vit. pub.*, 531 A). Il Beloch, *Gr. Gesch.*, III, p. 14, n. 1) ricordando come Filosseno fosse stato da Alessandro incaricato (Arr., III, 6, 4) τῆς Ἀσίας τὰ ἐπὶ τάδε τοῦ Ταύρου ἐκλέγειν, dedusse dalle espressioni citate " dass eben Jonien zu seinem Amtsbezirke gehörte ", avendo egli un controllo finanziario sulle città libere dell'Asia Minore. Ma si deve osservare che i fatti narrati da Polieno e Plutarco hanno carattere puramente militare, non finanziario, ed è molto più probabile la supposizione che Filosseno avesse avuto (poichè si tratta di fatti posteriori) un mutamento di carica, come ne avvennero tanti in quelle occasioni. Del resto è da notarsi ciò che di lui è narrato poco dopo (uno degli episodi narrati da Plutarco coincide colla fuga di Arpalo) da Arriano (VII, 23, 1): Ἐπανελθὼν (Alessandro) δὲ εἰς Βαβυλῶνα καταλαμβάνει Πευκέσταν ἥκοντα ἐκ Περσῶν..... ἧκε δὲ αὐτῷ Φιλόξενος στρατιὰν ἄγων ἀπὸ Καρίας καὶ Μένανδρος ἐκ Λυδίας. Posto così accanto a Peucesta e a Menandro, sembra che egli fosse poi ancora passato alla satrapia della Caria. Quivi Asandro non è ricordato prima della divisione di Perdicca.

Digitized by Google

avvenuto sotto i Persiani, alle satrapie vicine; ma ad ogni modo rimane sempre sufficientemente dimostrato che la provincia a cui Lisimaco aveva preposto Ippostrato non fu certamente una nuova creazione, e non si può quindi senz'altro ritenere come collegata ad una generale riforma territoriale avvenuta per opera sua. Le satrapie persiane dell'Asia Minore occidentale, la Caria, la Lidia, la Frigia dell'Ellesponto e la Frigia Maggiore, il cui territorio doveva costituire in massima parte il regno asiatico di Lisimaco (1), come furono nella loro secolare delimitazione, da Alessandro conservate e trasmesse ai suoi successori, così ben difficilmente vennero da costoro rimutate: e lo dimostra sopratutto il fatto che esse riappaiono indubitatamente ancora presso i Seleucidi.

La provincia della Ionia non ci è punto attestata sotto la dominazione di Antigono: tuttavia io non oserei punto negare che possa essere veramente esistita.

Venne osservato che la differenza essenziale per cui distinguevasi il governo di Lisimaco, di fronte alle città greche, da quello del suo antecessore stava in ciò, che, mentre questi, continuando la politica di Alessandro, le tenne nella condizione di alleate, quegli le aggregò invece direttamente al suo regno: la prova ne sarebbe appunto che vennero sottomesse a uno stratego, mentre il silenzio degli storici e il noto rescritto di Antigono a Teo dimostrano che prima non esisteva alcun intermediario fra le città stesse e il re (2).

Ma tutto ciò appare insussistente, sopratutto se si pone a confronto quello che di Alessandro ci venne tramandato. Egli infatti, ottenuta la Lidia (Arr., I, 17, 4), Σαρδιανούς δὲ καὶ τοὺς ἄλλους Λυδοὺς τοῖς νόμοις τε τοῖς πάλαι Λυδῶν χρῆσθαι ἔδωκε καὶ ἐλευθέρους εἶναι ἀφῆκεν; ma, ciò non ostante (*ibid.*, I, 17, 7): κατέλιπε τῆς μὲν ἄκρας τῆς Σάρδεων ἐπιμελητὴν Παυσανίαν τῶν ἑταίρων, τῶν δὲ φόρων τῆς συντάξεώς τε καὶ ἀποφορᾶς Νικίαν, Ἄσανδρον δὲ τὸν Φιλώτα Λυδίας καὶ τῆς ἄλλης τῆς Σπιθριδάτου ἀρχῆς. Ed è da notarsi che quest'ultima espressione accenna

---

(1) L'ipotesi che anche l'ultima di esse appartenesse a questo re venne con acuti e fondati argomenti proposta dal POSSENTI (op. cit., p. 101-102).

(2) HÜNERWADEL, op. cit., p. 116. 117. Così il POSSENTI, op. cit., p. 164, n. 1 e 167.

Digitized by Google

certamente a gran parte almeno delle città ioniche (s'è visto come Spitridate fosse Λυδίας καὶ Ἰωνίας σατράπης); che queste furono pure dichiarate libere e autonome da Alessandro, e che a Chio lo stesso re si rivolgeva poi con un rescritto diretto, senza menzione di intermediari (Michel, *Recueil*, n. 33). Se ne può quindi subito dedurre che, se Antigono dichiarò abitualmente libere e autonome le città greche (1), se a Teo, pure senza dubbio, insieme con Lebedo, libera e autonoma (Michel. *Rec.*, n. 34, l. 88 e seg.: Νομίζον[τες οὖν ὑμᾶς τό γε ἐφ' ἡμῖν] εἶναι τἄλλα ἐλευθέρους καὶ αὐτονόμους πεποιηκέν[αι κτλ.), egli si rivolgeva direttamente, ciò non significa punto che, per vegliare all'adempimento degli obblighi che le città stesse avevano verso di lui, egli non avesse delegato, come Alessandro, i suoi speciali rappresentanti (2).

Dunque neppure per ciò che riguarda il suo atteggiamento verso le città greche Lisimaco ci appare come veramente innovatore (3).

---

(1) Hünerwadel, op. cit., p. 115.

(2) Il Niese (*Gesch.*, I, p. 162, n. 2) fa notare ciò che avvenne di Aspendo a cui Alessandro, ritirate le concessioni prima fatte, impose fra l'altro (Arr., I, 27, 4) καὶ πείθεσθαι τῷ σατράπῃ τῷ ὑπ' Ἀλεξάνδρῳ ταχθέντι; ma è chiaro che in questo caso si accenna alla soggezione piena ed intera, che si distingue, sia pure in gran parte solo formalmente, dalla sorveglianza di cui noi parliamo.

(3) Non voglio per ora ripigliare l'esame dei vari accenni storici ed epigrafici sulle relazioni fra Lisimaco e alcune sue città. Basti osservare che esso confermerebbe ciò che s'è asserito: infatti anche il Possenti (op. cit., p. 164, n. 1) ne dedusse che, pure ammettendo il cambiamento di sistema di cui si è parlato, esso doveva però essere soltanto formale; e l'Hünerwadel (op. cit., p. 125) fu costretto a concedere che solo per eccezione Lisimaco dovette indursi a mutamenti costituzionali nelle sue città, verso cui in generale nutrì una " wohlwollende Gesinnung „ (ib. n. 4). Aggiungo che, per quanto riguarda Eritre, i cui legati dicevano ad Antioco I che essa era stata αὐτόνομος καὶ ἀφορολόγητος sotto Alessandro e Antigono (senza menzionare Lisimaco), la cosa si può forse spiegare pensando all'acre sua opposizione fatta a Prepelao (Diod., XX, 107); e ad essa si può contrapporre che (Diod., ib.) Λυσίμαχος... Λαμψακηνοὺς μὲν καὶ Παριανοὺς ἑκουσίως προσθεμένους ἀφῆκεν ἐλευθέρους. Del resto io qui non fo che sfiorare leggermente questo interessantissimo argomento delle relazioni fra i sovrani ellenistici e le loro città: mi riservo di parlarne con maggior diffusione in un lavoro, di prossima pubblicazione, sull'organizzazione del regno di Pergamo.

Digitized by Google

Del resto tutte le conclusioni a cui finora siamo potuti pervenire si spiegano benissimo, ove si ponga mente alle condizioni in cui quel regno si trovava. Formato dalla unione di elementi non legati da alcun vincolo storico, profondamente dissimili sì sotto l'aspetto politico che sotto quello geografico, esso non poteva che attingere forza dal mantenersi fedele a quel poco che il tempo e la tradizione aveva consacrato e reso stabile; per contro una smania rivoluzionaria negli ordinamenti interni avrebbe troppo favorito quella tendenza al disgregamento che già continuamente si manifestava in quello stato di cose.

Intanto io vorrei ancora, a questo proposito, presentare una ipotesi, per cui un altro elemento tradizionale riapparirebbe nella costituzione data da Lisimaco al suo regno.

È noto che Alessandro, pur lasciando divisa l'Asia Minore in parecchie provincie l'unì però finanziariamente in un sol tutto (Arr., III, 6, 4). Ora, fra i funzionari di Lisimaco, tenne certamente un posto molto eminente Filetero, a cui erano affidati i tesori posti nella rocca di Pergamo. Ove si pensi appunto alla grande importanza che questi ebbe negli avvenimenti del tempo, alla somma veramente rilevante che aveva in custodia (9000 talenti: Strab., XIII, p. 623); ove si badi che Strabone, nella minuta descrizione geografica delle terre appartenenti al nostro regno, menziona, come γαζοφυλάκια di Lisimaco, soltanto Pergamo (l. cit.) e Tirizi (VII, p. 319) in Tracia, sulle coste del Ponto Eusino, appare giustificata la supposizione che, per l'amministrazione del tesoro reale, vi fosse allora una ripartizione in due zone, l'asiatica e l'europea, di cui le due suddette località (come sembra naturale anche dalla loro posizione) avrebbero formato i rispettivi centri. Bisogna ancora notare che Demetrio Poliorcete (Plut., *Demet.*, 25) chiamava Lisimaco col soprannome di γαζοφύλαξ, il che allude alla particolar cura che questo re doveva avere per tale riguardo. Nè a ciò si oppone il fatto che un tesoro di Lisimaco si trovi pure nella rocca di Sardi (1). Poichè era naturale che in ogni provincia esistesse contemporaneamente pure una cassa speciale, tanto più che forse

(1) Polyaen., IV, 9, 4: τοὺς ἐν αὐτῇ θησαυροὺς Θεοδότου φυλάσσοντος· τοῦτον θησαυροφύλακα Λυσίμαχος ἔταξε...

Digitized by Google

ciascuna di esse, ad imitazione di ciò che era avvenuto sotto Alessandro (1), ebbe una particolare amministrazione finanziaria.

Potrebbe ancora aggiungersi che sotto Lisimaco le provincie asiatiche formassero, anche per gli altri rispetti, una separata unità amministrativa? Il Niese (2) suppose, senza però dare alcuna ragione, che esse venissero affidate ad Agatocle. Ora, se si ammette l'ipotesi sovra esposta, e si ricordano le strette relazioni fra Filetero ed il figlio di Lisimaco (Strab., XIII, p. 623; Paus., I, 10, 4), certo la cosa non appare improbabile, tanto più che, nell'ultima spedizione di Demetrio contro l'Asia Minore, quest'ultimo diresse le operazioni militari (Plut., *Demet.*, 46 seg.). Si deve però osservare che Arsinoe, sposa al re già da molti anni (3), doveva opporsi risolutamente, colle arti in cui era maestra, a tutto ciò che significasse onore e potenza per il suo avversario. Ad ogni modo non si potrebbe parlare affatto di una diretta partecipazione al potere reale (analogamente a ciò che allora era avvenuto in Siria ed in Egitto), perchè manca per questo riguardo ogni attestazione storica e numismatica; e l'argomento *ex silentio* è in questo caso, sopratutto pel secondo punto, importantissimo.

---

(1) Beloch, *Gr. Gesch.*, III, p. 14.

(2) *Gesch.*, I, p. 402, n. 3.

(3) Hünerwadel, op. cit., p. 58.

Digitized by Google

Le battaglie di Cos e di Andro.

Nota di GIULIO AUGUSTO LEVI.

Le battaglie di Cos e di Andro appartengono ai decenni di mezzo del sec. III a. C., che è quanto dire al periodo forse più oscuro della storia greca. La notizia di esse ci pervenne in forma tale da far supporre che abbiano avuto una certa importanza.

Per determinarne la data non abbiamo altro mezzo che il cercarne la possibile connessione con altri eventi noti e più o meno precisamente datati.

La notizia della battaglia di Cos ci pervenne affatto isolata, in un aneddoto più volte ricordato da Plutarco (1), da cui si desume che essa fu combattuta fra Antigono Gonata e Tolemeo II, con esito, pare, favorevole ad Antigono.

Il Beloch (2) recentemente la poneva fra il 258 e il 256, collegandola colla ribellione del governatore di Efeso (3). Riguardo alla data di questa, e alla identificazione di questo governatore, il Beloch si riferisce senz'altro alla ipotesi del Von Prott (4). Convien quindi riassumere e discutere questa ipotesi prima di esaminare quella del Beloch.

Documenti egizî e greci degli anni 21-27 di Tolemeo II (265-259 a C.) ci rivelano l'esistenza di un coreggente Tolemeo figlio di Tolemeo. L'ultima volta il suo nome s'incontra cancel-

---

(1) Plut., *De se ipso laud.*, 16, p. 545 B. *Apophteg. Reg.*, p. 183 C. A taluno che gli osservava essere imprudente arrischiarsi in battaglia con forze molto inferiori alle nemiche, Antigono rispose: " E quante navi non stimi valga la mia presenza? "

(2) Beloch, *Die Schlacht bei Kos*, in *Beiträge z. a. Geschichte*, I (1901), p. 293-4; in *Griechische Geschichte*, III, p. 618, non aggiunge nulla alle argomentazioni di questo articolo.

(3) Trog., *prol.* 26. Athen., XIII, 593 A.

(4) V. Prott, *Das* ἐγκώμιον εἰς Πτολεμαῖον, in *Rh. Mus.*, 53 (1898), p. 470 sgg.

Digitized by Google

lato in un documento del 259 (1). Un Tolemeo figlio di Tolemeo era pure il governatore di Efeso, il quale si ribellò intorno a questo tempo, poichè la notizia ne è riferita in Trogo dopo la morte di Antioco I (261-260). Il Von Prott identifica questi due Tolemei e pone la ribellione nel 259, interpretando la cancellatura del *Revenue Law Papyrus* come un segno di *memoria deleta*.

Or come si concilia l'esistenza di questo Tolemeo figlio di Tolemeo, ribellatosi al padre intorno al 259, e morto poco dopo (v. Ateneo, l. c.) colla notizia giuntaci per altra via (2), secondo cui Tolemeo II non ebbe che tre figli, Tolemeo (che fu poi re Tolemeo III Evergete), Lisimaco e Berenice? Secondo il Von Prott, il nostro coreggente e governatore di Efeso non sarebbe altri che quel Tolemeo figlio di Arsinoe e di Lisimaco che nel 280 non soggiacque alle insidie di Tolemeo Cerauno, anzi gli eccitava contro il principe degli Illirii Monunio, presso cui si era rifugiato (3). Rimasta sterile Arsinoe II, seconda moglie di Tolemeo Filadelfo, sarebbe interceduto fra i due un accordo, per cui ciascuno avrebbe riconosciuto e adottato i figli avuti dall'altro in primo letto. Sarebbe ancora la medesima persona quel Tolemeo figlio di Lisimaco, che in una iscrizione è da Antioco II designato come προσήκων ἡμῖν κατὰ συγγένειαν (4).

Che il coreggente e il ribelle di Efeso siano la stessa persona è abbastanza probabile, ma non assolutamente certo; poichè la cancellazione di un nome in un papiro può non essere segno di *memoria deleta*, ma semplicemente correzione di una data portante ancora il nome di un personaggio morto molto di recente, perchè redatta prima che giungesse la notizia della sua morte.

Ma è inammissibile che Tolemeo, nel punto stesso in cui faceva adottare i propri figli da Arsinoe II, certamente per serbare loro i diritti di nascita, adottasse anche il figlio di essa, maggiore dei suoi e uomo fatto, per poi associarselo al governo, e conseguentemente destinarlo al trono, spodestando di fatto la casa reale stessa a cui egli apparteneva.

---

(1) *Revenue Law Papyrus*, intestazione. Per la bibliografia relativa vedi V. Prott, l. c.

(2) Schol. Theocr., *Id.* XVII, v. 128.

(3) Trog., *prol.* XXIV.

(4) V. Michel, *Recueil*, n° 40.

Digitized by Google

Quanto all'identificazione di questo coreggente, può essere, come mi suggeriva il prof. De Sanctis, che nello scolio a Teocrito sia caduto un nome: " ἀφ' ἧς καὶ τοὺς παῖδας ἐγέννησεν, ⟨Πτολεμαῖον καὶ⟩ Πτολεμαῖον καὶ Λυσίμαχον καὶ Βερενίκην ". Questa caduta si spiegherebbe benissimo coll'identità dei due primi nomi.

Posto ciò, ove non avessimo altri indizí, l'ipotesi del Beloch, che la battaglia di Cos sia da porsi in un medesimo periodo (periodo minaccioso per la potenza egizia nel Mar Egeo), colla ribellione del governatore di Efeso, e quindi, almeno provvisoriamente, intorno al 259, sarebbe la più ovvia quando si dovesse accettare come termine inferiore per la data della battaglia il ritiro della guarnigione macedone in Atene, avvenuto secondo Eusebio nel 255/4 (1), — secondo il Beloch, in conseguenza di quella battaglia: le ἐπιστόλια παρακλητικά inviate ad Antigono dopo la Ἀντιγόνου ναυμαχία (2) sarebbero appunto lettere per ottenere quella liberazione, dopo la battaglia di Cos. Ma ognun vede il carattere soverchiamente ipotetico di tale interpretazione.

Del resto il Beloch cita alcune dediche (inedite), in Delo, del re Tolemeo figlio di Lisimaco, che egli inclina ad attribuire al governatore di Efeso, dopo che si era ribellato a Tolemeo, e quando Delo più non apparteneva a questo, e cioè era avvenuta la battaglia di Cos.

Alle obbiezioni già esposte contro l'identificazione del ribelle di Efeso col figlio di Lisimaco, si potrebbe aggiungere questo: che dal passo di Ateneo, XIII, parrebbe che la ribellione stessa sia terminata colla morte del ribelle, poichè questi è rappresentato ancora al momento della catastrofe come διέπων τὴν φρουράν, come ufficiale egizio. Perciò non avrebbe avuto tempo di far quelle dediche nell'epoca indicata dal Beloch.

Riassumendo, il Beloch non si appoggia che su argomenti incerti. L'indizio più sicuro rimane pur sempre (3) il comparire di offerte macedoniche in Delo a partire dal 252 (arcontato di Fano) (4), da cui sembra doversi indurre che la battaglia di

(1) Pausan., III, 6, 6. Euseb., ed. Schöne, II, 120.

(2) Laert. Diogen., IV, 39.

(3) G. De Sanctis, *Questioni politiche e riforme sociali*, in " Rivista internazionale di scienze sociali ". Roma, 1904, fasc. XIII-XIV.

(4) V. Homolle, *Archives de l'Intendance sacrée*, p. 59, cfr. p. 104.

Digitized by Google

Cos aveva tolto poco innanzi ai Tolemei il predominio delle Cicladi.

Nel medesimo articolo il Beloch tenta dimostrare, che la battaglia d'Andro, ricordata da Trogo, *prol.* 27, contrariamente all'opinione comune che la riferiva all'epoca della guerra Laodicea (1), sia invece da connettere colla spedizione del Dosone in Caria, riferita nel *prol.* 28. Egli osserva che la notizia della battaglia d'Andro si trova nel contesto della storia dei Seleucidi, fra la morte di Ziaela (circa il 229) e la morte di Antioco Ierace (227). Perciò è da porre nel 228. " Così si conferma ", egli dice, " come già da lungo tempo fu riconosciuto, che la spedizione in Caria si connette colla guerra di Antioco Ierace contro Attalo e contro Tolemeo ". Questa connessione non è ben chiara. Se non erro, il Beloch suppone Antigono alleato di Antioco, perchè realmente era questi il più bisognoso di aiuto. Ma non abbiamo notizia che Antioco guerreggiasse allora anche contro Tolemeo: che anzi, secondo Eusebio (2), da Tolemeo ebbe aiuti, probabilmente contro Seleuco, e secondo Giustino (3) presso Tolemeo si rifugiò. E se da Tolemeo fu allora sostenuto prigione, ciò per avventura può attribuirsi al desiderio di Tolemeo di pacificarsi con Seleuco, forse appunto in seguito alla guerra di Antigono in Caria. È forse più nel vero il Niese supponendo Antigono nella spedizione di Caria alleato di Seleuco (4).

Pare inoltre da un passo di Polibio (5), che Antigono in quella spedizione disponesse di forze alquanto scarse, se la sua armata diede in secco per il riflusso del mare, e se un assalto improvvisato dai Beoti avrebbe potuto recargli tanto danno. Poco probabile dunque che con quelle navi potesse affrontare e vincere la flotta tolemaica in Andro.

Si aggiunga che la cronologia del *prol.* 27 di Trogo non può ritenersi così esattamente determinata come vuole il Beloch. La morte di Ziaela è certo anteriore al 227, anno della morte del Ierace; anche anteriore al 228, anno in cui gli era già suc-

(1) V. Niese, *Gesch. d. Griech. u. Mak. Staaten*, II, p. 151, cfr. p. 248.
(2) Euseb. ed. Schöne, I, p. 253.
(3) Iust., XXVII, 3.
(4) Niese, II, p. 326.
(5) Pol., XX, 5.

Digitized by Google

ceduto il figlio Prusia (1). Ma non si può precisare nulla di più. Trogo ci dice che egli morì dopo una vittoria di Attalo su Antioco e sui Galli presso Pergamo. Ma questo dato ci serve a poco, nella grande oscurità che regna ancora sulle ripetute vittorie di Attalo (2).

E ancora ove fossimo certi della data della morte di Ziaela, non saremmo autorizzati ad affermare che proprio in questo punto nel nostro prologo sia rispettato l'ordine cronologico. Per farsi un'idea precisa dell'economia del racconto di Trogo, convien raffrontare il prologo col riassunto di Giustino.

È notevole che proprio a questo punto (lib. XXVII, 3) fra la vittoria di Attalo e gli ultimi fatti di Antioco, anche in Giustino s'incontra la menzione di Tolemeo unitamente al ricordo della guerra Laodicea: *Ea namque tempestate omnia bella in exitium Asiae gerebantur: ut quisque fortior fuisset, Asiam, velut praedam, occupabat. Seleucus et Antiochus fratres bellum propter Asiam gerebant, Ptolomaeus rex Aegypti sub specie sororiae ultionis Asiae inhiabat.* E prosegue toccando di Attalo e dei Galli. Qui le cose dell'Asia eran giunte al massimo della confusione: in seguito si rischiarano colla rapida rovina d'Antioco. Pare che Trogo scegliesse questo punto per riassumere in un sol quadro i fatti dell'Asia anteriore, e al tempo stesso per raccogliere e completare la storia dei singoli elementi che vi avevano agito, e dei quali aveva parlato sparsamente in occasione dei loro contatti coi Seleucidi.

Così si spiega il ritorno sulla guerra Laodicea, e riman tolto ogni scrupolo a connettere, almeno cronologicamente, con essa la battaglia d'Andro.

Nè solo la data, ma anche l'esito della battaglia di Andro credo utile sottoporre ancora a discussione. Non mi convince la lezione corrente di quel passo dei prologhi. I testi portano concordemente: *Ut Ptolomaeus Adaeum denuo captum interfecerit et Antigonum Andro proelio navali prona vicerit.*

La vittoria d'Antigono dunque risulta solo dalla correzione

---

(1) Clinton, *Fasti Hellenici*, III, p. 425, cfr. Pol., V, 90.

(2) V. Niese, II, p. 157; Pauly-Wissowa, *Real-Encyclopädie*, I, 2458, II, 2160. Beloch, *Griech. Gesch.*, III, p. 705, porrebbe questa vittoria nel 230, " oder etwas früher ".

Digitized by Google

degli editori moderni, non dal testo medesimo. Pare che l'importanza del fatto storico dovrebbe consigliare una cautela estrema nell'uso dell'unico documento che vi si riferisca. Si suppone che, corrottosi il *Sophrona* primitivo nell' inintelligibile *prona*, i copisti mutassero *Antigonus* in *Antigonum* per rendere alla proposizione un senso completo. Realmente non si vede la necessità, in un testo così incompleto, di provvedere la proposizione di un complemento oggetto. È bensì vero l'opposto: che agli editori moderni, i quali vedevano in *prona* l'avanzo di un complemento oggetto, era inevitabile trasformare l'accusativo *Antigonum* nel nominativo *Antigonus*.

Fin qui dunque le probabilità sono maggiori per l'*Antigonum* dei testi che per l'*Antigonus* della correzione.

A ciò si aggiunga che i codici più antichi dànno concordemente *et Antigonum*. Generalmente nei prologhi la copulativa *et* è usata dove due proposizioni hanno il medesimo soggetto, oppure più proposizioni sono raggruppate sotto l'espressione *Inde repetitum ut* ... *et* ... o simili. Per lo più, dove il soggetto muta, il distacco sintattico è indicato dall'uso dell'*ut*, eccetto che dal contesto medesimo del prologo risulti chiaramente fra le due proposizioni un nesso di effetto o di conseguenza. Ho contato 14 casi in cui, mutando il soggetto, è usato l'*et*. L'unico caso che faccia eccezione alla regola accennata è nel *prol.* XXXVIII (1). dove però chi non legga il riassunto di Giustino non può sottrarsi all'impressione che il secondo evento sia conseguenza del primo. Nulla di simile ci suggerisce il nostro prologo XXVII. Dunque anche per questo capo la maggior probabilità sta per il supporre oggetto *Antigonum*, soggetto *Ptolomaeus*.

Aggiungo per ultimo che rarissimamente i prologhi introducono un personaggio nuovo (come sarebbe qui *Sophrona*), senza determinarne in qualche modo le funzioni con un epiteto, a meno che queste risultino chiare già dal contesto (2).

---

(1) *Inde repetitum ut Demetrius captus sit a Parthis et frater eius victo in Asia Tryphone bellum Parthis intulerit.*

(2) Non ne riscontrai che un caso, *Prol.* XXXVIII: *Ut Mithridates Eupator occiso Arathe Cappadociam occupavit victoque Nicomede et* Maltino *Bithyniam.*

Digitized by Google

Per tutte queste ragioni io propenderei ad accogliere la correzione che mi suggeriva il prof. De Sanctis, *et Antigonum Andro proelio navali per Sophrona vicerit.* Questo costrutto, come si può verificare con una semplice scorsa, è frequentissimo nei prologhi di Trogo. Per questa via si riuniscono i due vantaggi, di accordarsi in tutti i punti coll'uso più costante di Trogo e di portare l'opera della correzione solo nel punto evidentemente guasto del testo.

Brevi aneddoti in volgare Bobbiese del cadere del sec. XIV.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Ho pubblicato anni or sono nelle *Memorie* di quest'Accademia (Serie II, tomo L, pag. 128), togliendoli da un testo della fine del sec. XV e del principio del sec. XVI, alcuni brevi saggi di versione dal volgare in latino. Era un volgare affatto dialettale, e perciò stimai che quei saggi potessero riuscire di qualche interesse per i filologi. Si riferivano, a giudicare dalla provenienza del ms. donde li prendeva, alla Novalesa e alla vallata di Susa.

Ora comunico altri saggi tolti da un ms. bobbiese alquanto più antico, cioè della fine del sec. XIV o del principio del sec. XV. Trattasi di un fascicoletto (1) cartaceo, pieno di esempi, di lettere e di esordi. Quelli che si leggono, in corpo per qualche modo distinto, sui ff. 5 *v*, 6 *r*, 6 *v*, sono preceduti dalla nota: " Incipiunt epistole michi date per magistrum Johannem de Bobio "; la prima di queste lettere si intitola *mater filio* e contiene l' annuncio dei funerali del padre, che la madre dà al proprio figlio.

Le lettere raccolte in questo fascicolo contengono nomi di personaggi celebri del sec. XIV. Naturalmente trattasi di lettere supposte. Ma pur dei nomi conviene tener conto, per confermare l'età del manoscritto. C'è (f. 1 *r*) una lettera di " Bonifacius

(1) Fascicolo cartaceo di ff. 6 (ossia di pp. 12), con due foglietti inserti, staccati. Trovasi in *Bobbio*, *Abbazia*, b. 127, Archivio di Stato di Torino.

Digitized by Google

episcopus servus servorum Dei „ a “ Serenissimo et excelso principi d. Henricho Dey gratia Romanorum imperatori et senper augusto et Boemie regis „. Occorrono pure i nomi di papa Giovanni [XXII], di Giovanni imperatore (*sic*) e re di Boemia, di Clemente [VI] papa, ecc.

Verso il principio del fascicolo trovansi le quattro brevi lettere in volgare e in latino, che trascrissi e che ora pubblico. Non siamo dinanzi ad un volgare così pienamente dialettale, com'era il caso dei testi Novaliciensi. Ma nonostante la tinta letteraria, che lo ricopre, l'elemento dialettale è manifesto: poreyve, mi (= io), deveyre, vedeyre, salù, como, monto (= molto), maravegio, parlasemo, que (= quale), auna (= ancorchè), caresto (= carestia), longe (= lingue), habiù (= avuto), fa (= fare), manifestà (= manifestare), studià (= studiare), ecc. Gli elementi di tal fatta sono molto numerosi, e ne abbandono lo studio ai cultori di questi studi.

Anche queste lettere contengono la prova della loro origine Bobbiese. Al carteggio partecipa Gioanneto *de Georgiis*, che in altre lettere raccolte nel descritto fascicolo è esplicitamente detto da Bobbio. Nè egli è il solo personaggio che, come Bobbiese, il nostro fascicolo ci presenta.

Le famiglie Monticelli e Giorgi menzionate in queste formule, sono realmente di Bobbio. Anzi trovai un “ Franciscbus de Monticellis de Bobio „ in documento del 29 agosto 1348 (*Bobbio, Abbazia,* categ. II “ beni fuori di Bobbio „, b. 8), e un “ Antonius de Georgiis notarius „ che rogò 20 agosto 1465, citato in doc. 21 agosto 1465, *Paesi, Bobbio,* b. 34 [1464-1477].

Si noti peraltro che non era notaio quell'Antonio Giorgi, di cui parlano i nostri doc. 3 e 4. L'identificazione non può quindi aver luogo per questo motivo, senza dire che l'epoca mal corrisponde. Il nostro ms. è alquanto più antico.

Meno improbabile, ma ancora abbastanza inverosimile, è l'identificazione del nostro Antonio Giorgi coll'omonimo che copiò nel 1411 un ms. della Nazionale di Torino, descritto da G. Ottino, *Codici Bobbiesi,* Torino 1890, n° 34.

Nel riprodurre il testo, scrivo in corsivo quanto nel manoscritto viene indicato col segno di abbreviazione.

Digitized by Google

1.

MISSIVA. Amicus amicis.

Amigo carissi*mo*. Eciam che se qua*n*te me*m*bre mi o, fossam longe, mi no*n* poreyve ma*n*ifestar*e* lo desid*er*yo ch*e* mi ò de*n*tro da mi de vedeyr*e* la tua amiguevere p*er*so*na* [1]), ma*n*chada da q*ue*sto logo za è lu*n*go t*em*po se fa, ala q*u*ale Deo re*n*de ta*n*ta salù como a la *propria* p*erso*na [1]).

Mo*n*to [2]) me maravegio ch*e* poy ch*e* noy no*n* p*ar*lasemo da locha a locha no*n* s'è [3]) reduto a memoria me*n* d'una nota i*n* su de ch*e* mi possa; p*er* la q*ua* [4]) cossa cara me*n*te p*r*ego la toa frat*er*nita ch*e* me rec*re*ua [5]) alcuna cossa ch*e* mi possa haver*e* piena e p*er*feta consolatio*n*.

Mi carissime amicans, Quam desiderio tui, care, fraternitatem vhementer desidero, vix queo verbis explicare, etiam si quot membra teneo verterentur in linguas; cui iamdudum absenti hinc, quociens michi ipsi vellem, multiplicet salutem Largitor omnipotens gratiarum. Inmense miror, quod post quam nostrum antiquorum nequiciorum meminimus, diversa oretenus loquebamur. Quam ob rem dillectionem, quam erga te gero, carissime, deprecor, quatenus michi scribas aliquid quo possem plenariam percipere suadelem. *Subscripcio*: Franciscus de Monticelis precordialis intimus. *A tergo*: Discreto viro Johani de Carocio tamquam fratri peramando.

2.

RESPONSIVA.

Car.° fradello. Le gra*n*de affecione de veraxe amistà ch*e* noy habiemo s*em*pre havodo e ancho di là retignemo, auna sia p*er* dista*n*cia de logo, sia per caresto de messi, poco se po ma*n*ifestà così speso, come noy voresimo, ma prego l'altro (*sic*) Deo ch*e* ni più gra*n*de, ni più pizena le dilection ch*e* mi ò v*er*so la toa p*er*sona, la ma*n*tegna longo t*em*po con sa*n*ità de l'u*n* e de l'at*r*o (*sic*).

Carissime frater, Perfecte amicicie, quam ad invicem gessimus, quanta sit affectionem (*sic*) vix possum exprimere, et eamdem loquorum distancia ac paucissime nunciorum non potest eminare inopia, quam affectaremus; sed Altitonantem vementer deprecor, uti fraternalem dillectionem, quam circha te gero, non seccus magnam nec minimam, quantum est, diu con sospitate manuteneat utriusque. *Subcricio:* Johannes de Carocio tuus frater precordialis. *A tergo:* Provido viro Francischo de Mo*nticelis* tamquam fratri dillectissimo.

---

[1]) *Ms.* pᵃ [2]) mōto [3]) se [4]) qᵃ [5]) recua.

3.

Quidam filius patri.

Padre da fi habiù *in* reverencia, da mi sovre a tute cose, da Deo *in* fora, metudo, *in*anze la salude dè el figiolo. Ve fazo certo per la p*resen*te l*ite*ra che con l'aitorio de Deo sum vegnudo a la maiore p*ar*te de lo me desiderio, chi era de studià *in* leze. e vogiando vegnj a la fi*m* del tuto, p*reg*o la v*ostr*a paternità chi me sovegna de alcuna pecu*n*ia, azò che mi no*n* lassa con v*er*gogna la cosa ben acomensada, p*ro*metandove p*er* u*m* trei re*n*dele *in* utille e *in* honore.

A me pre contis huius seculi post Deum genitor honorande, filiali salutatione preambula, Quod ad maiorem metam optati perveni, videlicet in legibus sudare, presentium insinuator tenore ac divino cooperante subsidio; ut valeam ergo tocius exequi exitum, vestri paternitatem instanter exoro, quatenus aliquali pecunia michi manum porrigat adiutricem, ne inopia, iniciata cogar demitere turpiter, permittendo (*sic*) in rey veritate, in comparacionem unius ad trium (*sic*), et utilitate, nec non in honore michi tradita[m] re[m] statuere. *Subcricio:* Johanetus de Georgis vester genitus dillectus. *A tergo*: Circumspecto viro domino Anthonio de Georgijs genitori carissimo.

4.

Responsiva.

Dilletissimo figiolo, Recevudo le toe lettere in chi se cu*n*te*m* de la toa bonna perfecion ch*e* tu e' f*a*cto circha lo studio e de deveyr*e* ancho fà megio e laudabelle, se il no*n* te ma*n*cha lo i*n* p*er*chè; a chi r*espo*ndo ch*e* ultra la possa mi mo*n*terò a fà ch*e* el no*n* te ma*n*cha niente, se li f*act*i son tali como son le parole ch*e* tu me sc*r*ivi, azò ch*e* p*er*duda la roba no*n* p*er*da lo honor*e*, e 'l t*em*po, chè è più, la qu*a* cosa, da che Deo te guarda, no*n* sperasi che tu fosi may apellà da mi figiolo.

Dillectissime fili, De tui profectu, quam circha studium immensum fecisti, etiam, si nullo egeris, laudabilliorem ac meliorem futurum tuis paginis continentibus receptis gratanter, quibus respondo, pro nullo carueris, quam melius potero, insuperando potenciam, si facta, quibus uteris correspondeant faminibus; ne, profligato censu, ignominia, quod est plus, honorem et tempus pudibunde disertus, quod si egeris, a quo Deus avertat, nullo modo genitum me in perpetuum appellare.
Subcricio: Anthonius de Georgis genitor tuus. *A tergo:* Magna sapientia viro Johaneto de Georgis utriusque iuris perito, dillecto filio, amen.

L'Accademico Segretario, Rodolfo Renier.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona – Torino

Digitized by Google

NOV. 23 1904
4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

LIBRARY
MUS. COMP. ZOÖLOGY,
CAMBRIDGE, MASS.

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. IIa, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 17 Aprile 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Parona, Mattirolo, e Grassi. — Scusano l'assenza il Direttore della Classe Salvadori e i Soci Spezia, Fileti, Morera.

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Boselli, Vice-Presidente dell'Accademia, Rossi, Manno e Renier, Segretario. — Scusano l'assenza il Direttore della Classe Ferrero ed i Soci Carle, Allievo e Chironi.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza plenaria antecedente, 21 febbraio 1904.

È data comunicazione dei Reali Decreti con cui si provvede alla nomina del Presidente, del Vice-Presidente e del Segretario della Classe morale, nelle persone dei Soci D'Ovidio, Boselli e Renier, designati dalle elezioni accademiche.

Il Presidente comunica il Decreto relativo al lascito Pollini di L. 250 annue di rendita destinate ad un premio da conferire a scrittori di monografie storiche sui Comuni piemontesi. Trattasi ora di nominare una Commissione, che determini le norme da cui il suddetto premio dovrà essere regolato, e ne detti uno statuto. In conformità a quanto si fece nell'adunanza a Classi unite del 18 novembre 1894 rispetto ai premi di fondazione

Digitized by Google

Gautieri, il Socio SEGRE propone che la Commissione sia nominata dal Presidente. La proposta è accettata dall'Accademia. Il Presidente accetta l'incarico e dice che essendo il premio di particolare spettanza della Classe morale, formerà la Commissione di quattro membri della Classe medesima, ed egli stesso, come membro nato, vi rappresenterà la Classe fisica.

Il Socio Tesoriere JADANZA, invitato dal Presidente, procede all'esposizione finanziaria per il passato esercizio 1903 e presenta il bilancio preventivo dell'anno 1904. — L'Accademia approva tanto il conto consuntivo, quanto il bilancio preventivo. Approva pure i resoconti delle gestioni delle eredità Bressa, Gautieri e Vallauri, scarica il Tesoriere d'ogni contabilità passata e gli dà carico per l'esercizio del corrente anno 1904.

Il 7 aprile corrente è scaduto il primo triennio di carica del Socio Tesoriere JADANZA. Il Presidente invita i Soci ad eleggere il Tesoriere.

Riesce eletto, salvo la sovrana approvazione, il Socio JADANZA, il quale ringrazia.

Il 21 aprile corrente si compirà il triennio da che fu designato il Socio Presidente D'OVIDIO a rappresentare l'Accademia nel Consiglio amministrativo del Consorzio Universitario. L'Accademia, con votazione secreta, ad unanimità lo riconferma in siffatta rappresentanza.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Aprile 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, SEGRE, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, PARONA, MATTIROLO, e CAMERANO, Segretario. — Scusano la loro assenza i Soci SALVADORI, SPEZIA, FILETI e MORERA.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente presenta le opere seguenti pervenute in dono all'Accademia:

1° *Valentino Arnò, Biografia,* dal Socio MORERA;

2° *Obras sobre matematica* do Dr. F. Gomes TEIXEIRA, dall'Accademia politecnica di Porto;

Il Socio MATTIROLO presenta in dono da parte dell'autore Dott. Robert KELLER la memoria intitolata: *Vegetationsskizzen aus den Grajischen Alpen.*

Vengono presentate per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

1° Antonio FAVARO, *Una critica di Giovanni Plana ai dialoghi Galileiani delle Nuove Scienze,* dal Presidente D'OVIDIO;

2° A. FILIPPINI, *Sopra un particolare sistema di pendoli che rappresenta le molecole dei corpi composti,* dal Socio NACCARI;

3° Dr. Luigi COLOMBA, *Rodonite cristallizzata di S. Marcel,* dal Socio PARONA a nome del Socio SPEZIA;

Digitized by Google

4° Dr. Alessandro ROCCATI, *Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso,* dal Socio PARONA a nome del Socio SPEZIA;

5° Ottavio ZANOTTI-BIANCO, *I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la Storia della Geodesia.* Nota 1ª: *Da Laplace a Stokes,* dal Socio JADANZA.

Vengono presentati per l'inserzione nelle *Memorie* i lavori seguenti:

1° Dal Socio GUARESCHI la memoria del Prof. Luigi SABBATANI: *Funzione biologica del calcio*; Parte 3ª.: *Azione comparata dei reattivi decalcificanti.* Il Presidente nomina a riferire intorno a detta memoria i Soci GUARESCHI e MOSSO;

2° Dal Socio NACCARI la memoria del Prof. Antonio GARBASSO, intitolata: *Su la struttura degli atomi materiali.* Il Presidente nomina a riferire intorno ad essa i Soci NACCARI e MORERA.

Il Socio MATTIROLO presenta una sua memoria intitolata: *Le lettere di Ulisse Aldrovandi a Francesco I e Ferdinando I Granduchi di Toscana e a Francesco Maria II duca di Urbino.* La Classe accoglie con votazione segreta all'unanimità la memoria, per la stampa nei suoi volumi.

Il Socio SEGRE a nome anche del Socio MORERA, legge la relazione intorno alla memoria del Dr. Beppo LEVI, intitolata: *Fondamenti della metrica projettiva.* La Classe all'unanimità approva la relazione e con votazione segreta accoglie pure alla unanimità la memoria del Dr. Beppo LEVI per la stampa nei suoi volumi.

Digitized by Google

LETTURE

Una critica di Giovanni Plana ai Dialoghi Galileiani delle Nuove Scienze.

Nota di ANTONIO FAVARO.

La fortuna, che in ripetute circostanze mi ha mirabilmente servito nelle mie ricerche Galileiane, ha rivestito questa volta le forme dell'egregio Cav. Bar. Podestà, Bibliotecario della Nazionale Fiorentina, il quale ebbe la bontà di richiamare la mia attenzione sopra una breve scrittura, acquistata fin dal 16 aprile 1895 dietro l'offerta fattane da Natale Giugni, ben noto negoziante fiorentino di libri e manoscritti, e presentemente registrata fra i manoscritti di quella celebre Biblioteca sotto il n. 763.101. Questa scrittura, dettata in lingua francese, è intitolata: " Note sur les pages 259 et 263 du Tome 8 de la Collection des Œuvres de Galilée publiée à Milan en 1808 ", porta la data " Turin, le 18 Janvier 1843 " e la firma " Jean Plana ": concerne e critica principalmente, come è detto nel titolo, due, ma più esattamente tre, luoghi dei " Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, ecc. " comunemente conosciuti sotto il nome di " Dialoghi delle Nuove Scienze ", di Galileo Galilei, ed è interamente autografa: per quanto mi risulta da ricerche istituite e fatte istituire in proposito, essa non fu mai data finora alle stampe.

Questa Nota precede in ordine di tempo, almeno secondo la data, quel poderoso lavoro che il Plana presentò quattro giorni appresso alla R. Accademia delle Scienze di Torino (1), e col

(1) *Mémoire sur la découverte de la loi du choc direct des corps durs publiée en 1667 par Alphonse Borelli et sur les formules générales du choc excentrique des corps durs ou élastiques avec la solution de trois problèmes concernant les oscillations des pendules, suivie d'un appendice où l'on expose la théorie des oscillations et de l'équilibre des barreaux aimantés* par JEAN PLANA (Lu dans la séance du 22 janvier 1843), (" Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", serie seconda, tomo VI. Torino, dalla Stamperia Reale, MDCCCXLIV, pag. 1-212).

Digitized by Google

quale dimostrava ancora una volta quanto fosse profondo lo studio ch'egli aveva fatto delle opere di Galileo e dei suoi discepoli, ed in particolare del Borelli, e si connette in parte, od almeno può credersi sia stata in certo qual modo occasionalmente provocata dagli studî inerenti alla soluzione d'uno dei problemi concernenti le oscillazioni dei pendoli, fornita in questo medesimo lavoro.

Dei luoghi suaccennati dei " Discorsi „ il primo incriminato è quello che nella Giornata terza è rappresentato dal ragionamento posto in bocca al Salviati per dimostrare la falsità della proposizione che la velocità del grave cadente cresca come lo spazio percorso a contare dal punto di partenza (1), ragionamento nel quale il punto debole viene ad essere costituito dal ragguaglio del problema proposto con ciò che avverrebbe fra due moti uniformi.

Il secondo (2), col quale potrebbe considerarsi intimamente connesso anche il terzo (3), concerne il moto del pendolo, e rispetto ad esso potrebbero osservarsi principalmente due cose, cioè che Galileo veramente non conobbe e non trattò che del pendolo, il quale più tardi si disse semplice per distinguerlo appunto dal composto; ed ancora che il calcolo istituito dal Plana, per dimostrare l'errore nel quale sarebbe caduto Galileo, lo conduce a conchiusioni che potrebbero prestarsi ad interpretazioni non del tutto conformi alla più scrupolosa esattezza.

Ad ogni modo di ciò che nella risoluzione di questioni attinenti alla fisica matematica può nei lavori di Galileo esser trovato di meno perfetto, per la mancanza del controllo che era più tardi consentito da condizioni più progredite delle matematiche, non crederei potesse essergli fatto ragionevole appunto, non mancandovi anzi, ed il Plana stesso lo riconosce, esempî di una sagacia che arriva fino ai confini della divinazione e talvolta anche li oltrepassa.

Ma vi è un punto nella critica del Plana che noi troviamo

---

(1) *Le Opere di* Galileo Galilei. Edizione Nazionale sotto gli auspicii di S. M. il Re d'Italia, volume VIII. Firenze, tip. di G. Barbèra, 1898, pag. 203.

(2) Op. cit., vol. VIII, pag. 206.

(3) Op. cit., vol. VIII, pag. 139-140.

Digitized by Google

affermato in via assoluta, e che col diligente raffronto di varî luoghi nelle opere di Galileo non può essere accettato senza qualche contestazione; e questo è che egli credesse all'isocronismo perfetto delle oscillazioni d'un pendolo, qualunque ne fosse l'ampiezza. Già nel *Dialogo dei Massimi Sistemi* Galileo aveva esplicitamente affermato: " il medesimo pendolo fa le sue reciprocazioni sempre sotto tempi eguali, sieno quelle lunghissime o brevissime, cioè rimuovasi il pendolo assaissimo o pochissimo dal perpendicolo, *e se pur non sono del tutto eguali, son elleno insensibilmente differenti* come l'esperienza vi può mostrare " (1), e più innanzi ribadisce: " il medesimo pendolo fa le sue vibrazioni con l'istessa frequenza, *o pochissimo e quasi insensibilmente differente*, sien elleno fatte per archi grandissimi o per piccolissimi dell'istessa circonferenza " (2): in ambedue questi luoghi adunque parmi venga esplicitamente riconosciuto che l'isocronismo non è assolutamente perfetto.

Questa riserva però non è abbastanza esplicitamente contenuta nel passo dei *Dialoghi delle Nuove Scienze*, riportato dal Plana; ma non è meraviglia se la poca o insensibile differenza accusata dalla esperienza, la quale giudicata con criterî odierni non può essere stimata che assai grossolana, si sia trasformata in un divario che, indagato col calcolo, diventa sensibile ed apprezzabile.

E di quella che potrebbe oggidì esser giudicata imperfezione nello sperimentare era già stato difeso Galileo dal Venturi, il quale toccando della lettera a Guidobaldo del Monte sotto il 29 novembre 1602 (3), e dove per la prima volta è trattata la questione dell'isocronismo, scrive: " Avrebbe torto chi da ciò volesse arguire il nostro Autore di poca diligenza nello sperimentare. Imperciocchè sappiamo bensì oggi che colla stessa lunghezza di pendolo le oscillazioni circolari più ampie, a rigor matematico, importano maggior tempo di quello delle oscillazioni più ristrette. Frattanto la differenza di codesti due tempi è così piccola che in cento oscillazioni per ordinario non riesce sensibile... specialmente nei pendoli sospesi da un semplice filo,

(1) Op. cit., vol. VII, pag. 256.
(2) Op. cit., vol. VII, pag. 475.
(3) Op. cit., vol. X, pag. 98-100.

Digitized by Google

come quelli di cui faceva uso Galileo, e dei quali è difficilissimo determinare la precisa lunghezza „ (1).

E poichè in qualche conto vanno pur tenute le testimonianze degli immediati discepoli di Galileo, concluderemo col notare che, non già di perfetto isocronismo, ma di *prossima ugualità* osservata dal Maestro, scrivono gli Accademici del Cimento (2).

Note sur les pages 259 et 263 du tome 8
de la Collection des Œuvres de Galilée publiée à Milan en 1808.

Les esprits les plus pénétrans peuvent se tromper lorsqu'ils entreprennent de résoudre certaines questions de Physique Mathématique, sans le secours de l'analyse algébrique, ou d'une géométrie assez puissante pour en tenir lieu. Les ouvrages de Borelli offrent plusieurs exemples propres à confirmer cette opinion; mais on en trouve aussi dans ceux de Galilée, qui est, à juste titre, considéré comme le fondateur de la Dynamique. Pour appuyer cette assertion, examinons d'abord le raisonnement exposé dans ses Dialogues sur la Mécanique, au sujet d'une objection qu'on faisait alors contre sa loi de la chûte des graves dans le vide.

Après avoir soulevée lui-même une difficulté, absolument insoluble pour la géométrie élémentaire, Galilée (lisez la page 259 du Tome 8 de ses Œuvres de l'Édition de Milan en 18 volumes) a fait un raisonnement vicieux pour démontrer la fausseté de l'hypothèse; que, dans la chûte des graves la vitesse puisse être proportionnelle à l'espace parcouru depuis le point de départ. Pour en sentir toute l'inexactitude il suffit de lire l'argument de Galilée en ayant sous les yeux les formules fournies par l'analyse moderne.

En effet, supposer qu'un point *sans vitesse initiale*, se meut, sous l'action d'une force accélératrice, avec une vitesse variable, continuel-

(1) *Memorie e lettere inedite finora o disperse* di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni dal Cav. Giambatista Venturi, ecc. Opera destinata per servire di supplemento alle principali collezioni sin qui stampate degli scritti di quell'insigne filosofo. Parte prima dall'anno 1587 sino alla fine del 1616. Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XVIII, pag. 24.

(2) *Saggi di naturali esperienze fatte nell'Accademia del Cimento.* Terza edizione fiorentina, preceduta da notizie storiche dell'Accademia stessa e seguitata da alcune aggiunte. Firenze, co' torchi della tipografia Galileiana, 1841, pag. 21.

Digitized by Google

lement proportionnelle à sa distance actuelle au point de départ, revient a dire que, x étant l'espace parcouru dans le tems t, on a $\frac{dx}{dt} = ax$, pour équation différentielle du premier ordre de son mouvement, a désignant un coefficient constant. Or, en intégrant cette équation, on obtient $x = Ce^{at}$, C étant une constante arbitraire, et e la base des logarithmes hyperboliques. De cette équation, on tire $\frac{dx}{dt} = aC.e^{at}$ pour expression de la vitesse à un instant quelconque du mouvement. Cela posé, il est manifeste qu'il est impossible de satisfaire aux trois conditions initiales:

$$t = 0, \quad x = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 0$$

sans prendre $C = 0$. Et alors on aurait $x = 0$, $\frac{dx}{dt} = 0$ pour une valeur quelconque du tems t. Donc un tel mouvement est (sans vitesse initiale) mathématiquement impossible. C'est aussi ce qu'on pouvait affirmer *a priori* en observant que la force accélératrice, ayant la triple expression

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a\,\frac{dx}{dt} = a^2x$$

serait nécessairement nulle à l'origine du mouvement, où $x = 0$. Et cette circonstance est précisément celle qui empêche la naissance du déplacement qui est indispensable pour le développement de son action. Voilà la véritable réponse que Galilée pouvait donner pour démontrer l'incompatibilité de l'hypothèse. Mais la nullité absolue de la vitesse initiale était précisément le point contesté par les adversaires de Galilée. Alors, revenons sur nos pas, et soit b la vitesse initiale au point de départ du mobile: on aura $\frac{dx}{dt} = ax + b$ pour l'équation de son mouvement, et par conséquent:

$$at = \log\left(1 + \frac{ax}{b}\right); \quad x = \frac{b}{a}\left(e^{at} - 1\right)$$

en intégrant de manière qu'on ait $x = 0$ lorsque $t = 0$.

Donc en appellant $k = \frac{b}{a}(e^{a} - 1)$ l'espace parcouru dans la première unité de tems, on aurait:

$$k;\ ke^{a};\ ke^{2a};\ ke^{3a};\ ke^{4a};\ \text{etc.}$$

pour les espaces parcourus dans la 1ère, 2ième, 3ième, etc. unité de tems.

Digitized by Google

Et comme ces espaces constituent une progression géométrique, ils ne pourront jamais coïncider avec les espaces

$$k,\ 3k,\ 5k,\ 7k,\ \text{etc.}$$

qui doivent avoir lieu lorsqu'on suppose la vitesse acquise proportionnelle au tems.

L'expérience ayant démontré que cette dernière progression est vérifiée par le fait, on devait regarder comme inadmissible l'hypothèse exprimée par l'équation $\frac{dx}{dt} = ax + b$.

Par la même raison on pouvait rejeter l'hypothèse de Baliani, qui revient à dire que l'on a:

$$x = \frac{k}{2}(t + t^2)$$

de sorte que on aurait:

$$k,\ 2k,\ 3k,\ 4k,\ 5k,\ 6k,\ \text{etc.}$$

pour la progression des espaces parcourus dans les unités de tems successives.

L'accroissement logarithmique du tems qui convient au cas précédent, échappait à Galilée par sa manière de raisonner, uniquement fondée sur une comparaison inexacte du problème en question avec ce qui se passerait entre deux mouvemens uniformes. Montucla (lisez pages 196 et 197 du Tome 2 de son *Histoire des Mathématiques*) trouve très-ingénieux le raisonnement de Galilée; mais il ne paraît pas avoir bien senti toutes les objections auxquelles il donne prise, et l'obscurité qui l'enveloppe.

Cela suffit pour ce premier exemple: je passe à un second où le vice de la démonstration est plus caché.

Galilée paraît croire que la proposition relative au mouvement d'un pendule qu'il énonce dans la page 263 du même Tome 8 est vraie dans un sens mathématique; mais il est facile de démontrer le contraire à l'aide de la mécanique moderne.

On sait que la vitesse initiale étant nulle, on a

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} + \frac{2ga(\cos\varphi - \cos\theta)}{a^2 + k^2} = 0$$

pour l'équation différentielle du mouvement d'un pendule *composé* dont la masse est exprimée par M, et le moment d'inertie par $M(a^2 + k^2)$. La lettre a désigne la distance du centre de gravité de la masse M à l'axe de rotation, et φ l'écart initial de la verticale, ou bien la valeur initiale de l'arc θ.

Digitized by Google

Si l'on considère d'abord la première demi-oscillation descendante, on aura:

$$\frac{2ga(1-\cos\varphi)}{a^2+k^2}=\Omega^2$$

pour le carré de la vitesse angulaire acquise par la masse M au moment de l'arrivée du fil de suspension sur la verticale. Le fil étant parfaitement flexible, si, dans cette position, il rencontre un autre axe fixe, parallèle au premier, distant de a' du centre de gravité de la masse M, autour duquel doit avoir lieu la demi-oscillation ascendante, il faudra calculer ce second mouvement, qui succède brusquement au premier, d'après l'équation

$$\frac{d\psi^2}{dt^2}+\frac{2ga'(1-\cos\psi)}{a'^2+k^2}=\Omega'^2$$

ou Ω' désigne la vitesse angulaire à l'instant de la montée du pendule par l'arc ψ. Or, en désignant par L la distance du centre d'oscillation à l'axe pendant la demi-oscillation descendante, et nommant L' la distance du nouveau centre d'oscillation par rapport au second axe de rotation, on a l'équation

$$\Omega'=\frac{ML\Omega.L'}{M(a'^2+k^2)}$$

en observant que $ML\Omega$ est la quantité de mouvement que reçoit la masse M à la distance L' de ce même axe. Il suit de là que

$$\frac{d\psi^2}{dt^2}+\frac{2ga'(1-\cos\psi)}{a'^2+k^2}=\frac{2ga(1-\cos\varphi)}{a^2+k^2}\left(\frac{LL'}{a'^2+k^2}\right)^2$$

sera la véritable équation du mouvement pendant la demi-oscillation ascendante. Cela posé, si l'on fait $\frac{d\psi}{dt}=0$, on aura, pour déterminer la montée

$$H'=a'(1-\cos\psi')$$

du centre de gravité pendant la seconde demi-oscillation, l'équation

$$\frac{H'}{a'^2+k^2}=\frac{H}{a^2+k^2}\left(\frac{LL'}{a'^2+k^2}\right)^2$$

où $H=a(1-\cos\varphi)$ représente la hauteur de la chûte du même centre pendant la première demi-oscillation. Mais suivant le principe connu pour déterminer la position du centre d'oscillation, nous avons

$$LL'=\frac{(a^2+k^2)(a'^2+k^2)}{aa'}$$

Digitized by Google

donc il viendra

$$H' = H\left(1 + \frac{k^2}{a^2}\right)\left(1 + \frac{k^2}{a'^2}\right)$$

et non $H' = H$, comme le supposait Galilée.

Cela ne serait vrai que pour un point matériel, parce que alors $k^2 = 0$. Mais Galilée ignorait la véritable distinction entre un pendule simple et un pendule composé.

C'est un fait digne de remarque, qu'il croyait à l'isochronisme parfait des oscillations d'un pendule, quelle que soit la grandeur de l'amplitude; fût-elle même de 90° à droite et à gauche de la verticale. Voici ses paroles: " Circa poi i discendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizzonte, e che non siano maggiori di una quarta, cioè di novanta gradi, mostra parimenti l'esperienza passarsi tutti in tempi eguali, ma però più brevi dei tempi dei passaggi per le corde ".

Quelle immense distance entre cette proposition erronée et la véritable formule

$$T = 2\sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{1}{2}\varphi \cdot \sin^2\theta}}$$

des auteurs modernes pour calculer le tems T d'une oscillation entière, par un arc dont l'amplitude 2φ est donnée d'une grandeur quelconque! Mais il y a là un trait de génie. En effet, cette intégrale définie croît depuis $\frac{\pi}{2} = 1{,}5708$ jusqu'à l'infini; et le facteur $2\sqrt{\frac{L}{g}}$ exprime le tems nécessaire à un point pour parcourir la longueur $2L \sin\frac{1}{2}\varphi$ sur un plan incliné à l'horizon de l'angle $\frac{1}{2}\varphi$. Donc Galilée avait raison de dire que l'on a toujours

$$\frac{\pi}{2} < 2\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Et on doit admirer la sagacité avec laquelle cette vérité a été saisie par lui, ainsi que le principe capital que les tems T des oscillations sont, pour des amplitudes égales, proportionnels aux racines carrées des longueurs des pendules. Pour plus de clarté, remarquons que la formule donne pour $\varphi = 90°$

$$T = 2\sqrt{\frac{L}{g}}\ (1{,}85407)$$

Digitized by Google

et que pour $\varphi = 106°,37'$ elle donne

$$T = 2\sqrt{\frac{L}{g}}\,(2{,}00\ldots)$$

ce qui justifie la limitation avec laquelle Galilée énonçait sa proposition sans connaître cette limite avec précision. On conçoit maintenant qu'il voyait qu'on doit avoir pour T une expression de la forme $T = A\sqrt{L}$; mais il ignorait que la partie principale et indépendante de l'amplitude du coefficient A est telle que l'on a $A = \frac{\pi}{\sqrt{g}}$; g étant le double de la hauteur parcourue par un grave dans la première unité de tems. Autrement, il n'aurait pas dit dans la page 160, que, pour calculer la longueur L en connaissant T, il faut avoir le tems T' correspondant à une autre longueur connue L'.

On voit par là qu'il y a des découvertes qui semblent complètes de la part du premier inventeur; mais, presque toujours, un examen plus approfondi dévoile, sous le rapport théorique, l'état d'enfance sous lequel elles ont été d'abord présentées. Mais la gloire d'avoir le premier saisie une grande vérité demeure intacte pour Galilée, et rien ne peut infirmer l'imposante autorité de suffrage qui lui a été décerné par Lagrange dans la partie historique de sa Mécanique Analytique.

Turin, le 18 Janvier 1848.

JEAN PLANA.

Digitized by Google

Sopra un particolare sistema di pendoli che rappresenta le molecole dei corpi composti.

Nota di ATTILIO FILIPPINI.

(Con una tavola).

§ 1. **Origine della ricerca.** — Nel libro di *Lord Rayleigh* sul suono è citata, come esempio di un sistema a due oscillazioni (a due gradi di libertà), la coppia di pendoli soprapposti della fig. 1. Essendo la massa m_1 grandissima in confronto della massa m_2, si può ammettere, come prima approssimazione, che il primo pendolo non sia disturbato nel suo moto dal secondo.

Si sarebbe quindi nel caso classico delle oscillazioni impresse (*erzwungene Schwingungen* degli autori tedeschi).

Ma ripetendo l'esperienza di cui si tratta ho potuto osservare alcuni fenomeni secondarii, che non mi sembrano privi di interesse. Mi propongo di esaminarli con qualche esattezza in questa Nota.

Come vedremo, il risultato concorde della teoria e dell'esperienza si può esprimere dicendo che " *in meccanica come nell'elettromagnetismo è impossibile ottenere l'unisono fra due sistemi vibranti vicini* ", almeno se fra essi intercedono dei vincoli, che in qualche modo permettano la trasmissione del processo oscillatorio.

§ 2. **Alcuni fenomeni secondarii.** — Quando i pendoli *1* e *2* della fig. 1 hanno una piccola differenza di periodo si trova che le due masse non possono oscillare con continuità; ma anzi

l'ampiezza del moto di ciascuna va variando rapidamente nel tempo. Per modo che, ad intervalli regolari, ogni massa si riduce al riposo. Propriamente gli spostamenti di m_1 raggiungono il massimo valore quando m_2 si ferma, e viceversa.

Se la cosa, per quanto sembra, non fu ancora osservata, ciò dipende dal fatto che la migliore risonanza si ottiene, come è naturale, quando i due pendoli oscillano (separatamente) col medesimo ritmo, e il rapporto $\frac{m_2}{m_1}$ è piccolissimo. Ma in queste condizioni il fenomeno, del quale ci vogliamo occupare, si presenta ad intervalli assai lunghi.

Ora non è difficile rendersi conto della causa, che produce queste alternative di moto e di quiete.

Secòndo la teoria classica delle oscillazioni impresse lo spostamento di ciascuna massa è dato infatti da una somma di due termini periodici, che variano col ritmo dei pendoli componenti. Ma la coesistenza di due oscillazioni poco diverse deve dare origine al fenomeno dei battimenti.

In realtà dimostreremo in seguito che sono battimenti quelli che si osservano, pure essendo il processo assai meno semplice di ciò che può ritenersi a prima vista.

In una esperienza da me fatta i pendoli avevano i periodi:

$$T_1 = 1'',40$$
$$T_2 = 1'',38\,,$$

e, come è facile vedere, due massimi o due minimi dell'ampiezza avrebbero dovuto succedersi, secondo questi dati, dopo l'intervallo:

$$T_2 \,.\, \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 1'',38 \,.\, \frac{1,38}{0,02}\,,$$
$$= 95'',22.$$

Invece fra due arresti successivi della massa m_1 (o della m_2) trascorrevano dodici secondi esattamente.

§ 3. **Proposta di una teoria.** — Ripensando a questo fatto mi soccorse alla mente l'idea che il fenomeno meccanico poteva essere simile a quello che si verifica, secondo il calcolo,

Digitized by Google

in un sistema di due conduttori elettrici percorsi da scariche oscillanti.

Si sa infatti che una coppia di conduttori, raccolta in uno spazio ristretto, ha uno spettro, nel quale non si soprappongono semplicemente gli spettri proprii dei componenti isolati (1).

In particolare se si prendono due circuiti ad una sola oscillazione, e si pongono uno accanto all'altro, lo spettro del sistema comprende due righe, un po' più discoste che non fossero quelle relative ai singoli conduttori.

Se lo stesso fatto si riproducesse nella coppia dei pendoli da me studiata nascerebbe dunque fra i due termini, dalla cui riunione è determinato lo spostamento di ciascuna massa, una differenza di periodi più grande di quella, che fornisce lo studio diretto dei pendoli isolati.

Ed essendo più grande la differenza del ritmo sarebbe in proporzione più rapido il battimento, appunto come le misure sembrano indicare.

Che se l'analogia si spinge più innanzi dobbiamo attendere ancora che si producano dei battimenti in un sistema di due pendoli rigorosamente uguali, come nell'elettromagnetismo si ottengono gli spettri a *doublets* con la semplice riunione di due conduttori della stessa forma e della stessa grandezza (2).

Così la coppia dei pendoli *rappresenterebbe* a sua volta una molecola composta. Offrendo in più il vantaggio di prestarsi con tutta facilità ad un controllo numerico delle conseguenze della teoria.

§ 4. **Calcolo della disposizione sperimentale.** — Cerchiamo dunque di calcolare il movimento che può assumere il sistema della fig. 1.

Sia l_1 la lunghezza, m_1 la massa del primo pendolo, l_2 la lunghezza e m_2 la massa del secondo pendolo.

Sia, al tempo t, M_1 (fig. 2) la posizione di m_1, M_2 la posi-

(1) A. Garbasso, *Teoria elettromagnetica dell'emissione della luce* (" Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino ", (2), LIII, 1903). Si confrontino in modo speciale i paragrafi 11 e 12.

(2) A. Garbasso, Memoria citata, paragrafo 14.

Digitized by Google

zione di m_2. Chiamiamo al solito g l'accelerazione dovuta alla gravità, e poniamo:

$$p_1 = m_1 g \, ,$$
$$p_2 = m_2 g \, .$$

Sia C il punto di sospensione del primo pendolo, CV_1 la verticale passante per C, $M_1 V_2$ la verticale passante per M_1; e si ponga ancora:

$$M_1 \widehat{C} V_1 = \alpha_1 \, ,$$
$$M_2 \widehat{M_1} V_2 = \alpha_2 .$$

Finalmente sia $M_1 T_1$ la tangente in M_1 alla traiettoria di m_1, contata nel senso in cui crescono gli angoli α_1, e $M_2 T_2$ la tangente in M_2 alla traiettoria di m_2, contata nel senso in cui crescono gli angoli α_2.

Vogliamo calcolare anzitutto le forze che agiscono, secondo la traiettoria, su la massa m_1.

Un primo termine dipende dal peso p_1 ed ha l'espressione:

$$- p_1 \operatorname{sen} \alpha_1 \, ;$$

un secondo termine dipende dal peso p_2 e si esercita per l'intermezzo del filo $M_1 M_2$. Per determinarne la grandezza si osservi che la componente di p_2 nella direzione $M_1 M_2$ sarà:

$$p_2 \cos \alpha_2 \, ;$$

questa forza, che si può considerare applicata in M_1, dà secondo $M_1 T_1$ la componente:

$$p_2 \cos \alpha_2 \, . \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_1) \, .$$

La forza complessiva cercata è dunque:

$$- p_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + p_2 \cos \alpha_2 \, . \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_1) \, ,$$

sicchè si può scrivere senz'altro:

$$(*) \qquad - p_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + p_2 \cos \alpha_2 . \operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_1) = m_1 l_1 \frac{d^2 \alpha_1}{dt^2} .$$

Digitized by Google

A questo punto, se si vuol mettere la teoria presente in accordo con quella, che si suole dare per il pendolo semplice, bisognerà supporre che gli angoli α_1 e α_2 siano sempre tanto piccoli che le seconde potenze risultino già trascurabili rispetto alle prime.

In tale ipotesi verrà:

$$\operatorname{sen} \alpha_1 = \alpha_1 ,$$

$$\cos \alpha_2 = 1 ,$$

$$\operatorname{sen}(\alpha_2 - \alpha_1) = \alpha_2 - \alpha_1 ;$$

sicchè la (*) prenderà la forma più semplice:

$$(a) \qquad - p_1\alpha_1 + p_2(\alpha_2 - \alpha_1) = m_1 l_1 \frac{d^2\alpha_1}{dt^2} .$$

Quanto al secondo pendolo la forza, che agisce sopra la sua massa, sarà semplicemente:

$$- p_2 \operatorname{sen} \alpha_2 = - p_2\alpha_2 ;$$

d'altra parte lo spostamento (al tempo t) è:

$$l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 ,$$

risulta dunque:

$$(b) \qquad - p_2\alpha_2 = m_2 \frac{d^2}{dt^2} (l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2).$$

Riscriviamo le equazioni (a) e (b), ordinando i termini, e per semplificare poniamo, simbolicamente:

$$\frac{d^2}{dt^2} = D^2 ,$$

risulterà:

$$\begin{cases} - (p_1 + p_2 + m_1 l_1 D^2)\, \alpha_1 + p_2\alpha_2 = 0, \\ m_2 l_1 D^2 \alpha_1 + (p_2 + m_2 l_2 D^2)\alpha_2 = 0. \end{cases}$$

Per eliminare α_1 o α_2 da queste equazioni basta applicare ad una qualunque di esse il determinante dei coefficienti.

Digitized by Google

Per generalità scriviamo α in luogo di α_1 e α_2, e avremo subito:

$$\begin{vmatrix} -(p_1 + p_2 + m_1 l_1 D^2) & p_2 \\ m_2 l_1 D^2 & p_2 + m_2 l_2 D^2 \end{vmatrix} \alpha = 0.$$

Sviluppando risulta:

$$[(p_1 + p_2 + m_1 l_1 D^2)(p_2 + m_2 l_2 D^2) + p_2 m_2 l_1 D^2]\,\alpha = 0,$$

ossia:

$$[g^2 m_2 (m_1 + m_2) + g m_2 (m_1 + m_2)(l_1 + l_2) D^2 + m_1 m_2 l_1 l_2 D^4]\,\alpha = 0,$$

e ancora:

$$(1) \quad [g^2 (m_1 + m_2) + g(m_1 + m_2)(l_1 + l_2) D^2 + m_1 l_1 l_2 D^4]\,\alpha = 0,$$

o finalmente, posto:

$$\frac{m_2}{m_1} = c,$$

$$(1') \qquad [g^2 (1 + c) + g(1 + c)(l_1 + l_2) D^2 + l_1 l_2 D^4]\,\alpha = 0.$$

Quest'ultima equazione è interessante perchè fa vedere che il fenomeno non dipende dai valori delle due masse m_1 e m_2, ma solamente dal loro rapporto (c).

Dalla (1') seguono per i periodi le espressioni:

$$(2) \quad \begin{cases} T_1{}^* = 2\pi \sqrt{\dfrac{2 l_1 l_2}{g(1 + c)(l_1 + l_2) - g\sqrt{(1 + c)^2 (l_1 + l_2)^2 - 4(1 + c) l_1 l_2}}}, \\[2ex] T_2{}^* = 2\pi \sqrt{\dfrac{2 l_1 l_2}{g(1 + c)(l_1 + l_2) + g\sqrt{(1 + c)^2 (l_1 + l_2)^2 - 4(1 + c) l_1 l_2}}}. \end{cases}$$

§ 5. **Caso particolare nel quale il rapporto $\frac{m_2}{m_1}$ tende a zero.** — Vogliamo esaminare adesso alcuni casi particolari. Se si suppone in primo luogo che la massa m_1 sia grandissima rispetto ad m_2, tanto grande che si possa scrivere

$$c = 0,$$

Digitized by Google

risulterà:

$$T_1^* = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1l_2}{g(l_1+l_2) - g\sqrt{(l_1+l_2) - 4l_1l_2}}},$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{2l_1l_2}{g[l_1+l_2-(l_1-l_2)]}},$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}};$$

e similmente:

$$T_2^* = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

In altri termini, chiamando T_1 e T_2 i periodi relativi ai pendoli isolati, avremo subito:

$$T_1^* = T_1,$$
$$T_2^* = T_2.$$

E però ci troviamo nel caso classico delle oscillazioni impresse. I battimenti si possono quindi dedurre senz'altro dai periodi T_1 e T_2.

Se la c non è nulla, ma piccola, per modo che la seconda potenza sia trascurabile rispetto alla prima, verrà dalle (2):

$$T_1^* = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1l_2}{g(1+c)(l_1+l_2) - g\sqrt{(1+2c)(l_1+l_2)^2 - 4(1+c)l_1l_2}}},$$

$$T_2^* = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1l_2}{g(1+c)(l+l_2) + g\sqrt{(1+2c)(l_1+l_2)^2 - 4(1+c)l_1l_2}}}.$$

Supponendo inoltre finiti i rapporti:

$$\frac{l_1}{l_1-l_2} \quad \text{e} \quad \frac{l_2}{l_1-l_2}$$

e riducendo ulteriormente, si ottiene:

$$(2') \qquad \begin{aligned} T_1^* &= 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}} \cdot \left[1 + \frac{cl_2}{2(l_1-l_2)}\right], \\ T_2^* &= 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} \cdot \left[1 - \frac{cl_1}{2(l_1-l_2)}\right]. \end{aligned}$$

Digitized by Google

Se è:

$$T_1 \gtrless T_2,$$

vale a dire:

$$l_1 \gtrless l_2,$$

risulta dunque:

$$T_1^* \gtrless T_1,$$

$$T_2^* \lessgtr T_2,$$

cioè il periodo più lungo viene allungato e il più corto scorciato.

E in ultima analisi i battimenti, che si producono nella realtà, devono essere più rapidi di quelli, che si potrebbero prevedere, calcolando in base ai periodi proprii dei pendoli isolati.

§ 6. **Caso di due pendoli uguali.** — Quando i due pendoli soprapposti fossero esattamente uguali, per le lunghezze e per le masse, seguirebbe dalle equazioni (2):

$$T_1^* = 2\pi \sqrt{\frac{2l^2}{4gl - g\sqrt{16l^2 - 8l^2}}},$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(2 - \sqrt{2})}}$$

$$= \frac{T}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}},$$

$$= 1{,}31\ T,$$

e:

$$T_2^* = \frac{T}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}},$$

(2'')

$$= 0{,}54\ T.$$

La oscillazione della massa m_2 (o della m_1) è data dunque dalla somma di due termini con periodi, che stanno nel rapporto di *131* a *54*; qualunque valore abbiano poi le costanti l ed m.

Digitized by Google

§ 7. **Caso nel quale il rapporto $\frac{m_1}{m_2}$ tende a zero.** — Se ci riferiamo direttamente all'equazione (1) otteniamo subito:

$$[g + (l_1 + l_2)D^2]\,\alpha = 0.$$

È un risultato, che si poteva prevedere, anche senza calcoli; significa infatti che il sistema dovrà muoversi come se fosse un pendolo unico, con la lunghezza uguale alla somma delle lunghezze.

§ 8. **Risultati sperimentali.** — Per dare della teoria esposta nei paragrafi 4-7 una verifica sperimentale ho proceduto nel modo che segue.

Scelsi anzitutto due masse alquanto diverse (1) e le sospesi una dopo l'altra (separatamente), con due tratti di spago, ad uno stesso sostegno.

Determinai quindi i periodi T_1 e T_2, caratteristici dei pendoli isolati, dai quali periodi, con la formola semplice:

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2},$$

dedussi le *lunghezze* l_1 ed l_2.

Introducendo poi codesti valori nelle espressioni (2), ne ricavai i periodi corretti T_1^* e T_2^*, e la durata del battimento:

$$T_2^* \cdot \frac{T_1^*}{T_1^* - T_2^*}.$$

La medesima durata si poteva del resto determinare direttamente, attaccando il secondo pendolo sotto al primo.

Con tale processo furono ottenuti i risultati, che ho raccolto nella tabellina:

---

(1) La prima di queste fu una sfera di rame, del peso di 3810 grammi, e la seconda una pallina di ottone di 41 grammi appena.

Digitized by Google

$$\frac{m_2}{m_1} = 0,011$$

T_1	T_1^*	T_2	T_2^*	Battimento osservato	Battimento calcolato
1″,40	1″,41	1″,08	1″,07	4″,6	3″,3
1″,40	1″,46	1″,38	1″,31	12″,0	11″,4
1″,40	1″,37	1″,64	1″,66	7″,1	6″,4

L'accordo fra la teoria e l'esperienza non è perfetto, ma si deve stimare senza dubbio sufficiente, se si bada alla semplicità delle ipotesi, che furono scelte come punto di partenza dei calcoli (1).

---

(1) Nella figura 3 sono segnati graficamente i risultati relativi alla terza coppia. Il diagramma è simile in tutto a quelli ottenuti (fra gli altri) dal LECOQ DE BOISBAUDRAN per gli spettri di uno stesso metallo isolato o combinato.

La nostra teoria considera i due pendoli come semplici; il trattarli come composti importerebbe naturalmente una maggiore difficoltà nei calcoli, ma nessuna complicazione analitica essenziale.

Sempre restando fermi nelle ipotesi adottate, si può facilmente tenere conto della circostanza che il secondo pendolo non è appeso nel centro di oscillazione del primo, ma dista da esso di un breve segmento a.

L'equazione (a) non si modifica punto; quanto alla (b) basta osservare che lo spostamento del secondo pendolo diviene:

$$(l_1 + a)\,\alpha_1 + l_2\alpha_2,$$

in luogo di:

$$l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2.$$

Siamo così condotti al sistema:

$$\begin{cases} -(p_1 + p_2 + m_1 l_1 D^2)\,\alpha_1 + p_2\alpha_2 = 0, \\ m_2(l_1 + a) D^2\alpha_1 + (p_2 + m_2 l_2 D^2)\alpha_2 = 0, \end{cases}$$

dal quale segue la nuova caratteristica:

$$\begin{vmatrix} -(p_1 + p_2 + m_1 l_1 D^2) & p_2 \\ m_2(l_1 + a) D^2 & p_2 + m_2 l_2 D^2 \end{vmatrix} = 0,$$

Digitized by Google

Verifiche qualitative dei risultati teorici si possono avere in più modi.

Intanto dalle formole (2′) si deduce che la differenza fra i periodi T_1 e T_1^*, T_2 e T_2^* deve essere piccola, a parità delle altre circostanze, quando le lunghezze proprie dei due pendoli risultino molto diverse. Ora, a proposito di una coppia determinata dai periodi:

$$T_1 = 1{,}40\,,$$
$$T_2 = 0{,}78\,,$$

trovo segnato nel mio libro d'esperienze: " Pare che i due pen- " doli oscillino ciascuno per suo conto, come l'altro non esi- " stesse ". In realtà, eseguendo i calcoli si trova:

$$\frac{m_2}{m_1} = 0{,}011$$

T_1	T_1^*	T_2	T_2^*
1,40	1,40	0,78	0,78

Dalle formole (2′) segue pure che lo scostamento prodotto nei periodi dall'azione mutua di due pendoli diminuisce col rap-

---

vale a dire:

$$g^2(1+c) + g[(1+c)(l_1+l_2)+ac]D^2 + l_1 l_2 D^4 = 0.$$

E ancora, se c è piccolo:

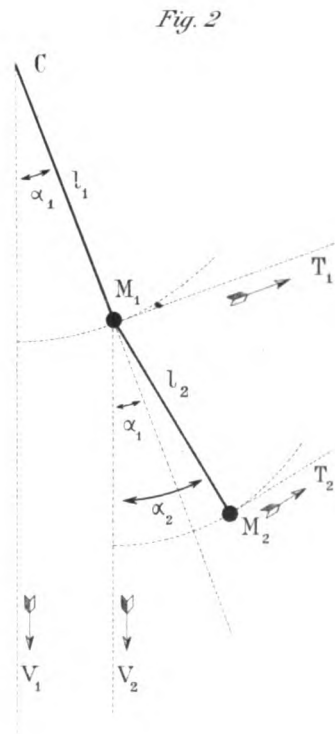
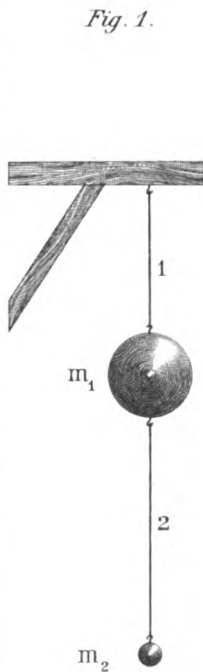
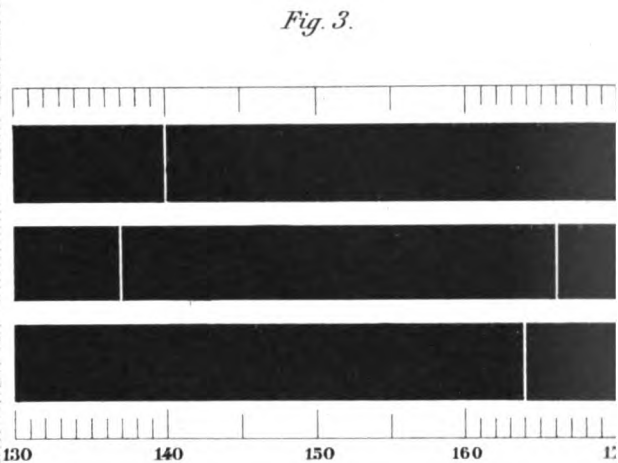
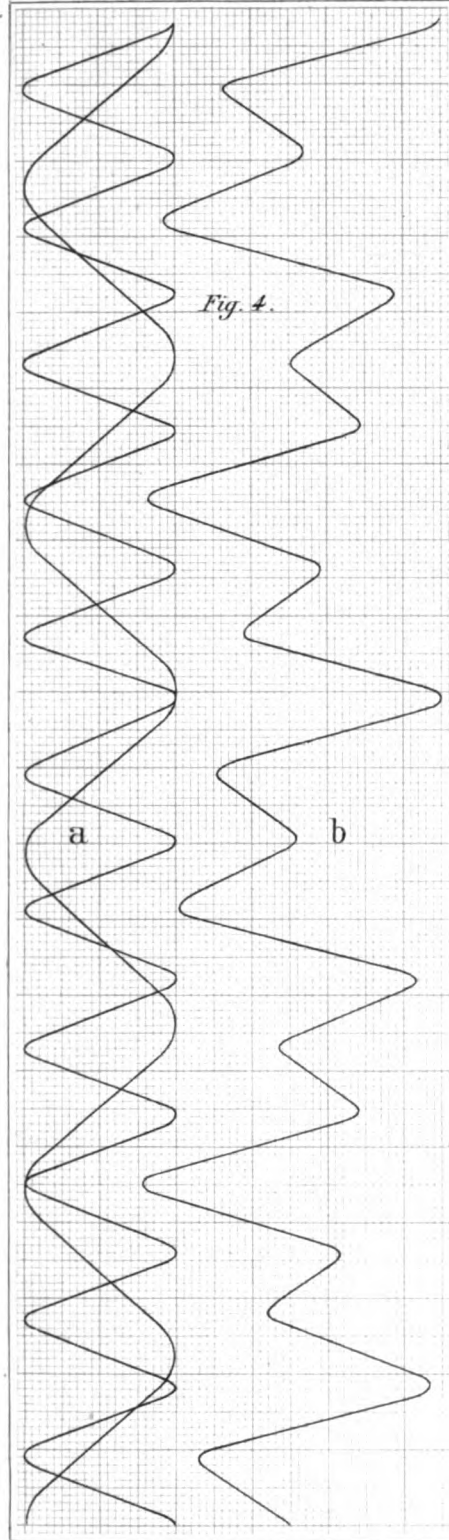
$$T_1^{**} = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1 l_2}{g[(1+c)(l_1+l_2)+ac] - g\sqrt{(l_1+l_2)^2(1+2c)+2(l_1+l_2)ac-4l_1l_2(1+c)}}}\,,$$

$$T_2^{**} = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1 l_2}{g[(1+c)(l_1+l_2)+ac] + g\sqrt{(l_1+l_2)^2(1+2c)+2(l_1+l_2)ac-4l_1l_2(1+c)}}}\,.$$

Nei casi pratici queste formole e quelle del paragrafo quinto dànno dei valori assai poco differenti. E però nel testo non si è tenuto conto della correzione di cui si tratta, essendo molto più comode e più adatte ai calcoli numerici le formole ricavate innanzi.

Digitized by Google

Lit. Salussolia, Torino

Digitized by Google

porto c. E studiando un sistema costituito dal primo pendolo solito ($m_1 = 3810$) e da un secondo col periodo di 1'',38 e la pallina di sughero, leggerissima, trovai infatti il battimento di 33 invece che di 12 secondi.

Di particolare interesse è il caso definito dalle uguaglianze:

$$l_1 = l_2 ,$$

$$m_1 = m_2 ,$$

da noi studiato nel paragrafo sesto.

Componendo due sinussoidi, i cui periodi stiano nel rapporto di 131 a 54 (1) (fig. 4a) si ottiene la curva della fig. 4b. Questa figura è fatta nell'ipotesi che le ampiezze dei due moti parziali risultino identiche, e la condizione si verifica difficilmente nella realtà. Ad ogni modo i risultati sono quelli, che siamo in diritto di aspettarci: oscillazioni rapide e lente si alternano, e ciascuna delle masse m_1 e m_2, arrivata alla posizione di equilibrio, subisce come un arresto.

Genova, Istituto fisico della R. Università.
Marzo 1904.

(1) Si confrontino le formole (2'').

Digitized by Google

Rodonite cristallizzata di S. Marcel (Valle d'Aosta).

Nota del Dr. LUIGI COLOMBA.

La presenza della rodonite fra i minerali dei giacimenti manganesiferi di S. Marcel, nella Valle d'Aosta, è nota da lungo tempo, avendosi di essa un'analisi di Ebelmann (1) che data fino dal 1845; però finora, per quanto mi consta, sebbene si tratti di un minerale abbastanza diffuso nella predetta località, non fu mai trovata cristallizzata od almeno non venne mai descritta come tale.

Io la trovai ultimamente sotto forma di druse di piccoli cristalli in alcuni campioni provenienti appunto dalle cave di Pralorgnan ed attualmente posseduti dal Museo di Mineralogia della Università di Torino, e, data la novità della cosa, ho creduto bene di farne una breve menzione, riassumendo nella presente Nota le osservazioni da me fatte e che considero puramente come preliminari, essendo mia intenzione di ritornare su questi minerali, poichè sebbene molti autori si siano occupati dei minerali di S. Marcel, manca ancora uno studio completo di essi.

La rodonite cristallizzata venne da me trovata, oltre che nella comune giacitura di filoni in cui è intimamente connessa alla braunite, anche in altri piccoli filoni nei quali essa è associata ad abbondante albite; negli stessi filoni poi si ha pure del quarzo compatto e del granato, che si presenta sotto i due suoi aspetti caratteristici per la predetta località, essendo o in masse giallognole o giallo-ranciate, compatte, e che solo eccezionalmente lasciano vedere degli accenni a delle faccie 110, oppure essendo in piccoli cristalli deformati, rosso-scuri, disseminati nella braunite e nell'albite. A questi minerali è pure associata

(1) " Comptes Rendus ", XX, p. 1416.

Digitized by Google

dell'ematite titanifera in lamine grigie, metalliche, senza terminazioni cristalline; essa trovasi pure, oltre che associata alla rodonite, in piccoli filoni puramente unita con l'albite; dai saggi analitici compiuti su di essa risulta che contiene 0,92 % di biossido di titanio.

Comunemente ed in modo speciale dove la rodonite è connessa colla braunite, essa si presenta in masse granulari rosee o rosse, e meno frequentemente è in masse fibroso-lamellari che risultano costituite da un fitto aggregato di cristalli lamellari indistinti; lo stesso fatto si nota dove essa è associata ad albite; in ambedue i casi poi si hanno molto raramente delle piccole druse nelle quali apparisce cristallizzata.

Un tipo speciale di giacitura, che non credo assolutamente privo di importanza, osservai talvolta; in essi la rodonite si presenta sotto forma di sottili patine sul contatto fra il quarzo e la braunite, infiltrandosi contemporaneamente tanto nell'uno quanto nell'altra in piccole venuzze, ed avendo, anche osservata al microscopio in sezioni sottili, tutto l'aspetto di un minerale che si sia formato in seguito a qualche azione di contatto fra il quarzo e la braunite, per modo che se anche si vuole ammettere l'ipotesi secondo la quale la braunite proverrebbe da una alterazione della rodonite, non si può però escludere che in determinate condizioni possa avvenire il fenomeno opposto ricostituendosi la rodonite a spese della braunite.

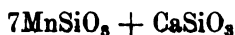
I cristalli di rodonite presentano, quando non hanno traccia di alterazione, una tinta rosea chiara che talvolta tende al ranciato; quando sono superficialmente alterati presentano la nota colorazione brunastra; hanno forma lamellare ed i loro spigoli sono in certi casi terminati a lama di coltello; le loro dimensioni sono generalmente molto piccole, giungendo di rado a tre o quattro millimetri di larghezza.

La composizione chimica di questi cristalli corrisponde, cosa del resto naturale, quasi esattamente a quella indicata da Ebelmann per la rodonite compatta: mentre sono affatto privi di ferro, sono invece sensibilmente ricchi in calce, senza che in alcun modo essa possa riferirsi alla presenza di carbonati associati, come avviene in certi casi in cui la rodonite è più o meno alterata e specialmente in certe varietà di bustamite.

Dai saggi quantitativi compiuti ottenni dei valori che, ana-

Digitized by Google

logamente a quanto si ricava dall'analisi di Ebelmann, portano alla seguente formola:

$$7MnSiO_3 + CaSiO_3$$

come risulta dal seguente specchio nel quale sono messi a confronto i valori ottenuti da me (I), quelli ottenuti da Ebelmann (II) e quelli che teoricamente corrispondono alla predetta formola (III):

	I	II	III
SiO_2	46,71	46,37	46,15
MnO	47,73	47,38	48,46
CaO	5,41	5,48	5,38
	99,85	99,23	99,99

Il minerale venne disaggregato col solito metodo del carbonato sodico potassico; però allo scopo di evitare che in causa del variabile stato di ossidazione del manganese potesse, coll'impiego dell'acido cloridrico come decomponente della massa disaggregata, aversi svolgimento di cloro, il quale poteva intaccare il platino, ho preferito l'uso dell'acido solforico.

Considerati dal lato cristallografico, i cristalli da me esaminati non si presentano molto ricchi di forme e nessuna di queste è nuova per la rodonite; assumendo l'orientazione di Flink (1), la quale ha su quella di Miller (2) il vantaggio di far risaltare le analogie fra la rodonite e le specie del gruppo dei pirosseni, constatai la presenza delle seguenti forme:

$$001$$
$$1\bar{1}0$$
$$110$$
$$2\bar{2}\bar{1}$$
$$1\bar{3}0$$
$$4\bar{4}\bar{1}$$

(1) " Zeitschr. für Krystall. und Mineral. ,, (1886), XI, p. 506.

(2) *An Element. Introd. to Mineralogy*. Phillips. (1852). London, p. 296.

Digitized by Google

I cristalli che presentano la più semplice combinazione di forme, sono costituiti puramente dalle 001 $1\bar{1}0$ 110 e $2\bar{2}\bar{1}$; quelli più complessi mostrano tutte le forme sopra accennate ed anzi in alcuni cristalli notai pure nella zona 001 110 la presenza di una forma che suppongo sia da considerarsi come la 221, sebbene non mi sia stato possibile di ottenere nessuna misura goniometrica la quale anche solo con una certa approssimazione potesse servirmi per identificarla.

I cristalli meno ricchi di forme hanno generalmente un aspetto tabulare in causa del notevole sviluppo delle faccie $1\bar{1}0$ oppure delle $2\bar{2}\bar{1}$; in esse invece le faccie 001, che generalmente sono molto sviluppate nella rodonite, sono sempre strette e quasi lineari. Quelli più complessi presentano un aspetto che ricorda assai uno di quelli descritti da Flink per la pajsbergite e precisamente il tipo piramidale derivante dal grande sviluppo delle $1\bar{1}0$ e delle $2\bar{2}\bar{1}$.

Generalmente i cristalli da me osservati sono poco adatti a delle misure goniometriche esatte, sia perchè in alcuni casi essi hanno faccie finamente striate e ciò avviene specialmente per le $2\bar{2}\bar{1}$, $1\bar{1}0$, $4\bar{4}\bar{1}$ e $1\bar{3}0$, sia perchè in altri casi le faccie sono ricoperte da sottili patine brune che le appannano, come specialmente si nota nelle 001 e 110, essendo quindi molto poco speculari.

Da numerosi individui scelti da me con molta cura, ma tutti dotati di dimensioni molto piccole, ottenni delle oscillazioni assai grandi nei valori angolari, come facilmente si può osservare dalle qui sottoriportate misure:

	Valori estremi ottenuti		Valori teorici secondo Flink
001 . $1\bar{1}0$	86°56′	87°6′	86°23′50″
001 . 110	69°		68°44′56″
001 . $2\bar{2}\bar{1}$	62°7′	62°45′	62°22′20″
$1\bar{1}0$. $2\bar{2}\bar{1}$	30°20′	30°59′	31°13′30″
$1\bar{1}0$. $1\bar{3}0$	24°51′	25°19′	24°23′

Digitized by Google

Queste oscillazioni angolari assai grandi non sono però nuove nella rodonite; invero Flink nelle sue misure sulla *pajsbergite* (1) ne dà di quelle non inferiori, e Pirsson nelle sue ricerche sulla varietà zincifera detta *Fowlerite* (2) ne ottenne di quelle maggiori ancora, come si può facilmente constatare dagli esempi seguenti, tolti dai lavori dei predetti autori e riguardanti alcune delle forme esistenti nei cristalli di S. Marcel:

	Valori estremi di Flink		Valori estremi di Pirsson	
$001 . 1\bar{1}0$	86°19′	86°56′	86°20′	87°15′
$001 . 2\bar{2}\bar{1}$	61°53′	62°45′	62°28′	63°15′
$1\bar{1}0 . 2\bar{2}\bar{1}$	30°42′	31°29′	—	
$110 . 001$	68°19′	69°1′	—	

Ebbi però la fortuna in seguito di trovare alcuni cristalli, molto piccoli ma molto nitidi, i quali mi diedero dei risultati molto più soddisfacenti e che qui riporto:

	Valori estremi	Valori medii	Valori teorici (Flink)
$001 . 1\bar{1}0$	86°12′-86°29′	86°20′30″ *	86°23′50″
$001 . 110$	68°39′-68°47′	68°43′ *	68°44′56″
$001 . 2\bar{2}\bar{1}$	62°5′	62°5′	62°22′20″
$110 . 1\bar{1}0$	92°22′-92°30′	92°26′ *	92°28′36″
$1\bar{1}0 . 1\bar{3}0$	24°22′-24°24′	24°23′ *	24°23′
$1\bar{1}0 . 2\bar{2}\bar{1}$	31°27′-31°40′	31°33′30″	31°13′30″
$110 . 1\bar{3}0$	63°16′	63°16′	63°9′
$001 . 4\bar{4}\bar{1}$	76°47′	76°47′	76°59′55″

Dal complesso di questi valori e specialmente da quelli segnati con asterisco si vede come la rodonite di S. Marcel possa, con sufficiente approssimazione riferirsi alle costanti cristallografiche ammesse da Flinck per la pajsbergite della Svezia e come le notevoli variazioni angolari prima da me osservate non dipendano che dal brutto stato dei cristalli misurati.

Istituto Mineralogico della R. Università di Torino.
15 Aprile 1904.

---

(1) Loc. cit.
(2) " Amer. Journ. of Science „ (1890), XL, p. 484.

Digitized by Google

Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso (Valle delle Rovine).

Nota del Dott. ALESSANDRO ROCCATI
Assistente alla R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri di Torino.

(Con una Tavola).

In questa nota, la quale fa seguito alle due già pubblicate (1) sulla costituzione litologica delle valli del Gesso nelle Alpi Marittime, espongo i risultati delle mie ricerche nella zona compresa fra il Gesso della Valletta, il Gesso della Barra e di Entraque e la Valle delle Rovine; zona cristallina interessante per la molteplice varietà delle rocce esistenti ed in cui sono comprese cime importanti come quella dell'Asta (2950 m.), dell'Oriol (2940 m.), ecc.

Mi sono però esteso più particolarmente sulla Valle delle Rovine, meglio prestandosi essa alle ricerche per le sue condizioni orografiche e topografiche e perchè in essa si ritrovano raggruppate quasi in sintesi tutte le varie rocce della zona in esame.

La Valle delle Rovine si apre nella valle del Gesso della Barra a circa 5 km. a monte del comune di Entraque; essa, scavata essenzialmente nel gneiss e ricoperta al suo inizio da formazioni alluvionali e moreniche, risale verso il massiccio dell'Argentera, contro il quale viene a terminare, costituendo, specialmente nella parte terminale, uno dei siti più orridamente pittoreschi che si possano incontrare, sia per la mancanza di vegetazione, sia per l'abbondanza dei detriti, che giustificano ampiamente il suo nome.

La Valle delle Rovine può nettamente esser divisa in due zone: inferiore e superiore.

---

(1) *Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso:* 1° *Valle del Sabbione;* 2° *Valle della Meris e Rocca Val Miana.* " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", Vol. XXXVIII, Anno 1902-903.

Digitized by Google

La porzione inferiore termina al lago delle Rovine (1560 m.) ed alla parete gneissica, che per mezzo del passo delle Pianchette o per il colletto di Laura (1959 m.) lascia adito alla valle superiore. Presso il limite inferiore del lago, sulla sinistra di esso, si apre lo stretto e scosceso vallone Latous, che insinuandosi fra le punte dell'Oriol e del Chiapous (2811 m.), viene a sboccare poco sotto il colle del Chiapous sul versante del Gesso della Valletta, costituendo così una comunicazione fra la valle inferiore ed il termine della superiore.

La porzione superiore della Valle delle Rovine si presenta in forma di conca (nota col nome di *Piano dei Chiotas*) ricca di acquitrini e di cumuli di detriti, estesa circa 1 km. in lungo su 500 m. di largo. Sopra una delle prominenze formate da rocce levigate ed arrotondate dai ghiacciai si alza il Rifugio Genova della Sezione Ligure del C. A. I.

La conca, che comprende anche il bacino del lago Brocan, è chiusa dalla serra dell'Argentera, che si alza in forma di un enorme muraglione, formante la base del piano del Baus, su cui si ergono alcune fra le maggiori vette delle Alpi Marittime.

Dal piano dei Chiotas la valle, restringendosi, si continua verso nord nella valletta del Chiapous fino al colle omonimo (2520 m.) ove termina; tale valletta è rinserrata a sinistra dalla costiera della rocca Barbis, la quale ha il suo culmine nella punta Barbis (2754 m.) e limita sull'opposto versante il bacino del lago delle Rovine su cui precipita quasi a picco; a destra è limitata dalla base del massiccio dell'Argentera.

Verso sud la valle risale rapidamente al colle delle Fenestrelle (2479 m.) donde si passa nella valle del Gesso di Entraque; il colle delle Fenestrelle è posto quasi esattamente di rimpetto a quello del Chiapous ed è scavato fra la punta di Fenestrelle (2699 m.) ed il Roc di Fenestrelle (2770 m.).

Nella presente nota, lasciando da parte la Serra dell'Argentera propriamente detta dal colle Chiapous a quello di Fenestrelle ed il bacino ivi compreso del lago Brocan che formeranno oggetto di una prossima nota, mi occuperò particolarmente del rimanente della zona sopra indicata.

La regione è costituita essenzialmente da rocce schistose, fra cui in assoluta prevalenza i gneiss, a cui si associano localmente micaschisti, cloriteschisti, calcefiri ed anfiboliti; svariate

Digitized by Google

rocce filoniane poi intersecano la massa gneissica, presentandosi con potenza variabile da pochi centimetri a qualche metro. Per questo motivo credo razionale dividere il presente lavoro in due capitoli, rocce schistose cioè e rocce filoniane.

I.
Rocce schistose.

Gneiss. — I gneiss della regione, svariatissimi sia per composizione mineralogica che per struttura, si possono però ridurre a due tipi fondamentali che indicherò con i nomi di *gneiss normali* e *gneiss cataclastici,* comprendendo nella seconda denominazione i gneiss in cui è tipica la *struttura cataclastica* di Kjerulf (1), che presentano cioè i loro componenti variamente fratturati e schiacciati in seguito ad azioni meccaniche. Tale struttura fu già indicata da Franchi (2) per il granito del massiccio cristallino dell'Argentera; riferendosi invece ai gneiss che io chiamo cataclastici, pure dando per essi dei caratteri uguali a quelli da me osservati, egli li raggruppa sotto il nome di *gneiss laminati,* per il fatto che in causa delle azioni meccaniche a cui furono sottoposti presentano spesso una distinta laminazione. Però siccome questo carattere non è generale io ho preferito il nome di *gneiss cataclastici,* perchè esso si riferisce ad un carattere costante che presentano i loro elementi e che è appunto indicato nella *struttura cataclastica* di Kjerulf.

Gneiss normali. — Questi si possono, a seconda della composizione, distinguere in *gneiss a biotite* e *gneiss a clorite,* in cui la mica è del tutto od in parte sostituita da clorite.

Il *gneiss a biotite* s'incontra specialmente nella parte superiore della valle ed anzi è si può dire esclusivo verso il colle Chiapous e nella costiera adiacente della Rocca Barbis.

Quantunque molto compatto, è sempre ben visibile la struttura schistosa, resa evidente dalla regolare distribuzione dei letti di biotite nera con lucentezza sub-metallica, i quali con spes-

(1) Loewinson-Lessing, *Lexique pétrographique,* " Comptes-Rend. Congrès Géol. Int. 1900 ", 2° fasc., p. 1051.

(2) *Relazione sui principali risultati del rilevamento geologico nelle Alpi Marittime eseguito nelle campagne 1891-92-93,* " Boll. R. Com. Geologico ", anno 1894, n° 3.

Digitized by Google

sore variabile da pochi millimetri a qualche centimetro, limitano le zone ad elementi chiari, in cui scarseggia la mica.

L'andamento della schistosità è abbastanza regolare, mantenendosi per lo più i letti micacei paralleli, quantunque non manchino punti ove sono variamente contorti e ripiegati; tali fenomeni di piegamento e deformazione si riscontrano al microscopio anche per le singole lamine.

Il gneiss a biotite è di tutte le varietà quello che si presenta nel miglior stato di conservazione, quantunque giovi qui notare che in esso il plagioclasio, frequentemente associato all'ortosio, è comunemente più o meno alterato fino a completa caolinizzazione, fenomeno questo generale, almeno negli strati superiori, per tutti i gneiss della regione, come già fece rilevare il Viglino (1).

Non entrerò in descrizione minuta dei componenti dei gneiss, poichè la loro composizione è essenzialmente simile a quella delle varietà già descritte nelle altre vallate studiate (2), limitandomi ad indicare i caratteri più interessanti.

Componenti del gneiss a biotite sono *quarzo*, *ortosio*, *biotite*, *plagioclasio*, *microclino*; si hanno inoltre *ematite* ed *apatite*.

I componenti, tranne la mica, hanno abito granulare, quantunque in qualche punto, specialmente negli individui di mole maggiore, il plagioclasio presenti contorno cristallino abbastanza netto.

L'*ortosio*, sempre con dimensioni minori del plagioclasio, è di rado geminato con legge di Karlsbad; comune vi è l'estinzione ondulata.

Il *plagioclasio* presenta in molti individui ben netta e finamente ripetuta la geminazione polisintetica secondo la legge dell'albite, con estinzione simmetrica di 4° a 6°, che però non simmetrica può salire fino a 13°. Il valore dell'angolo d'estinzione, come anche la non intaccabilità con acido cloridrico me lo fanno ritenere, almeno in parte, *oligoclasio*. Contiene frequenti inclusioni di quarzo ed altre di ortosio che accennano talvolta ad un accrescimento parallelo.

---

(1) *La Serra dell'Argentera*, Guida compilata da F. Mondini. Genova, 1898 (Append. di A. Viglino sulla costituzione geologica dell'alta Val Gesso).

(2) Loco citato.

Digitized by Google

La *biotite* è in lamine di color bruno intenso (nero nelle lamine non sottili) con fortissimo pleocroismo bruno scuro, bruno violaceo, giallo bruno chiaro; è biassica. In prossimità della biotite ed anche incluse in essa si notano laminette di *ematite*, di cui non rara è l'alterazione in *limonite*.

Come inclusione nel quarzo è frequente lo *zircone*, nel feldspato notasi inoltre dell'*apatite*; in certi punti havvi abbondante *pirite* in minuti granuli.

Localmente il gneiss a biotite fa passaggio ad un vero *gneiss porfiroide*, avendosi una massa finamente granulare nella quale abbonda il quarzo ed in cui stanno disseminati grandi individui di *ortosio* ed altri di *plagioclasio* con contorno cristallino abbastanza netto. Il feldspato negli strati esterni è però quasi completamente caolinizzato.

Comune nell'alta valle presso il colle del Chiapous e scendendo verso le terme di Valdieri è la varietà di *gneiss ghiandone*, già indicata fra le rocce del vallone della Meris (1).

Una varietà interessante di *gneiss a biotite* con abbondantissima *ilmenite*, che si può considerare come elemento accessorio caratteristico, incontrai al piano dei Chiotas ed in modo particolare a costituire alcune delle *roches moutonnées* che si innalzano presso il gias del Monighet. Bell'esempio di tal gneiss, associato ad anfibolite e calcare, si ha nel rilievo su cui fu edificato il Rifugio Genova della Sezione Ligure del C. A. I.

È roccia a grana finissima, molto tenace, ma con struttura schistosa evidente; ha color grigio scuro quasi omogeneo, in cui spiccano le abbondantissime laminette di *biotite*. Questa è la solita varietà bruna intensa con fortissimo pleocroismo; talvolta ad essa si uniscono rare lamine di *clorite*.

Noto qui come questa varietà di biotite è completamente decomposta dall'acido cloridrico concentrato a caldo, restando dopo l'operazione solo più un bianco scheletro siliceo.

L'*ilmenite* è abbondantissima e gremisce la massa, presentandosi o in laminette cristalline od in granuli irregolari a dimensioni variabili, sempre però minuti; ad essa associansi *pirite* e *titanite*.

Degli altri componenti è abbondante il *quarzo* con frequenti

(1) Loco citato.

Digitized by Google

inclusioni di *zircone* ed il *plagioclasio*; questo è per lo più alterato e presenta con inclusioni di quarzo altre sferoidali, isotrope, talora voluminose, che ritengo di *opale* analogamente a quanto avrò da accennare in seguito.

Nei dintorni del lago delle Rovine esiste un gneiss analogo al sopra descritto, ma che manca però dell'ilmenite.

Nella parete destra della parte superiore del lago delle Rovine havvi gneiss biotitico in cui comincia a comparire la struttura cataclastica, ed interessante perchè alla mica si aggiunge *orneblenda*, la quale coll'aumentare di quantità dà passaggio al gneiss anfibolico ed alle molteplici rocce ad orneblenda che, come si vedrà in un ulteriore lavoro, sono caratteristiche del gruppo di Fenestrelle.

Coll'orneblenda aumenta pure il plagioclasio sino a prevalere assolutamente sugli altri componenti, che hanno sempre dimensioni minori, per cui localmente si ha passaggio ad una vera *diorite* a grandi elementi. Caratteristica è qui l'associazione dell'orneblenda col plagioclasio, presentandosi questo in grandi inclusioni inalterate nell'anfibolo (fig. 1).

Il plagioclasio, ben conservato, è riferibile ad *oligoclasio*; l'orneblenda contiene poi grandi inclusioni cristalline di *apatite* ed altre di *quarzo*.

Gneiss a clorite. — I gneiss a clorite si trovano associati in qualche punto a quelli a biotite, ma sono specialmente in relazione con i gneiss cataclastici e prevalgono nella parte inferiore della valle.

La loro composizione è analoga a quella dei gneiss sopradescritti, soltanto in essi alla biotite si associa la *clorite*, che anzi può essere esclusivamente presente. La struttura è per lo più microcristallina, donde una rilevante compattezza nella roccia.

La *clorite* è in lamine isolate o variamente aggregate, contorte, con margine sovente corroso; frequente è l'alterazione in limonite. Il colore è verde azzurro con forte pleocroismo; essa è completamente decomposta dall'acido cloridrico a caldo. Oltrechè in lamine distinte si trova anche la clorite in plaghe senza contorno definito e mescolata a limonite; proviene probabilmente da alterazione della biotite.

Nella varietà in cui alla clorite associasi la mica, questa

Digitized by Google

è normalmente la solita *biotite* bruna con fortissimo pleocroismo; si nota però l'esistenza di un'altra varietà di biotite di color verde erba scuro, con forte pleocroismo dal verde al quasi incoloro. Credo che questa mica si possa riferire alla varietà accennata e descritta dallo Stella in *gneiss minuti* della Valle Varaita (1) e delle Alpi occidentali (2), tanto più che si tratta di rocce analoghe per tipo e nelle quali l'autore indica pure la presenza di clorite. Soltanto nel caso mio la mica sarebbe uniassica, mentre lo Stella fa notare esser la sua in lamine alcune monoassi, altre biassi.

L'*ortosio* è di rado geminato; esso ha comunemente estinzione ondulata e presenta quella notevole e curiosa associazione col quarzo che il Michel Lévy mise in rilievo e raffigurò nella sua *Minéralogie micrographique* (3) e specialmente nel suo *Mémoire sur les divers modes de structure des roches éruptives étudiées au microscope au moyen de plaques minces* (4), come un caso di struttura micropegmatitica e che posteriormente propose di indicare col nome di *structure vermiculée* (5). Questa stessa struttura si trova pure, sebbene molto più raramente ed in modo meno evidente, nel plagioclasio.

Il Franchi, che già ebbe ad osservare e descrivere questa struttura in parecchie rocce cristalline dell'Argentera (6), rese in italiano l'espressione di Michel Lévy col nome di *struttura vermicolare* (7), che adotterò anch'io.

Le fig. 2 e 3 rappresentano esempi della struttura vermicolare nell'ortosio, che ricordano distintamente gli esempi figurati da Michel Lévy nelle memorie citate.

Fenomeno interessante e che riferisco pure alla struttura

---

(1) *Sul rilevamento geologico eseguito nel 1894 in Val Varaita (Alpi Cozie)*, " Boll. Com. Geol. Ital. ", XXVI, N. 3 (1895).

(2) *Relazione sul rilevamento eseguito nell'anno 1893 nelle Alpi occidentali (Valli dell'Orco e della Soana)*, " Boll. ecc. ", XXV, N. 4 (1894).

(3) Fouqué et Michel Lévy, *Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique détaillée de la France. Minéralogie micrographique*. Paris, 1879.

(4) " Annales des Mines ", 7ᵉ série, Mémoires, Tome VIII (1875).

(5) *Contribution à l'étude du granite de Flamanville et du granite français en général*, " Bull. des services de la Carte géol. ", N. 36, tome V (1893-94).

(6) Loco citato.

(7) *Sulla presenza della* structure vermiculée (Michel Lévy) *nello gneiss centrale*. " Boll. Soc. Geol. It. ", vol. XIII, fasc. 1 (1894).

Digitized by Google

vermicolare è quello indicato nella fig. 4; il tipo però è diverso, non essendo più i canaletti di quarzo sviluppati al margine dei cristalli o delle plaghe feldspatiche; trattasi invece di inclusioni sferoidali di un altro feldspato nel plagioclasio, le quali inclusioni sono percorse da canaletti che per l'aspetto e la disposizione ricordano quelli della tipica struttura vermicolare.

Queste curiose inclusioni sono del resto piuttosto rare e non le riscontrai che in poche delle molteplici varietà di gneiss che ebbi ad esaminare.

Altre inclusioni si hanno di abbondante *zircone*, specialmente nel quarzo, oppure di *apatite*, quantunque questo minerale sia meno abbondante che nei gneiss a biotite.

Il *gneiss a clorite* perde talora la schistosità passando ad un vero *gneiss granitoide*, per cui non osservato in posto potrebbe perfettamente scambiarsi per un vero granito. Tale modificazione di struttura può verificarsi su grande estensione, ma si incontra pure localmente in noduli o concentrazioni a dimensioni variabili nella roccia regolarmente schistosa.

Nel gneiss a clorite sono comuni venuzze della potenza fin di 5 a 6 cm. e costituite da *quarzo*, talvolta in individui abbastanza distinti, specialmente nelle faccie del prisma, su cui appariscono le caratteristiche strie trasversali. Tale quarzo è incoloro, con lucentezza grasso-vitrea; osservato al microscopio è sempre variamente fratturato e lungo le fessure non di rado si scorgono con forte ingrandimento minute inclusioni nere dendritiformi che ritengo di *pirolusite*.

Sparsi nel quarzo sonvi abbondanti cristalli sottili di *epidoto* in prismi allungati (lunghi fin 2 cm.) con terminazioni indistinte, sovente anche rotti con spostamento dei frammenti.

Tale epidoto ha color verde bruno chiaro con lucentezza resinosa; in sezioni sottili gli individui minori sono incolori, i maggiori hanno invece color bruno chiaro con distinto pleocroismo.

Nei filoncini di maggiori dimensioni si associa talvolta all'epidoto della *clorite* in minute laminette di color verde erba riunite con bellissimo aspetto vermicolare; la clorite forma anche da sola o con quarzo filoncini e venule.

Gneiss cataclastici. — Sono questi gneiss in assoluta prevalenza sugli altri e s'incontrano in tutto il massiccio, anche nelle parti più elevate, poichè riscontrai la loro presenza nelle

Digitized by Google

vette della Serra dell'Argentera, ove si hanno le massime altezze delle Alpi Marittime.

Come i gneiss normali, possono essere micromeri o macromeri, ed esternamente molto sovente sono tanto poco dissimili dai normali che è difficile il distinguerli; l'esame microscopico però dimostra come siavi invece profonda differenza nella intima struttura.

Essi infatti presentano sempre i loro componenti rotti e fratturati anche molto minutamente, quasi ad attestare le fortissime azioni meccaniche a cui furono sottoposti e che devono aver modificata la struttura iniziale. Di tali azioni meccaniche ci sono prova i forti spostamenti degli strati dislocati, spostati ed in alcuni punti raddrizzati e spinti fino ad altezze superiori ai 3000 m. nelle vette maggiori dell'Argentera.

Dei gneiss cataclastici alcuni sono biotitici, altri cloritici; in taluni poi la clorite è così abbondante e regolarmente disposta, che osservandoli sulle superficie di schistosità si potrebbero ritenere per cloriteschisti; normalmente però alla schistosità si vedono in straterelli regolari gli elementi bianchi che sembrano come immersi nella clorite. Nella varietà a biotite questo minerale presenta frequente la trasformazione in clorite e muscovite con separazione di ematite e magnetite.

Altra prova delle azioni meccaniche si ha qui nelle distorsioni delle lamine di clorite e biotite, come anche nelle distorsioni delle linee di geminazione dei plagioclasi.

Nei gneiss cataclastici si possono stabilire varî tipi che segnano tutto un passaggio graduato dal gneiss normale a quelli in cui le deformazioni ed i mutamenti nella roccia iniziale li hanno trasformati tanto, che non visti in posto si potrebbero ritenere per rocce clastiche del tipo delle arcosi.

La struttura cataclastica incomincia a manifestarsi con rocce che presentano ancora la struttura gneissica tipica, ma i cui componenti sono minutamente fessurati o frantumati con spostamento o no dei frammenti che sovente hanno gli orli come corrosi o sfrangiati.

Da questi si passa ad altri tipi in cui sonvi ancora grandi granuli dei componenti non frantumati, ma ognuno di essi appare contornato da minuti frammenti degli stessi componenti; tale particolare struttura è bene indicata dai nomi di *mörtelstruktur* o *structure en mortier* degli autori tedeschi e francesi.

Digitized by Google

In tipi ulteriori si ha minuta e completa frantumazione dei componenti, per cui la roccia si riduce ad un aggregato di minuti granuli, frammezzo ai quali compariscono ancora, ma raramente, frammenti più voluminosi, mancando i componenti intatti; talora si nota come questi avanzi furono come laminati e ridotti in frammenti allungati nel senso della schistosità ed immersi nella massa granulare.

Come ultimo termine si ha finalmente una vera *struttura brecciata,* poichè non solo i componenti appariscono frantumati, ma di più si scorge fra di essi un abbondante cemento che vi si depositò e li riunì. Tale cemento è variabile: per lo più trattasi di quarzo finamente granulare, altrove invece è la *clorite* che funge da cemento od una sostanza di natura talcosa: finalmente in alcuni punti il cemento è rappresentato da un minerale micaceo incoloro che localmente si riconosce come vera *muscovite* in grandi lamine.

Nei piani di schistosità poi si osservano con abbastanza frequenza fenomeni di laminazione, per cui dette superficie sono come levigate, splendenti e fibrose con lucentezza sericea; già ebbi occasione di indicare questo fatto (1), pure già descritto dal Franchi (2), il quale appunto si basa su questo carattere per distinguere dalle altre varietà i gneiss che chiama laminati.

I caratteri mineralogici dei componenti di questi gneiss sono quelli già indicati per le varietà normali; mi limiterò quindi a poche parole intorno ad essi.

Il *quarzo*, in cui non è rara l'estinzione ondulata, presenta frequenti inclusioni di *zircone*; il *plagioclasio*, talora abbondantissimo, è sempre profondamente alterato, tranne in alcuni minuti granuli che sembrano da ritenersi di formazione secondaria. L'alterazione è per lo più in caolino, altrove come alterazione si formò abbondante *zoisite* in minutissimi aghi; in quest'ultimo caso trattasi evidentemente di plagioclasi più ricchi in calce.

Frequenti sono le inclusioni di *quarzo*, *zircone* e meno di *apatite*.

L'*ortosio*, non geminato, presenta sempre estinzione ondulata ed ha pure caratteristica la frequente struttura vermicolare.

---

(1) *Ricerche petrografiche ecc. Valle del Sabbione*, lavoro citato.

(2) Lavoro citato.

Digitized by Google

A proposito di questa struttura, Franchi nel lavoro citato (1) faceva rilevare di averla incontrata in tutti i diversissimi tipi che presentano i gneiss delle Alpi Marittime; io qui non posso far altro che confermare questa sua constatazione per la regione in esame; essa poi mi risultò più comune ed evidente nei gneiss cataclastici ed in quelli a clorite (che sembrano più antichi) che non in quelli a biotite. In questi la struttura vermicolare o manca del tutto, oppure si manifesta non con quella evidenza che si ha negli altri tipi di gneiss.

Notevole è poi la presenza nei gneiss cataclastici di pirite, talvolta abbondantissima; essa si presenta o in piccoli cristalli cubici o pentagonododecaedrici, ma più comunemente in minuti granuli diffusi nella massa e spesso alterati in limonite.

Menziono in ultimo una varietà di gneiss, in cui è caratteristica la intensa colorazione rossa. È una varietà del tipo brecciato in cui il cemento che unisce i granuli è o di natura micacea oppure quarzo finamente granulare o quarzo calcedonioso. Havvi della *biotite* però quasi completamente trasformata in clorite e muscovite; abbondanti poi sono granuli di *magnetite* e lamine di *ematite*. Questa forma anche come un pigmento ocraceo che inquina gli elementi chiari della roccia dando loro un color rosso talora vivissimo.

Cloriteschisto. — Dal gneiss a clorite, coll'aumentare di questo minerale e col diminuire degli altri componenti, si ha passaggio a vero *cloriteschisto*, che in alcuni punti forma intercalazioni nel gneiss, da cui ha limiti ben definiti.

È roccia tenera di color verde scuro omogeneo ed in cui la schistosità è ben evidente. Al microscopio risulta formata da un intreccio di minute lamine di *clorite* verde chiara, sovente riunite con aspetto vermiforme; alla clorite si aggiungono fibre di *epidoto* giallo chiaro ed aghi incolori, minuti, di *anfibolo*.

Sparsi nella massa sonvi granuli di quarzo ed altri di feldspato che localmente si accentrano in minuti straterelli disposti nel senso della schistosità.

Havvi pure abbondante *pirite* granulare e poco *rutilo* in masserelle irregolari di color giallo rossastro.

---

(1) *Sulla presenza della* structure vermiculée (Michel Lévy) *nello gneiss centrale*, " Boll. Soc. Geol. Ital. ", vol. XIII, fasc. 1 (1894).

Digitized by Google

Micaschisto a biotite. — È roccia a struttura schistosa evidente, di color verde intenso che tende al nero; è associata al gneiss a biotite, fra cui si trova intercalata, con distacco netto fra l'una e l'altra roccia, non presentando apparente termine di passaggio. È sempre del resto in strati di poca potenza: non di rado è attraversata da filoni di aplite, come succede ad esempio presso il lago delle Rovine.

Componente essenziale è la *biotite*, che si presenta in due varietà associate: l'una è intensamente colorata in bruno ed è la solita mica che s'incontra nei gneiss della regione; l'altra in lamine a dimensioni minori ha color verde scuro e pleocroismo meno sensibile.

La varietà bruna è specialmente abbondante nel contatto col gneiss o con l'aplite, ove predomina sulla verde ed è quivi accompagnata da abbondante pirite granulare. La varietà verde è invece specialmente abbondante nella massa della roccia, ove è regolarmente stratificata ed ove ad essa si associano granuli di *quarzo* con inclusioni di *zircone* ed altre minutissime dendritiformi di color giallo chiaro, oppure nere, queste ultime riferibili a *pirolusite*. Havvi pure del *plagioclasio* in granuli alterati con formazione di *zoisite* e caratteristiche inclusioni sferoidali, incolore, isotrope, che ritengo di *opale*, alcune delle quali aventi un orlo birifrangente riferibile a *calcedonio*.

Calcare. — Al piano dei Chiotas nelle vicinanze del gias del Monighet e del Rifugio Genova trovansi associati al gneiss, ed in certi punti in rapporto con la microanfibolite che accennerò in seguito, dei banchi di calcare potenti anche più di un metro.

Tale calcare ha colore giallo chiaro o grigio, con struttura finamente granulare o saccaroide; mediante trattamento con acido cloridrico constatai nel residuo insolubile da esso ottenuto la presenza di *mica*, *ilmenite*, *pirite*, *apatite*, raro *quarzo*, raro *feldspato plagioclasico* e di un abbondante minerale che si presenta in granuli biancastri informi od in prismi incolori, allungati, senza terminazioni distinte e che io credo debba riferirsi ad *anfibolo* e precisamente a quella varietà che ho già descritta come associata all'orneblenda in rocce delle valli del Gesso (1) e che ho considerata come *edenite*.

(1) Lavori citati.

Digitized by Google

Però siccome Franchi (1), accennando alla località del gias del Monighet, parla di calcari pirossenici, ho compiuto accurate osservazioni allo scopo di accertarmi se realmente i cristalli da me isolati fossero di anfibolo, oppure non appartenessero ad un pirosseno. Tuttavia già dall'esame esterno il dubbio è quasi impossibile, poichè essi presentano quell'aspetto che è caratteristico degli anfiboli di altri calcari, come ad esempio quelli di glaucofane del calcare della Beaume (2), cioè di risultare dalla riunione in accrescimento parallelo di più individui, donde una forma quasi tabulare.

Ho misurato al microscopio l'angolo del prisma di sfaldatura 110, ottenendo un valore oscillante fra 58° e 62°; quantunque questo valore non corrisponda esattamente a quello dell'anfibolo tipico in cui l'angolo è = 54°-56° (3), tuttavia credo che possa bastare ad escludere assolutamente che nel mio caso si tratti di pirosseno, poichè, mentre una differenza di qualche grado non deve recar meraviglia, vista la difficoltà della determinazione su materiale poco adatto (i cristalli di cui mi sono giovato avevano appena all'incirca 1 mm. di altezza per $^1/_2$ mm. di spessore), sarebbe il valore trovato certamente troppo piccolo per un pirosseno.

Nei cristalli si riconoscono facilmente le faccie 110, 010 e 100; distinte sono le striature parallele all'allungamento dovuto alla facile sfaldatura secondo 110, alcuni individui presentano traccie di separazione secondo 001. Il minerale è perfettamente trasparente, con viva lucentezza vitrea, talora perlacea, oppure bianco od anche giallognolo per principio di alterazione; l'angolo di estinzione è = 22°, i colori di polarizzazione sono molto vivaci. Di questo anfibolo sto compiendo un'analisi, di cui pubblicherò fra breve i risultati.

La *mica* è in sottili lamine con contorno romboidale distinto; è incolora o rosea o leggermente giallognola, nettamente biassica. Essa è fortemente magnesiaca, quindi la ritengo probabilmente una *flogopite*.

---

(1) Lavoro citato, pag. 239.

(2) L. Colomba, *Sulla glaucofane della Beaume (Valle della Dora Riparia)*, " Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino ", XXIX (1894).

(3) Dana, *The System of Mineralogy*, 1892, p. 383.

Digitized by Google

La *ilmenite* in laminette cristalline di color nero a viva lucentezza metallica si trova sovente inclusa nell'anfibolo; il minerale è specialmente abbondante nei banchi del Rifugio Genova, ove il calcare è in relazione con il gneiss biotitico ad ilmenite sopra accennato.

Anfibolite granatifera. — È questa l'unica *roccia verde* che ho trovata associata al gneiss nella costiera della Rocca Barbis presso il colle del Chiapous. La mancanza di rocce verdi in questa zona contrasta con l'abbondanza di tali rocce che si verifica in altri punti del massiccio gneissico, come già ho rilevato per la Val Miana (1) e come vedremo verificarsi nella Serra dell'Argentera.

L'anfibolite granatifera è roccia compattissima e dura con struttura macromera; ha color verde scuro quasi nero, rosso bruno all'esterno per superficiale alterazione; nei piani di fresca rottura sono nettamente discernibili cristalli fibrosi di *orneblenda*, laminette di *biotite* e *granati* di color roseo o grigio se alterati. Questi componenti della roccia sono accompagnati da *quarzo*, *clorite*, *apatite*, *magnetite*, *ilmenite*, *pirite* e *zircone*.

L'*orneblenda* è la varietà ferrifera bruna con forte pleocroismo; è in prismi fibrosi, talora geminati, con terminazioni non distinte, sovente rotti e frantumati con interposizione tra i frammenti di *quarzo*, *clorite* ed abbondante *magnetite*. Associata a quest'orneblenda trovasi la varietà verde azzurra già indicata per altre rocce delle valli del Gesso (2); essa è però poco abbondante, presentandosi o in fibre unite alle brune, oppure a costituire l'orlo e le terminazioni dei cristalli.

Insieme alla orneblenda havvi la *biotite*, ma molto disugualmente distribuita; infatti, mentre certe plaghe ne sono assolutamente prive, in altre essa è così abbondante da potersi scorgere ad occhio nudo.

Il *granato* è in cristalli relativamente voluminosi che danno sezioni a contorno esagono o circolare, più sovente però indistinto. Il colore è roseo; il minerale è però di frequente profondamente alterato, riducendosi in frammenti torbidi, semi-opachi, in alcuni punti con distinta azione sulla luce polarizzata; in

(1) Lavoro citato.
(2) Lavori citati.

Digitized by Google

alcuni individui l'alterazione è completa, in altri resta ancora un nucleo centrale inalterato. Il granato contiene abbondanti inclusioni di *quarzo*, *clorite* e *magnetite*.

La *clorite*, oltre che come prodotto d'alterazione, si trova pure in distinte lamine variamente aggregate; i caratteri indicano trattarsi della varietà descritta nelle rocce del lago soprano della Sella (1).

II.

Rocce filoniane.

Aplite. — Comune nel gneiss, dove riempie litoclasi che raggiungono anche un metro di larghezza e che intersecano quasi normalmente la stratificazione del gneiss: è roccia molto tenace di color bianco latteo omogeneo, con struttura finamente granulare e saccaroide, sempre afanitica.

I componenti sono *ortosio*, *plagioclasio* e *quarzo* con localmente *muscovite*, *granato*, *apatite*, *pirite*, *zircone* e *ematite*.

L'*ortosio* è frequentemente geminato; ha estinzione ondulata e presenta ben evidente la struttura vermicolare; molto abbondante è il *plagioclasio* in individui a contorno cristallino talora nettissimo, specialmente nei minori, che sono anche i meglio conservati ed i cui caratteri li fanno riferire ad *oligoclasio*.

La *muscovite*, che manca del tutto in certi filoni, è altrove discretamente abbondante in minutissime lamine incolore con viva lucentezza perlacea. È talvolta accentrata in straterelli di lamine molto sottili, ma ampie, le quali provocano nella massa una facile divisibilità in lastre di vario spessore.

Nei filoni maggiori havvi anche presenza di *granato*; tale è il caso di un grosso filone che fu messo a giorno da una potente frana nella parete sinistra del lago delle Rovine, presso il gias del Monighet sottano.

Il granato è sparso nella massa in individui di mole variabile, ma sempre molto piccoli; esso è incoloro o leggermente roseo ed ha contorno esagonale o circolare. È per lo più limpido e ben conservato, avendosi solo di rado minute ed irregolari

(1) *Ricerche petrografiche ecc. (Valle della Meris e Rocca Val Miana)*, lavoro citato.

fessure nella massa; taluni individui presentano anomalie ottiche essendo birifrangenti.

Nel contatto del filone colla roccia incassante, il granato diventa abbondantissimo (fig. 5), tanto da gremire la massa, stando i cristallini stipati gli uni contro gli altri; nel contatto è da notarsi pure che i componenti della roccia diminuiscono di volume.

Nella parte più alta del filone di aplite del Monighet sottano havvi pure abbondante *sillimanite* in cristalli allungati, bacillari, incolori, con terminazioni ben distinte; talvolta i cristalli sono incurvati o deformati; presentano poi sempre le caratteristiche rotture trasversali parallele alla base, per cui gli individui sembrano formati da frammenti sovrapposti.

La sillimanite si trova non solo nel quarzo dell'aplite nel contatto con il gneiss, ma anche ed anzi più abbondante nel quarzo del gneiss limitante il filone; di più nel contatto il gneiss è molto ricco di *clorite*, la quale forma delle piccole concrezioni nell'aplite che risaltano sulla massa bianca della roccia.

Il filone del Monighet è ricco in *apatite*, altri filoni contengono abbondante *pirite* in minuti cristalli cubici ben definiti, che sono anch'essi specialmente accentrati presso il contatto.

Nell'aplite sono comuni filoncini costituiti da *quarzo* o da *quarzo* ed *epidoto*. Questo è in cristalli prismatici interi o rotti anche con spostamento dei frammenti; può l'epidoto esser così abbondante da costituire quasi da solo il filoncino. Il colore è verde tendente al giallo miele, con lucentezza vitrea o resinosa, i cristalli maggiori sono verde scuro tendente al nero.

Insieme al quarzo ed all'epidoto i detti filoni contengono pure *clorite*, *ematite* e *pirite*, questa è in cristalli cubici e pentagonododecaedrici; la *clorite* forma talora da sola venuzze in cui le lamine sono riunite con caratteristica struttura vermicolata.

Granito sienitico. — Nella parete sinistra del lago delle Rovine esiste una roccia curiosa per la composizione, ma che per l'apparenza esterna poco si distingue dall'aplite, essendo anche questa roccia afanitica con struttura finamente granulare e di color bianco lattescente. Nella massa però spiccano esili lamine di biotite e lunghi cristalli geminati di ortosio sparsi porfiricamente.

I componenti sono *ortosio* e *plagioclasio* abbondanti, relativamente poco *quarzo* e *biotite* con *anfibolo*.

Digitized by Google

L'*ortosio*, oltre ai grandi cristalli prismatici geminati con legge di Karlsbad, si presenta anche allotriomorfo in granuli a struttura zonata con estinzione ondulata; comune ed evidente è in esso la struttura vermicolare. Contiene inclusioni di quarzo e plagioclasio.

Nel *plagioclasio*, molto abbondante, si hanno le due geminazioni dell'albite e del periclino; nella prima l'estinzione simmetrica è = 6°-7°. Quivi pure, sebbene più raramente, osservasi la struttura vermicolare; non di rado poi le linee di geminazione appariscono incurvate o piegate, anzi notai pure vera rottura con spostamento di frammenti.

La *biotite* è la solita varietà bruna; presentasi in lamine per lo più a terminazioni come sfilacciate e che contengono non rare inclusioni di magnetite. Comune poi a formare come un orlo alla biotite, oppure insinuato fra le lamine di essa, havvi un minerale fibroso, incoloro, con alti colori di polarizzazione ed estinzione che raggiunge un massimo di 13°-15°.

Ritengo che si tratti di *attinoto* od altro *anfibolo* poco ferrifero, forse proveniente da trasformazione della biotite, il cui ferro si sarebbe concentrato dando magnetite. Tale supposizione mi pare avvalorata dal fatto che s'incontra della biotite quasi del tutto trasformata nel minerale anfibolico incoloro, con abbondante magnetite.

Nella massa esistono pure minuti cristalli cubici di pirite.

Credetti per questa roccia di adottare il nome di *granito sienitico* usato in caso analogo da Macpherson (1) e Calderon (2), i quali autori con tale denominazione indicano appunto una roccia composta da bianco ortosio a contorno ben definito, plagioclasio in maggior quantità che nel granito normale, quarzo in granuli di numero variabile e mica trasformantesi sovente in anfibolo; caratteri questi della roccia su descritta.

Microgranito. — È roccia analoga alle precedenti sia per struttura che per giacitura; è finamente granulare, afanitica ed ha gran compattezza. Qualche varietà ha però la curiosa pro-

(1) *Descripcion de algunas rocas que se encuentran en la Serrania de Ronda*, " Anal. de la Soc. Esp. de hist. nat. ", VIII (1879).

(2) *Roches cristallines d'Espagne*, " Bull. Soc. Géol. de France ", 3e série, tome 3e, 1885.

Digitized by Google

prietà di dividersi facilmente in lastre dello spessore di 2 a 3 cm. quando venga percossa; si ha in tal modo un'apparente schistosità, a produrre la quale non si scorge però una speciale disposizione dei componenti.

La massa ha color bianco latteo, in cui spiccano i granuli di quarzo e le laminette di biotite.

Componenti sono *quarzo*, *ortosio*, *oligoclasio*, *microclino*, *biotite* e *muscovite* (questa maggiormente abbondante), *pirite*, *ematite* e *zircone*, quest'ultimo in inclusioni nel quarzo e nel feldspato.

Comune nei maggiori individui di ortosio, alcuni dei quali presentano la geminazione di Karlsbad, è la struttura vermicolare; nel quarzo poi non sono rare le minutissime inclusioni nere, dendritiformi già accennate e riferite a *pirolusite*.

In qualche filone di micrognanito s'incontra pure il *granato* in cristalli non abbondanti, ma discretamente voluminosi; il minerale è roseo od incoloro.

Microgranulite. — Coll'aumentare del *granato* e con la scomparsa della muscovite si ha passaggio ad una vera microgranulite, la cui struttura però non differisce da quella del microgranito. I componenti della roccia hanno i soliti caratteri e sono *ortosio*, *plagioclasio*, *quarzo* (poco abbondante), scarse lamine di *biotite* e *granato*.

Granito normale. — È la varietà di granito a due miche con struttura macromera, già precedentemente descritta (1).

Non mi fu possibile di trovare in posto questa roccia nella zona di cui mi occupo nella presente nota, mentre la s'incontra erratica nei cumuli di detriti, fra altri punti presso il lago delle Rovine.

Anche il Viglino menziona la presenza nella località di granito erratico (2), che ritiene provenire dalla demolizione di qualche apofisi filoniana incassata negli gneiss.

Microanfibolite. — Questa roccia, curiosa ed interessante sia per la struttura che per la composizione, s'incontra frequentemente insinuata fra i varî gneiss, in qualche punto in relazione anche coll'aplite, formando dei filoni la cui potenza, da qualche decimetro raggiunge anche quella di un metro e più.

(1) *Ricerche petrografiche, ecc. (Valle del Sabbione)*, lavoro citato.

(2) *Escursioni e studii preliminari sulle Alpi marittime*, " Boll. del C. A. I. ", 1887, vol. XXX, N. 63.

Digitized by Google

Ha color bigio chiaro o bigio verdognolo, che talora tende all'azzurrognolo, molte volte biancastra e friabile alla superficie per alterazione, è finamente granulare o del tutto afanitica, molto compatta e dura. Al cannello fonde abbastanza facilmente in smalto nero.

In taluni filoni spiccano nella massa granuli di quarzo o di feldspato con aspetto porfiroide.

Al microscopio la roccia risulta costituita da una massa fondamentale che ha struttura come di un feltro formato da *anfibolo* incoloro o leggermente verdognolo in granuli o minutissime fibre intrecciate con altre di *orneblenda* bruniccia e *zoisite*.

L'anfibolo incoloro ha estinzione di circa 15° ed alti colori d'interferenza, per cui lo si può ritenere per *tremolite*; la *zoisite* si distingue facilmente per l'estinzione retta e per il color azzurro di polarizzazione.

Fra i componenti delle masse sono compresi minuti granuli di *quarzo*, di *plagioclasio* e di *apatite*; quest'ultimo minerale è disugualmente sparso, essendovi filoni in cui compare in cristalli ben visibili, mentre in altri non si riesce a distinguerlo, anche con fortissimo ingrandimento, benchè la sua presenza sia rivelata dalla reazione microchimica con il molibdato ammonico; in altri filoni poi sembra mancar del tutto, essendo negativo il risultato del saggio col molibdato ammonico.

Sparsa nella massa fondamentale havvi dell'*orneblenda* brunochiara, distintamente pleocroica, in forma di prismi (talora geminati) sottili, allungati, fibrosi, con terminazione per lo più sfilacciata; tale orneblenda è pure disugualmente distribuita, poichè mentre in taluni punti abbonda tanto da gremire la massa, in altri invece è scarsa, quasi mancante.

All'orneblenda comune è talora associata la varietà brunoazzurra, che forma come un orlo alla prima, oppure forma entro ad essa plaghe irregolari.

Con l'orneblenda si trova della *zoisite* in prismi allungati e non rari grossi granuli di *quarzo*; meno frequenti sono granuli di *ortosio* geminato e di *plagioclasio*, sempre però alterato ed in cui soltanto più si scorge traccia della geminazione polisintetica.

Disseminati nella massa si hanno granuli di *pirite*, lamine di *ematite* e localmente anche di *ilmenite*; tale minerale s'incontra

Digitized by Google

ad esempio nel filone che interseca il gneiss minuto ad ilmenite presso il Rifugio Genova.

Le rocce filoniane sopra descritte sono frequentemente percorse da venuzze di formazione posteriore, di potenza non superiore a pochi centimetri ed a composizione variabile.

Alcuni sono costituiti da *clorite* e da *quarzo*, altri da *clorite*, *quarzo*, *epidoto* e *zoisite*; in altri più complessi si trova *quarzo*, abbondante *plagioclasio*, *microclino* e rari granuli di *ortosio*, specialmente accentrati nel contatto con la roccia incassante. Il plagioclasio presenta frequentemente le linee di geminazione incurvate o piegate con fenomeno analogo a quanto già descrissi per la Valle del Sabbione. Benchè le azioni meccaniche da cui furono prodotte queste distorsioni abbiano anche in molti punti portato alla frantumazione del minerale, pure questo è relativamente sano; così è ben visibile la geminazione polisintetica con legge dell'albite, a cui si associa talora quella del periclino.

In certi filoncini poi abbonda l'*apatite*.

Gabinetto di Geologia e Mineralogia della R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri di Torino. Aprile 1904.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

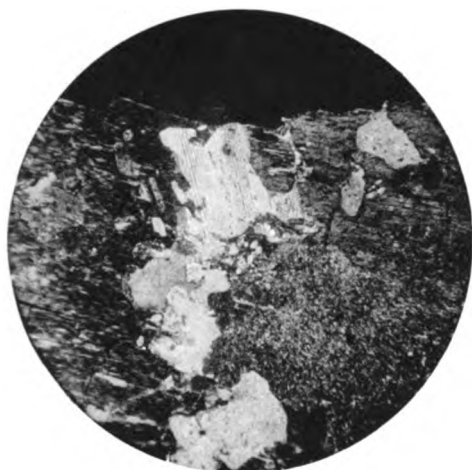
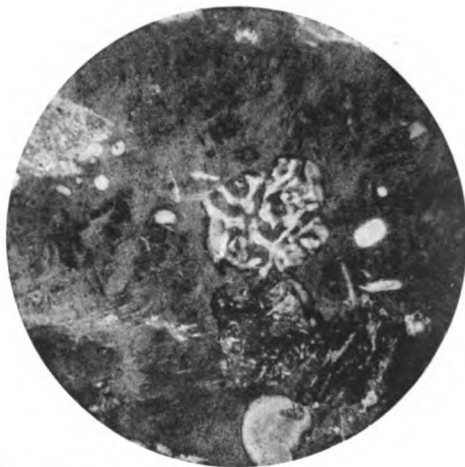
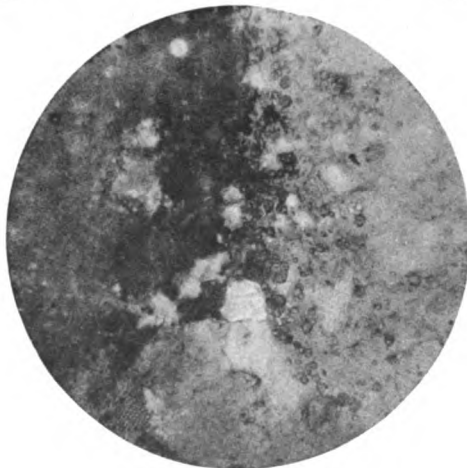
Fig. 1ª. — Inclusioni di oligoclasio nell'orneblenda.
„ 2ª. — Struttura vermicolare nell'ortosio.
„ 3ª. — Id. Id. Id.
„ 4ª. — Inclusione con struttura vermicolare.
„ 5ª. — Contatto del gneiss con l'aplite.

Digitized by Google

fig.1

fig.2

fig.3

fig.4

fig.5

Stab. Eliot. Ing. Molfese - Torin

Digitized by Google

I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della Geodesia.

Nota Prima — *Da Laplace a Stokes* (*)

dell'Ing. OTTAVIO ZANOTTI BIANCO
Libero Docente di Geodesia nell'Università di Torino.

I.

I concetti che oggi informano la geodesia e concernenti la figura matematica della Terra, hanno raggiunto un notevole grado di sviluppo, ed assodati e generalmente accettati costituiscono la base sicura sulla quale dovrà sorgere l'edifizio, delicato e complicato, della futura scienza della figura Terra, nei suoi punti, numerosi e capitali, di contatto colla geologia e colla cosmogonia. Mi è parso quindi non inutile il raccogliere i documenti, sparsi in pubblicazioni diversissime, riguardanti quell'argomento principalissimo della storia della geodesia, che è la definizione della figura matematica della Terra. E mi sono indotto ad iniziare con Laplace questi modesti appunti storici, giacchè quanto concerne i tempi anteriori a quel sommo, tutto si ritrova nell'opera magistrale e classica di Todhunter, dalla quale, ne occorrerà pure, a fine di chiarezza, attingere alcunchè, solo per Laplace: questi a sua volta aveva già pubblicato in una ben conosciuta memoria, delle notizie storiche sui lavori dei geometri intorno alla figura e rotazione della Terra.

Il chiarissimo signor Prof. P. Pizzetti nella sua Nota *Sur la réduction des latitudes et des longitudes astronomiques au niveau de la mer* (" Astronomische Nachrichten ", vol. 138, 1895), scrive: " Il est, partant, évident que lorsqu'on fait entrer en

(*) Vedasi Zanotti Bianco Ottavio: *Per la Storia della Teoria delle Superficie Geoidiche*, " Atti dell'Accademia Reale delle Scienze di Torino ", vol. XXXI, 21 VI, 1896.

Digitized by Google

calcul les différentes densités des couches géologiques, il n'est pas pratiquement possible de calculer, avec une approximation suffisante les termes de réduction des latitudes et des longitudes astronomiques au niveau de la mer. Il faudra, à notre avis, se contenter d'appliquer les formules simples (5'):

$$\delta\varphi = -\frac{1}{ag}\left(\frac{\partial g}{\partial\varphi}\right)_0 \delta n, \quad \cos^2\varphi\,\delta\omega = -\frac{1}{ag}\left(\frac{\partial g}{\partial\omega}\right)\delta n,$$

(φ, ω, g, latitud., longitud. e gravità nel luogo d'osservazione, n la normale)

en renonçant à la détermination du vrai géoïde, et en déterminant au lieu de cette surface, une surface de niveau surélevée qui se maintienne au-dessus du sol dans toute la région que l'on veut étudier. Les δn seront, en ce cas, négatives, et leur valeurs absolues s'obtiendront, avec assez d'approximation, en soustrayant d'une constante les hauteurs données par le nivellement géométrique. La considération de cette surface de niveau surélevée, qui ne traverse pas des couches de densité inconnue, présente du reste des avantages théoriques, non seulement du point de vue considéré ici, mais bien encore dans tous les autres cas, où les mesures de la pesanteur sont mises à contribution pour les recherches, soit de détail, soit synthétiques, sur la figure de la Terre „.

Nel 1900 il signor Marcel Brillouin pubblicò nella *Revue générale des Sciences pures et appliquées* (15 e 30, VII, 1900) un lavoro intitolato: *Les réductions de la pesanteur au niveau de la mer*, nella parte seconda di esso: *Les différents géoïdes* (I, IV) si legge quanto segue:

“ *Correction extérieure*. Or, à tous égards, l'extérieur de notre globe est beaucoup mieux connu que l'intérieur. Les verticales sont certainement des droites sur une hauteur de plusieurs kilomètres à une fraction de seconde près: la masse est seulement celle qui provient de la densité négative fictive par laquelle nous représentons la force centrifuge.

“ Prenons donc pour surface de référence une surface de niveau extérieure à notre globe, mais très voisine de lui. Une surface qui se maintient à environ 10 kilomètres au-dessus de la surface des mers est au-dessus des plus hauts sommets de montagnes.

“ *Je propose donc de prendre pour surface de référence la*

Digitized by Google

surface de niveau dont l'altitude h_0 *au-dessus de la mer (en C.G.S.) est 109 : g* (*).

" Cette altitude h_0 exprimée en kilomètres est de $100 : g_m, g_m$ étant exprimé en mètres par seconde.

" Calculons la réduction sur cette surface ".

Qui procede a questo calcolo, dopo il quale, il sig. Brillouin scrive quanto segue: " Le mode de réduction que je propose ne comporte donc pas d'incertitude sérieuse.

" *Il permet de tirer des observations la distribution, sur une surface de niveau bien définie, extérieure à notre globe, de la pesanteur due à tout notre globe terrestre tel qu'il est.*

" C'est d'ailleurs le seul mode de correction qui soit logique et simple, et qui donne la distribution réelle sur la surface de niveau réelle la plus voisine du globe ".

Dai due brani precedenti appaiono indiscutibili tre cose: 1° che fra gli odierni la priorità nel proporre il geoide esterno come superficie di riferimento spetta al nostro Prof. P. Pizzetti; 2° che il signor Brillouin ignorava la memoria del Prof. Pizzetti; 3° finalmente che ad entrambi erano sfuggiti i lavori di Laplace, che per quanto mi consta fu veramente il primo a proporre la genialissima idea di una superficie di riferimento esterna, come si dimostrerà nel seguito del presente lavoro.

Circa la proposta di Pizzetti, e di Brillouin, discorreremo nella seconda parte di questo lavoro, che concernerà i lavori intorno al concetto del geoide da Filippo Fisher ai giorni nostri.

I lavori di Laplace intorno alla superficie di riferimento esterna sembrano essere sfuggiti anche a Poincaré e ad Helmert, giacchè entrambi avendo occasione di discorrere delle proposte di Brillouin il primo, e di quelle di Pizzetti e Brillouin il secondo, non ne fanno cenno. Il sig. Poincaré poi non ha alcuna menzione della memoria sopra menzionata del Prof. Pizzetti, il quale d'altronde era ritornato sulla sua idea, confrontandola con un metodo di determinazione del geoide, proposto da Yvon Villarceau nel 1873, in una sua Nota intitolata: *Intorno alla effet-*

(*) Rigoureusement: la surface dont le niveau potentiel est — 10⁹ en prenant 0 à la surface des mers (C. G. S.). La différence des deux énoncés, sans importance pour les corrections de g, est nécessaire pour la définition précise de la forme de cette surface.

Digitized by Google

tiva determinazione della superficie di livello terrestre entro regioni limitate (" Rendiconto dell'Accademia dei Lincei ", 15 dic. 1895). Di entrambe le memorie del Prof. Pizzetti si ha una buona recensione nel *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* per il 1895; nel *Bulletin Astronomique* per l'anno medesimo, della prima solamente.

Giova avvertire che la prima memoria, quella nelle *Astronomische Nachrichten*, 1895, del Prof. Pizzetti manca nella *Bibliography of Geodesy* pubblicata nel 1903 dal *Coast and Geodetic Survey* degli Stati Uniti dell'America del Nord.

Il sig. Poincaré fa menzione dello scritto del sig. Brillouin, nella sua importantissima memoria *Les Mesures de gravité et la Géodésie*, " Bulletin Astronomique ", tome XVIII, 1901, p. 6 e p. 10. Sopra il lavoro del sig. Brillouin, vedasi quanto ne scrive il Dr. Helmert nel suo *Bericht über die relative Messungen der Schwerkraft mit Pendelapparaten*, nei "Comptes rendus des Séances de la treizième conférence générale de l'Association Géodésique internationale réunie à Paris du 25 septembre au 6 octobre 1900 ", p. 372.

Helmert discorre della proposta di Pizzetti nel suo lavoro: *Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung*, " Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ", 1900, XLII, p. 969 e seguenti: e nell'altro intitolato: *Ueber die Reduction der auf Physischen Erdoberfläche beobachteten Schwerebeschleunigungen auf ein gemeinsames Niveau*, Ibidem, 1903, XXXI, p. 653.

Neanche lo scritto del sig. Brillouin è registrato nella sopra citata *Bibliography of Geodesy*, esso manca pure nell'*Astronomischer Jahresbericht*, del sig. Walter F. Wislicenus.

II.

Ed ora veniamo a Laplace, le cui idee sull'argomento nostro troviamo esposte nel Vol. V, Lib. XI, della sua celeberrima *Mécanique Céleste*.

L'equazione dalla quale Laplace parte per definire il livello del mare è la seguente:

$$\text{cost} = \frac{4}{3r}\pi\int \rho d \,.\, a^3 + 4\alpha\pi\int \rho d\left(\frac{a^4 Y_1}{3r^2} + \frac{a^5 Y_2}{5r^3} + \frac{a Y^6{}_3}{7r^4} + \ldots\right) + \\ + V' - \frac{\alpha\varphi}{2} r^2\left(\mu^2 - \frac{1}{3}\right)\frac{4}{3}\pi\int \rho d \,.\, a^3.$$

Digitized by Google

Alla superficie del mare r deve essere cambiato in

$$A(1 + \alpha \mathrm{y} + \alpha y').$$

Le notazioni in Laplace non sono ben chiarite. Giova spiegarsi al riguardo per evitare equivoci. Le coordinate adoperate sono le sferiche polari. Si prenda l'origine nel centro di gravità del corpo, e per esso si immagini un sistema di tre assi ortogonali, quello delle z sia l'asse terrestre di rotazione, quello delle y giaccia nel piano del meridiano dal quale si contano le longitudini ψ, nel senso che conduce in una rotazione l'asse delle y positive nelle x positive. Sia r la distanza del punto attratto dall'origine: θ l'angolo che essa fa coll'asse delle z positive. Questo θ quando si riferisce ad un punto della superficie dello sferoide terrestre è il complemento della latitudine geocentrica, o trascurando termini d'ordine superiore al quadrato dello schiacciamento, della latitudine astronomica o geografica. Si consideri la Terra come un corpo sferoidico, poco differente da una sfera, il cui raggio A diremo il raggio medio dello sferoide terrestre, ed ogni punto di questo disti dall'origine di una quantità $A(1 + \alpha \mathrm{y})$, ove α è un coefficiente costante, Y una funzione che può essere svolta in funzioni sferiche $\mathrm{y} = Y_0 + Y_1 + Y_2 + \ldots$ $\ldots + Y_i + \ldots$ ove le Y sono funzioni intiere razionali di $\cos\theta = \mu$, $\sqrt{1 - \mu^2} \operatorname{sen} \psi$, $\sqrt{1 - \mu^2} \cos\psi$, e che soddisfano alla equazione, ora detta, di Laplace. Per uno strato qualunque dello sferoide, il raggio medio della sfera, da cui lo strato si scosta pochissimo sia a, ed il raggio effettivo $a(1 + \alpha y)$, ove α è un coefficiente costante ed y analogo ad y. ρ è la densità dello sferoide ed è funzione del solo a, gli integrali vanno estesi da 0 ad A. Si immagini che sullo sferoide di raggio $A(1 + \alpha \mathrm{y})$ si stenda il mare e la sua superficie abbia per raggio

$$A(1 + \alpha \mathrm{y} + \alpha y').$$

Laplace prende $A = 1$, V' è, coll'espressione di Laplace, la somma di tutte le molecole del mare divise per la loro distanza rispettiva dal punto attratto. L'equazione scritta si riferisce ad un punto della superficie del mare, $\alpha\varphi$ è il rapporto della forza centrifuga alla gravità all'equatore. Nella determinazione di V' si trascurano le quantità dell'ordine di α^2, cosicchè V' è dell'ordine di α.

Digitized by Google

Al n° 4 del libro XI Laplace poi così scrive:

" Consideriamo ora le variazioni dei gradi e della gravità alla superficie dei continenti e delle isole, ossia, il che torna lo stesso, alla superficie dello sferoide terrestre ". Qui quanto ai gradi, lo si sa, essi sono ridotti ad essere come se fossero misurati sullo sferoide terrestre: circa la gravità naturalmente deve farsi la stessa supposizione. " Queste variazioni sono le sole che noi possiamo misurare (*). Per avere la loro espressione analitica, immaginiamo un'atmosfera infinitamente sottile, di una densità costante, assai poco elevata, ma che però comprenda la Terra e le sue montagne; sia $\alpha y''$ l'altezza dei suoi punti sulla superficie dello sferoide terrestre. L'equazione (1) del n° 2, che determina la figura del mare, determinerà la parte della figura dell'atmosfera che si eleva sopra il mare: giacchè è chiaro che il valore di V' in quell'equazione, essendo dell'ordine di α, è, sino alle quantità dell'ordine di α^2, la stessa sulle due superficie. Ma alla superficie del mare, r deve essere cambiato in $(1 + \alpha \mathrm{y} + \alpha y')\, A$. Relativamente alla superficie dell'atmosfera supposta deve essere cambiato in $A\,(1 + \alpha \mathrm{y} + \alpha y'')$. Ciò posto se si sottraggono queste due equazioni l'una dall'altra si avrà: $A\,(\alpha y'' - \alpha y') = \text{costante}$. Quindi tutti i punti della superficie di quest'atmosfera che corrispondono alla superficie del mare sono egualmente elevati al di sopra di quest'ultima superficie, di guisa che queste due superficie sono assai prossimamente simili ".

Per la parte dell'atmosfera sovrapposta ai continenti Laplace trova ancora $A(\alpha y'' - \alpha y') = \text{cost.} = A\alpha l$, ponendo $\alpha l = (\alpha y'' - \alpha y')$, così che, come nota Todhunter, quell'equazione vale universalmente per la superficie dell'atmosfera immaginata.

(*) Oggidì sappiamo misurare la gravità anche sul mare a bordo di una nave; ciò fu fatto per la prima volta dal Dr Hecker a bordo del vapore *Petropolis* e del *Tijuca*, nell'estate-autunno del 1891. Vedi *Bericht über die Thätigkeit des Centralbureaus der Internationalen Erdmessung im Jahre 1901*. Berlin, 1902. — Helmert: *Dr. Hecker's Bestimmung der Schwerkraft auf dem Atlantischen Ocean*, " Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ", 13, II, 1902. — Pizzetti, *Di alcune recenti determinazioni della gravità nell'Oceano Atlantico*, " Rivista di Topografia e Catasto ", vol. XV (1902-1903) e " Nuovo Cimento ", serie V, vol. IV, luglio 1902. Queste esperienze furono continuate nel 1903 sull'Oceano Pacifico, vedi *Bericht über die Thätigkeit des Centralbureaus der Internationalen Erdmessung im Jahre 1903*. Berlin, 1904.

Digitized by Google

Più avanti Laplace così continua: " La superficie dello sferoide il cui raggio è $A(1 + \alpha y + \alpha y')$ è quella del mare, e al di là dei limiti del mare essa si abbassa sotto la superficie dello sferoide terrestre: l'elevazione dei punti di questa seconda superficie sopra la prima sarà dunque $-\alpha y'$: è ciò che s'intende per elevazione di questi punti sul livello del mare (*). L'elevazione dei punti corrispondenti della superficie dell'atmosfera sarà $\alpha y''$: giacchè si può supporre che l'atmosfera della quale parlammo testè sia quella della nostra atmosfera stessa, ridotta alla sua densità media ".

Dopo aver data l'equazione $A(\alpha y'' - \alpha y') = A\alpha l$, Todhunter scrive: " Nell'articolo precedente, io credo d'aver dato l'idea di Laplace, che però io non trovo chiara. La superficie determinata dal raggio vettore $A(1 + \alpha y + \alpha y')$ è ciò che egli chiama il livello del mare: dove c'è il mare quest'equazione rappresenta la superficie del mare. Ove appare la terra secca, se noi supponiamo che attraverso ai continenti siano scavati dei larghi canali, quell'equazione mi dice che l'acqua salirebbe al livello determinato da questo raggio vettore. Ma egli non avverte di ciò, quantunque mi sembri necessario per afferrare chiaramente il suo procedimento. Ma egli afferma ciò parzialmente nella sua pagina 53 o giù di lì. Vedi anche *Annales de Chimie*, Vol. VIII, 1818, p. 316 " (Todhunter, *History*, II, p. 330). Todhunter si riferisce evidentemente all'edizione del 1825.

Trascriverò ora qui alcune frasi di Laplace, che dimostrano come egli intendesse sostituire sempre al livello del mare, la superficie esterna dell'atmosfera da lui immaginata:

" Les mesures des degrés des méridiens, réduites au niveau de la mer ou de l'athmosphère supposée " (*Mécan. Céleste*, Lib. XI, Vol. V, edizione del 1882, p. 52).

" Je suppose que les degrés mesurés à la surface du sphéroïde terrestre et réduits au niveau de l'atmosphère supposée sont ceux de la surface de cette atmosphère. Pour le faire voir, il suffit de prouver que la direction de la pesanteur est, aux quantités près de l'ordre α^2, la même à la surface du sphéroïde et à la surface de l'atmosphère " (Ibidem, p. 53).

(*) In sul principio del capitolo II del libro XI della *Mécanique Céleste*, Laplace scrive: $\alpha y'$ è assai dappresso la profondità del mare.

Digitized by Google

" Pour comparer entr'elles les mesures soit des degrés, soit de la pesanteur, on les rapporte au niveau de la mer, et l'on peut déterminer l'élévation du point du sphéroïde où l'on observe par la hauteur du baromètre. Pour avoir une idée juste de ce niveau, nous avons imaginé une atmosphère très rare, très peu élevée, mais cependant assez pour embrasser toute la terre et ses montagnes. Nous avons prouvé que l'élévation de la surface de cette atmosphère au-dessus de la surface de la mer est constante, et nous avons prolongé cette dernière surface au-dessous des continents, de manière qu'elle fut toujours à la même distance de la surface de l'atmosphère. C'est la surface de la mer ainsi prolongée qui constitue le niveau de la mer. Mais au lieu de rapporter les degrés et les expériences du pendule à ce niveau, nous les rapporterons directement à la surface de l'atmosphère supposée „ (Ibidem, p. 62).

Qui viene un passo assai importante e sul quale dovremo ritornare più avanti, quando ci occuperemo della riduzione della gravità al livello del mare.

" La surface de l'atmosphère supposée étant celle à laquelle on rapporte les mesures des degrés et de la pesanteur, il paraît naturel de corriger ces mesures en ayant égard seulement à la distance des points où l'on observe à cette surface, à moins que l'élévation de ces points ne soit assez rapide, pour que l'on soit assuré qu'ils n'appartiennent point à la partie elliptique du sphéroïde terrestre. Telle est la ville de Quito où l'on a mesuré des degrés du méridien et la longueur du pendule à secondes „. Qui Laplace calcola l'effetto dell'attrazione di un altipiano elevato sulla gravità.

A proposito del passo della p. 53 riportato, TODHUNTER (*History*, II, p. 336) scrive:

" Laplace dice che egli ha supposto, i gradi misurati sulla superficie dello sferoide e ridotti al livello dell'atmosfera, siano gli stessi che i gradi misurati alla superficie dell'atmosfera. Per giustificare ciò si deve provare che trascurando α^2 la direzione della gravità è la stessa alla superficie dello sferoide e alla superficie dell'atmosfera. Egli si fa a dimostrare ciò brevemente. Sembra che ciò che egli chiarisce sia che la direzione della gravità al livello del mare è la stessa che al livello dell'atmosfera, e ciò che io presumo, è ciò che realmente deve essere

Digitized by Google

provato, giacchè i gradi misurati alla superficie della terra sono generalmente riferiti al livello del mare. Che esista realmente la richiesta corrispondenza fra gradi riferiti alla superficie del mare ed alla superficie dell'atmosfera segue dal fatto che *la prima superficie è ad una distanza costante dalla seconda.* Le osservazioni di Laplace sono assai oscure; il vero punto mi sembra stare nell'affermazione che scrissi in corsivo „. Ci si consenta di aggiungere che le parole di Todhunter in corsivo vanno completate scrivendo *ad una piccola distanza costante*; come risulta dal contesto della *Mécanique Céleste.*

Todhunter conclude il suo esame del quinto volume della *Mécanique Céleste*, per quanto concerne la figura della terra, con alcune osservazioni che qui riproduciamo in parte:

“ Le contribuzioni apportate da Laplace al nostro argomento, contenute nel quinto volume, in quanto ad interesse ed importanza, stanno al di sotto di quelle dei suoi primi anni; ma esse non sono indegne della sua eminente riputazione. Le più notevoli sono quelle del secondo capitolo..... L'ultimo volume sembra più oscuro dei primi, ed è certo più inquinato da errori di stampa; questi difetti possono probabilmente attribuirsi alle infermità della vecchiaia, e possono ben essere scusati negli ultimi anni di una vita così feconda di grandi risultati scientifici „ (*History*, II, p. 348). Chiunque abbia letto attentamente il quinto volume della grandiosa opera di Laplace, non può che approvare intieramente le parole di Todhunter.

Ora veniamo all'ultimo scritto di Laplace sulla figura della Terra. Di quest'ultimo lavoro non sono riuscito a trovar cenno in Todhunter. Questa memoria di Laplace ha per titolo: “ *Sur la réduction de la longueur du pendule au niveau de la mer* „ ed è stampata sulle pagine 381-387 del tome XXX degli “ Annales de Chimie et de Physique „, Parigi, 1825. Anche su questa memoria dovremo ritornare trattando delle riduzioni della gravità al livello del mare. Qui riportiamo il brano che si riferisce alla definizione del livello del mare:

“ Définissons d'abord le niveau de la mer, relatif à un point quelconque des continens. Pour m'en former une idée juste, j'ai imaginé, dans le livre XI de la *Mécanique Céleste*, un fluide extrêmement rare, répandu autour de la terre, très peu élevé au-dessus de sa surface; mais assez élevé pour en embrasser

Digitized by Google

les plus hautes montagnes: telle serait l'atmosphère terrestre réduite à sa moyenne densité. Je le nommerai, par cette raison, *atmosphère*. J'ai fait voir, dans le livre cité, que les points de cette atmosphère sont tous à la même hauteur au-dessus de la surface de la mer. Je conçois donc cette surface prolongée dans l'intérieur des continens, de manière à remplir la même condition, celle d'avoir tous ses points également abaissés au-dessous de la surface de l'atmosphère: elle sera ce que je nomme *surface de niveau de la mer*: la distance verticale d'un point du continent à cette surface est ce que j'entends par sa hauteur au-dessus du niveau de la mer.

" Cette hauteur peut être déterminée de deux manières. Si l'on imagine dans un plan quelconque, à partir d'un point du continent jusqu'à la mer, une suite de verticales très-rapprochées; que l'on joigne le pied de chaque verticale à la verticale voisine par une ligne horizontale, la somme des parties de ces verticales comprises entre les lignes horizontales et la surface de la terre, sera la hauteur du point au-dessus du niveau de la mer que donne une suite de nivellemens. Cette somme est la différence des deux verticales extrêmes prolongées jusqu'à l'atmosphère. En effet il est facile de prouver que la direction de la pesanteur est, aux quantités près du second ordre, la même au pied de chaque verticale et au point où son prolongement coupe la surface de l'atmosphère à laquelle elle est perpendiculaire par la condition d'équilibre. Je nomme quantité de premier ordre le rapport de la hauteur de l'atmosphère au rayon terrestre. La ligne horizontale qui joint le pied d'une verticale à la verticale voisine est donc parallèle à la ligne qui joint les points où ces verticales coupent la surface de l'atmosphère; d'où il est facile de conclure que la différence des deux verticales extrêmes est égale à la hauteur du point au-dessus du niveau de la mer, déterminée par le nivellement. Le baromètre fait connaître cette différence, et donne ainsi un second moyen d'obtenir la hauteur du point au-dessus du niveau de la mer; hauteur évidemment égale à la distance verticale de ce point à la surface du niveau de la mer, telle que nous l'avons définie ".

Dai passi riportati, appare evidente il concetto di Laplace di ridurre gradi e gravità ad una superficie esterna a tutta la superficie reale della terra. Oggi, come vedemmo già più avanti,

Digitized by Google

si ripropone questa maniera di intendere quello che i moderni, con Listing, chiamano *geoide*.

III.

Ora procediamo, per ordine cronologico, nell'esposizione delle varie definizioni del livello del mare.

Gauss nel 1828 pubblicò un lavoro intitolato: *Ueber den Breitenunterschied der Sternwarten Göttingen und Altona*. A p. 73 di esso così si esprime: " A nostro avviso si considera questo argomento da un falso punto di vista, quando in tali fenomeni si parla solamente di deviazioni locali del filo a piombo, e le si ritengono così tutte del pari come eccezioni distinte. Ciò che noi chiamiamo superficie della terra in senso geometrico, non è altro che quella superficie, che taglia ovunque normalmente la direzione della gravità, e della quale la superficie del mare costituisce una parte ".

Bessel adottando questi concetti, amplificò questa definizione: " Per contro questa (la figura geometrica) è una superficie che taglia normalmente le direzioni delle forze, che sono costituite delle attrazioni emananti dalle singole particelle della terra combinate colla forza centrifuga proveniente dalla loro velocità di rotazione. Ma questa condizione vale unicamente a determinare una qualunque delle superficie che possono venir coperte da un fluido in equilibrio: rimane ancora a stabilire, quale fra queste superficie, debba essere la superficie geometrica. Ove non si voglia limitare la scelta con una condizione estranea, la scelta stessa, rimarrebbe arbitraria, quando la terra fosse un corpo solido, senza mare; ma poichè questo esiste, è conforme a natura, l'adottare per superficie della terra, quella fra le accennate superficie, della quale la superficie del mare è una parte. S'immagini quindi la superficie della terra attraversata da una rete di canali, comunicanti col mare e riempiti da questo, allora la superficie dell'acqua in riposo in essi coincide colla superficie geometrica della terra " (*Ueber den Einfluss der Unregelmässigkeit der Figur der Erde auf geodätischen Arbeiten*, " Astronom. Nachrichten ", Vol. XIV, 1837, num[i] 329-331, p. 269).

Ancora nel 1838 Bessel e Baeyer così definivano la figura matematica (geometrica) della terra: " Quella superficie in cui verrebbe a giacere la superficie dell'acqua di una rete di canali

Digitized by Google

comunicanti col mare; cioè una delle superficie alle quali è ovunque normale la risultante di tutte le forze d'attrazione e della forza centrifuga „ (*Gradmessung in Ost Preussen,* p. 427). Benchè non sia detto esplicitamente, pure dal passo precedente si comprende, che *tutte le forze d'attrazione* sono soltanto quelle delle particelle terrestri; i corpi celesti non sono considerati.

Per molti anni questi sani ammaestramenti non vennero accolti nell'insegnamento universitario, e rimasero verità della scienza più elevata, ora invece si insegnano anche nelle scuole. È però assai curioso che nel trattato di Clarke (*Geodesy*, 1880), così ammirabile per tanti rispetti, quei concetti sulla figura matematica della Terra, non abbiano trovato svolgimento adeguato alla loro importanza. È perciò tanto più da notarsi il fatto che Saigey nella sua *Petite Physique du globe* (1842), abbia esposto al riguardo considerazioni molto chiare e profonde. Questo libro è stato ricordato anche da Tisserand nella sua *Mécanique Céleste* (Vol. II, p. 244). Sui lavori di quello scienziato, a torto dimenticati, dovremo fermarci alquanto in altra parte di questo lavoro. Ora dobbiamo continuare l'esame delle definizioni della figura matematica della Terra e del livello del mare. Ma prima vogliamo ancora accennare, che in una memoria di Giovanni Santini intitolata: *Delle recenti ricerche intorno alla vera figura della Terra* (“ Memorie dell'Istituto Veneto „, Vol. XI, 1863), non è cenno alcuno delle sovraesposte idee sulla figura matematica della Terra, mentre si lascia intravedere come probabile l'adozione per quella figura, di un ellissoide a tre assi disuguali, proposta da Schubert, che le ricerche posteriori hanno dimostrato non ammessibile.

IV.

Ora ci si presentano due Memorie classiche e di eccezionale importanza nella geodesia. Esse sono dovute a Giorgio Gabriele Stokes, insigne fisico e matematico inglese ed hanno per titolo:

On Attractions, and on Clairaut's Theorem, “ Cambridge and Dublin Mathematical Journal „, Vol. IV, p. 194, maggio e novembre 1849;

On the Variation of gravity at the surface of the Earth, “ Transactions of the Cambridge Philosophical Society „, Vol. VIII, p. 672, 23 aprile 1849.

Digitized by Google

Entrambe sono ristampate nel Vol. II dei *Mathematical and Physical Papers di Stokes*, Cambridge 1883.

Queste Memorie hanno un'importanza così eccezionale che è d'uopo soffermarci alquanto su di esse. La prima di esse ha per iscopo di dare una dimostrazione del teorema di Clairaut senza l'impiego delle funzioni sferiche, e si fonda essenzialmente sui teoremi di Gauss. Di questi Stokes premette la dimostrazione, che per taluni punti differisce da quella di Gauss. Alla dimostrazione del teorema di Clairaut tengono dietro alcune considerazioni di fisica terrestre molto interessanti. Tra queste è notevole l'introduzione del raggio medio e della gravità media. Se si chiama a il raggio equatoriale, G la gravità equatoriale, E la massa terrestre, ω la velocità angolare terrestre e si pone $\omega^2 a = mG$ e se θ è l'angolo che il raggio vettore r che va al punto attratto fa coll'asse di rotazione, ϵ lo schiacciamento, dello sferoide schiacciato che, dalle misure dei gradi risulta come rappresentante assai da vicino la superficie della Terra: trascurando il quadrato di ϵ si ha:

$$r = a(1 - \epsilon\cos^2\theta);\ \left(1 + \frac{3}{2}m\right)G = (1+\epsilon)\frac{E}{a^2},$$

$$E = \left(1 + \frac{3}{2}m - \epsilon\right)Ga^2\ g = G\left(1 + \left(\frac{5}{2}m - \epsilon\right)\cos^2\theta\right);$$

ove g è la gravità lungo il parallelo determinato da θ. θ è nello svolgimento dei calcoli il complemento della latitudine *geocentrica* (Stokes la chiama *corrected*, pag. 116): ma coll'approssimazione adottata, lo si riguarda, come sempre nella *Teoria della Figura della Terra*, come complemento della latitudine vera. Se invece di a e di G vuolsi adottare i loro valori medii a_1 o G_1, si ha in virtù di quello che oggi si chiama il primo teorema della media, che il valore medio di $\cos^2\theta$, ossia

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^\pi\int_0^{2\pi}\cos^2\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\,d\psi$$

è $\frac{1}{3}$, e quindi dalla formola

$$r = a(1 - \epsilon\cos^2\theta),\ a_1 = a\left(1 - \frac{1}{3}\epsilon\right)$$

e dalla

$$g = G\left(1 + \left(\frac{3}{2}m - \epsilon\right)\cos^2\theta;\quad G_1 = G\left(1 + \frac{5}{6}m - \frac{\quad}{3}\right),\right.$$

le quali sostituite nelle espressioni precedenti di r, E, g ci dànno, trascurando le potenze di ϵ superiori alla prima:

$$r=a_1\left\{\left(1+\frac{1}{3}\epsilon\right)(1-\epsilon\cos^2\theta)=a_1\left(1-\epsilon\cos^2\theta+\frac{1}{3}\epsilon=a_1\left(1-\epsilon\left(\cos^2\theta-\frac{1}{3}\right)\right)\right.\right.$$

e similmente:

$$E=\left\{\left(1+\frac{2}{3}m\right)G_1a_1^2,\quad g=G_1\left(1+\left(\frac{5}{2}m-\epsilon\right)\left(\cos^2\theta-\frac{1}{3}\right)\right\}.\right.$$

Per quanto mi consta, queste espressioni non si riscontrano in nessuno dei più divulgati trattati, a stampa, di geodesia.

Si avverta che θ è il complemento della latitudine vera, coll'approssimazione adottata, così che detta φ quella latitudine, il raggio a_1 e la gravità G_1 corrisponderanno ai punti del parallelo per il quale $\operatorname{sen}\varphi=\sqrt{\frac{1}{3}}$. Ora lungo questo parallelo, come fece vedere Laplace, l'attrazione è la stessa come se la Terra fosse sferica ed avesse per raggio a_1. Ciò lo si vede dalla formola seguente data anche da Stokes:

$$V=\frac{E}{r}-\left(\frac{E\epsilon}{a}-\frac{1}{2}\omega^2a^2\right)\frac{a^3}{r^3}\left(\cos^2\theta-\frac{1}{3}\right)=$$

$$=\frac{E}{r}-\left(\frac{E\epsilon}{a}-\frac{1}{2}\omega^2a^2\right)\frac{a^3}{r^3}\left(\operatorname{sen}^2\varphi-\frac{1}{3}\right)$$

se si prende per φ la detta latitudine per la quale è:

$$\operatorname{sen}\varphi=\sqrt{\frac{1}{3}},\quad \text{si ha}\quad V=\frac{E}{a_1}$$

che dimostra il teorema enunciato (*).

La Memoria si termina con alcune considerazioni di cosmogonia, concernenti gli argomenti in favore di uno stato originale fluido della Terra, che si possono ricavare dalla figura della Terra.

(*) Vedi Ottavio Zanotti Bianco, *Contribuzione alla storia della densità media della Terra*, in " Rivista di Fisica, Matematica e Scienze naturali ", Pavia, 1903, p. 53. A questa gravità, Stokes accenna ancora nel paragrafo 9 della seconda memoria.

Digitized by Google

Da questa parte giova estrarre qualche brano, riferentesi al nostro argomento:

" La coincidenza prossima fra i valori numerici dello schiacciamento dello sferoide terrestre dedotti indipendentemente dal moto della Luna, dal pendolo a mezzo del teorema di Clairaut, e dalle misure dirette di archi, non aggiunge alcun argomento in favore dell'ipotesi della fluidità originaria, essendo conseguenze dirette della legge della gravitazione universale " (*Nel testo*).

(*In nota*). " Per riguardo all'argomento dedotto dal movimento della Luna, quest'osservazione è già stata fatta dal Prof. O' Brien, il quale ha mostrato, che se la superficie e la legge di variazione della gravità sono date indipentemente, e se si suppone che la Terra consista approssimativamente di strati sferici di eguale densità; senza il che sembra impossibile il rendersi conto della regolarità osservata della gravità alla superficie, allora l'attrazione sulla Luna, deriva come una conseguenza necessaria, indipendentemente da qualsiasi teoria, dalla gravitazione universale (*Tract on the Figure of the Earth*). Se anche non si assume che la superficie sia una superficie d'equilibrio, nè prossimamente sferica, ma se sono dati indipendentemente la componente della gravità in una direzione perpendicolare alla superficie, e la forma della superficie, si può mostrare che l'attrazione sopra una particella esterna, si ottiene indipendentemente da qualsiasi ipotesi sulla distribuzione della materia nell'interno della Terra. Si può osservare, che supponendo che la superficie differisca da una superficie d'equilibrio di una quantità dell'ordine dello schiacciamento, la componente della gravità in una direzione perpendicolare alla superficie, può essere considerata come eguale all'intiera gravità. Dacchè però, come un dato di fatto, la superficie è una superficie d'equilibrio, se si trascurano irregolarità affatto insignificanti, sembra miglior consiglio il riguardarla come tale, ed allora la legge di variazione della gravità, al pari che l'attrazione sulla Luna, derivano dalla forma della superficie. — Non bisogna qui credere che queste irregolarità siano veramente trascurate. Una tale ommissione si accorderebbe male coll'accuratezza delle misure moderne. Nelle operazioni geodetiche e negli esperimenti pendolari, le osservazioni dirette sono realmente ridotte al livello del mare, e così rese comparabili con una teoria in cui si suppone

Digitized by Google

che la superficie della Terra sia esattamente una superficie di equilibrio. Io mi sono particolarmente occupato di questo argomento in un'altra Memoria, accennata in principio di questa, e che poi fu letta alla " Cambridge Philosophical Society " ".

Questo lavoro termina con alcuni teoremi generali sull'attrazione.

V.

Ora veniamo alla seconda Memoria di Stokes, delle due, senza dubbio, principalissima.

Su questo scritto dovremo fermarci a lungo poi anche nella seconda parte quando ci occuperemo della riduzione della gravità al livello del mare. Ora vediamo i concetti generali circa il livello del mare; ciò facendo dovremo occuparci anche del famoso teorema di Stokes.

È utile il tradurre qui l'introduzione a questa Memoria, che ne chiarisce lo scopo.

" Adottando l'ipotesi della fluidità originaria della Terra, fu notato che la superficie dovrebbe essere perpendicolare alla direzione della gravità, che essa dovrebbe avere la forma di un ellissoide schiacciata di poco, avente il suo asse di figura coincidente coll'asse di rotazione, e che la gravità dovrebbe variare lungo la superficie, secondo una legge semplice, conducente alla relazione numerica tra lo schiacciamento ed il rapporto fra la gravità polare ed equatoriale, nota col nome di teorema di Clairaut. Senza presupporre la fluidità originaria della Terra, ma unicamente ammettendo che questa consta di strati di eguale densità pressochè sferici, ed osservando che la sua superficie può essere riguardata come ricoperta da un fluido, tanto più che tutte le osservazioni che si riferiscono alla figura della Terra vengono ridotte al livello del mare, Laplace ha stabilito una connessione fra la forma della superficie e la variazione della gravità, che nel caso particolare di uno sferoide schiacciato coincide colla connessione che si trova nell'ipotesi della fluidità originale. È scopo della prima parte di questo scritto lo stabilire questa relazione generale senza fare ipotesi di sorta circa la distribuzione della materia nell'interno della Terra, ma col solo impiego della legge della gravitazione universale. Risulta che se la forma della superficie è data, la gravità è de-

Digitized by Google

terminata per tutta la superficie, eccetto che per rispetto ad una costante arbitraria, che è contenuta nella sua completa espressione e che può essere determinata dal valore della gravità in un luogo. Inoltre al tempo medesimo è determinata l'attrazione della Terra in tutti i punti dello spazio esterno, così che l'attrazione della Terra sulla Luna includendo quella parte di essa che è dovuta allo schiacciamento terrestre, ed i momenti delle forze della Luna e del Sole che tendono a girare la Terra attorno ad un asse equatoriale, si scoprono indipendentemente affatto dalla distribuzione della materia nell'interno della Terra „.

Il concetto della Memoria di Stokes, nella sua prima parte, è così espresso dal Prof. Paolo Pizzetti (*). " In due Memorie pubblicate nel 1849 il sig. Stokes ha mostrato come si possa determinare il potenziale della massa terrestre e quindi il valore della gravità, in ciascun punto della superficie della Terra e fuori di essa, senza fare alcuna ipotesi intorno al modo di variare della densità nell'interno del globo; purchè si conosca la massa totale della Terra, e si ammetta come dato di osservazione, che la superficie di essa sia superficie di equilibrio e possa, con sufficiente approssimazione ritenersi ellissoidica di rivoluzione, coll' asse coincidente con quello della rotazione diurna „.

" La deduzione di Stokes, e la conseguente dimostrazione che egli dà del famoso teorema di Clairaut, sono soltanto approssimate, trascurandovisi quelle che possiamo chiamare quantità piccole del 2° ordine, dove si intendano quantità piccole del 1° ordine lo schiacciamento terrestre e il rapporto fra la forza centrifuga equatoriale e la gravità media. Vogliamo qui ricercare l'espressione esatta del potenziale dell'attrazione terrestre, e quindi la esatta relazione tra la gravità polare e la

---

(*) *Sull'espressione della gravità alla superficie del geoide, supposto ellissoidico,* " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „, 1894. Queste memorie sono riprodotte nelle *Lezioni sulla teoria meccanica della figura dei Pianeti.* R. Università di Pisa, 1901-02 (litografate). Vedasi anche la nota del Professore G. Morera, *Alcune considerazioni relative alla nota del Prof. Pizzetti sull'espressione della gravità alla superficie del geoide supposto ellissoidico,* " Rendiconti dell'Accademia dei Lincei „, vol. III, 1° semestre, fascicolo 8°, 15 aprile 1894.

Digitized by Google

equatoriale, nell'ipotesi che il geoide possa ritenersi confuso con un ellissoide di rotazione schiacciata, il cui asse minore coincida con quello della rotazione diurna „.

“ In un'altra Nota estenderemo la ricerca al caso dell'ellissoide a tre assi disuguali „.

Nelle ipotesi fatte e ritenendo le notazioni di Stokes, sopra riferite si ha:

$$E = G_1 a^2 + \frac{2}{3}\omega^2 a^2 = G_1 a^2 \left(1 + \frac{2}{3}\, m\right)$$

ove G_1 è il valore medio della gravità preso sopra tutta la superficie, od, il che torna lo stesso, coll'approssimazione adottata, la gravità equatoriale, ed ancora:

$$r = a\left(1 + \epsilon\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\right),$$

ϵ essendo, avverte Stokes, una costante che può essere considerata eguale allo schiacciamento: per la gravità g, alla latitudine vera $\varphi(\theta = 90 - \varphi)$, colle approssimazioni adottate si ha:

$$g = G_1\left(1 - \left(\frac{5}{2}\, m - \epsilon\right)\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\right)$$

che contiene il teorema di Clairaut. Infatti: al polo $\varphi = 90$, $\theta = 0$, e:

$$g_p = G_1\left(1 + \left(\frac{5}{2}\, m - \epsilon\right)\frac{2}{3}\right).$$

All'equatore $\varphi = 0$, $\theta = 90^\circ$

$$g_e = G_1\left\{1 - \left(\frac{5}{2}\, m - \epsilon\right)\frac{1}{3}\right\},$$

donde

$$g_p - g_e = G_1\left(\frac{5}{2}\, m - \epsilon\right) \qquad \frac{g_p - g_e}{C} = \frac{5}{2}\, m - \epsilon$$

e ponendo al posto di G_1, g_e; $\frac{g_p - g_e}{g_e} = \frac{5}{2}\, m - \epsilon$, che è il teorema di Clairaut (*).

(*) Noi qui non facciamo l'istoria del teorema di Clairaut, ci permettiamo però intorno ad esso alcune osservazioni. Stokes lo ha dimostrato colle ipotesi dette nel testo, non facendo alcuna supposizione circa la co-

Digitized by Google

Avvertasi ancora che nella trattazione di Stokes a sarebbe la distanza media dal centro di gravità dello sferoide, così che m sarebbe il rapporto tra la forza centrifuga in un punto ad una distanza dall'asse eguale alla distanza media, alla gravità media; egli poi ammette che coll'approssimazione adottata quel rapporto sia eguale a quello delle stesse quantità all'equatore.

La relazione esatta alla quale giunge il Prof. Paolo Pizzetti è la seguente (colle notazioni già usate, per facilitare il confronto):

$$(1) \qquad \frac{g_p - g_e}{g_e} + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} = \frac{\omega^2 a}{g_p} \left\{ \frac{3}{2} B + 1 \right\}$$

a essendo il semiasse equatoriale e b quello di rotazione ed

$$q = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}} \quad \text{e} \quad B = \frac{2(1+q^2)\left(q - \operatorname{arctang} q - \frac{2}{3} q^3\right)}{(3+q^2)\operatorname{arctang} q - 3q} \quad \text{ed} \quad e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}.$$

Si ha:

$$\epsilon = \frac{a-b}{a} = \frac{\sqrt{1+q^2}-1}{\sqrt{1+q^2}}.$$

---

stituzione dell'interno della Terra. Nei suoi *Mathematical Tracts*, stampati a Cambridge nel 1826, Giorgio Biddel Airy, che divenne poi il celeberrimo direttore dell'Osservatorio di Greenwich, ha un capitolo intitolato *Figure of the Earth*: in questo dimostra pure il teorema di Clairaut, ma nell'ipotesi che la densità della Terra vada variando soltanto colla distanza dal centro, così che la Terra sia costituita da strati omogenei, o come dicesi talvolta, secondo l'ipotesi della fluidità iniziale. Nell'enunciare a parole il teorema di Clairaut egli comincia colla frase: *Whatever be the law of the Earth's density:* cioè " sia qualsivuole la legge della densità terrestre ", generalizzando così il teorema quale poi lo dimostrò Stokes. Questi però non fa menzione di quell'accenno di Airy. Stokes cita a questo riguardo alcune suggestive osservazioni di O' Brien, *Tract on the Figure of the Earth*. Io non ho potuto consultare quest'opera, che non è registrata nelle bibliografie astronomiche. Pratt ha riprodotto la dimostrazione del teorema di Clairaut data da Stokes nella sua seconda memoria: vedasi *A treatise on Attractions, Laplace's Functions and the Figure of the Earth*. Londra, 1871, 4ª edizione. Nel mio trattato *Il Problema meccanico della Figura della Terra*, Torino, Bocca, 1880-85, ho dato la dimostrazione contenuta nella prima memoria di Stokes. Per appunti bibliografici sul teorema di Clairaut, ed una dimostrazione elementare di esso, vedasi: ZANOTTI BIANCO OTTAVIO, *Dimostrazione elementare del teorema di Clairaut*, " Rivista di Topografia e Catasto ", volume XIII, 1901.

Digitized by Google

Dopo ciò il Prof. Paolo Pizzetti scrive: " La (1) è la formola esatta, dalla quale, trascurando i termini piccoli d'ordine superiore al primo rispetto alle quantità ϵ ed $\frac{\omega^2 a}{G}$, otteniamo il *teorema di Clairaut*. Infatti trascurando tali termini possiamo nella (1) porre l'unità in luogo di B e nei denominatori porre g_e in luogo di g_p. Abbiamo così la formola di Clairaut

$$\frac{g_p - g_e}{g_e} + \epsilon = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 a}{g_e} \text{ „.}$$

Il Prof. Paolo Pizzetti ha dedotto anche una formola analoga alla (1) per il caso di un ellissoide a tre assi.

Stokes dimostra poi ancora, che poichè si dà la circostanza che la superficie della Terra è una superficie d'equilibrio, che il centro di gravità della massa coincide col centro di gravità del volume, e che detti $A . A . C$ i momenti principali d'inerzia si ha:

$$C - A = \frac{2}{3}\left(\epsilon - \frac{1}{2} m\right) Ea^2.$$

Il teorema di Stokes del quale stiamo discorrendo è anche dimostrato dal sig. Poincaré (*); egli lo enuncia così: " Supponiamo che si sia determinata la forma della superficie esterna S, la massa E e la rotazione ω, in qualsiasi punto esterno si potrà determinare il potenziale V. Nel corso della dimostrazione egli scrive: " Si deve conchiuderne che la relazione ricavata dalla equazione di Clairaut è vera, quand'anche la distribuzione interna della massa non fosse conforme alla ipotesi fatta per stabilirla „.

(*) *Figure d'équilibre d'une masse liquide*. Paris, Naud, 1903. Il signor Poincaré in una sua memoria intitolata: *Les mesures de gravité et la géodésie*, " Bulletin Astronomique „, tomo XVIII, 1901, giunge ad un'espressione di G analoga a quella data nel suo trattato, e da quella si può passare a questa facilmente. Ivi però non è discorso del teorema di Stokes che ci occupa presentemente, ma di quello del quale dovremo trattare più avanti. Il signor Tisserand nel vol. II della sua *Mécanique Céleste*, p. 324 e seguenti, enuncia il teorema di Stokes, e ne svolge una dimostrazione datane dal signor Poincaré in uno dei suoi corsi alla Sorbonne, che differisce da quella accennata nel testo, la quale ultima ricorre a concetti della teoria dell'elettricità, che nella prima non compaiono.

Digitized by Google

Egli poi suppone che la superficie sia un ellissoide di rivoluzione schiacciata. Egli pone $Y = \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{r^2}$: le coordinate essendo riferite a tre assi ortogonali, passanti per il centro di gravità e dei quali quello delle z coincide con quello di rotazione. Si ha:

$$\cos^2\theta = \frac{z^2}{r^2}, \operatorname{sen}^2\theta = \frac{x^2 + y^2}{r^2}, \quad Y = \operatorname{sen}^2\theta - 2\cos^2\theta = 1 - 3\cos^2\theta:$$

e trascurando i termini di secondo ordine giunge alle equazioni sopra scritte. Disgraziatamente questa trattazione è inquinata da numerosissimi errori di stampa, non contemplati nell'errata, così che la lettura ne riesce assai penosa ed incerta.

Idee di Stokes sul livello del mare. — Qui per non sciupare il pensiero del grande fisico con un riassunto, traduciamo fedelmente quanto egli scrive:

" Fin qui la superficie della Terra fu considerata come una superficie d'equilibrio. Noi sappiamo che ciò non è rigorosamente vero, a cagione dell'innalzarsi delle terre sul livello del mare. Ora si presenta la questione, con quale alterazione immaginaria dovremo noi ridurre la superficie ad una d'equilibrio?

" Ora rispetto alla massima parte della superficie della Terra, che è coperta dalle acque, noi abbiamo una superficie di equilibrio prontamente formata. L'espressione *livello del mare* ha un significato perfettamente definito, se lo si applica ad un luogo in mezzo ad un continente, se vien definito a designare il livello a cui starebbe l'acqua se fosse introdotta per mezzo di un canale. La superficie del mare supposta prolungata nel modo pur ora detto, forma bensì una superficie d'equilibrio; ma le ricerche precedenti non si applicano direttamente a questa superficie, giacchè una porzione della materia attraente sta fuori di essa. S'immagini tuttavia la terra che sta sopra il livello del mare depressa fino ad abbassarsi sotto di esso, ossia, il che torna lo stesso, immaginisi i continenti segati al livello del mare e prolungati, e si supponga che la densità della terra o roccia, che sta immediatamente al di sotto del livello del mare, sia accresciuta, finchè l'accrescimento della massa immediatamente sottostante a ciascun elemento superficiale sia eguale alla massa che fu rimossa da sopra esso. Il complesso della materia at-

Digitized by Google

traente sarà così portato entro il livello originale del mare; ed è facile il vedere che l'attrazione in un punto dello spazio esterno alla Terra, benchè vicino alla superficie, non sarà sensibilmente influenzata. Neppure il livello del mare sarà sensibilmente cambiato anche nel mezzo di un continente. Infatti. Si supponga l'acqua del mare introdotta a mezzo di un tubo, e che la terra situata sopra il livello del mare sia condensata in uno strato infinitamente sottile giacente nel livello del mare. L'attrazione di un piano infinito sopra una particella esterna, non dipende dalla distanza della particella dal piano; e se per la particella si conduce una retta inclinata di un angolo α, alla perpendicolare condotta per essa al piano, e si fa girare quella retta attorno alla perpendicolare, questo cono così descritto intercetterà una porzione di piano la cui attrazione sta a quella di tutto il piano, come sen vers. α ad 1 (*). Quindi l'attrazione di un pezzo di terra piana sopra una particella vicino ad essa, sarà sensibilmente eguale a quella di un solido di eguale spessore e densità compreso fra due piani paralleli infiniti, e ciò quando

(*) Non conosco alcun libro italiano in cui sia data la dimostrazione di questo teorema. Crediamo quindi pregio dell'opera il riferirla qui, tanto più che l'enunciato e la dimostrazione di esso mancano anche nei due libri classici su questo argomento, quelli di Pratt e di Helmert. Supponiamo che il disco sia di raggio a e sia r la distanza di un suo punto dal centro, $2\pi r dr$ sarà l'area della corona circolare che prendiamo come elemento di area, e se ρ è la densità della materia uniformemente distribuita sul disco $2\pi\rho r dr$ sarà la massa elementare. Detta z, la distanza della particella attratta dal centro del disco $\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}$, sarà il coseno di α, come è definito nel testo, e $\frac{2\pi k^2 \rho r dr}{r^2+z^2}\,\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}$, sarà l'attrazione del detto elemento di massa che evidentemente si esplica sulla particella nella direzione della perpendicolare da essa sul centro. Integrando rispetto ad r fra O ed a si avrà l'attrazione di tutto il disco e sarà

$$-\left(\frac{2\pi k^2\rho z}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)_0^a = -2\pi k^2\rho z\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}-\frac{1}{z}\right) = +2\pi k^2\rho\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}\right),$$

che è l'attrazione del disco nel senso che diminuisce z, ora $1-\frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}}=$ $=$ sen vers.α, quindi quell'attrazione è $+2\pi k^2\rho$ sen vers.α. Se $a=\infty$ si ha l'attrazione di un piano senza confini e l'attrazione è $+2\pi k^2\rho$, donde facendo il rapporto si ha il teorema enunciato da Stokes nel testo.

Digitized by Google

anche l'estensione laterale dell'altipiano sia poco ragguardevole, ad esempio, eguale ad un piccolo multiplo della lunghezza della perpendicolare condotta dalla particella sino al piano limitante più discosto. Quindi l'attrazione della terra sull'acqua nel tubo non sarà sensibilmente alterata dalla condensazione immaginata, e pertanto noi siamo pienamente giustificati nel riguardare il livello del mare come invariato „.

“ La superficie d'equilibrio che collo spostamento di materia pur ora supposto è così divenuta la superficie delimitante, è quella superficie, che al tempo medesimo coincide colla superficie reale del mare, ove il globo è coperto da acque ed appartiene al sistema delle superficie d'equilibrio che sta intieramente al di fuori del globo. Per ridurre la gravità osservata a quella che si sarebbe osservata sopra appunto a questa supposta superficie, noi dobbiamo evidentemente accrescerla in ragione inversa del quadrato della distanza dal centro della terra, senza tener conto dell'attrazione dell'altipiano compreso fra il livello della stazione ed il livello del mare. Ora si presenta la questione: Qual è il miglior modo di determinare il valore numerico dello schiacciamento terrestre, e di paragonare la forma che risulta dalle osservazioni collo sferoide che risulta dalla teoria basata sull'ipotesi della fluidità originaria?

Prima di tradurre il rimanente del brano che c'interessa, ne occorre esporre alcune definizioni date da Stokes. Sia $r=a(1+u)$ l'equazione della superficie terrestre dove u è una quantità piccola del primo ordine, e funzione di θ, complemento della latitudine e della longitudine ψ. Si svolga u in serie di funzioni di Laplace $u_0+u_1+\ldots$ Se si prende per a il raggio medio od il raggio di una sfera di egual volume, u_0 s'annulla. Si avrà quindi per equazione della superficie $r=a\,(1+u_1+u_2+\ldots)$. Se la superficie fosse sferica, e la terra non avesse moto di rotazione, V sarebbe indipendente da θ e da ψ, ed il secondo membro dell'equazione si ridurrebbe al primo termine. Quindi poichè la forza centrifuga è al pari di u una quantità piccola del primo ordine, i termini successivi devono essere quantità piccole del primo ordine.

Ora si ha:

$$V=\frac{Y_0}{r}+\frac{Y_1}{r^2}+\frac{Y_2}{r^3}+\ldots$$

Digitized by Google

ove le Y sono funzioni di Laplace, quindi sostituendo in questa il valore trovato di r basterà in questi termini il porre $r = a$. Ora poichè, come è noto, si ha: $V = \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \operatorname{sen}^2\theta = C$. C essendo una costante, sarà per quanto precede

$$(1) \quad \frac{Y_0}{a}(1 - u_1 - u_2 - u_3 \ldots) + \frac{Y_1}{a^2} + \frac{Y_2}{a^3} + \ldots + \frac{\omega^2 a^2}{2} \operatorname{sen}^2\theta = C$$

trascurando i quadrati delle piccole quantità. Ora la funzione di Laplace più generale dell'ordine 0 è una costante, inoltre è

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}, \quad \operatorname{sen}^2\theta = \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right),$$

in cui le due parti sono funzioni di Laplace degli ordini 0 e 2 rispettivamente. Dalla (1) eguagliando le funzioni di Laplace dello stesso ordine sarà:

$$Y_0 = aC - \frac{1}{2}\omega^2 a^2; \quad Y_1 = aY_0 u_1; \quad Y_2 = a^2 Y_0 u_2 - \frac{1}{2}\omega^2 a^2\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right),$$

e così via. Sarà quindi:

$$V = Y_0\left(\frac{1}{r} + \frac{a}{r^2}u_1 + \frac{a^2}{r^3}u^2 + \ldots\right) - \frac{\omega^2 a^5}{2r^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right).$$

Stokes dimostra poi che il centro di gravità della massa, coincide con il centro di gravità del volume, il quale, quando sia scelto come origine delle coordinate, fa sparire il termine in u_1: ed ancora con qualche restrizione che uno degli assi principali dell'ellissoide, coincide, almeno assai da vicino, coll'asse di rotazione. Quindi conchiude coi seguenti due paragrafi: " Così il valore più generale di u è quello che appartiene ad un ellissoide avente uno dei suoi assi principali coincidente coll'asse di rotazione, aggiunto ad una quantità che, se si svolga in una serie di funzioni di Laplace, non presenterebbe termini dell'ordine 0, 1, 2.

" Da quanto precede appare che la coincidenza dei centri di gravità della massa e del volume, e quella dell'asse di rotazione e di uno degli assi principali dell'ellissoide, la cui equazione è $r = a(1 + u_2)$, che fu stabilita da Laplace nella suppo-

Digitized by Google

sizione che la Terra consista di strati pressochè sferici, vale anche qualunque sia la distribuzione della materia nell'interno della Terra „.

Ora possiamo riferire i brani relativi allo schiacciamento.

“ Prima di considerare come si determina il valore dello schiacciamento terrestre, è assolutamente necessario di definire quello che intendiamo per schiacciamento; giacchè quando si tenga conto delle irregolarità della superficie terrestre, il termine è fino ad un certo punto convenzionale „.

“ L'attrazione della Terra sopra un corpo esterno, quale la Luna, è determinata dalla funzione V, data dall'equazione (1). In questa equazione, quando r sia misurato dal centro di gravità, spariranno i termini in r^{-2}, i termini in r^{-4} ed i successivi saranno insensibili nel caso della Luna o di un corpo più distante. Pertanto i soli termini, che è d'uopo considerare dopo il primo, sono quelli contenenti r^{-3}. Ora il valore di u_2 contiene cinque termini, moltiplicati per altrettante costanti arbitrarie, e di questi termini uno è $\frac{1}{3} - \cos^2\theta$, e gli altri contengono come un fattore il seno o coseno di ψ o 2ψ. I termini contenenti $\operatorname{sen}\psi$ o $\cos\psi$ scompariranno per le ragioni menzionate sopra: ma anche se essi non scompaiono, il loro effetto sarà affatto insensibile, e tanto più in quanto che le forze corrispondenti percorrono il loro ciclo in un giorno, un giorno lunare, quando si consideri la Luna. Pertanto questi termini, dato che esistano, possono essere lasciati in disparte; e per la ragione medesima si possono tralasciare i termini contenenti $\operatorname{sen}2\psi$ e $\cos 2\psi$; così che nulla rimane tranne un termine che s'unisce coll'ultimo termine nell'equazione (1). Sia ϵ il coefficiente del termine $\frac{1}{3} - \cos^2\theta$ nello sviluppo di u: allora ϵ è la costante che determina l'effetto dello schiacciamento terrestre sul movimento della Luna, e che entra nell'espressione per i momenti delle attrazioni del Sole e della Luna sulla Terra; e nel caso particolare in cui la superficie della Terra è un ellissoide schiacciato, avente il suo asse coincidente coll'asse di rotazione, ϵ è lo schiacciamento. Quindi la costante ϵ sembra di sufficiente dignità per meritarsi un nome, e può in ogni caso essere denominata lo schiacciamento „.

“ Sia r il raggio vettore della superficie terrestre riguardata come coincidente col livello del mare, e per brevità si indichi

Digitized by Google

con $M\}f(\theta,\psi)\{$ la media del valore della funzione $f(\theta,\psi)$ per tutto lo spazio angolare, ossia

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^\pi\int_0^{2\pi} f(\theta,\psi)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi.$$

Allora dalla teoria delle funzioni di Laplace si ha

$$\epsilon = \frac{45}{4\omega} M\Big\{\Big(\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2\varphi\Big) r\Big\};$$

φ essendo la latitudine ossia il complemento di θ. Per ottenere questa equazione basta moltiplicare ambi i membri dell'equazione $r = a(1 + u_1 + u_2 + \ldots)$, nella quale le u sono funzioni di Laplace per $\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi$ ed integrare fra $\theta = 0$ e $\theta = \pi$ e $\psi = 0$ e $\psi = 2\pi$.

Noi qui svolgiamo la dimostrazione solo adombrata da Stokes. Sarà:

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^\pi\int_0^{2\pi} r\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi = M\left(\Big\{\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2\varphi\Big\} r\right) =$$

$$= \frac{1}{4\pi} a \int_0^\pi\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} a \int_0^\pi\int_0^{2\pi} u_1\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} a \int_0^\pi\int_0^{2\pi} u_2\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta\right)\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi + \ldots$$

Si avverta ora che $\frac{1}{3} - \cos^2\theta$ è una funzione di Laplace del secondo ordine. Ora si sa dalla teoria delle funzioni di Laplace che se X_m e Z_n sono due tali funzioni di ordine diverso si ha il teorema dovuto a Laplace

$$\int_0^\pi\int_0^{2\pi} X_m Z_n \operatorname{sen}\theta d\theta d\psi = 0$$

avvertendo che X_0 è una costante, e quindi l'unità è una funzione di Laplace dell'ordine zero. Pertanto tutti i termini del secondo membro daranno per risultato zero, tranne quello che contiene u_2, che è, come $\frac{1}{3} - \cos^2\theta$, funzione di Laplace del se-

Digitized by Google

condo ordine. Ora, per quanto si disse sopra, i termini che in u_2 contengono il seno od il coseno di ψ o 2ψ scompaiono ed u_2 si riduce ad $\epsilon\left(\frac{1}{3}-\cos^2\theta\right)$, e si ha:

$$M\left\{\left(\frac{1}{3}-\operatorname{sen}^2\varphi\right)r\right\}=\frac{1}{4\pi}a\int_0^\pi\int_0^{2\pi}\epsilon\left(\frac{1}{3}-\cos^2\theta\right)^2\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi=\frac{4a\epsilon}{45},$$

come si ricava coll'integrazione diretta, o ricorrendo alla proprietà delle funzioni sferiche espressa dall'equazione:

$$\int_0^\pi\int_0^{2\pi}X_nZ_n\operatorname{sen}\theta d\theta d\psi=$$

$$\frac{2\pi}{(2n+1)\{1.3.5\ldots(2n-1)\}^2}\times\left\{2\,n!n!A_0C_0+\sum_{m=1}^{m=n}(n-m)!(n+m)!(A_mC_m+B_mH_m)\right\}$$

ove A_m, B_m, C_m, H_m, A_0, C_0 sono costanti, nel caso nostro $A_m=B_m=$ $=C_m=H_m=O, A_0C_0=\epsilon$ ed $n=2$. Dalla penultima equazione si ricava immediatamente il valore di ϵ dato da Stokes.

Il concetto sovraesposto dello schiacciamento della superficie della Terra che completa quello ordinario dello schiacciamento geometrico nell'ipotesi ellissoidica, non è entrato nei libri, e non ne conosco alcuno che lo abbia riprodotto.

E con esso sarebbe finito il contributo di Stokes, alla definizione della superficie generale della Terra, contributo importantissimo e fecondo. — In un'altra parte di questi appunti storici esporremo i risultati ottenuti da lui nella investigazione del divario fra la superficie matematica della Terra e l'ellissoide.

Digitized by Google

Relazione sulla Memoria del Dr. Beppo Levi, intitolata: *Fondamenti della metrica projettiva.*

Scopo principale di questo lavoro è lo stabilire una base comune e logicamente rigorosa per le geometrie metriche, euclidea e non-euclidee, fino a poter fondare su tale base la geometria projettiva, ed a poter distinguere, alla luce di questa, le varie metriche.

A tal fine, assunti come concetti primitivi quelli di *punto* e di *congruenza* fra due coppie di punti, si pone un sistema di postulati, che è più semplice di quelli finora proposti da altri autori, ed è valido, oltre che per le geometrie d'Euclide, Lobacefski e Riemann, anche per altre, studiate più recentemente — ad esempio dal sig. Dehn —, o non ancora considerate. Citiamo fra le ultime una metrica iperbolica, in cui mancano le rette (parallele) che separano le rette secanti dalle non-secanti; e la metrica dello spazio esterno ad una quadrica ellittica, o di uno spazio limitato da una quadrica gobba.

I postulati ammessi vengono discussi dal punto di vista della loro indipendenza *ordinata:* avendo l'Autore acutamente dimostrato nella Introduzione che non vi è nulla di essenziale nella nota distinzione fra indipendenza *ordinata* e indipendenza *assoluta* dei sistemi di postulati. Particolarmente importante è la discussione intorno all'ufficio che per la geometria piana hanno i postulati relativi allo spazio.

La geometria projettiva viene stabilita deducendo dai postulati e teoremi metrici il teorema di Desargues nella stella, e quindi le coordinate di Hilbert per questa: ricorrendo poi a due stelle, si hanno coordinate per i punti dello spazio; sicchè, completando questo con punti ideali convenienti, si ottiene lo spazio projettivo. E qui merita di esser rilevato come, essendosi evitato nella trattazione di questi *Fondamenti* ogni concetto relativo all'*ordine* degli elementi di una forma di 1ª specie, ed

Digitized by Google

alla *potenza* dell'aggregato costituito da tutti i punti dello spazio, la geometria projettiva viene ad esser posta su una base più larga che quella consueta. Così diventa possibile la concezione di una geometria projettiva più generale dell'ordinaria, nella cui rappresentazione analitica si sostituiscono alle equazioni le congruenze rispetto a un modulo fisso.

La Memoria del dott. Levi, com'è ricca di vedute originali, così anche trae profitto della lunga serie di lavori importanti che negli ultimi anni furon publicati intorno ai fondamenti della geometria. Noi siam certi che essa è destinata a prendere un posto cospicuo accanto ad essi. In conseguenza proponiamo che venga accolta nei volumi accademici.

G. Morera,

C. Segre, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Lorenzo Camerano.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Aprile 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. PAOLO BOSELLI
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Carle, Brusa, Carutti, Pizzi, Savio, De Sanctis, Ruffini e Renier Segretario. — Scusano l' assenza il Presidente D'Ovidio ed i Soci Cipolla ed Allievo.

Viene approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 10 aprile 1904.

Il Presidente legge la lettera di S. A. R. il Duca degli Abruzzi, con la quale ringrazia l'Accademia pel premio Bressa conferitogli.

Il Direttore della Classe Ferrero presenta una serie di pubblicazioni del barone De Baye, delle quali discorre con vivo elogio. Esse riguardano specialmente l'archeologia barbarica. Le principali tra queste pubblicazioni presentate sono le seguenti: 1° *De l'influence de l'art des Goths en Occident,* Paris, 1891; 2° *Les bronzes émaillés de Mostschina,* Paris, 1891; 3° *Le trésor de Szilagy-Somlyo,* Paris, 1892; 4° *Rapport sur les découvertes faites par M. Savenkov dans la Sibérie orientale,* Paris, 1894; 5° *La beauté, légende géorgienne,* Paris, 1900.

Digitized by Google

D'ufficio sono presentati due opuscoli dei Soci corrispondenti: Filippo Porena, *Schiarimenti intorno al passaggio del primato cartografico dall'Italia ai Paesi Bassi nel sec. XVI,* s. l. e a.; Vittorio Poggi, *Il coro monumentale della cattedrale di Savona e gli artisti tortonesi che lo eseguirono,* Tortona, 1904. Il Presidente rileva il pregio di questa pubblicazione sia per l'importanza dell'insigne opera d'arte cui si riferisce, sia perchè l'A. raccolse nuove e copiose notizie intorno agli artisti che lavorarono in essa e comprovò date finora dubbiose.

Con le seguenti parole d'encomio, il Presidente fa omaggio d'un lavoro del Dr. Ilario Vernero, *Avigliana durante la guerra per la successione di Mantova,* Sarzana, tip. Costa, 1903.

È una tesi di laurea, ma quando un documento di studi deriva dalla scuola di Carlo Cipolla, promette non invano ricerche nuove e sincere, metodo bene indirizzato. Questa monografia narra un solo tratto della storia d'Avigliana, ma è tratto notabile per le vicende guerresche, per i viluppi diplomatici, onde ebbe contrasto la fama di Carlo Emanuele I, e per ogni guisa di desolazioni fra quel popolo, dalla rapacità forastiera allo strazio di un inesorabile morbo. L'A. vagliò gli scritti già pubblicati, attinse ai nostri archivi, si giovò di quelli stranieri mercè l'autorevole protezione di Antonio Manno, sempre larga nell'incuorare i giovani diligenti; e interrogò ancora i luoghi stessi per quanto sopravviva in essi fra le rovine o nelle tradizioni a testimoniare intorno a quei tempi. L'A. procura di ritrarre con esattezza gli eventi militari, di chiarire alcuni fra i patti che a quei giorni con sì poca onestà si intessevano e si sfilavano, e di misurare con ragguagli amministrativi e statistici i danni di quella terra nella precipitosa declinazione delle professioni e nel novero degli abitanti esizialmente assottigliato. Nel racconto c'è amore e colore aviglianese. L'A. vagheggia di ricostrurre intera la storia d'Avigliana, non bastevolmente finora esplorata, non bene finora ricomposta, e solo a' dì nostri riassunta, rispetto ai suoi principali atteggiamenti, nella scrittura quasi inedita d'Enrico Borgesa, meritamente encomiata dal Vernero. Il

Digitized by Google

quale farà nobile cosa recando il suo divisamento ad effetto. Gli converrà chiarire le antichità sempre nebbiose e poi le atrocità di Costantino e i giorni dei Longobardi superbi, dei perfidi Franchi, della neutralità nefasta tra l'Impero e i Comuni lombardi. Incontrerà i tempi dei cavalieri arditi e delle corti leggiadre onde fu lungamente in Avigliana gaiezza di vita, uso d'armi ambiziose, eco di cortesi armonie, insieme con quei Conti sabaudi, che sentirono nei dominii adelaidini le ispirazioni del principato italiano. Dovrà descrivere appieno lo svolgersi di quelli ordinamenti civili, che furono tra i migliori, e quell'intreccio di negozî che accompagnò, per notabile spazio di tempo, coll'attività economica lo strepito delle armi e il continuo travalicare dei soldati e dei passeggieri. Era allora colà dimora ospitale a israeliti industri, a banchieri doviziosi, e vi trovavano i mercatanti preziose immunità e all'uopo pronti risarcimenti. Converrà siano bene dichiarate le carte di franchigia, le quali costituirono di buon'ora quel vigoroso reggimento locale che molti anni durò. Avigliana fu uno dei baluardi dello Stato piemontese, soffrì crudelissimi eccidî, ma fu luogo insigne ed ebbe momenti di prosperità fino a quei giorni in cui la monarchia sabauda si fondò italianamente con Vittorio Amedeo II, chiudendo le Alpi agli stranieri. Allora il destino storico d'Avigliana finì. Onde prostrate le sue fortificazioni militari, cessati i traffici che volsero ad altre vie, si assopì lungamente la antica operosità, risorta a' dì nostri con nuovi e diversi auspici.

Nella storia d'Avigliana sono, come in esemplare compitissimo, lumeggiate le sembianze di ciò che fu per secoli la sorte e la virtù di molte terre piemontesi, specie di quelle che difendevano i propugnacoli eretti sulle nostre montagne. In esse la tempra militare erasi formata alla scuola dei secoli, dei cimenti assidui, dei luoghi pericolosi, prima assai che l'accorto ed efficace volere d'Emanuel Filiberto foggiasse militarmente animi e costumi in tutto il suo paese, prima assai che Carlo Emanuele I lo avesse così adusato alle prove della guerra e alle audacie grandi e geniali, se non misurate, della sua politica, da fondere insieme la giovialità e la gagliardia dei popoli piemontesi. Nè penso che alcuno in Avigliana abbia per meraviglia ripreso il vecchio principe, quando, rassomigliando il sentire comune, sospese la cura delle armi volando ai festini del car-

Digitized by Google

nevale torinese. Col valore connaturato alle generazioni, colla diuturna consuetudine dei sacrifici e della morte, colle lunghe e varie miserie, appena sollevate in brevi respiri, da qualche ristretto e fugace conforto, quelle alpestri e generose popolazioni, le cui case furono tante volte distrutte, e disperse le famiglie e consumati gli averi, prepararono intrepide e costanti l'indipendenza della Nazione.

Quindi il Presidente ringrazia il Socio Ferrero d'aver così degnamente rappresentata l'Accademia alle feste centenarie della Società degli Antiquarii di Francia, e lo invita a riferire intorno a quella solennità. Il Socio Ferrero dice che la Società degli Antiquarii mostrò di gradire assai la rappresentanza d'una delle maggiori accademie italiane. L'adunanza solenne si tenne in una sala del Louvre l'11 aprile. Erano presenti, oltre ai membri onorari ed effettivi della Società, molti corrispondenti, i direttori generali dell'Insegnamento superiore e delle Belle arti rappresentanti il Ministero della Pubblica Istruzione, i delegati d'Istituti scientifici francesi e stranieri. Fu letto dal sig. Héron de Villefosse un discorso commemorativo del Presidente della Società, il conte Paul Durrieu, impedito da malattia di presedere all'adunanza, la quale fu diretta dal sig. Henri Omont, primo Vicepresidente. Il Segretario Noël Valois espose una relazione sull'opera della Società durante il suo primo secolo di vita. Altre parole furono pronunciate dai rappresentanti del Governo, ed il Socio Ferrero portò il saluto e l'augurio dell'Accademia nostra. Nella solenne ricorrenza fu pubblicato un elegante volume, splendidamente illustrato, contenente brevi monografie di membri della Società.

Offrono per la inserzione negli *Atti*:

1°, il Socio Savio una nota dell'abate Marius Besson, *L'" Epitaphium beati Marii " (Aventicensis) œuvre probable de Venance Fortunat*;

Digitized by Google

2°, il Socio De Sanctis una dissertazioncella del prof. Augusto Mancini, *Per la critica degli " Acta apocrypha Thomae "*;

3°, il Direttore della Clásse Ferrero un breve scritto del Dott. Alfonso Bovero, *Sopra due scheletri dell'epoca romana ritrovati negli scavi di Via del Deposito in Torino.*

Digitized by Google

LETTURE

L' " *Epitaphium beati Marii* " [Aventicensis], œuvre probable de Venance Fortunat.

Note de l'abbé MARIUS BESSON.

Sous la rubrique " *Epythaphium beati Marii tale est* " le *Cartulaire* de Notre-Dame de Lausanne rédigé au XIII[e] siècle par le prévôt Conon nous a conservé l'inscription funéraire du continuateur de Prosper Tiro, Marius d'Avenches. Ce personnage qui se trouva l'an 585 comme " episcopus ecclesiae Aventicae " (1) au concile de Mâcon, fut enseveli à Lausanne où ses successeurs eurent définitivement leur siège. Il mourut le 31 décembre 593 ou 594 (2), dans sa 64[e] année. Le diocèse qu'il avait gouverné pendant 20 ans et 8 mois l'honora comme saint, et cela, semble-t-il, aussitôt après sa mort (3). L'on ignore ce

(1) Maassen, *Mon. Germ. Hist. Leg.* III, *Conc.* I [1892] p. 172.

(2) Les données du *Cartulaire*, seule source d'information qui nous reste avec l'épitaphe elle-même, ne permettent pas de préciser davantage. La première de ces dates est admise par Arndt (*Bischof Marius von Aventicum* [1875 Leipzig] p. 13); la seconde, par Mommsen (*Mon. Germ. Hist. Auct. Ant.* XI [1893] p. 227) d'après Schmitt (*Mémorial de Fribourg*, V [1858] pp. 186-196).

(3) Marius avait été déposé dans l'église saint-Thyrse qui prit ensuite son nom (s. Maire), fut désaffectée au XVI[e] siècle, puis démolie. Elle était près du château actuel, comme on peut le voir sur la splendide carte que M. Vuillermet vient d'éditer (*Le quartier de la Cité, à Lausanne*). A côté se trouvait la porte s. Maire, détruite au siècle dernier et dont le *Vieux Lausanne* du même archéologue nous conserve la reproduction. Le Cartulaire mentionne: " Ordinis s. Augustini Prioratus unus scilicet sanctus Marius " (*M. D. R.*, VI, p. 26). Il rappelle les différends survenus entre la Cathédrale et ce Prieuré: " inter capitulum et domum sancti Marii " (*l. c.* p. 545). Nous savons aussi comment se passait la fête de s. Marius. On la célébrait, non pas le 9 février comme aujourd'hui, mais le 31 décembre: " Silvestri papae et Marii episcopi. IX lect. Hodie fit processio ad ecclesiam s. Marii in qua R. d. Prior distribuit dnis. canonicis presentibus in eadem unum solidum

Digitized by Google

que devint la pierre sous laquelle il reposait et où se trouvait probablement l'épitaphe. Peut-être Conon la vit-il encore; peut-être aussi n'en lut-il qu'une copie.

Je reproduis ici le texte qu'il en donne, mais avec un petit nombre de corrections que je tâcherai de justifier tout-à-l'heure.

MORS INFESTA RVENS QVAMVIS EX LEGE PARENTIS
MORIBVS INSTRVCTIS [1] NVLLA NOCERE POTEST
HOC ERGO MARII TVMVLANTVR MEMBRA SEPVLCRO
SVMMI PONTIFICIS CVI FVIT ALMA FIDES
CLERICVS OFFICIO PRIMAEVIS [2] TONSVS AB ANNIS
MILITIA [3] EXACTA DVX GREGIS EGIT OVES
NOBILITAS GENERIS RADIANS ET ORIGO REFVLGENS
DE FRVCTV MERITI NOBILIORA TENET
ECCLESIAE [4] ORNATVS VASIS FABRICANDO SACRATIS
ET MANIBVS PROPRIIS PRAEDIA [5] IVSTA COLENS
IVSTITIAE [6] CVLTOR CIVIVM FIDISSIMA VIRTVS
NORMA SACERDOTVM PONTIFICVMQVE DECVS
CVRA PROPINQVORVM IVSTO BONVS ARBITER ACTV
PROMPTVS IN OBSEQVIIS CORPORE CASTO DEI
HVMANIS DAPIBVS FIXO MODERAMINE FVLTVS
PASCENDO INOPES SE BENE PAVIT OPE
IEIVNANDO CIBANS ALIOS SIBI PARCVS EDENDO
HORREA COMPOSVIT QVO MODO PASTOR ABIT
PERVIGIL IN STVDIIS DOMINI EXORANDO FIDELIS
NVNC HABET INDE REQVIEM FESSA CARO VNDE FVIT [7]
QVEM PIETATE PATREM DVLCEDINIS ARMA TENENTEM [8]
AMISSIS TERRIS CREDIMVS ESSE POLIS.

[1] *Cod.* instructus. [2] *Cod.* primevis. [3] *Cod.* milicia. [4] *Cod.* ecclesie. [5] *Cod.* predia. [6] *Cod.* iusticie. [7] *Cod.* unde caro fessa fuit. [8] *Cod.* tuentem.

Publiée d'abord par Marquard Wild (1) et reproduite par le baron de Zurlauben (2), l'épitaphe de Marius fut éditée plus correctement avec le *Cartulaire* lui-même par la société d'Histoire

---

cuilibet „ (*Ancien Nécrologe de Notre-Dame, M. D. R.* XVIII, 1 [1863] p. 223). C'est encore à cette date que nous la trouvons dans les anciens bréviaires manuscrits et dans les missels imprimés de 1498, 1505, 1522. Le bréviaire imprimé en 1503 contient un office spécial en prose rimée pour s. Marius sous le rite double (GREMAUD, *Mémorial de Fribourg*, V [1858] p. 196).

(1) M. WILD, *Apologie pour la vieille ville d'Avenches* [1710 Berne].

(2) *Histoire de l'Académie des Inscriptions*, I^re^ série, XXXIV [1770 Paris] p. 146.

Digitized by Google

de la Suisse Romande (1), puis par le D. Waitz (2). D'illustres savants s'en occupèrent encore: Hauréau (3), Monod (4), Arndt (5), Le Blant (6), Mommsen (7). Enfin le D. Egli lui consacra une consciencieuse étude dans son *Recueil des Inscriptions chrétiennes de la Suisse* (8). Gelpke l'a traduite en allemand (9), et l'abbé Genoud, d'après le *Conservateur Suisse* (10), en français.

Quel fut l'auteur du petit poëme funèbre? Personne jamais ne se l'est demandé. La question même paraîtra puérile au premier abord. Mais il n'est pas impossible d'y répondre avec quelque apparence de raison. Je vais essayer de la faire, en proposant d'attribuer notre épitaphe au plus célèbre poëte dont les chants aient retenti dans la Gaule du VI[e] siècle, Venance Fortunat. De Rossi (11) ne craignait pas de le compter au premier rang parmi les auteurs d'inscriptions chrétiennes, et Le Blant (12) a remarqué qu'il fit celles des plus illustres personnages de son époque. Toutes les épitaphes composées par Fortunat se ressemblent: les détails ne varient guère; quant à la couleur générale, en raison de l'uniformité du sujet, elle est toujours la même: nul ne s'est plus complaisamment copié que notre poëte (13); les répétitions constituent son principal défaut.

Or l'inscription de Marius rentre d'une façon curieuse dans ce cadre monotone. Nous n'avons pas seulement affaire à ces vagues analogies que l'on remarque entre des productions contemporaines ou que pourrait expliquer, à la rigueur, la seule

---

(1) *Mém. Doc. Suis. Rom.*, VI [1851] p. 31.

(2) *Mon. Germ. Hist. Script.*, XXIV [1879] p. 795.

(3) *Gallia christiana*, XV [1860 Paris] p. 328.

(4) G. MONOD, *Études critiques sur les sources de l'Hist. Mérov.* [1872 Paris] p. 150.

(5) F. W. ARNDT, *Bischof Marius* [1875 Leipzig] p. 10.

(6) LE BLANT, *Nouveau Recueil* [1892 Paris] n. 441.

(7) T. MOMMSEN, *Mon. Germ. Hist. Auct. Ant.*, XI [1893] p. 227.

(8) E. EGLI, *Die christlichen Inschriften der Schweiz* [1895 Zürich] p. 22.

(9) GELPKE, *Kirchengeschichte der Schweiz*, II [1861 Bern] p. 148.

(10) GENOUD, *Les saints de la Suisse Française*, I [1882 Fribourg] pp. 170-171 d'après le *Conservateur Suisse*, XII, p. 172.

(11) DE ROSSI, *Inscr. christ. urbis Romae*, II, 1 [1888] p. XLIX.

(12) LE BLANT, *Inscriptions chrétiennes de la Gaule*, I [1856 Paris] p. 71; *Nouveau Recueil* [1892] pp. 455-456.

(13) LE BLANT, *Inscr. chrét.*, I, p. 71.

Digitized by Google

existence de formulaires épigraphiques. Il s'agit de ressemblances frappantes: même cadence du vers, même tour de la pensée, mêmes idées, mêmes mots. Prenant l'un après l'autre les vingt-deux vers, nous trouverons à la plupart d'entre eux un correspondant chez Fortunat (1).

MORS INFESTA RVENS QVAMVIS EX LEGE PARENTIS
MORIBVS INSTRVCTIS NVLLA NOCERE POTEST

La leçon *mors infesto* de Wild est une distraction. Il faut en dire autant de celle du manuscrit: *instructus*. Hauréau propose *instructo*; Waitz, avec plus de vraisemblance, *instructis*. L'impuissance de la mort sur le juste est souvent dépeinte par les épitaphes: " Loeti nil iura nocebunt (2), nil tibi mors nocuit (3) ", etc. Cependant notre début rentre d'une façon spéciale dans le formulaire de Fortunat:

Sub pedibus iusti *mors inimica* iaces (4).
Vir cui dura *nihil nocuerunt* fata sepulchri (5).
Invida mors rabido quamvis miniteris hiatu,
Non tamen in sanctis iura tenere vales (6).

On remarquera la ressemblance de *mors inimica* [*invida mors*] *rabido quamvis* avec MORS INFESTA RVENS QVAMVIS. La finale NVLLA NOCERE POTEST rappelle aussi ce vers de Fortunat: " Sed cui *nulla nocent* queruli contagia mundi " (7).

HOC ERGO MARII TVMVLANTVR MEMBRA SEPVLCRO
SVMMI PONTIFICIS CVI FVIT ALMA FIDES

L'idée contenue dans ces deux vers se rencontre presque toujours, cela va sans dire, sur les pierres sépulcrales de l'époque:

---

(1) Les œuvres poétiques de Fortunat sont éditées par Leo, *Mon. Germ. Hist. Auct. Ant.*, IV [1881]. Migne, *P. L.*, LXXXVIII, reproduit avec des additions le texte et les notes du bénédictin Luchi [1786-1787]. Le Blant commente plusieurs pièces épigraphiques de Fortunat dans ses *Inscriptions chrét. de la Gaule*, I [1856], II [1865].

(2) De Rossi, *Inscr. christ. urb. Romae*, II, 1, p. 52.

(3) Gruter, *Corpus Inscript.* [1707 Amstelodami] 1176, 2.

(4) *Fortunati Carmina* IV, 2; ed. Leo, p. 80; Le Blant, n. 2.

(5) Le Blant, n. 205.

(6) *Fortunati Carmina* IV, 5; ed. Leo, p. 82; Le Blant, n. 555.

(7) *Fortunati Carm.* IX, 4; ed. Leo, p. 210; Le Blant, n. 333.

Digitized by Google

elle y est exprimée diversement. Je noterai deux exemples qui se rapprochent de notre formule. Une inscription gravée à Rome en l'honneur de sainte Agnès lors des travaux de restauration exécutés sous Honorius Ier (625-628) contient ce vers: " Virginis hoc Agne *clauduntur membra sepulcro* „ (1); déjà près de deux siècles auparavant nous trouvons sur la tombe de l'évêque Justinien de Verceil: " Pontificis sancti *requiescunt membra sacrato* „ (2). Fortunat fournit des exemples particulièrement nombreux:

> *Hoc* igitur *tumulo* requiescit Eumerius almo (3).
> *Ecce sub hoc tumulo* pietatis *membra* quiescunt (4).
> *Hoc recubant tumulo* venerandi *membra* Leonti
> Quo stetit eximium *pontificale* caput (5).
> *Hoc recubant tumulo* venerandi *membra* Leonti
> Quem sua *pontificem* fama sub astra levat (6).

Coïncidences remarquables: HOC ERGO, *hoc igitur, ecce sub hoc;* TVMVLANTVR MEMBRA, *tumulo... membra* (3 fois); dans le pentamètre, PONTIFICIS, *pontificale, pontificem.*

Le titre SVMMVS PONTIFEX était alors souvent donné aux évêques en général. Nous en avons des preuves sans nombre; par exemple dans la préface des *Instructions* de S. Eucher (7), dans les épitaphes de Valentinien de Coire († 548) (8) et de Sidoine Apollinaire († 479) (9). Ce dernier appelle ainsi l'évêque Mamert de Vienne (10) son contemporain. Un marbre du VIIe siècle en l'honneur de S. Martin le dit encore *summus antistes* (11). Et

---

(1) *Sylloge de Tours*, ed. De Rossi, *l. c.*, p. 62.
(2) F. Savio, *Gli antichi vescovi d'Italia, il Piemonte* [1899 Torino] p. 424.
(3) *Fortunati Carm.* IV, 1; ed. Leo, p. 79; Le Blant, n. 197.
(4) *Fortunati Carm.* IV, 7; ed. Leo, p. 84; Le Blant, n. 212.
(5) *Fortunati Carm.* IV, 9; ed. Leo, p. 85; Le Blant, n. 585.
(6) *Fortunati Carm.* IV, 10; ed. Leo, p. 86; Le Blant, n. 586.
(7) *Eucherii Instructiones*, ed. Wotke, *Corpus Script. Eccles. Latin. Vindob.*, XXXI [1894] p. 65.
(8) E. Egli, *Christl. Inschr. der Schweiz*, n. 37.
(9) Le Blant, n. 562.
(10) *Sidon. Apoll. Epist.* IV, 11, ed. Lütjohann, *Mon. Germ. Hist. Auct. Ant.*, VIII [1887] p. 63.
(11) De Rossi, *l. c.*, p. 69.

Digitized by Google

de même nous trouvons dans Fortunat *summus pastor* (1), *summus sacerdos* (2).

La finale ALMA FIDES apparaît dans un poëme d'Ennodius: " Mens tenet *alma fides* " (3), et dans une inscription votive de Saint-Pierre de Rome: " Reddidit *alma fides* " (4). Mais elle est particulièrement chère à Fortunat, dans les œuvres duquel je l'ai comptée au moins trois fois (5).

CLERICVS OFFICIO PRIMAEVIS TONSVS AB ANNIS
MILITIA EXACTA DVX GREGIS EGIT OVES

Citons pour mémoire l'épitaphe de Concordius d'Arles: " Qui teneris primum ministrum fulsit *in annis* " (6). Ces deux vers nous fournissent une indication précieuse sur la vie de Marius: consacré à Dieu de bonne heure, il suivit tous les degrés de la hiérarchie avant de recevoir la charge de l'épiscopat. Il n'est pas nécessaire de supposer avec Arndt (7) que notre évêque fût d'abord moine: la tonsure était aussi le signe distinctif des clercs séculiers. Mais en la lui conférant il est probable qu'on lui donna l'ordre de lecteur. Le pape Sirice (384-399) écrivait déjà: " Quicumque se ecclesiae vovit obsequiis a sua infantia... lectorum ministerio debet sociari " (8). De nombreux textes nous prouvent que telle était la règle générale. L'épitaphe de Messius Romulus de Fiesole que De Rossi attribue au IV[e] siècle porte entre autres:

> Qui Christi cum primis iussa servaret ab annis
> Tum lector Domini annis quindecim iustus... (9).

S. Paulin de Nole dit du martyr s. Félix: " Primis lector servivit in annis " (10). Enfin Sidoine, racontant l'élection d'un évêque

(1) *Fortunati Carm.* III, 11; ed. Leo, p. 63.

(2) *Fortunati Carm.* III, 22 A; ed. Leo, p. 72.

(3) *Ennodii Carm.* II, 10; ed. Vogel, *Mon. Germ. Hist. Auct. Ant.*, VII [1885] p. 135.

(4) De Rossi, *l. c.*, p. 56.

(5) *Fortunati Carm.* II, 9; II, 12; X, 14; Le Blant, n. 341.

(6) Le Blant, n. 509.

(7) Arndt, *Bischof Marius*, p. 15.

(8) Coustant, *Epist. Rom. Pont.*, p. 633.

(9) *Bullettino di archeologia cristiana*, serie IV, anno II [1883] p. 17.

(10) *Paulini Carm.* XV, 108; ed. Hartel, *Corp. Script. Eccl. Latin. Vindob.*, XXX [1894] p. 56.

Digitized by Google

à laquelle il avait assisté, note ce détail: “ Lector hic primum, sic minister altaris, idque ab infantia „ (1). Ainsi, selon toute vraisemblance, Marius encore enfant devint lecteur.

MILITIA EXACTA fait songer au commencement de ce vers de Fortunat: “ *Militiam peragens* capiens nova praemia regis „ (2). Évidemment il s'agit là non de la *militia saecularis* (3), mais de la *militia clericalis* (4), soit de la série de tous les degrés de la hiérarchie ecclésiastique, dont le couronnement était la charge d'évêque, conducteur proprement dit du troupeau chrétien: DVX GREGIS EGIT OVES; cet hémistiche doit être comparé avec plusieurs expressions de Fortunat: “ *Rexisti* placido pastor amore *gregem* (5); pie rexit *ovile* per annos (6); te *pastore gregis* reddita plaudit *ovis* „ (7).

NOBILITAS GENERIS RADIANS ET ORIGO REFVLGENS
DE FRVCTV MERITI NOBILIORA TENET

Wild écrit à tort *radicans*. Nous trouvons dans le *Cartulaire* le développement de cet hexamètre: “ Idem sanctus Marius sicut ab antiquis audivi oriundus fuit de episcopatu Eduensi sive Augustudinensi, nobilis genere sed nobilior moribus, ubi adhuc eius vita scripta esse dicitur... Et dedit capitulo Lausannensi terram de alodio suo in quadam villa prope Divionem que dicitur Marcennai „ (8). Ce détail et celui que nous mentionnerons à propos de l'église de Payerne démontrent que vraiment la famille de Marius était riche et possédait de vastes domaines.

A côté de notre distique, dont l'idée est devenue un lieu

(1) *Sidon. Apoll. Epist.* IV, 25; ed. Lütjohann, p. 76.

(2) Le Blant, n. 556.

(3) Militias saeculares exercere, *Greg. Turon. Hist. Franc.* VIII, 39; ed. Arndt, *Mon. Germ. Hist. Script. Merov.*, I [1884] p. 352.

(4) Militia in clericali potius quam in palatino decursa comitatu, *Sidon. Apoll., Epist.* VII, 2; ed. Lütjohann, p. 105; Militia clericalis, *idem*, *Epist.* IV, 4, p. 57; cf. Militia Dei, *épitaphe du pape Anastase II* († 498), *Nuovo Bullettino di archeol. crist.*, IX [1903] p. 72; Militia Domini, *Fortunati Carm.* IV, 4; ed. Leo, p. 81.

(5) *Fortunati Carm.* IV, 3; ed. Leo, p. 81; Le Blant, n. 3.

(6) *Fortunati Carm.* IV, 2; ed. Leo, p. 80; Le Blant, n. 2.

(7) *Fortunati Carm.* IV, 8; ed. Leo, p. 85; Le Blant, n. 582.

(8) *Mém. Doc. Suis. Rom.*, VI, p. 32; cf. p. 74.

Digitized by Google

commun en hagiographie, on pourra mettre bon nombre de vers de Fortunat:

> *Nobilis* antiqua decurrens prole parentum
> *Nobilior gestis* nunc super astra manet (1).
> Stemmate deducit *fulgens ab origine* culmen
> Et *meritis* priscos crescere fecit avos (2).
> *Nobilis* antiquo veniens de germine patrum
> Sed magis in Christo *nobilior merito* (3).
> *Nobilitas* altum ducens ab *origine* nomen...
> Hic propriis *meritis* crescere fecit avos (4).
> *Nobilis* et *merito nobiliore* potens (5).

Observons encore la finale *nobilitate refulgens* (6), du mème poëte. Tous ces rapprochements se passent de commentaire.

ECCLESIAE ORNATVS VASIS FABRICANDO SACRATIS
ET MANIBVS PROPRIIS PRAEDIA IVSTA COLENS

Fortunat rappelle volontiers le zèle des grands personnages pour les édifices religieux: " Ecclesiae totum concessit (7), ecclesiae cultor (8), ecclesias ditans „ (9). Le début d'un vers de sa *Vita Martini* (I, 134): *ornatum ecclesiae,* me ferait préférer ECCLESIAE ORNATVM à ORNATVS, qui est moins naturel; toutefois la correction ne s'impose pas. VASIS SACRATIS se retrouve dans un chant du même poëte: " Haec tibi templa dabunt et *vasa sacrata*, sacerdos „ (10).

La lecture du présent distique nous fait penser aussitôt à l'église de Payerne, construite par notre saint, et dont la dédicace fut célébrée le 24 juin 587 (11). L'auteur du *Cartulaire* qui nous transmet ce détail eut probablement entre les mains

(1) *Fortunati Carm.* IV, 2; ed. Leo, p. 80; Le Blant, n. 2.
(2) *Fortunati Carm.* IV, 1; ed. Leo, p. 79; Le Blant, n. 197.
(3) *Fortunati Carm.* IV, 8; ed. Leo, p. 84; Le Blant, n. 582.
(4) *Fortunati Carm.* IV, 10; ed. Leo, p. 86; Le Blant, n. 586.
(5) *Fortunati Carm.* IV, 13; ed. Leo, p. 88; Le Blant, n. 650B.
(6) *Fortunati Carm.* IV, 12; ed. Leo, p. 88; Le Blant, n. 643.
(7) *Fortunati Carm.* IV, 9; ed. Leo, p. 85; Le Blant, n. 585.
(8) *Fortunati Carm.* IV, 3; ed. Leo, p. 81; Le Blant, n. 3.
(9) *Fortunati Carm.* IV, 18; ed. Leo, p. 91; Le Blant, n. 637.
(10) *Fortunati Carm.* I, 15; ed. Leo, p. 18.
(11) *Mon. Doc. Suis. Rom.*, VI, p. 29; *Mémorial de Fribourg*, V, p. 185; MOMMSEN, *l. c.*, p. 228; ARNDT, *l. c.*, p. 13.

Digitized by Google

l'acte de fondation: " Idem servus Christi Marius episcopus in honore sancte Marie genitricis Domini templum et villam Paterniacam in solo construxit proprio; dedicavitque sub die VIII kal. iulii, indicione V, episcopatus vero sui anno XIII, regnante domno Guntrando „. Voilà un exemple de la manière dont Marius avait à cœur ECCLESIAE ORNATVS.

Mais le sens particulier et précis de notre hexamètre est difficile à trouver. Gelpke se contente d'une traduction libre: " Schmiedete künstlich Gefäss zum herrlichen Schmucke der Kirchen „. Peut-être pourrions-nous dire: il prit soin d'orner les églises, ecclesiae ornatus colens, par des vases qu'il consacrait en les fabricant, vasis fabricando sacratis. Il est plus simple de rapprocher *ornatus* de *fabricando*: contribuant à l'ornementation de l'église par des vases sacrés.

Il paraît ainsi hors de doute que Marius confectionnait des vases liturgiques. S. Eloi, évêque de Noyon, était de même habile dans ce genre de travail: " Cum vero videret pater eius tantum filii ingenium tradidit eum inbuendum honorabili viro Abbone vocabulo fabro artifice probatissimo... A quo in brevi huius officii usu plenissime edoctus coepit inter vicinos et propinquos in Domino laudabiliter honorari „ (1). Il est à remarquer que les lois burgondes ont l'air de réserver aux serfs ces ouvrages; elles les mentionnent du moins comme des œuvres serviles: " lectus aurifex; faber ferrarius, argentarius; servus aurifex, argentarius, ferrarius „ (2). L'exemple donné par notre évêque n'en était donc que plus méritoire.

Au reste les anciens reviennent souvent sur l'austérité de ces dignitaires ecclésiastiques se livrant, malgré leur noble origine, aux plus rudes fatigues. Gennadius fait un bel éloge de s. Hilaire d'Arles: " Pro reficiendis pauperibus etiam rusticationem contra vires suas homo genere clarus et longe aliter educatus exercuit „ (3). L'épitaphe de ce personnage dit en effet: " Rustica quin etiam pro Christo munia sumens „ (4). Mais on

---

(1) *Vita Eligii* I, 3; ed. Krusch, *Mon. Germ. Hist. Script. Merov.*, IV [1902], p. 671.

(2) *Liber Constitutionum* X, 2, 3, 4; XXI, 2; ed. de Salis, *Mon. Germ. Hist. Leg.* I; *Leg. Germ.* II, 1 [1892], pp. 50, 60.

(3) *Gennadius Mass.*, *De Viris Ill.* LXIX; MIGNE, *P. L.* LVIII, p. 1100.

(4) Le Blant, n. 516.

Digitized by Google

ne peut s'empêcher d'insister sur la vie de s. Nizier écrite par Grégoire de Tours: " Aetate quoque tricinaria presbiterii honore praeditus nequaquam se a labore operis quod prius gessit abstenebat sed semper *manibus propriis* operabatur cum famulis „ (1). Cette vie était connue de Fortunat, le grand ami de Grégoire auquel il avait dédié son recueil de poësies. Quant à l'expression *manibus propriis* il l'intercale dans un de ses vers: " Quae *manibus propriis* alimonia digna ministrat „ (2). Enfin, malgré la diversité du sens et des mots je crois retrouver tout à fait le moule de notre pentamètre dans cet autre de Fortunat: " Talibus officiis praemia iusta metet „ (3).

IVSTITIAE CVLTOR CIVIVM FIDISSIMA VIRTVS

Les membres du clergé assistaient de mille manières les malheureux. Plusieurs inscriptions funéraires d'évêques renferment l'idée de notre hexamètre et des vers suivants. Celle de Priscus de Lyon porte: " Arbitrio iustitiaque potens „ (4); celle de Pantagatus de Vaison: " Arbitriis nam custos patriae rectorque vocatus „ (5). Mais elle n'en est pas moins familière à Fortunat: " Iustitiam tribuens populis (6); Defensoris opem hic omnis perdidit aetas „ (7). Comme tous les personnages dont il s'agit dans ces citations, Marius était l'intègre défenseur de ses concitoyens auxquels il rendait la justice.

Le début IVSTITIAE CVLTOR est fréquent dans l'épigraphie chrétienne. Citons l'épitaphe de Justinien de Verceil, un peu après 450: " *Iustitiae cultor*, sacra sancte praemia legis „ (8), et celle d'un diacre romain: " *Iusticie cultor* vite servator honeste „ (9). Il se trouve dans ce vers de Fortunat: " *Iustitiae*

(1) *Greg. Turon.*, *Liber vitae Patrum* VIII, 2; ed. Krusch, *Mon. Germ. Hist. Script. Merov.*, I [1885], p. 692.

(2) *Fortunati Carm.* II, 8, vers. 29; ed. Leo, p. 37.

(3) *Fortunati Carm.* I, 9; ed. Leo, p. 13; Le Blant, n. 592.

(4) Le Blant, n. 26.

(5) Le Blant, n. 492.

(6) *Fortunati Carm.* IV, 12; ed. Leo, p. 88; Le Blant, n. 643.

(7) *Fortunati Carm.* IV, 9; ed. Leo, p. 85; Le Blant, n. 585.

(8) F. Savio, *l. c.*, p. 424.

(9) De Rossi, *Inscr. christ. urbis Romae*, II, 1, p. 67.

Digitized by Google

cultor pietatis amore coruscans „ (1), d'où il passa chez les poëtes du temps de Charlemagne tels que Alcuin: “ *Iustitiae cultor* sanctae et pietatis amator „ (2); et Angilbert: “ *Iustitiae cultor* cultores diligit omnes „ (3).

NORMA SACERDOTVM PONTIFICVMQVE DECVS

Il y a peut-être ici une réminiscence d'Ovide: *pontificalis honos* (4); mais cette pensée ne serait arrivée dans notre épitaphe qu'en passant par Fortunat: car dans ce dernier elle revêt à deux reprises la forme *pontificale decus* (5), hémistiche que l'anonyme du Mans, son très fidèle imitateur, reproduit au IXe siècle dans l'éloge d'Aldric: “ Aggrediens tandem *pontificale decus* „ (6). Au reste le vers que nous étudions n'est qu'un lieu commun de Fortunat:

> Per quem *pontificum* surgit opimus *honor* (7).
> Unica *pontificum gloria norma* fuit (8).
> *Gloria pontificum... norma sacerdotum* (9).

Notons, pour mémoire, que ces derniers mots furent transcrits plus tard dans l'inscription de Pierre de Pavie (726-774): “ *Norma sacerdotum* columen eximium „ (10).

CVRA PROPINQVORVM IVSTO BONVS ARBITER ACTV
PROMPTVS IN OBSEQVIIS CORPORE CASTO DEI

Nous trouvons chez Fortunat: “ *Cura propinquorum, promptus* ad

(1) *Fortunati Carm.* VI, 1a vers. 21; ed. Leo, p. 130; cf. *Carm.* IV, 2 vers. 79: *iustitiae rector.*

(2) Anno 797. *Alcuini Carm.* XLIII, 5; ed. Dümmler, *Mon. Germ. Hist., Poetae lat. med. aevi*, I [1881], p. 254.

(3) Anno 799. *Angilberti Carm.* VI, 32; ed. Dümmler, *l. c.*, p. 367.

(4) *Ovidii Fast.* III, 420.

(5) *Fortunati Carm.* V, 2; ed. Leo, p. 105; *Appendix* XXXIV, p. 291.

(6) *Carmina Cenomanensia* V, 38; ed. Dümmler, *Poetae lat. med. aevi*, II [1884], p. 627.

(7) *Fortunati Carm.* IV, 1; ed. Leo, p. 79; Le Blant, n. 197.

(8) *Fortunati Carm.* II, 10; Leo, p. 40.

(9) *Fortunati Carm.* V, 18; ed. Leo, p. 122.

(10) DÜMMLER, *Poetae lat. med. aevi*, I, p. 102.

Digitized by Google

omne bonum (1); *Cura* sacerdotum, *promptus* ad omne bonum „ (2). Le pentamètre rappelle cet autre du même poëte: “ Immaculata Deo conservans membra pudore „ (3). La dernière voyelle de CASTO régulièrement longue, est ici considérée comme brève. Je sais bien que des libertés analogues se rencontrent déjà dans les inscriptions damasiennes (4); mais cela n'empêche pas de noter des cas semblables dans Fortunat, par exemple:

Quanto magis hominis reserarit praemia Christi (5).

HVMANIS DAPIBVS FIXO MODERAMINE FVLTVS
PASCENDO INOPES SE BENE PAVIT OPE
IEIVNANDO CIBANS ALIOS SIBI PARCVS EDENDO
HORREA COMPOSVIT QVO MODO PASTOR ABIT

Prudence exprimait ainsi le précepte de la charité:

Estque et illud grande virtutis genus
Operire nudos, indigentes pascere (6).

Tout fidèle la met en pratique. Aussi l'idée renfermée dans nos quatre vers est-elle familière aux vieux auteurs chrétiens. Exemples dans Gruter: “ Prodiga pauperibus nam sibi parca nimis „ (7); dans Chorier: “ Largus pauperibus parcus sibi „ (8); dans la *Sylloge de Verdun*: “ Largus pauperibus, dives tibi, carus amicis „ (9); dans un manuscrit cité par Le Blant: “ Prompta peregrinis parca modesta sibi „ (10). Le pape Damase avait écrit sous la même inspiration:

Haec mihi cura fuit nudos vestire petentes
Fundere pauperibus quidquid concesserat annus (11).

---

(1) *Fortunati Carm.* IV, 7; ed. Leo, p. 84; Le Blant, n. 212. Je cite d'après ce dernier. Leo admet une variante que le passage parallèle cité ci-après semble comprouver.

(2) *Fortunati Carm.* II, 11; ed. Leo, p. 41.

(3) *Fortunati Carm.* IV, 6; ed. Leo, p, 83; Le Blant, n. 556.

(4) *Damasi Epigramm.*; ed. Ihm [1895 Leipzig] p. 134, *correptio finalium.*

(5) *Fortunati Vita Martini* II, 215; ed. Leo, p. 321.

(6) *Prudent.*, *Cathemerinon*, VII. 211-212; MIGNE, *P. L.*, LIX, p. 855.

(7) GRUTER, 1167, 1.

(8) CHORIER, *Recherches sur les antiquités de Vienne* [1659; nouv. ed. 1828 Lyon] p. 322.

(9) DE ROSSI, *l. c.*, p. 137.

(10) LE BLANT, *Inscr. chrét.*, II, p. 182.

(11) *Damasi Epigrammata*, ed. Ihm, p. 38.

Digitized by Google

La *Sylloge de Tours* nous a conservé ces vers écrits en l'honneur des *Martiri greci* de Rome:

> Divitias proprias Christi praecepta secuti
> Pauperibus larga distribuere manu (1).

Sur la tombe de s. Avit de Vienne on lisait: " Distribuit parcus, pascit ieiunus amando „ (2); sur celle du Pape Félix Ier († 507): " Largus miseris solatia praestans „ (3); sur celle de s. Grégoire le Grand († 604): " Esuriens dapibus superavit frigora veste „ (4); sur celle d'un diacre au cimetière de Calliste: " Pauperibus dives sed sibi pauper erat „ (5). Enfin l'auteur de la vie de s. Éloi dit de son héros: " Cum esset aliis misericors, sibi ipsi erat durissimus „ (6). J'ai multiplié les citations à dessein, pour montrer quel est le thème ordinaire de ces éloges et le développement qu'on leur donne. Nous pourrons ainsi mieux établir la comparaison avec Fortunat. Voici comment ce poëte exprime la même idée:

> Dum tibi restrictus maneas et largus egenis (7).
> . . . Placido ieiuna servas
> Et satias alios subtrahis unde tibi (8).
> Unde foves inopes semper satiata manebis
> Et quem sumit egens fit tuus ille cibus (9).

Voilà bien certes qui rappelle PASCENDO INOPES SE BENE PAVIT OPE. Je trouve même l'allitération INOPES .... OPE dans ce vers de Fortunat: " Qui sacras *inopi* distribuistis *opes* „ (10). Enfin le mot MODERAMEN, employé dans notre épitaphe avec le sens de *moderatio*, a la même signification chez le poëte de Poitiers (11).

---

(1) DE ROSSI, *l. c.*, p. 67.
(2) LE BLANT, n. 402.
(3) DE ROSSI, *l. c.*, p. 57.
(4) DE ROSSI, *l. c.*, p. 52.
(5) DE ROSSI, *l. c.*, p. 67.
(6) *Vita Eligii* II, 8; ed. Krusch, *Mon. Germ. Hist. Script. Merov.*, IV [1902] p. 701.
(7) *Fortunati Carm.* III, 11; ed. Leo, p. 63.
(8) *Fortunati Carm.* IX, 9; ed. Leo, p. 215.
(9) *Fortunati Carm.* VI, 3; ed. Leo, p. 135.
(10) *Fortunati Carm.* V, 8B; ed. Leo, p. 119.
(11) *Fortunati Carm.*; ed. Leo, *Index elocutionis*, p. 407, ad verb.: *Moderamen.*

Digitized by Google

La phrase HORREA COMPOSVIT QVOMODO PASTOR ABIT est malaisée à traduire. Dire avec Arndt (1): " dass er bei seinem Hinscheiden wohlgefüllte Kornkammern hinterliess ", c'est tourner habilement la difficulté par une formule élastique et des termes imprécis. De plus QVOMODO ne paraît pas synonyme de *quando*. Quant au mot HORREA, pris dans son contexte, il est plus obscur qu'il ne le paraît à première vue. On y voit généralement la mention de greniers publics construits par le bienfaisant pontife en faveur des pauvres. Mais alors la fin du vers est une énigme. Faut-il prendre ABIT dans un sens très vague. le remplacer peut-être par HABET, ce qui en somme ne répugne pas, car ni l'omission de l'H, ni la confusion des voyelles E et I ne sauraient nous surprendre? Nous aurions alors le sens proposé par l'abbé Genoud: " comme un pasteur doit le faire ". Cela ne satisfait pas entièrement et j'aime mieux demander des explications à Fortunat. Il y a parallélisme entre le distique HVMANIS DAPIBVS..... et le distique IEIVNANDO CIBANS..... Or le premier, plus clair, nous apprend que Marius s'est nourri en nourrissant les pauvres; c'est-à-dire que ses biens, distribués en aumônes, loin d'être à jamais perdus, lui seront redonnés par le Seigneur. C'est en somme la pensée de l'office des Confesseurs non Pontifes: " Hic vir despiciens mundum et terrena triumphans divitias caelo condidit ore manu ". Elle a son fondement dans l'Évangile: " Thesaurizate vobis thezauros in caelis " (Matth., VI, 20). Nous la rencontrons mainte fois sur les lèvres de Fortunat, soit exprimée simplement: " Misisti ad caelos quas sequereris opes " (2), soit avec la mention plus explicite de greniers célestes où l'on entasse des fruits éternellement durables :

> Fructibus aeternis ut *compleant horrea* caeli (3).
> *Horrea praemittis* melius quam condita servans;
> Quas sic diffundis dat paradisus opes (4).

Il me semble que l'épitaphe de Marius a le même sens: en se privant pour les pauvres, l'évêque avait amassé des provisions

(1) ARNDT, *l. c.*, p. 16.
(2) *Fortunati Carm.* IV, 27; ed. Leo, p. 100; cf. IV, 5, p. 82.
(3) *Fortunati Carm.* V, 3; ed. Leo, p. 107.
(4) *Fortunati Carm.* III, 13; ed. Leo, p. 66.

Digitized by Google

dans le ciel: il en jouit dès qu'il est mort. Ce bon pasteur s'est rempli des greniers, HORREA COMPOSVIT, là où maintenant il s'en est allé (s'en va?), QVO MODO PASTOR ABIT. L'adverbe MODO pris dans le sens de *nunc* est familier à Fortunat (1).

PERVIGIL IN STVDIIS DOMINI EXORANDO FIDELIS

A propos de cet hexamètre je rappellerai d'abord le distique de Fortunat:

> *Ingenio vigilans* dives quoque dogmate Christi
> Et meruit *studio* multiplicare gradum (2).

Le même poëte dit à deux reprises: " *Florens in studiis* et sacra in lege *fidelis* „ (3), rapprochement remarquable, non seulement à cause des mots IN STVDIIS.... FIDELIS et de la place qui leur est assignée; mais aussi parce que plusieurs vers de Fortunat commencent par PERVIGIL (4). Waitz préfère DOMINVM à DOMINI. Cette correction paraît autorisée par la cadence du vers qui comprendrait ainsi deux parties assonantes. Alors le sens serait complet après STVDIIS dont il faudrait séparer DOMINI pour le joindre, sous la forme DOMINVM, à EXORANDO. Malgré cela, la leçon DOMINI peut être conservée, puisqu'en somme elle est explicable: Marius consacrait ses veilles à l'étude des sciences divines, STVDIIS DOMINI.

NVNC HABET INDE REQVIEM FESSA CARO VNDE FVIT

Le *Cartulaire* donne le vers sous cette forme: " Nunc habet inde requiem unde caro fessa fuit „. C'est la paraphrase du beau mot de Prudence: " Ad astra doloribus itur „ (5). Mais en fait de pentamètre — car ce doit être un pentamètre — on peut désirer mieux. Le nombre même des syllabes est trop grand. Hauréau propose de lire en accentuant les mots VNDE et INDE de façon à laisser entièrement tomber la dernière voyelle: " Nunc habet ind' requiem, und' caro fessa fuit „, comme si le poëte avait escamoté les deux brèves. Waitz cite en note la conjec-

(1) *Fortunati Carm.*, *Index elocutionis*, p. 407; ad verbum: *Modo.*
(2) *Fortunati Carm.* IV, 9; ed. Leo, p. 86; Le Blant, n. 585.
(3) *Fortunati Carm.* V, 12; ed. Leo, p. 120; IX, 8; p. 215.
(4) *Fortunati Carm.* II, 9; ed. Leo, p. 39; V, 3; p. 106.
(5) *Prudent.*, *Cathemerinon*, X, 92; MIGNE, *P. L.*, LIX, p. 883.

Digitized by Google

ture sans l'apprécier. Elle est pour le moins curieuse. L'abbé Genoud en prend trop à son aise quand il écrit: " Nunc habet requiem quum caro fessa fuit "; de quel droit supprimer *inde* et changer *unde* en *quum*? Wild avait écrit *in requiem*, erreur manifeste; et Zurlauben: *hinc requiem*, ce qui ne suffirait pas encore; car il resterait toujours le monstrueux second hémistiche, bien plus embarrassant que le premier. Je crois que Fortunat va nous donner une solution meilleure et plus simple. Notons, en passant, une antithèse semblable, quoique habillée de mots différents, dans un de ses vers: " Quo labor est potior gloria " maior erit " (1). Notons aussi que chez lui l'opposition entre *inde* et *unde* se rencontre fréquemment, de façon toutefois que l'*inde* ou l'*unde* du second hémistiche précède immédiatement le dernier mot:

Mors fuit unde prius lux fovet *inde* vires (2).
Tu magis unde subis mitior *inde* manes (3).
Unde magis coluit praetulit *inde* pater... (4).

Si, dans la phrase qui nous occupe, nous transportons à cette place le mot *unde*, la dernière syllabe de *caro* s'élidera, et nous aurons: FESSA CARO VNDE FVIT, ce qui est irréprochable. Reste la première partie: point n'est besoin de tout bouleverser. Le fait que nous trouvons parfois dans Fortunat *pretium*, *genua*, comptés pour deux syllabes (5) nous autorise à en faire autant pour *requiem*, et notre pentamètre est juste: NVNC HABET INDE REQVIEM FESSA CARO VNDE FVIT. Le copiste avait donc transcrit les mots en les transposant, mais sans les changer.

QVEM PIETATE PATREM DVLCEDINIS ARMA TENENTEM
AMISSIS TERRIS CREDIMVS ESSE POLIS.

Le manuscrit porte: *arma tuentem*. Impossible d'expliquer ce texte sans le modifier. Mommsen propose *arva tuentem*, je ne comprends pas bien pourquoi; Wild met *arma petentem*, ce qui

---

(1) *Fortunati Carm.* II, 16; ed. Leo, p. 44.
(2) *Fortunati Carm.* II, 14; ed. Leo, p. 42.
(3) *Fortunati Carm.* VI, 1a; ed. Leo, p. 129.
(4) *Fortunati Carm.* IX, 1; ed. Leo, p. 202.
(5) *Fortunati Carm.* II, 2; ed. Leo, p. 28; II, 6; p. 34; *Vita Martini*, I, 387; ed. Leo, p. 308.

Digitized by Google

donne un sens aussi obscur que *tuentem*; M. l'abbé Genoud, avec plus de raison, *tenentem*. Une finale de Fortunat: *arma tenenda viris* (1), rend cette dernière conjecture très plausible. D'ailleurs, un évêque paternel qui manie les armes de la douceur, DVLCEDINIS ARMA TENENTEM, cela se conçoit bien. La méprise *tuentem* pour *tenentem* est explicable de la part du copiste.

Une formule plus ou moins analogue au dernier vers de notre inscription se retrouve dans des épitaphes gauloises: " Ob quod praerutilum detinet ipse *polum* (2); Monstras quippe tibi iura patere *poli* „ (3); et sur une autre de S. Paul de Rome: " Quem tenet angelicus coetus in arcė *poli* „ (4). Mais les ressemblances avec les textes de Fortunat sont bien plus frappantes:

> Qui modo post tumulos intrat honore *polos* (5).
> Nobilis in *terris* dives eundo *polis* (6).
> Inter apostolicos *credimus esse* choros (7).

En combinant ces deux derniers pentamètres, nous reconstituons presque celui de notre épitaphe: TERRIS CREDIMVS ESSE POLIS. Nous trouvons ici, come en plusieurs autres vers du même morceau, la rime, ou du moins l'assonance entre deux hémistiches. C'est encore une particularité chère à Fortunat (8).

Telle est cette inscription que je voudrais avoir expliquée un peu. On le voit, de nombreux textes similaires peuvent être rapprochés de presque tous nos distiques. En les comparant les uns aux autres, on arrive à la conclusion suivante: à côté de rapports vagues et lointains avec S. Damase, Prudence, Ennodius, à côté d'analogies plus sérieuses avec telle ou telle épitaphe, souvent postérieure, nous trouvons une ressemblance remarquable et continuelle avec Fortunat. Les vers de ce poëte nous ont même aidés à corriger des fautes manifestes imputables au copiste. Ces corrections ne sont point une pétition de prin-

---

(1) *Fortunati Carm.* III, 12; ed. Leo, p. 65.
(2) Le Blant, n. 34.
(3) Le Blant, n. 321.
(4) NICOLAI, *Della Basilica di san Paolo* [1815 Roma] p. 141.
(5) *Fortunati Carm.* IV, 2; ed. Leo, p. 80; Le Blant, n. 2.
(6) *Fortunati Carm.* IV, 4; ed. Leo, p. 81; Le Blant, n. 559.
(7) *Fortunati Carm.* IV, 5; ed. Leo, p. 83; Le Blant, n. 555.
(8) *Fortunati Carm.*, ed. Leo, *Index rei poeticae*, p. 426, lin. 8.

Digitized by Google

cipe; car, indépendamment de la conjecture présentée dans ce travail, il était naturel de demander à un poëte contemporain des lumières sur certains passages obscurs. Mais, après coup, l'importance du secours donné par Fortunat n'échappe à personne.

Je ne crois pas exagérer en disant que tant de coïncidences ne sauraient être fortuites (1): l'auteur de l'épitaphe lausannoise a des rapports trop nombreux avec le poëte poitevin pour qu'ils soient l'effet du hasard. Nous ne pouvons nous soustraire à ce dilemme: ou bien les deux auteurs doivent être identifiés, ou bien, s'ils sont distincts, l'un copie l'autre. Cette seconde conjecture se dédouble: on peut se demander si Fortunat utilise notre épitaphe, ou si plutôt le rédacteur de cette dernière a mis à profit Fortunat. Mais la seconde de ces suppositions mérite seule l'examen. L'autre est invraisemblable *à priori*; elle a du reste contre elle ce fait que Marius meurt au moment où le poëte a composé presque toutes ses œuvres.

Peut-être un admirateur de Fortunat avait-il entre les mains son recueil poétique et s'en est-il inspiré pour la rédaction de l'épitaphe? Cela n'est pas impossible. Dès le VII^e^ siècle les Bretons utilisèrent ces poëmes (2) et les littérateurs de l'école carolingienne les mirent largement à profit. Cependant si l'on observe que l'inscription fut écrite selon toutes probabilités aussitôt après la mort de Marius et par conséquent plusieurs années avant celle de Fortunat, on avouera que les œuvres de ce personnage purent difficilement être utilisées à Lausanne vers 594, puisqu'elles venaient à peine de paraître, à l'autre extrémité des Gaules.

---

(1) M. le D. Egli (*Christl. Inschr. der Schweiz*, p. 23) a remarqué l'un ou l'autre de nos rapprochements. Une fois même il fut tenté d'attribuer notre inscription à Fortunat; mais il y renonça aussitôt: " Trotz der Anklänge an Fortunat darf dieser nicht als Verfasser der Mariusinschrift bezeichnet werden; es fehlen ihr die für Fortunat am meisten charakteristischen von Le Blant zu Nr. 31 zusammengestellten Wendungen ". Le Blant donne au n. 31 non pas les expressions caractéristiques de Fortunat, mais " quelques-unes de ses répétitions ". Même parmi ces répétitions il y a: *mors inimica, membra sepulcra tegunt*, que nous retrouvons avec de très légères modifications dans notre épitaphe. On vient de voir combien ce petit texte rappelle le style et le genre de Fortunat.

(2) De Rossi, *l. c.*, p. XLIX.

Digitized by Google

De plus, je n'ignore pas que des vers entiers ont été empruntés à Fortunat — plus tard — par des faiseurs d'inscriptions (1); mais l'épitaphe de Marius ne rappelle pas seulement tel ou tel de ses vers, telle ou telle de ses compositions dont on aurait ajouté des extraits les uns aux autres. Le compilateur devrait non seulement avoir retenu quelques fragments de Fortunat, mais s'en être approprié la manière personnelle de façon à penser et parler comme lui, donnant au vers le même tour, le remplissant des mêmes idées. Qu'on lise les cinq ou six premiers morceaux du IV^e^ livre des *Carmina* et qu'après s'en être bien mis la cadence dans l'oreille on parcoure aussitôt l'épitaphe de Marius; l'on aura de la peine à reconnaître que le tout n'est pas du même auteur. Nous n'avons point affaire à un centon; car un artiste capable de le composer aurait laissé d'autres preuves de son habileté, ou du moins le souvenir de son nom. Parmi les nombreux imitateurs de Fortunat aucun n'a jamais réussi à le contrefaire de la sorte: il s'en faut de beaucoup.

Il est plus simple de voir dans Fortunat l'auteur même de l'inscription. En somme rien n'empêche qu'il ait écrit pour Lausanne comme il le fit pour Trèves (2) ou pour Mayence (3). Nous avons des preuves de ses relations avec le haut clergé d'Autun (4) auquel Marius devait être bien connu, puisque, au dire du *Cartulaire*, il était natif du pays des Eduens.

Les rapports de notre inscription avec des textes antérieurs s'expliqueraient fort bien: car Fortunat eut entre les mains des recueils d'inscriptions métriques faites avant lui (5). Enfin nous ne nous laisserons pas arrêter par une objection spécieuse qui pourrait se présenter à quelque esprit: pourquoi parmi les manuscrits où nous trouvons les œuvres de Fortunat n'y en a-t-il pas un seul qui contienne l'épitaphe de Marius? La raison est aisée à saisir. Ces manuscrits se divisent en deux classes (6). La première comprend un recueil dont l'ordonnance remonte au

(1) Le Blant, *Inscript. chrét.*, I, p. 318, note 2.
(2) *Fortunati Carm.* III, 11; ed. Leo, p. 63.
(3) *Fortunati Carm.* IX, 9; ed. Leo, p. 215.
(4) *Fortunati Carm.* V, 6; ed. Leo, p. 112.
(5) De Rossi, *l. c.*
(6) Voir la préface de l'édition Leo.

Digitized by Google

poëte lui-même et qui fut par lui dédié à Grégoire de Tours, comme il le dit dans sa préface. Grégoire étant mort en 594, le recueil fut achevé du vivant même de Marius: l'épitaphe de ce dernier ne pouvait donc s'y trouver. La seconde classe de manuscrits nous conserve d'autres poëmes; mais cette collection ne complète pas entièrement la première: certaines œuvres de Fortunat ne figurent dans aucune des deux, par exemple l'épitaphe de Caratène (1), celle de Magnéric de Trèves (2). Il ne faudrait donc nullement s'étonner si notre inscription avait subi le même sort. D'autant plus qu'elle serait nécessairement une des dernières productions de l'auteur.

Vers le soir de sa vie, l'aventureux poëte dont chaque parole avait été jadis un chant, brisa soudain sa lyre. Les lourds honneurs dont on chargea ses épaules et qu'il prit au sérieux le firent parler... un peu plus en prose. Sa carrière poétique se clot où s'ouvre sa carrière épiscopale (3). Or Fortunat devint évêque sept ou huit ans après la mort de sainte Radegonde († 587) sa protectrice (4), c'est-à-dire vers le temps où Marius partit pour le ciel. Au terme des péripéties de sa longue vie d'artiste et sur le point de dire aux muses un éternel adieu, il aurait consacré ses derniers vers à la mémoire de notre évêque.

Nous pouvons ainsi tirer une double conclusion. D'abord il n'est sans doute pas inutile d'avoir relevé des rapports entre l'épitaphe de Marius et les œuvres du grand poëte chrétien: ces rapports sont réels et remarquables. En outre il n'est peut-être point téméraire d'avoir fait un pas de plus en proposant d'attribuer à Fortunat lui-même notre document épigraphique. D'autres viendront et, plus habiles, feront autour de cette conjecture une plus abondante lumière; elle semble d'ores et déjà reposer sur des raisons intrinsèques assez fortes pour être prise au sérieux, quoiqu'il n'y ait pas une nécessité absolue, inéluctable, de lui donner son adhésion.

Avril 1904.

---

(1) Le Blant, n. 31; cf. n. 218.

(2) *Fortunati Carm.*, Append. XXXIV; ed. Leo, p. 291.

(3) Duchesne, *Fastes épiscopaux de l'ancienne Gaule*, II [1899 Paris] p. 83.

(4) Bardenhewer, *Les Pères de l'Église*, trad. française, III [1899 Paris] p. 196.

Digitized by Google

Per la critica degli Acta apocrypha Thomae.

Nota di AUGUSTO MANCINI.

Degli Atti greci di S. Tommaso noi conosciamo due redazioni: una più ampia, edita con grande cura da Max Bonnet (*Acta Philippi et Acta Thomae, accedunt Acta Barnabae,* Lipsiae, Mendelssohn, MCMIII, pp. XV-XXVII, 99-291), l'altra più breve, di cui ci ha offerto un testo senza dubbio migliore e più completo del Malan e del James il dott. Donato Tamilia, uno dei pochi che in Italia si occupino con frutto di letteratura greca cristiana (*Acta Thomae apocrypha,* nei *Rendiconti dei Lincei,* XII, 9-10, pp. 385-408). Il Malan aveva fatto conoscere la breve redazione pubblicandone (*The Conflicts of the holy Apostles,* Londini, Nutt, 1871) la versione inglese da un testo etiopico contenuto in un solo manoscritto, di proprietà privata: il James (*Apocrypha Anecdota* II in Robinson, *Texts and Studies Contributions to biblical and patristic Literature,* V, 1, pp. XXXII-XLIV, 28-63) ne divulgò il testo greco secondo il cod. Brit. Mus. Add. 10073 ff. 128-153, ma con poca sicurezza critica, senza unità di criteri nell'emendare, sicchè in più d'un luogo si resta incerti se in cambio di un'edizione critica il James abbia voluto darci una inutile edizione diplomatica. In compenso il James fece alcune buone osservazioni sul contenuto e sull'origine dei nuovi atti greci, sollevando la questione se derivassero, come la redazione etiopica del Malan, da un originale coptico. Tale ipotesi parve accettabile al Bonnet (p. XXIV), che ebbe anche notizia dell'esistenza della redazione greca nel codice Chigiano R VI 39 (Cfr. *Catal. codicum graecorum hagiogr. bybl. Chisianae de Urbe,* negli *Analecta Bollandiana.* XVI (1897), p. 301). Oltre il Chigiano (*C*) il Tamilia ebbe a sua disposizione il cod. gr. della Nazionale di Roma n. 20 (*N*) e questo egli seguì di regola nella sua edizione. La quale, per quanto lodevole, deve considerarsi piuttosto come saggio preparatorio ad una futura edizione che come sufficiente edizione. Quando noi possederemo della breve redazione (*B*) un testo quale ci hanno procurato

Digitized by Google

per l'altra (*A*) i lunghi e pazienti studi del Bonnet, potremo affrontare con migliore successo i problemi non lievi dell'origine e dei rapporti delle due redazioni, così importanti non solo per il loro contenuto (Cfr. Richard Adalbert Lipsius, *Die apocryphen Apostolgeschichten und Apostellegenden,* Braunschweig, Schwetschke, 1884, I, 1, 553; II, 2, 172-5), ma anche per la loro forma, così interessante per gli studiosi di grammatica storica (Cfr. Bonnet, pp. 359-382).

Un nuovo codice della redazione *B* mi è occorso di trovare nel fondo del Monastero basiliano del Salvatore nella Biblioteca Universitaria di Messina e ne comunico quanto possa interessare e servire di regola nell'apprezzamento del manoscritto ad un futuro editore. Dei tre manoscritti di cui si è servito il Tamilia, ***M***, il codice del James, ed *N* (cfr. Tamilia, *Index codicum graecorum qui in bybl. nat. adserv.*, in *Studi italiani di fil. class.*, X, 223-236) sono del sec. XV, *C* del sec. XII: il Messinese 30 (***Mn***) porta la data del 1308. Per la descrizione del manoscritto rimando al diligente catalogo dei codici agiografici messinesi procurato recentissimamente dal Delehaye (negli *Analecta Bollandiana*, XXIII (1904), pp. 41-46) ed alle sommarie indicazioni del Fraccaroli (negli *Studi ital. di filol. classica,* V, 510 511) e del Rossi (*Catalogo dei codici greci del S. Salvatore*, nell' *Archivio storico messinese,* II (1902), p. 25): aggiungo soltanto che il codice è scritto, nelle parti almeno che io ho esaminato, sotto dettatura e da uno scrittore ignorante e negligentissimo, al punto che più d'una volta occorse non lieve fatica a restituire la vera lezione dagli incredibili deturpamenti degli etacismi e degli itacismi. Tutto questo lavoro di restituzione è presupposto per il materiale che comunico.

Mn contiene, come vedremo, brevi notizie sul Martirio dell'Apostolo ed ha quindi per titolo Πράξεις καὶ μαρτύριον τοῦ ἁγίου ἀποστόλου Θωμᾶ. Per determinare il rapporto di ***Mn*** coi tre codici del Tamilia giova conoscere il testo di ***Mn*** corrispondente all'edizione del James I, II, III e a quella del Tamilia, p. 5 (387) — p. 6 (388), r. 8. Ἐγένετο μετὰ τὸ ἀναστῆναι τὸν κύριον ἡμῶν Ἰησοῦν Χριστὸν ἐκ νεκρῶν, συνήθροισεν τοὺς δώδεκα μαθητὰς

Digitized by Google

αὐτοῦ καὶ λέγει αὐτοῖς· Δεῦτε τὰ μέλη μου τὰ ἐκλεκτὰ καὶ τίμια· ἐκάλεσα γὰρ ὑμᾶς υἱοὺς καὶ κληρονόμους, ὅτι ἠγάπησα ὑμᾶς· δεῦτε νῦν καὶ θῶμεν κλήρους πρὸς ἀλλήλους καὶ ποίησατε ὅλον τὸν κόσμον δώδεκα μέρη· καὶ μαθέτω (*Mn* μαθήτω) ἕ κ α σ τ ο ς τὸ λαχὸν αὐτοῦ μέρος καὶ πορευθέντες κηρύξατε ἐν αὐταῖς (*sic*) τὸ εὐαγγέλιόν μου, ἵνα ἑνωθῇ (*Mn* ἐνοθη) ὁ κ ό σ μ ο ς ε ἰ ς τ ὴ ν π ί σ τ ι ν ὑμῶν. μὴ φοβεῖσθε οὖν· πολλοὺς γὰρ κόπους καὶ διωγμοὺς μέλλετε παθεῖν διὰ τὸ ὄνομά μου· ἀλλ' ὑπομείνατε ἕως ἂν καταβάλητε (*Mn* καταβάλλιται *C* λάβητε) τὴν πλάνην τῆς εἰδωλομανίας καὶ ἐπιστρέψατε πάντα τὰ ἔθνη εἰς θεογνωσίαν. μνήσθητε ὅσους κόπους ὑ π έ μ ε ι ν α δ ι ὰ τ ὴ ν λ ύ τ ρ ω σ ι ν τ ῶ ν ψ υ χ ῶ ν α ὐ τ ῶ ν. Ἀποκριθεὶς δὲ Θωμᾶς ὁ ἀπόστολος εἶπεν τῷ Ἰησοῦ· Κύριε, ἰδοὺ ἐγώ, ἔλαχέν μοι ὁ κλῆρος ἵνα ἀπέλθω εἰς τ ὴ ν ἄ ν ο μ ο ν πόλιν καὶ χ ώ ρ α ν τ ῆ ς Ἰ ν δ ί α ς καὶ ἔμαθον, δέσποτα, ὅτι οἱ ἄνθρωποι τῆς χώρας ἐκείνης ὅμοιοί εἰσιν τοῖς θηρίοις τῆς γῆς, καὶ κόπος οὖν ἐστιν ἵνα δέξωνται (*Mn* δέξονται) τὸ εὐάγγέλιόν σου, κύριε. Il Tamilia ha già rilevato le affinità di *M* con *C*: già dal principio degli Atti appare evidente come *Mn* dipenda dallo stesso archetipo di *M* e di *C*. Chi poi consideri quanto arbitrari siano i mutamenti in *M* (cfr. Tamilia p. 4) e come le lezioni spaziate fossero considerate finora come caratteristiche di *C*, concluderà per un rapporto più stretto fra i due codici più antichi *C*, *Mn*. Vedremo come queste conclusioni siano precisate dai successivi confronti. L'omissione in *C* delle parole καὶ ἐπιστρέψατε π. τ. ἔ. εἰς θεογνωσίαν che occorrono con qualche differenza in *M*, *Mn*, e l'affinità di *Mn* con *N* per le ultime parole Κύριε, ἰδοὺ ... τὸ εὐαγγέλιόν, σου, κύριε, rendono probabile che da un Ω, lontano archetipo comune ai nostri quattro codici, *Mn* sia derivato più prossimamente di *N*, che nella prima parte fa l'impressione di testo *retractatus*, e di *M C*. Che ciascuno poi dei nostri manoscritti presenti lezioni proprie è nella natura stessa dei testi agiografici ed un effetto della loro diffusione. — Che poi *Mn* presenti parecchie buone lezioni che lo rendono complessivamente non inferiore non solo a *M* ma anche a *C*, io non dubito. Al δῶμεν κλήρους di *MC* preferisco θῶμεν κλήρους, allo στηριχθῇ ὁ κόσμος εἰς τὴν πίστιν di *C* l'ἑνωθῇ ὁ κόσμος εἰς τ. π., soddisfa anche ἂν καταβάλητε, di cui il λάβητε di *C* è un'ovvia corruttela. Gli scambi di lettere assai frequenti in questo tardo greco (cfr. per

Digitized by Google

lo scambio di ε ed η Bonnet, p. 376) non mi hanno fatto esitare nell'emendamento μαθέτω, mentre sono stato assai incerto se ammettere ἵνα δέξονται come ha fatto il James, così comuni essendo gli scambi fra l'indicativo e il congiuntivo, e particolarmente fra l'indicativo futuro e il congiuntivo aoristo. Che in *Mn* la lezione a senso κηρύξατε ἐν αὐταῖς faccia sospettare in τὸ λαχὸν αὐτοῦ μέρος un sostituto di un τὴν λαχοῦσαν αὐτῷ χώραν di *MC* non v'è dubbio, e nemmeno che in altri luoghi si possa rinunziare ad *Mn*, che presenta come tutti i codici agiografici le sue sostituzioni personali; ma ciò non infirma il valore, pur sempre relativo, del manoscritto. Il Tamilia nota saggiamente 'in textu autem constituendo libris religiosissime usus sum: nihil aut non multum supplevi nisi coactus... nihil mutavi; quae enim e sermone decrepitae aetatis excusari posse videbantur, intacta reliqui' (p. 4); ma io credo che il suo conservatorismo, trattandosi di un saggio di edizione critica, sia talora eccessivo. *N* è certamente un codice degno di considerazione, che ha conservato alcune particolarità del lontano archetipo con una certa esattezza, ma come giustamente il Tamilia gli preferisce qua e là *C*, così tutta la tradizione deve essere prudentemente unificata non solo con la libera scelta fra le lezioni varie, ma con qualche lieve emendamento. Il Tamilia, per es., accetta da *N* ὅμοιοί εἰσι τοῖς θηρίοις τοῖς γῆς (τοῖς ἀγρίοις τῆς γῆς *M C*, τοῖς θηρίοις τῆς γῆς *Mn*), ed è uno scrupolo eccessivo. Nonostante p. 6, 12 εἰς τὴν χώραν τὴν λαχοῦσαν, p. 11, 15-16 σὺ γὰρ εἶ ὁ ποιμὴν ὁ καλός, non possiamo spingerci ad un τοῖς θηρίοις τοῖς ⟨τῆς⟩ γῆς, ma è pur necessario (cfr. p. 6, 11, 12; 10, 2; 11, 18 ἐπὶ τὴν γῆν...; 10, 23 τὰ θεμέλια τῆς γῆς...) riconoscere in *N* un vizio d'itacismo e scrivere τοῖς θηρίοις τῆς γῆς. Non altro che un vizio d'itacismo io riconosco pure nella forma ἱκέτης rispettata dal Tamilia.

Delle differenze di *Mn* dal testo del Tamilia noto soltanto quelle che hanno effettivo valore o perchè considerevoli in sè, o perchè significative per il carattere del manoscritto.

P. 6 ὁ κύριος ἕκαστον συμπορεύομαι ὑμῶν (propriam. σῦν πορεύωμε ὑμῶν; è evidente l'omissione di μετά per errore). È poi interessante lo scambio del presente col futuro. ἕως ὅτε ἀναστάντες δὲ ἀμφ. διδάξαι ἐν αὐτῇ ἐπειδὴ οὐχ εὗρον λέγει Θωμᾶς μήποτε δυνησόμεθα οὕτως γὰρ ἀνὴρ ἦλθεν πα-

Digitized by Google

ρεχόμενος — p. 7 πόθεν ἐστέ; λέγει αὐτῷ ὁ ἅγιος Πέτρος· περὶ τίνος ζητεῖς; λέγει αὐτῷ ὁ πρ. (Cfr. *MC*) μαθεῖν ὑμῶν ἐὰν δοῦλοι ἐστὲ εἴτ' ἐλεύθεροι ἑνὸς δεσπότου ἕως οὗ ὁ κύριος καὶ δεσπότης ἡμῶν καὶ ταῦτα λεγόντων ἡμῶν (un fenomeno, direi, psicologico nella corruttela dei testi agiografici!) χαίροις, ὁ ἐπίσκοπός μου Πέτρε ὁ κληρονόμος τῆς β. ὁ τ. ἐλάλησεν αὐτοῖς. καὶ ὁ 'I. ἀπομήκοθεν αὐτοῖς ἀπ. ἐκ. ἐπάνω λίθου ἥν τινα θέλεις (sono dei casi incerti, potendosi restituire θέλῃς, ma avendosi d'altra parte le prove sicure di ἥν coll'indicativo) ἕνα ἐκ τῶν οἰκετῶν σου ἐκ τῶν δύο συμφωνῶ σοι (altro scambio di presente e futuro) οἰκογενής μου È degno di nota come ***Mn*** presenti regolarmente la forma Ματθαίας; di Ματθαῖος abbiamo un solo esempio a p. 6, 11. — p. 8 ἐστίν ποιήσῃς μοι τὴν ὠνήν (cfr. Bonnet, p. 102, 1, 4) οὐ χρείαν ἔχομεν γράφω σοι (presente per futuro) τὴν ὠνὴν τῇ ἰδίᾳ αὐτοῦ χειρὶ τὸν οἰκέτην τοῦτον ἔξωθεν πάσης ἔδωκεν τῷ πραγμ. λέγων· δὸς οὖν τὴν μίαν ὁλκὴν εἰς ὄνομα τοῦ πατρὸς πτωχοῖς καὶ χήραις καὶ ὀρφανοῖς· δοῦλος γὰρ εἶ τῆς ἁγίας τριάδος· δὸς τὴν ἄλλην ὁλκὴν εἰς ὄνομα τοῦ υἱοῦ καὶ διδασκάλου σου· τὴν δὲ ἄλλην εἰς ὄνομα τοῦ ἁγ. πν. Λέγει αὐτῷ Θωμᾶς δέσποτα κύριε ἀνελήφθη ἀπ' αὐτῶν ὁ Ἰησοῦς ἀλλήλους θεωροῦμεν — p. 9 ὅτε συνέξει ἐν τῇ ἄνω ἀφωρίσθησαν καὶ εὐτυχής αὕτη ἐστίν· παλάτια βασιλικὰ πανάριστα οἶδα ποιῆσαι πλοῖα ἄκανθας ἡ δὲ ἰατρική μου θερ. Περιπατησάντων δὲ ὀλίγας ἡμέρας εἰς τὴν πόλιν καλουμένην Ἀναδρὼχ τῆς Ἰνδίας περίχωρον — *C* ed *N* hanno εἰς τὴν πόλιν τῆς Ἰνδίας, *M* soltanto εἰς τὴν Ἰνδίαν, varietà di lezione che è in rapporto con l'altra del principio εἰς τὴν ἀνωτάτην Ἰνδίαν *M*, εἰς τὴν ἄνομον χώραν τῆς Ἰνδίας *C*, εἰς τ. ἄ. πόλιν καὶ χώραν τῆς Ἰνδίας *Mn*. Ma a p. 9 ***Mn*** ha una lezione derivata da codici della redazione maggiore del Bonnet, particolarmente da Γ (*BGHMZ*), e fra i rappresentanti della tradizione Γ la più esatta coincidenza con *Mn* è offerta da *H* (Escorial. Υ II, 6, sec. XII) πόλιν καλουμένην ἐναδρὼχ τῆς Ἰνδίας περίχωρον (per il nome della città cfr. Sylvain Lévi nel *Journal Asiatic*, IX (1897), p. 31, e Burkitt nel *Journal of theolog. Studies* I (1900), p. 288). Non solo: *Mn* non continua come *MCN* con εἰσελθὼν δὲ ὁ πραγματευτής, ma fa precedere alla narrazione di Tommaso architetto e della con-

Digitized by Google

versione di Arsenoe, l'altra delle nozze della figlia del re e della conversione dei due sposi. Questo episodio turba la semplice composizione della redazione breve ed in *Mn* coincide sostanzialmente con Γ e più specialmente con *H*. Il principio è da ἐμβάντων οὖν αὐτῶν ἐν τῇ πόλει ἤκουον (ἤκουσαν Γ) φωνῆς (φωνῶν Γ) συρίγγων = Bonnet, p. 104, 5 e la fine con καὶ ἀπελθόντες ἐβαπτίσθησαν ἀμφότεροι = Bonnet, p. 124, 12; per la massima esattezza, in *Mn* ritroviamo: Bonnet, p. 104, 5 — 108, 1 ἐν τῇ χειρὶ αὐτοῦ κατεῖχεν, p. 108, 14 sgg. — 109, 16-8, p. 111, 14 — p. 124, 12. Per la recensione del testo degli *Acta maiora Mn* non presenta nulla di notevole: ciò che dimostra la seguente enumerazione di varianti non dal testo del Bonnet, ma da *H*: p. 104 ἤκουον φωνῆς ἐπυνθάνετο — p. 105 ἵνα μὴ προσίσωμεν τῷ βασιλεῖ — p. 106 ἀπὸ ἀλλοτρίας γῆς ἐληλυθώς σὺ ἦλθες ἐνθάδε μὴ ἐσθίων λέγων· ἀδελφοί παρεγενάμην — p. 107 ἐστὶν τοῦ βασιλέως κρίσει· ἔλεγεν δὲ διὰ τὸ κήρυγμα καὶ τὴν πίστιν — p. 108 π. τ. ἑ., εἰσελθοῦσα ηὔλει πρὸς τὴν κεφαλὴν τοῦ ἁγίου. αὐτοῦ δὲ ἀφήσει τὴν ἐν τῷ μέλλοντι αἰῶνι — p. 109 ἕως ὥραν μίαν — p. 112, 13 λαβών *om.* ἀπολειφθεὶς ἐξ αὐτῆς πᾶσι τοῦτο αὐλήστρια costantemente — p. 113 ἐθεάσασθε σήμερον συρομένην ὑπὸ κυνός — p. 115 θυρῶν κληθεισῶν πρὸς ἑαυτὸν ἄγῃ — p. 116 ὅπερ ἐστηρύσατε ⟨*sic*⟩ — p. 117 καταπολεμεῖν χήρας p. 117, 18 — 118, 14 καταλιμπάνονται — ἀπαλλαγὴν omise *Mn*, e sospetto la stessa omissione in *H* non essendo chiaro l'apparato del Bonnet in questo punto — p. 118 ἀνέσεως καὶ κριτηρίων καὶ ἔργα ἀναπαίοντα καὶ ἔργα ταπεινοῦντα καὶ τιμωροῦντα, ἀλλ' ἀναμείνατε (la stessa lezione sembra sia in *H*, se il Bonnet nota *alia plura H*) — p. 123 δώσομαι αὐτῷ τῇ πόλει. πολὺ οὖν. — Appena qualcuna di queste varianti merita considerazione. A p. 106 ἐληλυθώς è una forma corrotta, ma l'uso di essa corrisponde alla tendenza asintattica che si rivela in certe specie di codici agiografici ben lontani dall'archetipo. Analoga osservazione deve farsi per l'ἕως di p. 109. A p. 112 la lezione ἐξ αὐτῆς non è certo da preferirsi all'ἐξ αὐτῶν degli altri manoscritti accettato dal Bonnet, ma non potendo αὐτῆς riferirsi che al precedente χείρ (κύων μέλας ... τὴν δεξιὰν αὐτοῦ χεῖρα λαβὼν μέσον τοῦ συμποσίου εἰσήνεγκεν. Οἱ δὲ ἰδόντες ἐφοβήθησαν λέγοντες τίς ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπολειφθεὶς ἐξ αὐτῶν· (αὐ-

Digitized by Google

τῆς *Mn*) καὶ φανερὸν πᾶσιν τοῦτο ἐγένετο ὅτι τοῦ οἰνοχόου ἐστὶν τοῦ τύψαντος τὸν ἀπόστολον) resta stabilito che chi scrisse ὁ ἀπολειφθεὶς ἐξ αὐτῆς dette a queste parole il valore di 'mutilato della mano', riuscendo ad ottenere più facilmente il soggetto di ἐστίν. *Mn* dunque non presenta nulla di utile per la critica del testo che non sia in *H*, ma colle sue corruttele offre testimonianza di fenomeni linguistici non senza interesse. — Il testo della breve redazione, interrotto per la contaminazione dell'episodio della redazione più ampia, è ripreso con le parole ὅτε δὲ ἀπῆλθεν ὁ ἀπόστολος Θωμᾶς ἐν τῇ Ἰνδίᾳ μετὰ Ἀμβάνῃ ⟨*sic*⟩ τῷ ἐμπόρῳ εὐθέως ἀνηνέχθη τῷ βασιλεῖ περὶ τοῦ οἰκοδόμου ὅ⟨ν⟩περ (ὅπερ *Mn*) πέπραχεν, καὶ ἔδειξεν αὐτῷ τὴν γραφεῖσαν πρᾶσιν παρὰ τοῦ Ἰησοῦ. Le parole ὅτε δὲ ... οἰκοδόμου appartengono alla redazione del Bonnet (p. 124, 15-7) e coincidono pienamente con *H*, le altre ὅ⟨ν⟩περ πέπραχεν sono di chi ha fuso le due redazioni (ed appunto per questa oscura origine non sono sicuro se, come è più probabile, emendare πέπρακεν, o ammettere, come altrove è necessario, un esempio di aspirazione viziosa analogica), le ultime καὶ ἔδειξεν ... Ἰησοῦ sono della redazione minore. A giudicare dall'apparato del Tamilia *CMN* dovrebbero essere concordi nella lezione ἔδωκεν, ma il James dà ἔδειξεν, lezione sicuramente preferibile e confermata da *Mn*. — Continua la collazione di *Mn* col testo del Tamilia da p. 9, 17: καὶ λέγει   ὁ βασιλεύς *om. Mn*   αὕτη υἱοῦ βασιλέως   ἀνήγγειλεν δὲ   ἐπὶ τῇ ἀγορᾷ αὐτοῦ   εἶπεν δὲ — p. 10 τὸν δοῦλον τοῦτον Λευκίῳ   κτίσει μου   τὴν γυναῖκα αὐτοῦ λέγων αὐτῇ (αὐτήν *Mn*)   ἵνα κάμνῃ   ὑποστρέψω   καὶ πορευθεὶς Λεύκιος εἰς τὸν βασιλέα ἀπέστειλεν αὐτὸν εἰς πόλεμον. τότε ὁ ἀπόστολος τοῦ Χριστοῦ Θωμᾶς εἰσῆλθεν (cfr. *C*) — p. 11   καὶ τοὺς λόγους καὶ εἶπεν πρὸς   ὑπὸ τοῦ διαβόλου *omisit*   καὶ θυμιάζουσαν διὰ χρ. καὶ ἀργ. ὑ. χ. ἀνδρ. κατασκ.   εἶναι αὐτά   οὐκ εἰσὶν ἐὰν πεσοῦνται (per l'ind. futuro in luogo del cong. aor. cfr. Bonnet, pp. 379-80)   τὴν δύναμιν αὐτῶν. καὶ λαμβάν⟨ει⟩ αὐτὸν Ἀρσενώῃ καὶ δεικνύει   αὐτῆς ἐκτείνας εἰς τὸν οὐρανὸν τὰς χεῖρας   πονηρῶν δαιμόνων   πεπλανημένην (così devesi restituire)   ὁ λιμὴν ὁ καλός   ἵνα ἐπιστρέψουσι πρός σε (sicura è la lezione σε)   χερουβὶμ καὶ προσκυνεῖ   ἵνα δοξασθῇ   ὄνομά σου εἰς τὸν αἰῶνα τοῦ αἰῶνος   ἐσχίσθησαν τὰ θεμέλια   τῆς γῆς, ἔσπασαν τὰ   ὡσεὶ

Digitized by Google

καὶ *om.* — p. 12 Οὐαὶ ἡμῖν *om.* ἀπῆλθεν γὰρ ἡ παρ. ἐν τῷ οἴκῳ ἐβόησεν λέγων· Εἷς Ἰησοῦς *om.* δὲ Ἀρσενόη ἐτρόμασεν (cfr. *MCN*) ῥιψασ' ἑαυτὴν ἡ Ἀρσενόη *om.* εἰς τοὺς πόδας τοῦ ἀ. π. λ. ἐὰν σὺ εἶ τὸν θεὸν λοιπόν καὶ πάλιν λέγει· ἐπιστρέψ. πρ. με κεκράξατε πρός με ἀκούσας ταῦτα ἡ Ἀρσενόη (nel testo, trattandosi di ricostruire l'archetipo, dovrà emendarsi ἀκούσασα, ma *Mn* basta ad affermare la possibilità nella tarda e corrotta grecità dello scambio di genere. Anche in *N* abbiamo più sotto μόνη οὖσα ... ηὔξατο λέγων) παρὰ τοῦ ἀπ. τοῦ χρ. ἐν τῷ ταμιείῳ (ταμίῳ *Mn*) ζωῇ αὐτῆς ἀπό τε χρ. καὶ ἀργ. καὶ ἔθηκεν (notevole lezione) ἐμπρ. κατ' ἰδ. οὖσα μόνη ἐκτείνας τὰς χεῖρας (cfr. sopra per lo scambio dei generi) ηὔξατο λέγουσα δέσποτα *om.* καὶ *om.* — p. 13 ὄπισθέν μου συγχώρησόν μοι λάβε ἀπ' ἐμοῦ (da accogliersi nel testo) ἀναστὰς βάπτισον ἐπὶ τῇ πίστει γενάμενος ὁ ἀπ. ἐν τῷ οἴκῳ καὶ πάντας τοὺς ἐν τῷ οἴκῳ αὐτῆς καὶ ἄλλοι αὐτῶν πτωχοῖς ὁ Θωμᾶς *om.* εὐχαρ. ἁγ. μετέδωκεν καὶ ἰδοὺ πιστεύουσιν καὶ προσεύχονται ἐν ἁγνείᾳ καὶ δικαιοσύνῃ καὶ προσέφερον — p. 14 τοῦ κυρίου ἃ τὰ θαυμάσια Θωμᾶ *om.* ἀπὸ μικροῦ ἕως μεγάλου τῷ εἰσελθεῖν τ. ἐξῆλθεν (è costante in *Mn* l'uso del ν paragogico) τοὺς τοῦ οἴκου αὐτοῦ μετὰ καὶ ῥυπαροφοροῦσαν τὸν αὐτοῦ οἶκον λέγει πρὸς αὐτόν ἀποκριθεὶς *om.* ὁ ἱκέτης *om.* ἐξότε ἀνεχώρησες (formazione analogica importante) πάντα ἐδιπλασίασάν σοι Ἀρσενόην *om.* καὶ εἰσελθοῦσα ἡ Ἀρσενόη *om.* πᾶσαν τὴν μέριμναν ἀπὸ σοῦ τούτου μὴ μάλλιστα (cfr. μᾶλλον) τὰ σάββατα ἐστὶ ἐὰν δὲ ἁγνίσῃ σε (ἁγνίσεσαι *Mn*) ὅπου ἐστὶ ⟨αὐ⟩τοῦ *om.* — p. 15 μανιωθεὶς (cfr. μανιώδης) δὲ ὁ ἀνὴρ αὐτῆς εἶπεν μετ' ὀργῆς καὶ θύμου οὐκ εἰσὶν εἷς τῶν ἀρχαίων λόγων (εἷς *Mn*, che evidentemente ammetteva la singolare costruzione 'questi discorsi non sono uno dei soliti') Ἀρσ. ἐπλανήθης λέγοντος ὅτι ἰατρὸς εἰμί καὶ ὑψώσας τὴν φωνὴν αὐτὴν ἡ Ἀρσενόη οἱ λόγοι κατὰ τίθουσιν ἰατρικὰ ἀκαίρως τοῖς ἀνθρώποις. ὁ δὲ δοῦλος ἰᾶται γὰρ δίχα μισθοῦ πάντας μὴ λαλῆς κατηράσεταί σε ζητήσῃς ἐξ αὐτοῦ ψυχῆς καί ὁ ἄρχων *om.* ποῦ ... ὑμῖν *om.* ποῦ δὲ εἰσὶν ἀνασκαλεύοντα ἀποκριθεὶς δὲ Θωμᾶς εἶπεν Χάριτι ... Χριστοῦ *om.* καλῶς *om.* ὁ *om.* — p. 16 καὶ ...

Digitized by Google

αὐτόν *om.* τὰ ἱερὰ εἰσὶν αἱ μετ. ἐποίησα οἱ εὐαγγ. εἰσὶν οἱ καὶ ἰατρική μυστήρια τῆς γραφῆς τοῦ θεοῦ καθαρ. πάθη αἱ τέχναι αἱ καλαί ὦ δοῦλε μοι *om.* ἀποστέλλει παραδίδη ⟨*sic*⟩ μαντοτόμοι (così sempre) ἐὰν μὴ ἐκδερματώσωμεν πρὸς... ἀδελφοί *om.* ἀναστάντες ποιήσατε τὸ κελευσθέν — p. 17 λαβ. αὐτ. ἐκδ. αὐτὸν εὐφυῶς αὐτοῦ *om.* οὐρανόν, προσηύξατο μου καὶ μου *om.* Θωμᾶν *om.* ἀπέθανεν. λέγει αὐτοῖς ὁ Θωμᾶς· Μὴ τῷ *om.* ἐγειρῶ κακὲ δοῦλε μὴ νόμιζε οἱ βασανισμοί καὶ πρ. τ. ὑ. αὐ. εἶπεν ὄξος τριετῆ ἐπηράνατε ⟨*sic*⟩ ταύτῃ ἐπάκουσόν μου δέσποτα — p. 18 ὅτι εἰσῆλθεν ... ἐπάκουσόν μου *om.* (= *N*) προσήνεγκεν ἄνομος Λεύκιος καὶ ὦ τάχα ἔχεις μέμψιν μνήσθητι, δέσποτα τοῖς συμμαθηταῖς μου καὶ ἐλθόντος μου εἶπαν πρός με (cfr. Bonnet, p. 361) πολλοὶ ἐλεύσονται ὅτι ἐπειδὴ δεύτερος ὦ Θωμᾶ ἔμπροσθεν ... τοῦ *om.* διὰ τοῦ ἐμοῦ ὀνόματος τῇ πίστει καί — p. 19 ἐξ ... ἔξελθε *om.* μου τοῦ ἐκχυθέντος ταῦτα τοῦ σωτῆρος εἰπὼν πρὸς τὸν Θωμᾶν, ἀσπασάμενος (l'uso del nominativo in luogo del genitivo assoluto ha reso possibile in *Mn* una forma così mostruosa) εἰς τοὺς οὐρανούς τὸν ἀπ. τ. θεοῦ ἱστάμενον ἐπάνω αὐτῆς· ἡ δὲ ἔρριψεν περιχαρὴς γενάμενος ὅσα κακὰ ὑπ. εἰς σὲ ἐν ἀνοίᾳ (ὅσα è eccellente lezione di *CMMn* che il Tamilia avrebbe dovuto accogliere nel testo; ἀνοίᾳ è incerto se sia preferibile ad ἀγνοίᾳ di *CMN*) ἤγειρεν λέγων κακὸν τοῖς πιστεύσασιν συγχωρήσει τῶν ἁμαρτιῶν αὐτῶν (così ora *Mn*, che prima aveva συγχώρησον τὰς ἁμαρτίας αὐτῶν) ἱερέα καὶ διακόνους καὶ ἀναγνώστας καὶ ἐδιδ. — p. 20 ὑπήντησεν ἀνὴρ ἐγγύσας ὁ γέρων· ἀνεχώρι ⟨*sic*⟩ τάχα κουφίζει ὁ θεός μου καὶ κύριος εἶπεν αὐτῷ μ. ὅτι μὴ μεριμνήσεις τούτου καὶ τῆς ἐπιθυμίας αὐτοῦ εἶπεν πρὸς αὐτόν ὑπὲρ τῶν ἐμῶν (da accogliersi nel testo) υἱός μου εἶπεν τὸ πρόσωπόν μου βλέψεις εἰς (lezione notevole) τί *om.* τέκνον διηγοῦμαι *om.* — p. 21 πάνκαλλος (*sic* ed è interessante fenomeno grafico frequente nelle scritture non propriamente letterarie) ὅμοιον αὐτοῦ ἐκ τοῦ στόματος ῥάβδον χρυσῆν π. αὐ. κ. ἐφίλησα αὐτοὺς καὶ λέγει πρός με· Σὺ τοῦ σοῦ πατρός ἀποθάνῃς καὶ μιάνῃς (μήνης *Mn*) τὸ σῶμα ἀλλὰ φύλαξον σεαυτόν (lezione grammaticalmente importante per la corrispondenza μὴ ... ἀποθ... καὶ)

ἵνα γένῃς (deponente fatto attivo?) τὴν σφραγῖδαν σώματός μου καὶ ηὐλόγησεν καὶ λοιπόν μὴ ἀποθάνω ἐγώ *om.* ἐκ τοῦ στόματος ἐσιώπησα καὶ εἶπα· Τάχα καὶ τούτους ἀπέστειλα πρὸς νύμφης μου ταῦτα ἀνέστη καὶ ἀπέκτεινε... καὶ *om.* οἶκον μου μοι *om.* — p. 22 χρέος μετὰ τὸ γῆρας μου κάμῖν εἶχεν καὶ πληρῶσαι κελεύσει Ἰησοῦ Χριστοῦ ἐγὼ ἐγείρω περιπατήσας δὲ ὁ γέρων ἔμπροσθεν τοῦ Θωμᾶ ἤγγισαν πολὺς ὄχλος τῆς πόλεως βουλόμενοι (asintattico!) ὡς δὲ ἤγγισαν εἰς τὸ λέγει ὁ ἀποστ. τοῦ Χρ. πρὸς τὸν ὄχλον ἐπάνω τοῦ μνήματος τοῦ θεοῦ καὶ κυρίου Ἰησοῦ μήποτε πορευθῶ ἐγὼ καὶ ἀναστήσω αὐτοὺς καὶ εἴπητε ὅτι φάρμακός εἰμι. τότε πορευθέντες οἱ ἄνδρες μετὰ τοῦ δέρματος αὐτοῦ εἰσῆλθον εἰς τὸ μνημεῖον καὶ ἐπέθηκαν τὸ δέρμα αὐτοῦ ἐπάνω τοῦ μνημείου τῶν υἱῶν τοῦ γέροντος. καὶ ἦσαν ὑποκάτωθεν ἄλλοι ἐννέα νεκροὶ παλαιοὶ καὶ ἤγγισεν καὶ αὐτῶν (così anche *C*, ma sarà da emendare καὶ κατ' αὐτῶν o κατ' αὐτῶν) τὸ δέρμα τοῦ Θωμᾶ καὶ ἀνέζησαν οἱ δέκα πέντε νεκροὶ καὶ ἀκολουθήσαντες τῷ ὄχλῳ ἔρχονται ἀναστάντες κατ' οἰκονομίαν θεοῦ καὶ ἦλθον πρὸς τὸν ἀπόστολον Θωμᾶν καὶ πεσόντες προσεκύνησαν καταφιλοῦντες τὰ ἴχνη αὐτοῦ προσκυνοῦντες καὶ λέγοντες — p. 23 σου ἀπόστολε τοῦ Χριστοῦ Χριστὸς τοῦ ἀποστόλου Θωμᾶ ὁ σκορπίσας ἐξ ἡμῶν διὰ χειρῶν τοῦ ἀποστ. Θωμᾶ πάντες *om.* ἀκούσας περὶ ἐστὶν μάγων εἰς ⟨*sic*⟩ τῆς Ἰουδαίας καὶ γυρευόντων (verbo lessicalmente interessante; sostituisce il πορευομένων di *MCN.* Cfr. Sophocles, ***Greek Lexicon of the Roman and Byzantine periods***, s. v.) πλανῶντας μάγῳ *om.* ὅθεν και Π. τὰ περὶ πιάσας αὐτόν *om.* δαιμόνια ἀπὸ τινὸς ἀνθρώπου ὄχλος ἔξωθεν αὐτοῦ ὁ μαγεύσας ἐὰν Ἰησοῦς καὶ ὑμεῖς αὐτὸν εἰς *om.* — p. 24 τῷ κόσμῳ ἐκ τῶν νεκρῶν πᾶς ὁ λαὸς καὶ δῆμος ἐνισχ. π. τ. δ. *om.* Θωμᾶν *om.* φονεύσωμεν τοῦτον τὴν πόλιν ταύτην πᾶσαν ἐσπ. κατ' οἰκ. ἑαυτὸν ἐπὶ λέγοντες μιᾷ φωνῇ Χρ. τὴν πίστιν πρὸς κύριον λέγων ἡμέλ. σοι ἐπιστρέψαι κύριέ μου Ἰ. Χ. τὸν δὲ δεσπότην τῶν ἁπάντων κατ. ἄγγελος ἐκ τῶν τριχῶν *om.* ὁ ἱερεύς *om.* σε *om.* δεσπότης πάντων τῶν αἰώνων καὶ τῶν πιστευόντων ἃ ἐπίστευον καὶ *om.* — p. 25 πάσης κτίσεως σὺ δέσποτα σὺ ἡ κληρον. ἐχάλεσεν αὐτόν ἀέρος τότε ἔδραμεν πρὸς Δέομαί σου, δὸς σφρα-

Digitized by Google

γῖδα καὶ περιχαρὴς γενάμενος ὁ ἀπόστ. τοὺς ὄχλους... νεκρῶν *om.* τὸ ἱερὸν *om.* μεταλαβὼν πάντες ἐποίησεν πρεσβυτέρους κληρικοὺς καὶ ἐποίησεν οἰκονόμους τοῦ Χριστοῦ ἐξῆλθεν ἐξ αὐτῶν μετὰ τρία ἔτη χαίρων καὶ ἀγαλλ. καὶ ἐφάνη ἀνδρίζου, ἴσχυε σώματι ὥσπερ τὸ πρότερον. καὶ ἐγένετο οὕτως. — Così finisce in ***Mn*** la breve redazione, senza l'accenno all'assunzione in corpo e spirito di Tommaso al cielo quale occorre nel testo del Tamilia secondo *C* e *N*. Ma ***Mn*** attinge di nuovo alla redazione maggiore e dal codice stesso che gli ha servito poco sopra, strettamente affine ad *H*, trae il racconto della costruzione del palazzo celeste = Bonnet, p. 124, 17 — 145, 24. Tale racconto è così introdotto ἔπειτα ἀνεμνήσθη τῷ βασιλεῖ Κονδιφόρῳ περὶ τοῦ τεχνίτου καὶ οἰκοδόμου Θωμᾶ καὶ ἐκέλευσεν παραγενέσθαι πρὸς αὐτόν. παραγενομένου δὲ αὐτοῦ πρὸς τὸν βασιλέα καὶ θεασάμενος αὐτὸν ὁ βασιλεὺς μειδιάσας λέγει αὐτῷ· ποίαν ἐργασίαν κ. τ. λ. = p. 125, 12. Le divergenze di ***Mn*** da *H* sono per questa parte così rare e insignificanti che è inutile riferirle. ***Mn*** del resto non finisce nemmeno col racconto del palazzo celeste. Alle parole ἐξῆλθεν ἐν κυρίῳ = Bonnet, p. 145, 24 seguono queste altre καὶ ἐν ἑτέρᾳ χώρᾳ πορευθεὶς καὶ κηρύσσων τὸν λόγον τοῦ θεοῦ, συλληφθεὶς ἐβλήθη εἰς φυλακὴν ὑπὸ Μινδαίου ⟨*sic*⟩ τοῦ βασιλέως, καὶ Τερτία ἡ τούτου μήτηρ καὶ Μυγδονία καὶ Νάρκα δοῦσαι χρήματα εἰσῆλθον πρὸς τὸν ἀπόστολον καὶ κατηχήθησαν παρ' αὐτοῦ τὸν λόγον τοῦ θεοῦ· καὶ ἔλαβον τὸ θεῖον βάπτισμα. ὁ οὖν βασιλεὺς διὰ τὴν μετάθεσιν τῆς πίστεως τῶν συγγενῶν αὐτοῦ ὀργισθεὶς πέντε στρατιώταις παρέδωκε τὸν ἀπόστολον, ἐντειλάμενος αὐτοῖς ἀνελεῖν· οἳ δέ ἐπὶ τὸ ὄρος ἀγαγόντες λόγχαις κατέτρωσαν, τῶν ξιφῶν ἁψαμένων τῶν καιρίων (cfr. Hesych. s. v. καίρια) αὐτοῦ· ὑφ' ὧν τῆς μαρτυρίας ἀνεδύσατο τὸν στέφανον. Σίφωρ καὶ Ἰουζάνης ἔμειναν ἐπὶ τοῦ ὄρους· οἷς καὶ ἐμφανισθεὶς ὁ ἀπόστολος θαρσεῖν ἐκέλευεν· τὸν γὰρ Σίφωρ ⟨*sic*⟩ χειρωνήσας ἦν (notevole forma) πρεσβύτερον καὶ Ἰουζάνην διάκονον· εἷς δὲ τῶν οἰκετῶν Μισδαίου δαιμονιληφθεὶς καὶ μὴ δυνάμενος ἰάσεως τυχεῖν, ἐλθὼν εἰς τὸν τάφον τοῦ ἀποστόλου καὶ τὸ λείψανον μὴ εὑρὼν (ἔκλεψε γὰρ αὐτὸ τῶν μαθητῶν αὐτοῦ εἷς) κόνιν ἄρας καὶ ἑαυτοῦ προσψαύσας, τοῦ δαίμονος ἀπηλλάγη. τῷ δὲ θεῷ ἡ δόξα εἰς τοὺς κ. τ. λ. Anche questo sommario dipende dalla redazione ampia, esponendo per cenni il contenuto dei

Digitized by Google

capp. 159-170 del testo del Bonnet. Tale esposizione non solo è sommaria, ma formalmente senza rapporto col testo recensito; sostanzialmente i rapporti più stretti sono coi capp. 159, 164, 168, 169, 170. Ma pure in questi capitoli accanto alle coincidenze abbondano discrepanze notevoli: secondo *Mn* (cfr. 159) Terzia, Migdonia e Narca (così *Mn*) ricevono il battesimo dopochè l'apostolo è in carcere, il demoniaco liberato al tocco della polvere del sepolcro di Tommaso è uno dei servi, mentre in simili condizioni avviene nel cap. 170 la guarigione del figlio stesso di Misdeo. Questo dimostra che *Mn* non ha compendiato un codice della classe di *DPRUVY*, i soli manoscritti (cfr. Bonnet, p. XVII) che ci conservino i capitoli 159-176, ma ha derivato d'altronde le notizie sommarie sul martirio del santo. Ora noi abbiamo stabilito poco sopra che gli excerpta della redazione maggiore sono fatti da *Mn* secondo un codice strettamente affine ad *H*: ma *BGHMZ* non contengono oltre il cap. 146, sicchè dovremmo pensare che *Mn* avesse a sua disposizione un codice **H* più completo di *H* e divergente da *DPRUVY* nei particolari accennati. Tale ipotesi è possibile, ma non è necessaria, nè probabile: la dipendenza di *Mn* da *H* per le pp. 104, 5 — 108, 1: pp. 108, 14 sgg. — 109, 16-8; pp. 111, 14 — 124, 12; 124, 17 — 145, 24 è così costante e, quasi direi, precisa, che se **H* avesse contenuto i capp. 159-176, *Mn* ne avrebbe riferito integralmente qualche parte e non si sarebbe limitato a così breve sommario. È preferibile supporre che già **H* presentasse in forma così compendiosa le notizie del martirio o, meglio, che *Mn*, non trovandole in **H*, come noi non le troviamo in *H*, le aggiungesse componendole di suo.

Noi possiamo determinare con maggior fondamento, dopo lo spoglio delle lezioni di *Mn*, il rapporto di *M*, *Mn*, *C*, *N*. Una prima differenza significativa consiste nella chiusa degli Atti. Tanto *C* quanto *N* accettano l'assunzione in corpo e spirito dell'Apostolo, *M* ed *Mn* riferiscono invece l'uccisione di Tommaso per parte dei cinque soldati di Misdeo. Ma questa differenza non è originaria. *M* ed *Mn* dipendono dallo stesso archetipo di *C* e di *N* (che presenta anzi più notevoli differenze degli altri), e solo nell'ultima parte sono stati contaminati e modificati per mezzo della redazione più ampia. È degno di nota come dei tre episodi della vita dell'Apostolo, la conversione della figlia del re e del suo sposo, la costruzione

Digitized by Google

del palazzo, il martirio, *Mn* abbia attinto letteralmente da un codice strettamente affine ad *H* i primi due, abbia aggiunto, probabilmente di suo, e in forma compendiosa, il terzo. Gli stessi tre episodi in redazione diversa e non senza differenze sostanziali occorrono in *M*: col divario peraltro che seguono tutti e tre la fine (cap. LXV = Tamilia, p. 25, 10-21) degli *Acta minora*, mentre in *Mn* il primo è inserito in mezzo ad essi. Verrebbe ad ogni modo il sospetto che fra *M*, *Mn* intercedessero più stretti rapporti che fra gli altri codici. Sennonchè appar singolare come le redazioni dei tre episodi in *M*, *Mn* siano assolutamente indipendenti: d'altra parte non può esser casuale l'identità della contaminazione della redazione minore in *M* ed *Mn*. È logico pertanto conchiudere che uno dei due manoscritti abbia derivato dall'altro (o da altro a questo affine) la forma e la misura della contaminazione: quale sia stato il modello non è lecito stabilire: può darsi (ed è l'ipotesi più probabile), che *M* abbia collocato, riducendola a minori e più convenienti proporzioni, l'esposizione dei tre episodi in fine agli *Atti*; può darsi che *Mn* abbia ampliato secondo un *H* quello che gli offriva un *M*; non è esclusa l'esistenza di altri manoscritti e per conseguenza la possibilità di altre ipotesi; resta ad ogni modo stabilita l'affinità diretta o indiretta di *M*, *Mn* per quel che riguarda la contaminazione. Ma, come ho già detto, l'affinità fra *M* ed *Mn* è parziale e non originaria. Per il testo degli *Acta minora Mn* è più vicino a *C* che ad *M*: un breve confronto coll'apparato del Tamilia lo dimostra. Il Tamilia ha osservato giustamente come *M* dipenda da *C* od abbia con esso una fonte comune: *Mn* presenta notevoli affinità anche con *N* ed è probabile quindi che esso sia più prossimo, o meno lontano, di *C* all'archetipo comune e molto remoto di *C* e di *N*. È inutile aggiungere ipotesi ad ipotesi; basti osservare come il valore di *Mn*, se è nullo per le parti che esso contiene della redazione del Bonnet, sia considerevole per la recensione degli atti minori. Che ciascuno dei nostri codici poi presenti lezioni proprie arbitrarie è, si può dire, nella natura della tradizione di scritture agiografiche, ma queste lezioni stesse sono nelle loro corruttele documenti grammaticali notevoli; ed anche *Mn* ha appunto per noi una doppia importanza, per la restituzione del testo originario degli *Acta minora* e per gli elementi caratteristici che offre.

Digitized by Google

Nessun dubbio che *M* occupi l'ultimo posto fra i quattro manoscritti e che, ove si tenga conto della contaminazione rilevata, *N* e *C* debbano considerarsi come fondamentali per la recensione degli Atti; ma questa contaminazione è, come si è veduto, parziale e senza effetto sul rimanente del testo, sicchè *Mn* non deve essere posposto a nessuno dei nostri codici, e bisogna, come già vide il Tamilia, saper scegliere volta per volta fra le varie lezioni che essi offrano; e bisogna pure distinguer bene quanto possa farsi risalire all'archetipo dalle corruttele successive che non gli si possono in alcun modo attribuire. Si corre rischio altrimenti di cadere nell'errore del James che sopra abbiamo osservato. E, per ora almeno, non si può parlare, se non m'inganno, di una soddisfacente edizione degli *Acta minora*, anche perchè non è davvero da credere infruttuosa la ricerca di altri codici. *Mn*, ad esempio, dimostra che il Monastero basiliano del Salvatore in Messina accoglieva nei suoi Menologi le Πράξεις dell'Apostolo ed è probabile che altri monasteri dell'ordine non facessero altrimenti.

Nello spoglio delle lezioni di *Mn* ho posto in rilievo quali fra esse mi parvero di particolare importanza per la storia della lingua e per la restituzione del testo. A questo secondo intento molte altre osservazioni avrei potuto aggiungere, ma di proposito le omisi, sia perchè ovvie, sia perchè oziosa o viziosa io ritenni la discussione sulla preferenza da darsi a singole varianti senza stabilire prima i criteri direttivi di un'edizione. Non credo inutile invece aggiungere qui alcune osservazioni all'edizione del Tamilia, cui ha servito di norma uno dei migliori nostri codici, *N*. Il Tamilia fece bene a non dipartirsi, *religiosissime*, dai suoi manoscritti (*NC*), ma il suo conservatorismo è talora eccessivo, e l'ho dimostrato poco sopra nel rilevare alcune lezioni di *Mn*. — A p. 7, 16 il Tamilia legge secondo *C* Πορευθεὶς ὁ δὲ πραγματευτὴς λέγει τῷ Ἰησοῦ. *N* ed *Mn* omettono πορευθείς; *M* presenta la stessa lezione di *C*. Ma se si vuole lasciare il πορευθείς, è necessario emendare πορευθεὶς δὲ ὁ πραγματευτὴς κ. τ. λ. secondo l'uso costantemente corretto (p. 7, 20; 9, 2, 4, 13, 14, 21; 17, 1 ...) dello scrittore, lasciando per altro lo iato che dopo δέ è osservato scrupolosamente. Il Tamilia del resto

Digitized by Google

ha riprodotto una lezione non corretta del James. — I nostri manoscritti sono concordi nell'uso di οὐκ dinanzi a vocale e nella preferenza per le forme col ν paragogico. Non credo si possa essere incerti a leggere a p. 11, 6 ἀλλ' οὐκ εἰσὶν θεοί d'accordo con *CMn* e non ἀλλ' οὐ εἰσὶ θεοί come fa il Tamilia seguendo *N*, che è del resto scrupoloso nell'uso indicato di οὐκ. Lo stesso luogo, p. 11, 6, suona in *N* ἀλλ' οὐ εἰσὶ θεοὶ ὅτι οὐ δύνανται σῶσαι ἄνθρωπον· οὐκ ἐσθίουσιν, οὐ λαλοῦσιν, οὐκ ὀσφραίνονται, οὐκ ἀκούουσιν. L'unico esempio in contrario, per il quale *MnCNM* concordano, p. 16, 23 οὐ ἐκδερματώσωμεν si spiega per l'aborrimento dalla cacofonia οὐκ ἐκ... — A p. 11, 15 πεπλαμένην dovrà emendarsi in πεπλανημένην — p. 13, 2, parla Arsenoe prossima a convertirsi: λάβε ἐπ' ἐμοῦ τὴν πλάνην τὴν οὖσαν ἐν τῇ καρδίᾳ μου. Così il Tamilia con *NC*; *Mn* offre ἀπ' ἐμοῦ, certo preferibile anche ad un attraente ἐξ ἐμοῦ, come si trova, consenzienti tutti i codici, in un'espressione, non identica, ma affine a p. 18, 2 λάβε ἐξ ἐμοῦ τὴν βάσανον ταύτην. — A p. 14, 13 non vedo la necessità di supplire θεασάμενος αὐτὴν ⟨στολὴν⟩ ῥυπαρὰν φοροῦσαν καὶ μὴ φοροῦσαν τὰ κοσμήδια e proporrei un ῥυπαρὰ φοροῦσαν cui s'avvicinano molto il ῥυπαροφοροῦσαν di *Mn* ed il ῥυπαρὰν (assimilato ad αὐτὴν) φοροῦσαν di *CN*. — p. 14, 22-15, 1 Κύριέ μου, ἀπόῤῥιψον ἀπὸ σοῦ πᾶσαν τὴν μέριμναν καὶ τὴν ἐπιθυμίαν τοῦ αἰῶνος τούτου τὴν μὴ ἔχουσαν ἐλεημοσύνην μάλιστα ἐν σαββάτῳ, ὅπου ἐστὶ τοῦ θεοῦ καὶ σωτῆρος ἡμῶν τοῦ βασιλέως Ἰησοῦ Χριστοῦ. ἐὰν δὲ ἁγνίσῃ ἐν σαββάτῳ, ὅπου ἐστὶ ⟨αὐ⟩τοῦ, τέλειος ἁγνὸς ἔσῃ πάντοτε. Così il Tamilia seguendo *N*; ma non sono d'accordo nel supplemento. Già l'ἐστὶ accenna, ove si tenga conto della tendenza all'uso delle forme con ν paragogico, ad avere avuto dopo di sè una parola con consonante iniziale; in secondo luogo l'αὐτοῦ, dato il tono solenne del passo, non soddisfa molto. O si deve leggere semplicemente ἐὰν δὲ ἁγνίσῃ ἐν σαββάτῳ, τέλειος κ. τ. λ., o si ripete la formula ὅπου ἐστὶ τοῦ ⟨θεοῦ⟩. Paleograficamente la corruttela di αὐτοῦ in τοῦ, ove non preceda parola uscente in α (è facile, per es., trovare ἀλλὰ τοῦ per ἀλλ' αὐτοῦ), non è più facile dello scambio fra τοῦ e θεοῦ; e si capisce, data la facilità dello scambio, come θεοῦ dopo τοῦ fosse omesso. Ho sott'occhio l'edizione della Vita di Costantino di Eusebio dell'Heikel e nel

Digitized by Google

diligente apparato critico al cap. 29 del lib. II (p. 53, 20-1) trovo τοῦτο τῷ μεγίστῳ θεῷ *FHL*, *VJA* — τοῦτο τῷ μεγίστῳ τῷ *MB*! Come poi si debba emendare τοῦ θεοῦ e non semplicemente θεοῦ è dimostrato da vari luoghi degli *Acta*, p. 14, 24; 15, 7, 9 ... — p. 15, 25 — 16, 1 Λέγει αὐτῷ ὁ Λεύκιος· 'Δοῦλε πονηρέ, ὅταν βασανίσω σε, λέγεις μοι ἅπαντα. οἶδα γὰρ ὅτι ἀνόητος εἶ μέχρι τοῦ νῦν'. Leucio è tornato ed ha trovato che l'Apostolo invece di costruire i palazzi promessi ha convertito alla fede molte anime perdute: τὰ ἱερὰ παλάτια αἱ ψυχαὶ αἱ μετανοήσασαι· καὶ ἐδιόρθωσα αὐτὰς τῷ ἐπουρανίῳ βασιλεῖ, risponderà Tommaso. Ma insomma per Leucio l' Apostolo non ha fatto nulla: è ἀνόνητος piuttosto che ἀνόητος. Lo scambio è anche qui possibile, e tolgo pure da Eusebio II, 48, 2 (p. 61, 31) ἀνόνητος (ἀνόητος *MAB*[1]) γὰρ ἂν ἡ τῆς ἀρετῆς ἐλάνθανε χάρις, εἰ μὴ καταντικρὺ τὸν τῆς διεστραμμένης ἀπονοίας βίον ἡ κακία προὐβέβλητο. Non sono che parziali o incerti gli emendamenti per le parole successive degli *Acta*: certo αὐτῷ dovrà cedere il posto ad αὑτῷ (che potrà sostituire αὐτῷ, ma non esserne sostituito se non per errore materiale di scrittura), non credo si debba toccare il δέδωκαν (cfr. Bonnet, p. 118, 12), nè il τὸν ἑαυτόν μου, ritengo che le parole καὶ δέδωκαν αὐτῷ χρυσίον καὶ ἀργύριον εἰς τὰς χεῖρας τοῦ κτίζειν παλάτια debbano chiudersi fra parentesi, ma non capisco che cosa si nasconda sotto ὃν ἔδειξα αὐτόν. Forse ὃν ἔδειξα αὐτός, riferendo il relativo al σύ che si sottintende a γελᾷ? — p. 17, 15. Il Tamilia ha perfettamente ragione di scrivere a p. 16, 9 καὶ ⟨ἡ⟩ ἰατρική μου, ma avrebbe dovuto restituire l'articolo anche a p. 17, 15 ἀποκριθεὶς δὲ ⟨ὁ⟩ ἀπόστολος τοῦ Χριστοῦ Θωμᾶς, come rende necessario l'uso costante della forma ὁ ἀπόστολος τ. Χ. Θ. — p. 19, 2. Il Tamilia nota una lacuna, l'unica che lascia senza supplire in tutto il testo. Parla Cristo a Tommaso: δεῖξον θαυμάσια διὰ τὸ ὄνομά μου ἐν τῇ πόλει ταύτῃ καὶ στήριξον αὐτοὺς ἐν τῇ πίστει μου. καὶ μετὰ ταῦτα ἔξελθε ἐξ αὐτῆς καὶ ἔξελθε (ἐ. αὐ. κ. ἔ. *om.* *Mn*.) εἰς Κεντήραν τὴν πόλιν, ἵνα σώσῃς τὰς ψυχὰς αὐτῶν διὰ τοῦ αἵματός μου καὶ ** ἐκχυθέντος ὑπὲρ σωτηρίας τοῦ γένους τῶν ἀνθρώπων. Ove non si accetti il τοῦ ἐκχυθέντος di *Mn* e si voglia seguire *NC*, basterà correggere il καὶ ἐκχυθέντος in κατεκχυθέντος senza bisogno d'altro.

Digitized by Google

Sopra due scheletri dell'epoca romana ritrovati negli scavi di Via del Deposito in Torino.

Note del Dott. ALFONSO BOVERO, Settore-capo e docente.

I resti dei due scheletri scoperti entro una tomba dell'età romana *in via del Deposito* sulla fine del passato gennaio furono ceduti per atto di gentilissima colleganza dal Prof. E. Ferrero al Prof. R. Fusari, Direttore dell'Istituto Anatomico di Torino, e vennero da me ritirati dall'*Ufficio regionale per la conservazione dei monumenti*, ov'erano stati provvisoriamente trasportati, insieme con le casse di piombo, che li contenevano. Essi sono in condizioni molto cattive di conservazione e quindi poco adatti ad uno studio anatomo-antropologico minuto: la causa del deterioramento risiede forse meno nell'azione del tempo quanto nell'influenza dell'acqua e della fanghiglia, che occupava parzialmente i due feretri. Uno dei due scheletri è più profondamente deteriorato dell'altro, e ciò è spiegato dal fatto che si tratta per detto caso di un individuo di sesso femminile e quindi di un sistema scheletrico complessivamente meno resistente.

I.

Di uno dei due scheletri è abbastanza ben conservato ed utilizzabile il cranio con la rispettiva mandibola: sono integre alcune vertebre delle varie regioni fra cui la 1ª e 2ª cervicale: le coste erano parzialmente affondate nel fango e friabilissime, in guisa che non una si potè asportare integra; ben conservati il manubrio ed il corpo sternale staccati. Degli arti superiori scapole e clavicole in frammenti, l'omero integro da ambo i lati, sì da rappresentare i pezzi meno guasti di tutto lo scheletro: frammenti del radio e del cubito, quasi completa la serie delle ossa del carpo dai due lati. Degli arti inferiori assolutamente inutilizzabili le ossa coxali: il femore sinistro rotto alla riunione dell'epifisi inferiore; il destro è quasi completo, man-

Digitized by Google

cando solo il piccolo trocantere ed essendo leso sulle faccie laterali delle masse condiloidee: la tibia di destra è pure relativamente ben conservata, la sua estremità inferiore si presenta però staccata: i due peroni e la tibia sinistra sono rappresentati solo da pezzetti. Le ossa del tarso sono dai due lati conservate in tutta la serie.

Questo scheletro apparteneva indubbiamente ad un individuo di sesso maschile, ciò che risulta in modo perentorio dalle particolarità del cranio e della faccia (arcate sopracigliari, linee temporali, protuberanza occipitale esterna, angolo della mandibola, ecc.), come pure dallo sviluppo relativamente grande delle creste ed apofisi delle ossa lunghe, integre o frammentarie, che sono state conservate.

È difficile ben stabilire l'età dell'individuo: nel cranio la sutura basilare è completamente chiusa, quelle della volta invece sono tutte regolarmente aperte: fra le suture facciali, solo la porzione ventrale della palatina longitudinale presenta traccie di sinostosi. Erano spuntati di già dai due lati, nella mandibola come nella mascella, i denti della saggezza: l'usura dentaria è abbastanza avanzata in ispecie negli incisivi, canini e premolari. L'apofisi stiloide, robusta, è completamente saldata dai due lati alla rocca: così pure tutte le epifisi ed i punti secondari di ossificazione delle ossa degli arti e della colonna, almeno per quanto si può ora giudicare, sono parimenti affatto saldate. Per queste considerazioni, come per lo sviluppo complessivo del cranio io sarei propenso ad ammettere si tratti di un individuo robusto da 40 a 50 anni.

Il computo esatto della statura applicando, sia pure con le dovute riserve e correzioni, le note tavole di Manouvrier, non si presenta troppo facile: la difficoltà riconosce parecchie cause, come la scarsezza numerica delle ossa lunghe utilizzabili e la lunghezza differente dai due lati di talune delle ossa stesse. Così, ad esempio, vi ha una differente lunghezza dei due omeri (Des. mm. 295; Sin. mm. 290), fatto questo che prova come l'individuo fosse certamente destro; con gli indici di Manouvrier si avrebbe una statura rispettivamente di m. 1,530 e m. 1,522. Per la lunghezza del femore destro (mm. 405) si avrebbe una statura di m. 1,572: a parte i risultati delle misurazioni che eventualmente fossero state fatte sullo scheletro ancora in posto

Digitized by Google

nel feretro e delle quali non ebbi cenno, tenendo calcolo della maggior importanza del femore nella determinazione della statura, credo più vicina al vero quest'ultima cifra (m. 1,572), la quale tuttavia corrisponde ad una statura inferiore alla media, almeno dalle statistiche moderne. dei maschi delle popolazioni piemontesi.

Il cranio, come abbiamo accennato, è abbastanza in buone condizioni e complessivamente meno fragile di quello dell'altro scheletro. È rotta e mancante l'arcata zigomatica di destra, per ciò non potei ottenere il diametro trasverso massimo della faccia: vi ha pure, oltre a sfaldamento e screpolamento dei tavolati esterni del parietale, specialmente in rapporto della regione mastoidea, e del frontale in corrispondenza della bozza omonima di destra, una perdita di sostanza da ciascun lato della linea mediana in corrispondenza della parte più bassa delle fosse cerebellari: le due perdite di sostanza sono separate da un ponticello osseo corrispondente al decorso della cresta occipitale esterna ben marcata. La friabilità del cranio è tuttavia tale, anche in questo caso, che non mi sono azzardato di procedere, neanche con miglio, alla misurazione della capacità cranica: a mio giudizio però, fondato oramai sull'esame di parecchie migliaia di crani, essa deve essere relativamente alta.

Vi ha un leggier grado di plagiocefalia della volta, in guisa che la metà sinistra sporge alquanto più in addietro della metà destra: la metà sinistra della faccia appare pure relativamente più piccola. Indipendentemente dalla plagiocefalia il cranio è un *beloides* (SERGI) tipico: è mesocefalo (indice craniano 79,25), ortocefalo (indice basilo-bregmatico 72,87). Le suture sono riccamente frastagliate ed in complesso le ossa non presentano alcunchè degno di speciale menzione. Si nota solo che il *porus acusticus externus* di destra è quasi completamente ostruito da una serie di piccole esostosi bernoccolute, che si vedono approfondirsi e confluire nel condotto uditivo, in guisa che da questo lato esisteva indubbiamente, se non una sordità completa, per lo meno una diminuzione spiccatissima della facoltà auditiva: anche a sinistra vi hanno esostosi sul contorno del poro acustico, ma il condotto uditivo esterno è pervio e relativamente ampio: è rimarchevole la accennata particolarità anche perchè le dette formazioni esostosiche sono esclusivamente localizzate in questa

Digitized by Google

regione, mancando invece in ogni altro punto dello scheletro. A sinistra vi ha pure, subito all'esterno della *fissura Glaseri*, un canale emissario sottozigomatico mediale (Bovero), ampio 1 mm., permeabile ad una grossa setola.

Alla base notiamo dai due lati divisione delle faccie condiloidee occipitali in due porzioni, una anteriore ed una posteriore, per mezzo di un solco diretto frontalmente, più affondato e netto in rapporto dei margini dei condili: *cristae musculares* (Krause) molto evidenti e tipiche. Processo vaginale dell'apofisi stiloide e fossetta del secondo processo vaginale (Lachi) manifestamente sviluppati. I processi stiloidei, di cui abbiamo già ricordato la saldatura, sono lunghi 25 mm.

Le ossa della faccia sono abbastanza ben conservate tranne l'unguis mancante ed il margine inferiore delle ossa nasali rotto. Altezza della faccia superiore mm. 67: angolo di profilo 70° (prognato). Le orbite sono leggermente asimmetriche (D. largh. 41 mm., altezza mm. 32; S. largh. 43 mm., altezza 33. — Indici orbitali: D. 78,04; S. 77,07. cameconco). — La forma dell'apertura nasale è antropina (Mingazzini): spina del setto sviluppatissima a sinistra: indice nasale 56,52 (platirrino). — Palato paraboloide (Bianchini), mesostafilino: indice 82,35; manca *torus palatinus*: sutura palatina trasversa regolarmente convessa in avanti: solchi palatini mediale e laterale ben distinti dai due lati. Dei denti superiori era caduto prima della morte il 1° molare sinistro; sono andati smarriti con i detriti e con i frammenti i due ultimi molari dei due lati.

La mandibola è robusta, spessa, con forti impronte muscolari sulle due faccie: angolo delle mandibole 124°: incisura ampia, a destra quasi rettilinea: andarono perduti i due denti incisivi mediani ed era caduto già il 1° molare destro.

Poco vi ha da notare per le altre ossa. I due omeri, per quanto asimmetrici e, relativamente al femore, brevi, sono forniti di potenti impronte muscolari: la docciatura radiale è nettamente segnata, risaltando in modo caratteristico. L'omero sinistro presenta una perforazione olecranica tipica (Frassetto), molto ampia, ovalare (8 mm.), a contorno regolarissimo; essa manca completamente a destra, ove per contro il setto osseo fra le fosse coronoide ed olecranica è spesso 2 mm.

Digitized by Google

Il femore ha un collo fortemente appiattito: il suo angolo è pure poco pronunciato: indice di sezione del corpo del femore è 119,2. L'indice di sezione della tibia è 67,64.

II.

Del secondo scheletro le ossa, che si sono conservate integre od in qualche modo utilizzabili, sono in numero assai minore e cioè: il cranio senza mandibola, il sacro in gran parte, il femore di destra mancante del grande trocantere e del condilo esterno e di gran parte del rivestimento compatto della diafisi, le rotelle, molte delle ossa del carpo e del tarso. Di tutte le altre ossa furono riacquistati, frammezzo al fango pastoso ed attaccaticcio occupante il fondo del feretro, solo dei frammenti friabilissimi, non utilizzabili in alcun modo per uno studio anatomico od antropologico. Non ostante la scarsezza delle ossa si può tuttavia per i caratteri del cranio e del sacro, come pure per le particolarità presentate dai pochi pezzi ossei delle estremità, asserire senza tema di sbagliare, che si tratta di un individuo di sesso femminile. Il cranio diffatti nelle curve della volta, nel minimo sviluppo delle sporgenze ossee offre tutte le caratteristiche del sesso femminile: così anche il sacro, ottimamente conservato nelle tre vertebre superiori fuse fra loro in modo completo, è quasi appianato, con una concavità ventrale appena appena accennata, come appunto si verifica nella donna.

Nel giudizio dell'età noi dobbiamo procedere a tentoni: dai caratteri generali del cranio, dalle condizioni delle suture, dal fatto che i denti dei mascellari superiori e dei varî frammenti della mandibola sono molto meno usurati che nel caso precedente, considerando ancora che sono presenti i due terzi molari superiori ed, in un frammento, il 3° molare inferiore di sinistra (la porzione destra è mancante), e finalmente la condizione dei frammenti delle ossa lunghe (ossificazione ultimata, ampiezza dei canali midollari), credo si possa ritenere con probabilità di essere nel vero, che questo scheletro appartiene ad una donna adulta da 30 a 40 anni.

La statura calcolata con le tavole di Manouvrier in base alla lunghezza del solo osso lungo di cui noi possiamo usufruire,

Digitized by Google

il femore destro (mm. 400), sarebbe di m. 1,526, e cioè di poco inferiore a quella del caso precedente, ma, dato il sesso, relativamente più alta.

Il cranio è assai più alterato del precedente: vi ha infatti una perdita di sostanza comprendente gran parte della fossa temporale destra, ed un'altra comprendente tutta la porzione più declive della squama occipitale al di sotto della linea curva inferiore: il tavolato esterno delle ossa della volta è più sfaldato, tutte le suture sono però ben riconoscibili e regolari. Manca da ciascun lato tutta l'arcata zigomatica del temporale e parte del processo temporale dell'osso zigomatico.

Anche in questo esemplare si nota plagiocefalia craniofacciale abbastanza evidente, con maggior sviluppo in addietro della metà destra del cranio: indipendentemente da ciò è per la sua forma un *ovoides byrsoides* (SERGI), sottobrachicefalo (Indice cefalico 81,44), ortocefalo (Indice basilo-bregmatico 73,14).

Alla volta come alla base nulla di straordinariamente notevole: vi ha però uno sviluppo relativamente grande della spina dello sfenoide e dell'ala esterna dell'apofisi pterigoide; il legamento pterigo-spinoso quasi completamente ossificato: il processo stiloide, saldato all'osso petroso, e la sua vagina son pure molto robusti. Solco temporo-parietale esterno manifesto dai due lati.

Le suture cranio-facciali e facciali sono ampiamente aperte: altezza della faccia superiore mm. 62: angolo di profilo 68° (prognato). Orbite simmetriche (larghezza 40 mm., altezza 31 mm.; indice orbitale 77,5, cameconco). Apertura nasale antropina: indice nasale 55,8, platirrino: setto nasale regolarmente sagittale.

Palato evidentemente paraboloide, leptostafilino (Indice palatino 71, 15): lamine orizzontali delle ossa palatine robuste, le due metà della sutura palatina trasversa convergono nettamente indietro: solchi palatini mediale e laterale ben evidenti, in modo speciale quest'ultimo addossato dai due lati al processo alveolare: traccie di *torus palatinus*.

Dei denti il 2° premolare ed il 1° molare dei due lati, il canino di destra erano caduti in vita, essendo le porzioni di arco alveolare, corrispondenti ad essi, ridotte: sono invece andati perduti nel feretro i due incisivi di destra e l'incisivo laterale di sinistra: i denti della saggezza sono piccoli, la loro corona ben

Digitized by Google

conservata, rappresentando appena la metà di quella dell'ultimo molare.

Della mandibola come del resto di tutte le altre ossa naturalmente non posso dir nulla.

Concludendo, si tratta di individui certamente di sesso diverso e nei quali la determinazione del sesso è assai facile e sicura. Per l'età non dovevano fra loro esistere grandi differenze, è probabile tuttavia che il maschio fosse più avanzato in età. Anche la statura è parimenti quasi uguale, relativamente più bassa nel maschio.

La forma del cranio, beloide nel ♂, ovoide birsoide nella ♀, ed altre piccole caratteristiche del cranio, non ostante la concordanza nella forma delle cavità facciali, la stessa statura, quasi uguale non ostante il sesso diverso, mi farebbero pensare non si tratti di persone originariamente della stessa famiglia, ma bensì di genitori diversi (marito e moglie?). Questa è una semplice ipotesi cui manca naturalmente, anche per le cattive condizioni dei preparati, un conforto di prove sufficientemente ampie, perchè possa assumere il carattere di certezza.

Dall'Istituto Anatomico di Torino, diretto dal prof. R. Fusari.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classi Unite.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, SPEZIA, SEGRE, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA e JADANZA che funge da Segretario. —

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Scusano l'assenza i Soci FOÀ e CAMERANO.

Il Presidente comunica la lettera di S. A. R. il Duca degli Abruzzi che ringrazia l'Accademia per il premio Bressa conferitogli.

Comunica il R. Decreto 10 marzo 1904 col quale è conferita un'annua pensione di L. 600 al Socio FILETI, ed il R. Decreto 7 aprile 1904 con cui è approvata la nomina del Socio CAMERANO a Segretario della Classe.

Il Presidente presenta a nome dell'autore prof. T. TARAMELLI dell'Università di Pavia e Socio corrispondente dell'Accademia i due opuscoli seguenti:

1° *Risposta ad alcuni quesiti della spettabile Amministrazione civica della Città di Gorizia riguardanti il provvedimento dell'acqua potabile;*

2° *Scritti di geologia pratica.*

Il Socio GUARESCHI presenta in omaggio all'Accademia la

Digitized by Google

traduzione dei *Principii fondamentali della Chimica* del professore Dr. S. M. JÖRGENSEN dell'Università di Copenhague; egli consigliò la traduzione di questa pregevole opera a cui fece alcune brevi note e una breve prefazione.

Vengono presentati per l'inserzione negli *Atti* i seguenti lavori:

1° Dr. Ugo PANICHI, *Le roccie di Monte Ferrato in Toscana,* dal Socio SPEZIA;

2° Prof. Gino FANO, *Sul sistema* ∞^2 *di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni,* dal Socio SEGRE.

Il Socio NACCARI, anche a nome del Socio MORERA, legge la relazione sulla memoria del prof. Antonio GARBASSO, intitolata: *Su la struttura degli atomi materiali.* La relazione è approvata all'unanimità e quindi con votazione segreta è accolta, ad unanimità, la memoria suddetta per la inserzione nei volumi accademici.

Digitized by Google

LETTURE

Le roccie verdi di Monte Ferrato in Toscana (1).

Nota 1ª di UGO PANICHI.

(Con una Tavola).

Il solo studio petrografico finora esistente sulle roccie che costituiscono la massa serpentinosa di Monte Ferrato in Toscana, è quello pubblicato nel 1881 in Torino dal Cossa (2), su campioni inviatigli dal R. Comitato Geologico italiano e per incarico di esso.

Il lavoro è molto pregevole, specialmente dal punto di vista chimico, ma non è sufficiente per illustrare quel celebre giacimento di roccie verdi, soprattutto perchè il Cossa ebbe a disposizione uno scarso numero di campioni, di località non sempre bene determinata.

Perciò ho creduto opportuno di far qualche nuova ricerca, scegliendo il materiale da studio sulle roccie *in posto* per collegare i risultati dell'analisi colle condizioni del giacimento.

In questa nota parlo delle Serpentine, che sono la roccia predominante; in un'altra nota parlerò delle altre roccie e discuterò i risultati.

La descrizione geologica della località è stata data da Capacci (3), nel 1881, poco dopo la pubblicazione dello studio già citato del Cossa; e ciò dispensa me da una descrizione minuta.

(1) Lavoro eseguito nel Museo e Laboratorio di Mineralogia del R. Istit. di Studi Sup. in Firenze. Al prof. G. Grattarola che ha messo a mia disposizione tutti i mezzi per l'esecuzione del lavoro e mi ha dato spesso consigli ed aiuto, porgo vivi ringraziamenti. E ringrazio pure il dott. F. Ageno, Assistente volontario in questo Laboratorio e il dott. P. Comucci, i quali hanno voluto assistermi nelle ricerche chimiche.

(2) " Boll. del R. Comitato geologico ", 1881, p. 240.

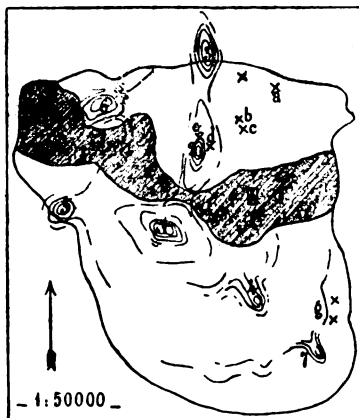
(3) Id., id., p. 275.

Digitized by Google

— La massa chiamata Monte Ferrato è costituita da vari monticelli rotondeggianti, collegati fra loro da selle a dolce curvatura. Questi monticelli sono segnati con numeri nello schizzo qui annesso; e, in ordine di altitudine, sono i seguenti:

1 — Monte Chiesino (o M. Ferrato prop. detto)	alto	m. 422
2 — Monte Mezzano	„	„ 400
3 — Monte Piccioli	„	„ 354
4 — Cassapanca	„	„ 248
5 — Porticciole	„	„ 232
6 — Poggio Secco.	„	„ 231
7 — Poggio al Tedesco.	„	„ 146

La sella fra 1 e 2 si chiama *Crocepiccina* o *Le Croci* (m. 328); quella fra 2 e 3 si chiama *I Colli* (m. 317).

La superficie totale del Monte si può considerare divisa in due regioni, che io chiamerò *Regione Nord* e *Regione Sud*, essenzialmente costituite di serpentina e separate da una zona (parte tratteggiata nella figura) la quale si stende circa da Est ad Ovest ed è costituita principalmente di eufotide (granitone).

Della serpentina di Monte Ferrato parlò il Savi nella Memoria *Delle roccie ofiolitiche della Toscana* (1839), definendola come *serpentina diallagica* e distinguendone due tipi (pag. 39): il *Nero di Prato*: (di un verde intenso tendente al nero con diallagio dello stesso colore, ma più forte e più nereggiante); il *Verde* o *Serpentino di Prato*: (diallagio verde scuro dentro una pasta d'un verde chiaro più o meno allegro).

Ed anche il Cossa, nel suddetto lavoro, distingue due tipi di Serpentina:

1° *La Serpentina comune di M. Ferrato:* " molto compatta: di un colore verde nerastro; contiene in piccola quantità un minerale lamellare di un colore più cupo, difficilmente sfaldabile e che ha una lucentezza leggermente metalloidea „.

Digitized by Google

2° *Il verde di Prato:* " ha un colore verde cupo, screziato di macchie dotate di una tinta verde-chiara ".

Di questi due tipi riferisce i risultati dell'analisi chimica, che qui riporto:

	1°	2°
Perdita per calcinazione . . .	13,23	13,90
Silice	38,70	38,94
Ossido ferroso con traccie di ossido di nichelio	7,26	8,25
Ossido ferrico	3,19	1,18
Allumina	0,58	—
Ossido cromico	0,30	0,29
Calce	traccie	traccie
Magnesia	36,44	37,28
	99,70	99,84

Ora questi tipi, corrispondenti rispettivamente a quelli descritti dal Savi, caratterizzano molto bene le due varietà di serpentina che si escavano da gran tempo dal M. Ferrato e che si adoperano nelle industrie: ma non rappresentano affatto il tipo dominante in questa località, giacchè le cave non occupano che una piccola parte del giacimento, anzi si trovano tutte (eccetto quella di Galcetello) nella Regione Nord; mentre la restante superficie del monte è costituita da svariati tipi di serpentina, che non hanno alcuna importanza per scopi industriali; ma che ne hanno molta per chi voglia fare uno studio geognostico di tutta la formazione serpentinosa.

Perciò è necessario dare una descrizione più estesa delle principali varietà che si possono osservare a M. Ferrato.

Regione Nord.

Monte Piccioli. — Cava di Pian di Gello. — Questa è la cava più antica di M. Ferrato; da essa fu tolto il materiale per l'ornamentazione di molte antiche chiese della Toscana. È situata a mezza costa del Monte Piccioli, sul versante Est (vedi fig.: a). Vi si trovano vari tipi di serpentina, fra i quali comunemente si distingue il *Nero* e il *Verde*; il Nero ha il fondo verde-cupo o rossiccio-cupo con macchiette verdi e nere; il Verde ha il fondo verde-chiaro (steatite) con piccole macchiette verde-cupo o nere. Si hanno poi molte gradazioni intermedie.

Digitized by Google

La serpentina di Pian di Gello è la più morbida; non è molto resistente alle intemperie; il Nero resiste meglio e questa varietà è molto pregiata.

Al microscopio, con un solo nicol, le sezioni si presentano come ammagliature di sottili filaretti di *magnetite* in minutissimi cristalli. La serpentina di Pian di Gello contiene ben poca magnetite in confronto con tutte le altre varietà. A nicol incrociati appaiono fitti reticolati di *crisotilo*; qua e là *serpentino* puro e *steatite*; evidente la struttura peridotica; ma non ho mai riscontrato il peridoto; la magnetite è per lo più allineata lungo canaletti di crisotilo; quelle che all'esame macroscopico si presentano come macchie verde-cupo o nere, al microscopio appaiono come plaghe finamente striate, coi caratteri della *bastite* (vedi Tav., fig. 1). Le estinzioni, sempre rette, riescono spesso poco evidenti per la grande alterazione della roccia. Debolissime colorazioni per interferenza.

Peso specifico di un campione di Nero = 2,575.

A Pian di Gello si trova anche un' altra varietà di serpentina differente dalle precedenti in questo, che le macchiette brune sono sostituite da macchie biancastre, il qual fatto è dovuto ad una profonda alterazione, quasi a un disfacimento, degli elementi pirossenici.

Vetta di Monte Piccioli. — Alcuni saggi eseguiti da non molti anni sulla sommità di M. Piccioli hanno scoperto una serpentina che è una specie di Nero; ma contiene più magnetite che quella di Pian di Gello; nell'analisi vi ho riscontrato traccie evidenti di *allumina* e di *manganese.*

Colli. — Ai Colli si trova una serpentina venata, molto chiara, che qua e là diviene una vera *ranocchiaia*; oltre alla *magnetite* contiene molta *cromite.*

Peso specifico di un campione = 2,504.

Monte Mezzano. — Cava delle Trote e Cavina. — Cave recentissime a mezza costa N. E. di M. Mezzano. La serpentina si avvicina ai tipi di Pian di Gello; scura, tenera, poco resistente alle intemperie e quindi adatta per scultura ed opere al coperto. Frequenti vene o rilegature di steatite nelle quali si trovano spesso cristalletti di *pirite.*

Le osservazioni al microscopio dànno risultati analoghi a quelli ottenuti per la serpentina di Pian di Gello. Pare in minor

Digitized by Google

quantità la bastite, in maggior quantità, forse, la magnetite. Qua e là si riscontrano gruppi di cellette tappezzate di filamenti (tremolite?) in modo da dar l'aspetto di microscopiche geodi; sono cavità lasciate probabilmente da piccoli cristalli ora scomparsi.

In un esemplare della Cavina trovai il peso specifico = 2,552.

Monte Mezzano. — Cava Benini e Cava Pazzi. — Son due cave confinanti, poste sulla cima di M. Mezzano, coltivate da forse due secoli. Dànno serpentina assai chiara, assai dura, resistente alle intemperie, usata per opere architettoniche.

Nelle sezioni si vede abbondante bastite, meno alterata che nelle altre varietà; molte e fitte maglie di crisotilo; non poca magnetite; rare vene di *clorite*, la quale si presenta in lamine assai grandi e di colore bianco-verdognolo; sottili vene di una sostanza biancastra, probabile prodotto di alterazione da tremolite.

Un campione dei Pazzi dette peso sp. = 2,539.

Dall'analisi chimica del medesimo risulta la seguente composizione:

H^2O	14,88
SiO^2	37,82
FeO	2,86
Fe^2O^3 con discrete traccie di Al^2O^3	6,45
Mn^3O^4	1,28
MgO	37,25
	100,54

È notevole la costante presenza del manganese.

In questa, come nelle analisi successive, ho dosato l'ossido ferroso col metodo Marguerite, sciogliendo la sostanza in H^2SO^4 in tubo chiuso e in ambiente di anidride carbonica e perossidando con soluzione titolata di permanganato potassico.

Poggio Secco. — Cava Banti. — Cava recente che fornisce una serpentina molto dura e resistente, usata in architettura e assai simile a quella dei Pazzi.

Nelle sezioni si vede non poca magnetite, contornata qua e là da un'aureola gialliccia di limonite. Non ho potuto riscontrare *cromite*, sebbene l'analisi qualitativa mi abbia dato traccie di *cromo*. — Fittissime maglie di crisotilo. Oltre al cromo ho trovato traccie di allumina e di manganese.

Digitized by Google

Regione Sud.

Chiesino, Cassapanca, Poggio al Tedesco, Galcetello. — La maggior parte della serpentina di Monte Ferrato è di un tipo quasi unico ed occupa quasi totalmente la Regione Sud. In generale è di un fondo nero-rossastro con macchiette verdi, sparsa di scaglie verdastre, sfaldabili, a lucentezza micacea, le cui lamine di sfaldatura sono assai fragili, spesso ondulate e raggiungono talvolta anche 1 cm^2 di superficie; ricorda l'eufotide, e i cristalli sfaldabili di cui è disseminata ricordano il diallagio; anche il peso specifico è maggiore che nelle serpentine della regione Nord, variando da 2,62 a 2,65; ma è molto diverso da quello della vicina eufotide, che è circa 2,85. I cristalli che contiene hanno il peso sp. di circa 2,6, mentre il diallagio dell'eufotide di M. Ferrato lo ha = 3,256 (1).

Al microscopio, con un solo nicol, si vede la pasta disseminata di moltissima magnetite e insudiciata di limonite: le plaghe corrispondenti ai cristalli sfaldabili suddetti sono impregnate di granulazioni minutissime di *cromite*. — A nicol incrociati appare evidente lo stato di grande alterazione della roccia; nella pasta di essa non si scorgono più le maglie di crisotilo, come nelle altre serpentine, ma un arruffato spezzettamento di elementi, in cui dominano il crisotilo e la magnetite: invece le plaghe striate sono più regolari; ma ora le strie son fitte e appena visibili, ora son più rade; ora sono diritte, ora più o meno distorte e ondulate; ora presentano forti colori d'interferenza, in cui domina il giallo, ora sono affatto prive di colori; ora hanno estinzioni rette, ora oblique. In generale, dove i colori d'interferenza sono più vivi, le strie sono più rade, spesso ondulate e sempre ad estinzione obliqua, e in questo caso l'angolo di estinzione è variabile da plaga a plaga; invece dove le strie sono fitte e senza colori (e questo è il caso più frequente) si ha l'estinzione parallela alle strie.

Si tratta dunque essenzialmente di un pirosseno trimetrico mescolato con una minor quantità di *diallagio*. — Il pleocroismo è talvolta appena sensibile, ma più spesso non apprezzabile af-

(1) Köhler, "Pogg. Ann.", vol. XIII, pag. 101.

Digitized by Google

fatto. Inoltre al cannello questo pirosseno si mostra quasi infusibile e, tanto in HCl quanto in H_2SO_4, insolubile a freddo, parzialmente solubile in acido concentrato, a caldo. Quindi si può definire una *bronzite*, con parziale alterazione in *bastite* (vedi Tav., Fig. 2).

L'analisi chimica ha confermato questo risultato. Infatti l'analisi qualitativa di alcune lamine di sfaldatura separate dalla pasta della serpentina, ha reso evidente che si tratta essenzialmente di un silicato di magnesio e di ferro; vistose traccie di cromo e calcio giustificano la presenza di alquanto diallagio e della cromite; ho poi trovato discrete traccie di allumina e leggerissime traccie di manganese.

L'analisi quantitativa della roccia, sopra un campione della Cassapanca, ha dato:

H_2O	13,10
SiO_2	38,69
FeO	3,60
Fe_2O_3 con forti traccie di Cr_2O_3	8,88
MgO	36,21
Al, Ca, Mn	tracce
P_2O_5	deboli tracce
	100,48

A Galcetello, in prossimità delle cave, si trova sempre il medesimo tipo di serpentina, ma con maggiore quantità di magnetite. Anzi è comune il caso di trovare blocchi di sassi erratici tutti attraversati da vene di magnetite ben visibili ad occhio nudo e con intensa azione sull'ago calamitato. Accade spesso di trovare questi blocchi alterati in modo da presentare l'aspetto di una ranocchiaia; ma basta spezzarli per vedere che l'alterazione è soltanto superficiale.

Galcetello. — Cave Carradori e Campolmi. — Queste cave, assai recenti, sono le sole che esistano nella Regione Sud, ma non forniscono qualità molto pregiate di serpentina, la quale è assai chiara, venata, dura, resistente e contiene molto ferro.

In questa località ho trovato altresì una serpentina, molto simile a quella dei Pazzi, ma con maggior quantità di ferro.

Porticciole. — In generale la serpentina di tutta la Regione

Digitized by Google

Sud è meno compatta delle serpentine tolte dalle cave ed ha frattura irregolarissima. La serpentina delle Porticciole però, pure avendo frattura irregolare, è in alcuni punti compattissima e resistente al martello. Anche nell'aspetto e nella composizione essa differisce da tutte le altre; ha una massa verde-rossastra con macchiette di un verde deciso e alcune macchiette nere. Il peso specifico la riavvicina alle serpentine della Regione Nord; in un campione è risultato uguale a 2,547. Vi abbonda una steatite bruna, quasi nera. Molta magnetite e molto manganese.

L'analisi chimica ha dato:

H_2O	14,60
SiO_2	38,25
FeO	3.89
Fe_2O_3	5,76
Mn_3O_4	1,80
MgO	36,12
Al e Cr	tracce
	100,42

Oltre alle suddette varietà di serpentina, si trovano a Monte Ferrato altri tipi intermedî, ranocchiaie, ecc., ma su piccole estensioni. — Sono invece importanti a considerarsi molte comparizioni di serpentina nelle vicinanze di M. Ferrato, fra le quali la più importante è quella del *Ferratino*, situata a N. E. di M. Ferrato, presso Cerreto. Questa roccia presenta un fondo cupo-rossiccio-piombaggine, con laminette scure, sfaldabili, aventi debole riflesso micaceo. È molto fragile e in via di disfacimento. Peso sp. = 2,572, determinato sopra un solo campione.

Al microscopio rivela molta magnetite; l'elemento pirossenico è così alterato, che appena vi si riconoscono sottili striature. Le estinzioni sono rette. Le solite maglie di crisotilo.

L'analisi chimica ha dato:

H^2O	13,70
SiO^2	40,50
FeO	1,59
Fe^2O^3 con traccie di Al^2O^3	7,77
Mn^3O^4	0,10
MgO	36,73
	100,39

Digitized by Google

Atti della R. Accad. delle Scie[illegible]
di Torino. Vol. XXXIX.

fig. 1

fig. 2

Digitized by Google Stab. Eliot. Ing. Molf[illegible]

Da quanto precede risulta che la serpentina di M. Ferrato contiene sempre una certa quantità di manganese. Questa sostanza non compare nelle due analisi del Cossa; ma io l'ho sempre trovata presente, sia pure in traccie, nelle analisi e nei saggi qualitativi, dosandola, quando era in quantità sufficiente, col metodo di Deville, mediante la trasformazione in nitrati e successivo riscaldamento a circa 225°. Per accertarmi che il manganese si trova nella roccia allo stato di ossido salino, sciogllevo parzialmente la sostanza in HCl, scaldando e facendo passare i vapori sviluppati attraverso ad una soluzione d'indaco diluita. La decolorazione di questa mi ha sempre rivelato lo sviluppo di cloro.

La serpentina delle Porticciole è la più ricca di manganese e a questo è dovuto il colore bruno dell'abbondante steatite che vi si trova. Ai Pazzi pure si trova assai manganese; ai Pazzi e al Ferratino, alluminio; alla Cassapanca e, in generale, in tutta la regione Sud, assai cromo.

La profonda alterazione di queste roccie le rende in generale poco atte allo studio microscopico. Tuttavia la bronzite e il diallagio nella Regione Sud sono ancora abbastanza freschi; i cristalli facilmente sfaldabili ma a contorno sempre frastagliato ed accidentale.

La riscontrata variabilità delle estinzioni, le distorsioni e ondulazioni di tali cristalli, inducono a ricercarne la causa nelle deformazioni meccaniche, cui la massa della roccia fu assoggettata.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Struttura normale della serpentina di Pian di Gello. Maglie di crisotilo; bastite; magnetite; cromite.
Nicol. incr. Ingr. 52.

Fig. 2. — Diallagio distorto nella serpentina della Cassapanca. In basso, bastite all'estinzione.
Nicol. incr. Ingr. 52.

Digitized by Google

Sul sistema ∞^2 di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni.

Nota di GINO FANO.

In ogni varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni (S_4) è contenuta una doppia infinità di rette, la quale, se la varietà proposta non ha punti doppî, è certo irriducibile (*) e priva anch'essa di elementi doppî. Nella presente Nota mi propongo di determinare alcuni caratteri di questo sistema ∞^2 di rette, considerato come ente algebrico doppiamente infinito; e, fra altro, dimostrerò che il suo sistema canonico si compone delle ∞^9 rigate sue intersezioni coi complessi lineari del medesimo spazio S_4 (**).

1. — È noto che le rette dello spazio S_4 possono rappresentarsi con dieci coordinate omogenee r_{ik}, legate da alcune relazioni quadratiche (che si riducono a tre indipendenti). Esse possono perciò considerarsi come punti di uno spazio lineare S_9; e in questo spazio esse formano precisamente una varietà a sei dimensioni (M_6), di ordine 5, a sezioni ellittiche (***).

(*) Cfr. la mia Nota: *Sulle superficie algebriche contenute in una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 39, 1904); n° 3.

(**) Al Prof. G. Castelnuovo dell'Università di Roma rinnovo qui i più vivi ringraziamenti per avermi comunicati alcuni risultati, tuttora inediti, ch'egli aveva ottenuti in passato sopra questo stesso argomento.

(***) Castelnuovo: *Ricerche di geometria della retta nello spazio a quattro dimensioni* (" Atti Ist. Veneto ", ser. II, vol. 7°; 1891). Infatti nello spazio S_4 sei complessi lineari di rette hanno in generale 5 rette a comune (Castelnuovo, l. c., p. 46); e vi sono altresì 5 rette che si appoggiano a sei piani generici (cfr. anche Segre, *Alcune considerazioni elementari*..., " Rend. di Palermo ", t. II, 1888). Le rette che si appoggiano a soli cinque piani generici formano poi una rigata ellittica; perchè quelle che si appoggiano a quattro di questi piani formano un sistema ∞^2 di 1° ordine contenuto in

Digitized by Google

Il sistema ∞^2 delle rette contenute in una varietà cubica V dello spazio S_4, priva di punti doppî, si può dunque considerare come una superficie F contenuta nella suddetta M_6^5. Di questa superficie vogliamo qui determinare alcuni caratteri.

La superficie F *appartiene anch'essa allo spazio* S_9*; e non è nemmeno contenuta in altre quadriche, all'infuori di quelle che passano per la* M_6^5 *sopra considerata.* In altri termini, *il sistema* ∞^2 *di rette contenuto in una varietà cubica generale non sta in nessun complesso lineare, e nemmeno in un complesso quadratico.* Infatti, se vi fosse in S_4 un complesso lineare contenente tutte le rette della varietà cubica V, gli S_3 polari dei singoli punti di V rispetto a questo complesso non potrebbero essere che gli stessi spazi tangenti a V in quei punti; e questi spazi dovrebbero perciò passare tutti per un medesimo punto (il *centro* del complesso), il che non avviene. — Supponiamo ora che vi sia un complesso quadratico contenente tutte le rette della varietà V. Un tale complesso, contenendo le 6 rette di V che escono da un punto qualunque di questa varietà, dovrebbe anche contenere tutto il cono quadrico di S_3 su cui stanno quelle rette, e perciò tutto il sistema ∞^4 delle tangenti tripunte di V, le quali costituiscono appunto quei coni. Ora di queste tangenti tripunte di V in ogni piano generico ve ne sono *nove* — le tangenti di inflessione della cubica intersezione di questo piano con V —; e queste nove dovrebbero perciò stare in un inviluppo di 2ª classe, formato pure da rette di quell'eventuale complesso quadratico. E ciò non è possibile, perchè questo inviluppo di 2ª classe avrebbe a comune coll'inviluppo di 6ª classe formato dalle tangenti della cubica sopra accennata nove elementi, i quali sarebbero doppî per quest'ultimo inviluppo e equivarrebbero perciò a 18 elementi semplici, numero superiore al prodotto dei gradi $(2 . 6 = 12)$ dei due inviluppi.

Il sistema ∞^2 delle rette esistenti sopra V è però contenuto in infiniti complessi cubici (p. e. in tutti quelli formati

una varietà cubica con 10 punti doppî (SEGRE, *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni*... "Mem. Acc. di Torino", ser. II, vol. 39, 1888; n° 25), e le rette di questo sistema che si appoggiano a un piano ulteriore formano perciò una rigata avente in ciascuno dei cinque piani una cubica direttrice (semplice): dunque appunto una rigata ellittica.

dalle rette che si appoggiano a una sezione iperpiana arbitraria di V medesima).

2. — Determiniamo adesso *l'ordine della superficie* F, e il *genere delle sue sezioni iperpiane*; in altri termini, l'ordine e il genere della rigata intersezione del sistema ∞^2 di rette contenuto in V con un complesso lineare qualunque (*). Se questo complesso è “ singolare ”, cioè si compone di tutte le rette di S_4 che si appoggiano a un certo piano, la rigata sezione sarà composta di quelle rette di V che si appoggiano a questo stesso piano.

L'ordine domandato sarà il numero (supposto finito) di quelle rette di V che appartengono in pari tempo a due complessi lineari, e in particolare il numero di quelle rette che si appoggiano a due piani assegnati. Considerando due piani contenuti in uno spazio $S_3 \equiv \Pi$, e aventi perciò una retta s a comune, ogni retta che si appoggia a entrambi quei piani o starà nello spazio Π oppure si appoggerà alla retta s. Ora nello spazio Π sono contenute 27 rette della varietà V (quelle che stanno sulla superficie intersezione di questo spazio con V medesima); e la retta s incontra V in *tre* punti, da ciascuno dei quali escono *sei* rette contenute in questa varietà. Il numero totale di rette cercato sarà dunque eguale a $27 + 3 . 6 = 45$.

Quanto al genere, basterà osservare che sulla rigata (di ordine 45) formata dalle rette di V che si appoggiano a un dato piano (**) gli spazi S_3 passanti per questo piano segano gruppi di 27 rette formanti una serie lineare g^1_{27}. In questa serie lineare si hanno elementi multipli, cioè due almeno delle 27 rette di un gruppo vengono a coincidere, soltanto quando lo spazio con-

(*) Cfr. anche la mia Memoria: *Ricerche sulla varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni e sopra i suoi spazi pluritangenti* (“ Annali di Matem. ”, ser. III, vol. X); n° 7.

(**) Benchè questa rigata sia intersezione del nostro sistema ∞^2 di rette con un complesso lineare particolare, tuttavia, essendo essa priva (in generale) di generatrici doppie, il suo genere sarà eguale a quello della rigata che si otterrebbe come intersezione del medesimo sistema ∞^2 con un complesso lineare generico.

Digitized by Google

siderato è tangente alla varietà V (*); e allora ciascuna delle sei rette uscenti dal punto di contatto di questo spazio — il quale è punto doppio per la superficie intersezione con V — conta come due fra le 27, vale a dire si hanno *sei* diversi elementi doppî. E poichè in un fascio vi sono 24 spazi S_3 tangenti alla varietà V, così nella g^1_{27} considerata vi saranno in tutto $6 . 24 = 144$ elementi doppî. Indicando dunque con p il genere domandato, sarà:

$$2(27 + p - 1) = 144 \quad \text{e quindi} \quad p = 46.$$

Il sistema ∞^2 *di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio* S_4 *è incontrato dai complessi lineari di questo spazio secondo rigate di ordine* 45 *e genere* 46. Ovvero anche: *La superficie dello spazio* S_9 *immagine di questo sistema* ∞^2 *di rette è di ordine* 45 *e ha le sezioni iperpiane di genere* 46.

3. — Le rette della varietà V che si appoggiano a una qualunque (assegnata) fra esse formeranno una rigata di ordine 15; poichè tre di queste rigate, le cui direttrici stiano in un medesimo piano, devono formare insieme la rigata di ordine 45 costituita da tutte le rette di V che si appoggiano a questo piano. Queste tre rigate avranno a due a due 5 generatrici a comune (delle quali quattro apparterranno al punto comune alle due direttrici, e la quinta al piano di queste); perciò, indicando con p' il loro genere comune, dovrà essere (per la nota formola del genere di una curva composta):

$$3p' + 3 . 5 - 2 = 46 \quad \text{da cui} \quad p' = 11.$$

Le rette della varietà V *che si appoggiano a una qualunque fra esse formano una rigata di ordine* 15 *e genere* 11.

4. — Dimostriamo ora che la superficie F^{45} di S_9, immagine del sistema ∞^2 di rette contenuto in V, è *normale*, ossia non è proiezione di alcuna superficie dello stesso ordine appartenente a uno spazio superiore.

(*) KLEIN, " Math. Ann. ", VI, p. 366. Sopra una superficie cubica priva di punti doppî le 27 rette sono sempre tutte distinte; e quando una retta conta come due (almeno) fra le 27, sopra questa retta vi deve essere almeno un punto doppio della superficie.

Alle rigate R_{11}^{15} formate dalle rette di V che si appoggiano a una qualunque fra tali rette corrispondono sopra F^{45} delle *curve* γ^{15} *di genere* 11, le quali *appartengono a spazi* S_6, poichè ciascuna di quelle rigate è contenuta in una doppia infinità di complessi lineari; e precisamente in tutti i complessi lineari singolari i cui piani-assi passano per la sua direttrice rettilinea. *Queste* ∞^2 *curve* γ_{11}^{15} *di* S_6 *sono normali,* perchè già nello spazio S_7 non esistono curve di ordine 15 e genere 11 (essendo eguale a 10 il genere massimo che può avervi una curva di ordine 15 (*)). — Due qualunque di quelle rigate R^{15} hanno cinque generatrici a comune: lo abbiamo già veduto al n° prec. nel caso che le loro direttrici fossero incidenti; e, se queste fossero invece sghembe, esse determinerebbero uno spazio S_3 incontrante V secondo una superficie cubica, e le cinque rette di questa superficie che incontrano le prime due sarebbero appunto le generatrici comuni alle due rigate R^{15} considerate. Perciò sulla superficie F *due qualunque delle curve* γ_{11}^{15} *avranno cinque punti a comune* (**). A rigate R_{11}^{15} aventi direttrici sghembe, e perciò non contenute in un medesimo complesso lineare, corrisponderanno curve γ_{11}^{15} i cui spazi S_6 non stanno in un medesimo iperpiano S_8, e hanno perciò a comune (precisamente) uno spazio S_3; e il sistema dei 5 punti comuni a quelle due curve apparterrà a questo spazio S_3 (cioè quei 5 punti non staranno in un piano: perchè se no le 5 rette

(*) Castelnuovo, *Ricerche di geometria sulle curve algebriche* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 24, 1889); n° 27.

(**) Nel sistema ∞^2 di rette contenuto nella varietà V le rigate R_{11}^{15} formano un sistema algebrico (non lineare) ∞^2, che ha per serie lineare caratteristica (Severi, *Osservazioni sui sistemi continui di curve appartenenti a una superficie algebrica,* " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 39, 1904; n° 4) una g_5^1. Si vedrebbe facilmente che questa g_5^1 sopra la rigata R_{11}^{15} che ha una data direttrice l si compone di quei gruppi di generatrici che stanno negli spazi tangenti a V nei singoli punti di l, senza passare però, in generale, per il punto di contatto. Questa serie è la residua dell'altra g_5^1, formata dai gruppi di generatrici che escono dai singoli punti di l, rispetto alla g_{10}^3 completa che contiene i gruppi di generatrici segati dagli spazi S_3 che passano per l. L'esistenza di questo sistema algebrico ∞^2 di rigate, completo (perchè è certo completa la sua g_5^1 caratteristica) e non lineare, e perciò non contenuto totalmente in un sistema lineare, basta per affermare che la superficie immagine del nostro sistema di rette è irregolare (cioè che per essa $p_g > p_n$).

Digitized by Google

comuni alle due rigate dovrebbero stare sopra una quadrica). Infine, a tre rigate R_{11}^{15} colle direttrici a_1, a_2, a_3 a due a due sghembe e non contenute in un medesimo spazio S_3 corrisponderanno curve γ_{11}^{15} i cui spazi S_3 avranno a comune un punto e uno solo. Infatti, dire che questi tre spazi S_6 hanno a comune un solo punto equivale a dire che le tre reti formate dai complessi lineari singolari i cui piani-assi passano rispett. per le tre rette a_1, a_2, a_3 sono contenute soltanto in un sistema lineare ∞^8 di complessi lineari, e non in un sistema inferiore; ossia che vi è soltanto un complesso lineare di piani " coniugato " a tutti quei complessi di rette, vale a dire contenente le tre reti di piani di assi a_1, a_2, a_3 (*). E questo è appunto il complesso formato dai piani che si appoggiano all'unica retta secante comune di a_1, a_2, a_3 (**).

Ciò premesso, se la superficie F^{45} fosse proiezione di un'altra dello stesso ordine (Φ) appartenente a uno spazio superiore, alle ∞^2 curve γ_{11}^{15} contenute in F dovrebbero corrispondere sopra Φ curve γ' appartenenti pure a spazi S_6 (perchè le prime sono normali); due generici fra questi spazi S_6 dovrebbero ancora incontrarsi secondo uno spazio S_3, perchè le loro curve γ' avranno egualmente a comune 5 punti non contenuti in un piano; e tre qualunque dei medesimi spazi S_6 avrebbero ancora a comune un punto, perchè due di essi incontrerebbero il terzo secondo spazi S_3 di un medesimo S_6 e perciò fra loro incidenti. Questo punto comune a tre degli spazi S_6 sarà però, in generale, unico, perchè così avveniva sulla superficie F. Segue da ciò che lo spazio S_9 determinato da due di quegli S_6 dovrà contenere anche tutti i rimanenti spazi S_6 delle curve γ', perchè con uno generico fra questi esso avrà a comune due diversi S_3 (sue intersezioni con quei primi due S_6) incontrantisi in un unico punto. Quello stesso spazio S_9 dovrebbe dunque contenere l'in-

(*) Castelnuovo, Mem. cit., *Ricerche di geometria della retta...*, p. 46.

(**) Per maggior chiarezza, può convenire di trasformare quest'ultima questione per dualità in S_4; e si tratterà allora di trovare quei complessi lineari di rette che contengono tre piani rigati assegnati. Se questi piani non passano per uno stesso punto, potranno stare soltanto in un complesso lineare singolare il cui piano-asse li incontri tutti tre secondo rette; e di piani così fatti non ve n'è in generale che uno: quello determinato dai punti d'intersezione dei tre piani dati a due a due.

Digitized by Google

tera superficie Φ; e perciò non è possibile che questa appartenga a uno spazio superiore a S_9.

5. — Dico ora che *le sezioni iperpiane della superficie* F^{45} *di* S_9 *da noi considerata sono precisamente le curve canoniche di questa superficie*; ossia che *il sistema* ∞^2 *di rette contenuto nella varietà* V *ha per rigate canoniche le sue intersezioni cogli* ∞^9 *complessi lineari di* S_4.

Sia $|C|$ il sistema lineare ∞^9 di rigate che i complessi lineari segano sulla varietà di rette contenuta in V (sistema che già sappiamo essere completo). Proponiamoci di determinarne il sistema Jacobiano $|C_j|$, ossia quel sistema lineare completo che contiene le Jacobiane di tutte le reti appartenenti a $|C|$ (potendosi prescindere dalla considerazione degli eventuali elementi basi, poichè il sistema $|C|$ ne è privo). Allora il sistema aggiunto a $|C|$ sarà definito dalla relazione simbolica:

$$|C'| = |C_j - 2C| \text{ (*)};$$

e il sistema canonico della relazione:

$$|K| = |C' - C| = |C_j - 3C|.$$

Si tratterà dunque di far vedere che nel nostro caso $|K| \equiv |C|$.

Si consideri a tal uopo entro $|C|$ una rete qualsiasi; p. e. quella rete $|\mu|$, che viene segata dai complessi lineari singolari i cui piani-assi passano per una retta generica s dello spazio S_4. Una rigata di questa rete ha delle generatrici doppie ogni qual volta il piano-asse al quale si appoggiano tutte le sue generatrici è tangente alla varietà V; e allora sono doppie tutte sei le generatrici che escono dal punto di contatto di questo piano. La Jacobiana della rete $|\mu|$ conterrà dunque tutte le rette di V che escono dai punti in cui questa varietà è toccata da piani passanti per s; e da queste rette essa sarà anche esaurita (**). Il luogo di quei punti di contatto è una curva di

(*) ENRIQUES: *Intorno ai fondamenti della geometria sopra le superficie algebriche* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 37, 1901): p. 18.

(**) Vi sono bensì, all'infuori delle rigate sopra considerate, anche delle altre che hanno generatrici doppie; e precisamente (cfr. n° 7) tutti i complessi lineari singolari, i cui piani-assi passano per la retta s e stanno in un medesimo spazio S_3 bitangente a V, segano sopra V delle rigate contenute nella rete $|\mu|$ e aventi come generatrice doppia una medesima " retta

Digitized by Google

12° ordine, intersezione di V colla superficie f^4 base del fascio formato dalle quadriche polari dei punti della retta s. La nostra rigata Jacobiana si comporrà perciò di tutte le rette di V che si appoggiano a questa curva di 12° ordine, ossia che si appoggiano alla superficie f^4 (poichè una retta di V può appoggiarsi a questa superficie soltanto in un punto di quella curva): essa sarà dunque l'intersezione del sistema ∞^2 di rette contenuto in V col complesso di 4° grado formato da tutte le rette di S_4 che si appoggiano alla superficie f^4.

Segue da ciò che il sistema Jacobiano completo $|C_j|$ — il quale nel caso presente non deve avere elementi basi — conterrà tutte le rigate (di ordine 180) intersezioni del sistema ∞^2 di rette contenuto in V coi varî complessi di 4° grado dello spazio S_4 (perchè se no esso non sarebbe certo un sistema completo), e potrà eventualmente contenerne altre ancora (del medesimo ordine); esso coinciderà poi certo col sistema completo $|4C|$, quadruplo di $|C|$, col quale ha evidentemente infinite rigate a comune. Avremo perciò:

$$|K| \equiv |C_j - 3C| = |4C - 3C| = |C|$$

come si voleva dimostrare.

6. — Poichè la superficie F^{45}, immagine del sistema ∞^2 di rette contenuto nella varietà cubica V, è normale (n° 4), e ha per curve canoniche le sue ∞^9 sezioni iperpiane (n° 5), così il suo *genere geometrico* sarà $= 10$. E il genere $= 46$ delle curve canoniche sarà il suo *genere lineare* $p^{(1)}$.

Il sistema ∞^2 di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio S_4 *ha il genere geometrico* $p_g = 10$ *e il genere lineare* $p^{(1)} = 46$. *Le sue ∞^9 rigate canoniche vengono segate dai complessi lineari dello spazio* S_4.

La superficie F^{45} di S_9 immagine di questo sistema di rette sarà una " superficie canonica " di genere $p_g = 10$, priva

---

speciale ". Ma le generatrici doppie che così si ottengono saranno soltanto in numero finito (tante quanti gli S_3 bitangenti a V che passano per la retta s), e non potranno perciò costituire una parte ulteriore della Jacobiana cercata.

Digitized by Google

di curve eccezionali (perchè il suo ordine è eguale al genere lineare $p^{(1)}$, diminuito di un'unità).

7. — Troviamo ora per questa superficie F^{45} il valore dell'invariante I (*), del quale poi ci serviremo per determinare il genere numerico. È noto che se si considera sopra una superficie un fascio lineare di curve irriducibili di genere $\pi > 0$ e con n punti basi, e se si indica con δ il numero delle curve del fascio dotate di punto doppio, l'espressione:

$$I = \delta - n - 4\pi$$

non dipende dalla scelta del fascio, e costituisce perciò un invariante (relativo) (**) della superficie: di questo invariante vogliamo appunto determinare il valore.

Consideriamo a tal uopo le rigate che nel sistema ∞^2 di rette contenuto in V vengono segate da un fascio di complessi lineari singolari, vale a dire da quei complessi i cui piani-assi passano per una retta generica s e stanno in un determinato spazio $S_3 \equiv \Sigma$ (passante a sua volta per quella retta). Per questo fascio di rigate, che è contenuto nel sistema canonico, sarà $\pi = 46$ e $n = 45$; e dobbiamo cercare quante rigate R^{45} di esso abbiano una generatrice doppia.

Queste generatrici doppie possono nascere in due modi diversi.

Anzitutto nel fascio formato dai piani σ vi sono 12 piani tangenti alla varietà V (ossia alla superficie intersezione di questa varietà collo spazio Σ); e per la rigata R^{45} le cui generatrici si appoggiano a uno di questi piani sono elementi doppi tutte le sei generatrici che escono dal punto di contatto di tale piano con V. Queste 12 rigate contribuiscono perciò al computo

(*) SEGRE, *Intorno ad un carattere delle superficie e delle varietà superiori algebriche* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. **31**, **1896**). Questo carattere era stato considerato anche prima, ma in modo meno generale, dal sig. ZEUTHEN (" Math. Ann. ", IV, 1871) e dal sig. NOETHER (" Math. Ann. ", VIII, 1874; p. 526).

(**) Ossia un carattere invariabile per quelle sole trasformazioni birazionali della superficie che non introducono in nessuno dei due sensi curve eccezionali (come trasformate di punti semplici).

Digitized by Google

del numero δ con $6 . 12 = 72$ unità. È una retta " non speciale " della varietà V, essendo sghemba rispetto a tutte le ∞^1 ad essa consecutive sopra V stessa (*), non può risultare generatrice doppia di una di quelle rigate se non nel modo ora indicato; perchè se un piano σ si appoggia a una tale retta g in un punto G, esso non potrà appoggiarsi in pari tempo anche a due diverse rette consecutive a g, a meno di non contenere due fra le tangenti di V in quel punto G, e di essere perciò esso stesso ivi tangente a V.

Invece una " retta speciale " contenuta nella varietà V è incidente a tutte le ∞^1 ad essa consecutive; lungo di essa la varietà V ammette un piano tangente fisso Ξ, e gli spazi S_3 passanti per questo piano sono tutti bitangenti a V in coppie di punti di quella retta. Inoltre il piano rigato di sostegno Ξ è precisamente la varietà lineare tangente secondo tale retta al sistema ∞^2 di rette contenuto in V (**). — Ora è noto che gli iperpiani passanti per il piano tangente a una superficie in un suo punto semplice — ed essi soltanto — incontrano questa superficie secondo linee che nel punto considerato hanno un punto doppio. Potremo dunque concludere che *Una retta speciale* g *della varietà* V *sarà doppia per la rigata* R^{45} *segata da un complesso lineare sempre e solo quando questo complesso contenga l'intero piano rigato* Ξ *tangente a* V *lungo quella retta.* E se si tratta di un complesso lineare singolare, *sarà necessario e sufficiente, affinchè* g *risulti generatrice doppia della rigata sezione, che il piano-asse* σ *del complesso incontri il piano* Ξ *secondo una retta.* Ora, dire che nel fascio di piani $s(\Sigma)$ vi è un piano σ incontrante Ξ secondo una retta, equivale a dire che il piano Ξ si appoggia alla retta s asse di quel fascio, e determina perciò con essa uno spazio S_3 che sarà bitangente a V (in punti di g). Sicchè le rigate R^{45} del nostro fascio che hanno una retta speciale come generatrice doppia saranno tante quanti gli spazi bitangenti di V che passano per la retta s; saranno cioè in numero di 180 (***).

(*) Cfr. la mia Mem. cit. *Ricerche sulla varietà cubica generale...*, n° 6.

(**) Mem. cit., n° 5, 6.

(***) Mem. cit., n° 10.

Digitized by Google

Segue da ciò $\delta = 72 + 180 = 252$. E quindi:

$$I = 252 - 45 - 4 \,.\, 46 = 23.$$

E dalla relazione:

$$\omega + I = 12 p_n + 9 \text{ (*)}$$

nella quale p_n indica il *genere numerico* della superficie, e l'invariante ω è in questo caso eguale al genere lineare $p^{(1)} = 46$ (poichè non vi sono curve eccezionali), si deduce:

$$12 p_n = 46 + 23 - 9 = 60 \qquad \text{ossia} \qquad p_n = 5.$$

Il sistema ∞^2 *di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio* S_4 *è un ente algebrico doppiamente infinito di genere geometrico* 10 *e genere numerico* 5.

8. — Abbiamo veduto che il sistema ∞^2 delle rette contenute nella varietà V è incontrato dai complessi lineari di S_4 secondo le sue ∞^9 *rigate canoniche.* E le rigate (di ordine 90) formanti il sistema lineare doppio del precedente saranno le *rigate bicanoniche.* Sono dunque certamente tali tutte le rigate intersezioni di V con complessi quadratici di rette; ma da queste il sistema bicanonico non è ancora esaurito.

Infatti il bigenere P_2, ossia il numero delle curve (rigate) bicanoniche linearmente indipendenti, è legato ai due generi p_g e p_n e al genere lineare $p^{(1)}$ dalle due relazioni:

$$p_g + p^{(1)} \geq P_2 \geq p_n + p^{(1)} \text{ (**)}$$

sempre valide se $p_g > 1$. Nel nostro caso dunque ($p_g = 10$, $p_n = 5$, $p^{(1)} = 46$):

$$56 \geq P_2 \geq 51.$$

Ora *i complessi quadratici di rette dello spazio* S_4 *sono in*

(*) Castelnuovo-Enriques, *Sopra alcune questioni fondamentali nella teoria delle superficie algebriche* (“ Annali di Matem. ”, ser. III, vol. VI, 1901); n° 6, p. 24.

(**) Castelnuovo-Enriques: *Sur quelques récents résultats dans la théorie des surfaces algébriques* (“ Math. Ann. ”, vol. 48, 1896); § 31.

Digitized by Google

numero di ∞^{49}. Infatti, considerando le rette di S_4 come punti di una M_6^5 di uno spazio S_9, i complessi quadratici saranno rappresentati dalle intersezioni di questa M_6^5 colle quadriche del medesimo spazio. Le quadriche dello spazio S_9 dipendono da $\frac{9 \cdot 12}{2} = 54$ parametri, e fra esse ve ne sono ∞^4 che contengono la M_6^5 sopra accennata (*); perciò il sistema lineare che esse segano sulla M_6^5 avrà soltanto la dimensione $54-4-1=49$. E poichè nessun complesso quadratico contiene l'intero sistema ∞^2 di rette esistente sopra V (n° 1), così sopra questo sistema i complessi quadratici segheranno precisamente ∞^{49} rigate bicanoniche, fra le quali soltanto 50 saranno linearmente indipendenti: mentre invece $P_2 \geq 51$.

E notevole che *la rigata sviluppabile* Σ^{90} *formata dalle rette speciali della varietà* V (**) *è precisamente una rigata bicanonica che non può segarsi con un complesso quadratico di rette.* Infatti questa rigata si può segare, e in infiniti modi, con un complesso cubico il quale incontri ulteriormente il nostro sistema ∞^2 di rette secondo una rigata R^{45} sua intersezione con un complesso lineare: a questa condizione soddisfanno tutti i complessi cubici formati dalle rette che stanno sulle quadriche polari (rispetto a V) dei punti di un piano qualsiasi (***). Perciò è chiaro che quella rigata Σ^{90} deve far parte del sistema lineare doppio di quello segato dai complessi lineari, cioè deve essere una rigata bicanonica.

Per dimostrare poi che la rigata Σ^{90} non può segarsi con un complesso quadratico di rette, basterà verificare che è effettivamente così in un caso particolare qualsiasi. E lo si riconosce facilmente per la varietà di equazione:

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 = 0$$

(*) Questo sistema lineare ∞^4 è determinato dalle cinque quadriche $r_i = 0$, dove:

$$r_i \equiv r_{kl}\, r_{mn} + r_{km} r_{nl} + r_{kn} r_{lm}$$

essendo ***iklmn*** una permutazione dei numeri naturali da 1 a 5 (Castelnuovo, *Ricerche di geometria della retta...*, " Atti Ist. Ven. ", serie II, vol. 7°, 1891).

(**) Cfr. la mia Mem.: *Ricerche sulla varietà cubica generale...*, n° 6 e seg.

(***) Mem. cit., n° 9.

sulla quale la rigata Σ^{90} si compone dei 30 coni cubici che ne sono intersezioni cogli spazi $x_i + \epsilon x_k = 0$ (dove ϵ è una qualsiasi radice cubica dell'unità) (*). Dico che questi 30 coni cubici non sono certo contenuti in un medesimo complesso quadratico di rette. E infatti, se vi fosse un complesso quadratico il quale li contenesse tutti, questo medesimo complesso dovrebbe anche contenere:

1° Le 30 stelle ∞^2 di rette alle quali quei coni rispett. appartengono;

2° Tutti i sistemi ∞^3 di rette appoggiantisi a uno dei piani $x_i = x_k = 0$ e allo spigolo opposto $x_l = x_m = x_n = 0$ della piramide fondamentale. Infatti per ogni punto di uno di quei piani escirebbero già tre rette del complesso, appartenenti a altrettante delle 30 stelle precedenti, e contenute in un medesimo fascio; e perciò il complesso quadratico di cui si tratta dovrebbe contenere tutti questi fasci;

3° Tutte le stelle ∞^3 di rette uscenti dai 5 punti fondamentali del sistema di coordinate, perchè da ognuno di questi punti escirebbero già quattro stelle ∞^2 contenute nel complesso;

4° Tutte le ∞^4 rette contenute in uno qualsiasi degli spazi $x_i = 0$; perchè entro questo spazio apparterrebbero già al complesso quattro stelle ∞^2 di rette, i quattro piani rigati determinati dai vertici di queste stelle a tre a tre, e tutte le rette che si appoggiano a una qualsiasi coppia di spigoli opposti del tetraedro così determinato;

5° Tutte le rette che si appoggiano a una delle rette fondamentali $x_i = x_k = x_l = 0$, perchè per ogni punto di una di esse escirebbero già tre stelle ∞^2 appartenenti al complesso e contenute rispett. nei tre spazi $x_i = 0$, $x_k = 0$, $x_l = 0$.

(*) Ciascuno dei 30 spazi $x_i + \epsilon x_k = 0$ incontra infatti la varietà $\Sigma x_i^3 = 0$ secondo un cono cubico: quello stesso che è sua intersezione col cono di 2ª specie $x_l^3 + x_m^3 + x_n^3 = 0$ (essendo $iklmn$ una permutazione dei numeri naturali da 1 a 5). Ora le generatrici di un cono contenuto in una varietà cubica sono sempre " rette speciali ", perchè lungo ognuna di esse la varietà ammette un piano tangente fisso (il piano tangente a quel medesimo cono); perciò, nel nostro caso, quei 30 coni cubici faranno tutti parte della sviluppabile Σ^{90}, la quale risulterà anzi così già esaurita. Allo studio delle varietà $\Sigma x_i^3 = 0$, e in particolare dei suoi spazi pluritangenti, ho dedicata un'altra Nota nei " Rendiconti dell'Istituto Lombardo " di quest'anno.

Digitized by Google

Ora non vi è certo nello spazio S_4 nessun complesso quadratico il quale contenga tutte le rette sopra indicate; perchè per ogni punto di questo spazio escirebbero già dieci fasci di rette contenuti nel supposto complesso (quelli che proiettano le rette $x_i = x_k = x_l = 0$), e questi fasci dovrebbero perciò stare sopra un medesimo cono quadrico, il che non avviene.

Nel sistema ∞^2 *di rette contenuto nella varietà* V *sono dunque rigate bicanoniche tutte le* ∞^{49} *rigate segate dai complessi quadratici di rette e, oltre a queste, la sviluppabile* Σ^{90} *delle rette speciali.* È possibile che all'infuori del sistema lineare ∞^{50} così determinato non ve ne siano altre.

9. — Quando una varietà cubica di S_4 ha un numero finito $k > 0$ e ≤ 5 di punti doppî fra loro indipendenti, rappresentandola sopra uno spazio S_3 mediante proiezione da uno dei suoi punti doppî, si ottiene in questo spazio una sestica fondamentale, intersezione di una quadrica con una superficie di 3° ordine, irriducibile e dotata di $k - 1$ punti doppî; perciò di genere $4 - (k - 1) = 5 - k$. E il sistema ∞^2 di rette contenuto in quella varietà si proietta secondo il sistema delle corde di questa sestica (*). Vale a dire:

Quando una varietà cubica di S_4 *ha un numero finito* $k > 0$ *e* ≤ 5 *di punti doppî fra loro indipendenti, il sistema* ∞^2 *delle rette esistenti su di essa è birazionalmente identico al sistema delle corde di una curva di genere* $5 - k$: per $k = 5, 4, 3, 2, 1$ dunque rispett. al sistema delle corde di una curva di genere 0, 1, 2, 3, 4.

È noto che un tale sistema ha il genere geometrico $\frac{(5-k)(4-k)}{2}$ e il genere numerico $\frac{(5-k)(2-k)}{2}$ (**).

Ora *sopra una varietà cubica priva di punti doppî il sistema* ∞^2 *di rette ha precisamente lo stesso genere geometrico* $p_g = 10$

(*) Cfr. la Mem. cit. del sig. Segre: *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni...*, n° 4, 56.

(**) Severi: *Sulle superficie che rappresentano le coppie di punti di una curva algebrica* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 38, 1903); De Franchis: *Sulla varietà* ∞^2 *delle coppie di punti di due curve o di una curva algebrica* (" Rend. di Palermo ", vol. 17°, 1903).

Digitized by Google

e lo stesso genere numerico $p_n = 5$ *del sistema delle corde di una curva di genere* 5 (come si otterrebbe cioè dalle formole precedenti ponendo in esse $k = 0$). E a quel sistema di rette spetta altresì la medesima proprietà del sistema delle corde di una curva canonica — cioè, nel caso del genere 5, di una curva di 8° ordine intersezione di tre quadriche dello spazio S_4 —, che le rigate canoniche vengono segate precisamente dai complessi lineari dello spazio a cui il sistema di rette appartiene. Ma *il sistema delle rette contenute in una varietà cubica generale di* S_4 *non è certo riferibile al sistema delle corde di una curva di genere* 5 (pur avendo lo stesso genere geometrico e lo stesso genere numerico); perchè sono differenti i loro generi lineari. Pel primo abbiamo veduto infatti che $p^{(1)} = 46$; e pel secondo si ha (*) $p^{(1)} = (5-2)(4 . 5 - 5) = 3 . 15 = 45$. E l'invariante I vale per questi due sistemi di rette rispett. 23 e 24 (essendo sempre $p^{(1)} + I = 69 = 12p_n + 9$).

Torino, aprile 1904.

(*) Cfr. i lavori ora cit. dei sigg. SEVERI e DE FRANCHIS.

Digitized by Google

Relazione sulla memoria del Prof. Antonio Garbasso intitolata: *Su la struttura degli atomi materiali.*

Questa Memoria è un complemento ed una illustrazione dell'altra dello stesso Autore *Sulla teoria elettromagnetica dell'emissione della luce,* accolta dall'Accademia e stampata nel vol. LIII delle Memorie accademiche.

Alle considerazioni teoriche l'A. aggiunge in questo nuovo lavoro la descrizione di alcune esperienze fatte allo scopo di studiare le variazioni che nelle diverse parti dell'arco voltaico possono avvenire in quei sistemi di conduttori, che secondo le idee dell'Autore, costituiscono un atomo e specialmente discernere se avvenga una separazione d'una parte d'un sistema, oppure si attenui soltanto l'eccitamento di questa.

I sottoscritti, per le ragioni esposte nella relazione colla quale raccomandavano all'Accademia l'accoglimento della Memoria ricordata (Atti, vol. XXXVIII, p. 276), propongono l'accoglimento nella raccolta delle Memorie accademiche anche del nuovo lavoro del Prof. Garbasso.

A. Naccari,
G. Morera, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Lorenzo Camerano.

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: MANNO, CIPOLLA, CARUTTI, PIZZI, SAVIO, DE SANCTIS, RUFFINI e RENIER, Segretario.

Viene approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 24 aprile 1904.

Il Presidente fa omaggio di due opuscoli del Socio corrispondente Giuseppe BIADEGO: 1° *Un milite oscuro della libertà (Giuseppe Catterinetti Franco),* Firenze, 1904; 2° *Per la storia della coltura veronese nel secolo XIV. Alberico da Marcellise maestro di grammatica e cancelliere scaligero*, Venezia, 1904.

Il Socio MANNO consegna per incarico dell'autore un volume di A. L. DONNADIEU, *Le Saint Suaire de Turin devant la science*, Paris, Mendel, 1903.

Il Socio DE SANCTIS presenta per gli *Atti* una nota del Dr. Angelo TACCONE: *Il trimetro giambico dei frammenti tragici, satireschi e comici e dell'" Alessandra " di Licofrone.*

Invitato dal Presidente, il Socio CIPOLLA, incaricato col Socio MANNO di riferire intorno alla Memoria del Prof. Arturo SEGRE, *Il richiamo di Don Ferrante Gonzaga dal governo di Milano e sue conseguenze, 1553-1555*, legge la sua relazione, che compare negli *Atti*. La Classe, approvata con votazione palese la relazione, prende cognizione della monografia e con pienezza di voti segreti ne delibera l'inserzione nelle *Memorie* accademiche.

Digitized by Google

Il trimetro giambico de' frammenti tragici, satireschi e comici e dell'" Alessandra " di Licofrone.

Nota di ANGELO TACCONE.

Il Prof. G. De Sanctis, che intorno al mio lavoro *Il trimetro giambico nella poesia greca*, stampato nelle *Memorie* di questa R. Accademia, serie II, tomo LIV, pp. 29-108, assai benevolmente riferì nella seduta del 27 dicembre 1903, osservava come lo scritto sarebbe riuscito più compiuto se vi si fosse tenuto conto anche de' trimetri de' frammenti tragici e comici e dell'età alessandrina. Per verità quei trimetri non furono da me interamente trascurati neppure quando composi l'accennato lavoro: ma io non credetti opportuno, per non accrescere troppo la mole del lavoro stesso, di esporne in esso una analisi. Poichè però i trimetri de' frammenti comici presentano qualche nuova combinazione di soluzioni, e tanto i trimetri dei frammenti tragici quanto quelli dei frammenti comici mostrano poi con una certa frequenza altri esempi delle forme che nei drami interi vedemmo apparire scarsissime volte, io mi sono indotto a scrivere queste poche pagine, le quali si potranno considerare come un supplemento ed una integrazione del primo lavoro: per solo dovere di storico tengo pure conto dei trimetri dell'" Alessandra " di Licofrone, che sono in generale d'una regolarità somma e privi di soluzioni.

Poche parole soltanto dirò sui trimetri de' frammenti tragici, satireschi e comici considerati sotto il rispetto della legge di Porson: brevemente pure mi tratterrò sulla cesura tanto di questi trimetri come di quelli dell' " Alessandra ": mi diffonderò invece più a lungo sull'argomento delle soluzioni, che è il più importante.

Rispetto alla legge di Porson i trimetri sia di Eschilo sia di Sofocle sia di Euripide si comportano all'incirca in modo che

Digitized by Google

ogni otto i quali la seguono uno vi faccia eccezione: ciò mi risulta dall'esame di tutti quanti i trimetri di Sofocle e da quello de' vv. 750-850 del " Prometeo ", 300-400 de' " Persiani ", 480-580 delle " Coefore ", 600-700 delle " Eumenidi " per Eschilo; dei vv. 350-450 dell'" Andromaca ", 700-800 delle " Baccanti ", 1-100 dell'" Elena ", 500-600 dell'" Eracle furente ", 250-350 dell'" Ifigenia in Tauride ", 400-500 delle " Fenicie " per Euripide. Ora l'analisi di tutti i trimetri de' frammenti tragici (1) mi prova che la proporzione fra quelli che fanno eccezione alla regola di Porson e quelli che la seguono è complessivamente non più di 1 a 8, ma presso a poco di 1 a 6, essendo i primi 108 ed i secondi 636 (3 e 39 in Eschilo; 8 e 102 in Sofocle; 68 e 321 nei frammenti d'Euripide raccolti dal Nauck; 1 e 10 nei frammenti del Petrie; 11 e 93 nei tragici minori; 17 e 71 nei *fragmenta adespota*).

Nel " Ciclope " vedemmo (*Memorie*, l. c., p. 7-35) che le eccezioni alla regola di Porson stanno coi casi di essa nel rapporto approssimativo di 1 a 4: cotal rapporto rimane invariato pei frammenti dei drami satireschi (versi 7 a 30).

La comedia di Aristofane ci diede (*Mem.*, luogo e pag. citati) fra le eccezioni ed i casi della regola all'incirca la proporzione di 2 a 1: la proporzione pe' frammenti della comedia attica antica (2) è ad un di presso di 5 a 3 (versi 434 a 263, e cioè 32 a 13 per Cratino, 59 a 42 per Ferecrate, 10 a 7 per Ermippo, 61 a 41 per Eupoli, 117 a 59 per Aristofane, 47 a 35 per Platone il Comico, 12 a 5 per Strattide, 14 a 9 per Teopompo: degli altri comici di minor importanza non do le proporzioni per fare economia di

(1) Mi riferisco ai trimetri contenuti nel volume del Nauck *Tragicorum graecorum fragmenta*, ed. 2ª, Lipsiae, 1889: inoltre ho tenuto conto dei frammenti dell'" Antiope " euripidea scoperti dal Petrie e pubblicati la prima volta dal Mahaffy nella *Hermathena*, XVII, pp. 38-60: del resto questi frammenti si potranno vedere anche in un mio lavoro che uscirà presto nella *Rivista di Filologia e d'Istruzione classica*.

(2) Vol. 1 della raccolta del Kock *Comicorum Atticorum fragmenta*, e cioè *Antiquae Comoediae fragmenta*, Lipsiae, 1880. Aggiungansi i *Fragmenta adespota* dell'antica comedia attica (vol. III della stessa raccolta, pp. 397 e sgg.), il supplemento al vol. I (vol. III, pp. 710-732), ed il n. CCXII del vol. II dei *Papiri d'Ossirinco*.

Digitized by Google

spazio), per quelli della comedia attica nuova (1) circa di 3 a 2 (versi 1825 a 1270, ossia, ricordando le proporzioni solo per i comici d'importanza maggiore, 230 a 161 per Antifane, 44 a 27 per Anassandride, 48 a 41 per Eubulo, 23 a 13 per Nicostrato, 25 a 22 per Filetero, 12 a 16 per Efippo, 18 a 7 per Anassilao, 14 a 10 per Aristofonte, pure 14 a 10 per Epicrate, 12 a 6 per Cratino il giovane, 267 a 187 per Alesside, 19 a 7 per Diodoro, 19 a 22 per Dionisio, 6 a 11 per Erifo, 10 a 4 per Enioco, 8 a 4 per Mnesimaco, 7 a 6 per Sotade, 38 a 35 per Timocle, 12 a 12 per Senarco, 12 a 2 per Teofilo, 146 a 102 per Filemone, 72 a 57 per Difilo, 373 a 261 per Menandro (Kock), 6 a 6 per Linceo, 13 a 7 per Apollodoro Caristio, 14 a 7 per Apollodoro, 26 a 12 per Anassippo, 16 a 18 per Filippide, 9 a 8 per Egesippo, 12 a 9 per Sosipatro, 22 a 15 per Eufrone, 17 a 13 per Macone, 10 a 7 per Fenicide, 13 a 12 per Posidippo, 11 a 7 per Damosseno, 16 a 9 per Stratone, 82 a 45 per gli *adespota*, 32 a 15 per il Γεωργός, 41 a 31 per i frammenti dei *Papiri d'Ossirinco*). Nei frammenti che non si sanno attribuire con precisione alla comedia attica antica od alla nuova la proporzione è a un di presso di 10 a 9 (versi 90 a 78), in quelli appartenenti a comici d'incerta età è circa di 5 a 2 (versi 67 a 28), in quelli dubbî e spurii presso a poco di 3 a 2 (versi 22 a 13).

La comedia dorica (2) tiene, sotto il punto di vista di cui stiamo discorrendo, il mezzo fra il drama satiresco e la comedia attica. E per vero Epicarmo, su 39 versi cui si può applicare la legge di Porson, ne ha 20 che la seguono e 19 che vi fanno eccezione, e Sopatro, su 13, ne presenta 5 che vi fanno eccezione ed 8 che la osservano. Le proporzioni approssimative di 1 a 1 e di 2 a 3 che di qui si traggono stanno appunto fra quella

---

(1) Voll. II e III della raccolta del Kock, e cioè *Novae Comoediae fragmenta*, Lipsiae, 1884 e 1888. Si aggiungano i *Fragmenta adespota* della nuova comedia attica (vol. III, pp. 418 e sgg.), i supplementi ai voll. II e III (vol. III, pp. 732-756), i frammenti del Γεωργός di Menandro (pubblicati da Jules Nicole, *Le laboureur de Menandre*. Fragments inédits sur papyrus d'Égypte, déchiffrés, traduits et commentés. Genève, 1898) ed i numeri X e XI del vol. I dei *Papiri d'Ossirinco*, CCXI del vol. II, 409 del vol. III.

(2) G. Kaibel, *Comicorum Graecorum fragmenta*, Volum. I fascic. prior. *Doriensium Comoedia, Mimi, Phlyaces*. Berolini, 1899.

Digitized by Google

di 1 a 4 da una parte e quelle di 3 a 2, di 5 a 3, e di 2 ad 1 dall'altra.

Rispetto alla cesura si trovano con sufficiente frequenza tanto ne' frammenti tragici quanto ne' comici esempî di tutte, si può dire, le categorie che io distinsi nel lavoro precedente (*Mem.*, l. c., § 7).

Per i frammenti tragici valgano quali esempî di trimetri con la *pentemimera dopo un'enclitica* (non credo opportuno fare una esemplificazione di trimetri con la pentemimera o la eftemimera regolari) i versi seguenti: Eschilo, *fr.* 99, v. 12; *frr.* 201, 329, 373; Sofocle, *fr.* 4; *fr.* 25, v. 1; *frr.* 33, 34; Euripide, *fr.* 4, v. 1; *fr.* 67, 1; *fr.* 101; *fr.* 199, 1. Per la *eftemimera dopo una enclitica* addurrò questi altri esempî: Esch., *fr.* 95; *fr.* 99, v. 21; *fr.* 138, 1; Sof., *fr.* 37; *fr.* 61, vv. 3 e 4; Eurip., *fr.* 28, v. 2; *fr.* 127, 1; *fr.* 128. La *pentemimera dopo particelle* come μέν, δέ, γάρ, ecc., si trova, tra gli altri, ne' casi seguenti: Esch., *fr.* 137; *fr.* 206, vv. 1 e 2; *fr.* 275, 1; Sof., *fr.* 26, v. 1; *fr.* 528; Eurip., *fr.* 56, v. 2; *fr.* 165, 1. Della *eftemimera dopo le stesse particelle* recherò questi esempî: Esch., *fr.* 389; Sof., *fr.* 855, v. 14; Eurip., *fr.* 54, v. 3. Le categorie della *pentemimera* e della *eftemimera dopo una sillaba elisa* presentano pure numerosi casi. Ricorderò per la prima: Esch., *fr.* 6, v. 4; *fr.* 99, 10; *fr.* 379, 2; Sof., *fr.* 104, v. 1; *fr.* 140, 4; *frr.* 189 e 316; Eurip., *fr.* 14, v. 3; *fr.* 54, 1; *fr.* 143, 2. Per la seconda: Esch., *fr.* 1, v. 1; *fr.* 362, 1; Sof., *fr.* 281, v. 1; *fr.* 328, 5; Eurip., *fr.* 194, v. 1; *fr.* 238, 2. Della *cesura sostituita con una semplice sillaba elisa* vedemmo nel precedente lavoro come numerosi fossero gli esempî per la *eftemimera*, scarsissimi invece per la *pentemimera*. Ciò avviene anche nei drami frammentarî. Di pentemimera sostituita come accennammo non troviamo infatti ne' frammenti tragici che un esempio in un verso, senza dubbio spurio, di Eschilo: è il v. 7 del *fr.* 464. Per la eftemimera invece rammenterò: Esch., *fr.* 241, vv. 1 e 2; Sof., *fr.* 193, v. 1; *fr.* 261; Eurip., *fr.* 37, v. 2; *fr.* 402, 2; *fr.* 525, 1; Pompeo Macro, *fr.* 1, v. 1. Valgano quali esempî di *pentemimera fra due parole strettamente unite dal senso* i versi: Esch., *fr.* 44, vv. 1 e 2; Sof., *fr.* 75; *fr.* 192, v. 1; *fr.* 317, 2; Eurip., *fr.* 145, 1. Per la *eftemimera* valgano questi altri: Esch., *fr.* 44, v. 3; Sof., *fr.* 85, v. 3; Eurip., *fr.* 4, v. 2; *fr.* 269, 4;

Digitized by Google

fr. 703, 2. *Fra un'enclitica e la parola che precede* troviamo la *pentemimera,* tra i molti, nei casi seguenti: Esch., *fr*. 281, v. 5; Sof., *fr*. 326, v. 3; *fr*. 597, 1; Eurip., *fr*. 318, 2; *fr*. 425, 3; *fr*. 571, 2; Agatone, *fr*. 27; Astidamante, *fr*. 8, v. 1. E la *eftemimera*, assai più rara in tal posizione, la vediamo nel solo *fr*. 538 degli *adespota*. Di *cesura consistente in una preposizione che incominci un composto* non s'incontra ne' frammenti tragici se non un esempio (ed anch'esso è probabile, ma non certo) per la *eftemimera*: è il v. 7 del *fr*. 1063 d'Euripide. Di versi privi di cesura se ne trovano parecchi: in Sofocle il v. 2 del *fr*. 300 ha la dieresi dopo il 3° piede; così pure in Euripide i vv. 4 e 46 del *fr*. 1132, mentre il v. 6 del *fr*. 495 la presenta dopo il 2° piede; dieresi dopo il 3° piede hanno ancora il v. 2 del *fr*. 3 di Neofrone ed il v. 2 del *fr*. 18 di Jone.

Per i trimetri dei pochi frammenti satireschi mi limiterò a ricordare che, oltre ad alcuni esempî delle più comuni categorie di cesure, vi s'incontrano ancora i seguenti casi delle categorie più notevoli: al v. 2 del *fr*. 282 di Euripide la *pentemimera fra un'enclitica e la parola che precede*; al v. 3 del *fr*. 153 di Sofocle la *eftemimera fra due parole strettamente unite dal senso*; al *fr*. 308 di Sofocle, al v. 2 del *fr*. 18 di Jone ed al v. 5 del *fr*. 1 di Licofrone la dieresi dopo il 3° piede; al v. 2 del *fr*. 307 di Sofocle la dieresi dopo il 4° piede.

Passando alla comedia attica, esporrò, tanto per la comedia antica quanto per la nuova, una breve esemplificazione di ciascuna categoria. Incominciamo dalla comedia attica antica. Ricorderò per la *pentemimera dopo enclitica*: Cratino, *frr*. 110 e 251, v. 2; Ferecrate, *fr*. 67, vv. 3 e 5. Per la *eftemimera dopo enclitica*: Cratino, *fr*. 186, v. 4; Cratete, *fr*. 15, v. 7; Ferecrate, *fr*. 171. Per la *pentemimera dopo particelle* come μέν, δέ, γάρ, ecc.: Cratino, *fr*. 23; Ferecrate, *fr*. 155, v. 1. Per la *eftemimera dopo le stesse particelle*: Cratino, *fr*. 187, v. 3; Ferecrate, *fr*. 5, v. 3; *fr*. 71, v. 1. Per la *pentemimera dopo sillaba elisa*: Cratino, *frr*. 2, v. 1; 108, v. 3; 218. Per la *eftemimera dopo sillaba elisa*: Cratino, *fr*. 276; Eupoli, *fr*. 5. Per la *pentemimera in sillaba elisa*: Ferecrate, *frr*. 1, v. 2, e 248, v. 4. Per la *eftemimera in sillaba elisa*: Cratino, *frr*. 184 e 283, v. 2; Ferecrate, *fr*. 108, v. 9; Aristofane, *fr*. 21. Per la *pentemimera fra due parole strettamente unite dal senso*: Ferecrate, *frr*. 101, v. 2, e 141, v. 1. Per la

Digitized by Google

eftemimera nelle stesse condizioni: Ferecrate, *frr.* 108, v. 20, e 145, v. 14. Per la *pentemimera fra un'enclitica e la parola che precede*: Cratino, *fr.* 109, v. 2; Filonide, *fr.* 17; Eupoli, *fr.* 73, v. 1. Per la *eftemimera*: Aristofane, *fr.* 18, v. 1. Per la *eftemimera consistente in una preposizione che incomincia un composto*: Cratino, *fr.* 4, v. 2; Aristofane, *fr.* 318, v. 8. Le dieresi dopo il 3° piede sono numerose: Magnete, *fr.* 1, v. 1; Cratino, *frr.* 37, v. 1, e 190; Ferecrate, *fr.* 135, v. 1; se ne trovano anche dopo il 2°: Cratino, *frr.* 40 e 48; Ferecrate, *fr.* 108, v. 30; Aristofane, *fr.* 327; un caso di dieresi dopo il 4° piede lo presenta il v. 1 del *fr.* 1 di Ferecrate.

Venendo alla comedia attica nuova, non ripeterò più, per amor di brevità, le denominazioni delle singole categorie, che del resto ho già esposte due volte nel medesimo ordine. Cat. I: esempi per la *pentemimera*: Antifane, *frr.* 26, v. 6, e 55, v. 10: Menandro, *frr.* 13, v. 4, e 128, v. 9. Per la *eftemimera*: Antif., *frr.* 55, v. 13, e 106, v. 2; Men., *frr.* 31, e 128, v. 10. Cat. II: per la *pentemimera*: Antif., *frr.* 2, v. 2; 18, v. 2; 33, v. 2. Per la *eftemimera*: Antif., *fr.* 167, v. 2; Men., *frr.* 4, v. 4, e 13, v. 2. Cat. III: per la *pentemimera*: Antif., *frr.* 68, v. 7, e 125, 4: Men., *frr.* 5, v. 2; 68, v. 2; 88, v. 2. Per la *eftemimera*: Antif., *frr.* 34, v. 5; 47, v. 7; 144, v. 8. Cat. IV: per la *pentemimera*: Men., *fr.* 32. Per la *eftemimera*: Men., *fr.* 96, v. 4; 118, v. 2: 127, v. 2. Cat. V: per la *pentemimera*: Antif., *frr.* 26, v. 8, e 124, v. 15; Men., *fr.* 61, v. 1; Batone, *fr.* 5, v. 1. Per la *eftemimera*: Antif., *fr.* 160, v. 2; Batone, *fr.* 3, v. 2. Cat. VI: per la *pentemimera*: Antif., *frr.* 3, v. 2, e 26, v. 22; Men., *frr.* 39, v. 1; 59, v. 3; 70, v. 2. Per la *eftemimera*: Antif., *frr.* 153, v. 2, e 217, v. 15. Cat. VII: *per la pentemimera*: Batone, *fr.* 2, v. 11. Per la *eftemimera*: Antif., *fr.* 212, v. 2. Cat. VIII: versi senza cesura. Dieresi dopo il 2° piede: Antif., *fr.* 77, v. 2; Men., *fr.* 113, v. 1. Dieresi dopo il 3° piede: Antif., *frr.* 44, v. 4, e 89, v. 3; Men., *frr.* 87; 94, v. 2; 128, vv. 1 e 3.

Per la comedia dorica terrò lo stesso metodo or ora seguìto a proposito della comedia attica nuova. Cat. I: esempi per la *pentemimera*: Epicarmo, *frr.* 35, v. 10, e 137, v. 2. Per la *eftemimera*: *frr.* 34, v. 2; 35, vv. 6 e 9; 171, v. 1. Cat. II: per la *pentemimera* non ve n'è alcun esempio. Per la *eftemimera*: Sopatro, *fr.* 7, v. 1. Cat. III: per la *pentemimera*: Epic., *frr.* 34.

Digitized by Google

v. 1, e 35, v. 8. Per la *eftemimera*: Epic., *frr.* 171, v. 6, e 172, v. 6; Sop., *fr.* 6, v. 11. Cat. IV: non ve n'è che un esempio per la *eftemimera*: è dato dal v. 1 del *fr.* 21 d'Epicarmo. Cat. V: per la *pentemimera*: Epic., *fr.* 35, v. 4. Cat. VI: per la *pentemimera*: Epic., *fr.* 172, v. 1. Per la *eftemimera*: Epic., *fr.* 171, v. 2. Della cat. VII non v'ha esempio alcuno. Cat. VIII: versi senza cesura. Dieresi dopo il 3° piede: Epic., *frr.* 21, v. 3, e 79, v. 2. Il v. 1 del *fr.* 79 ha la dieresi tanto dopo il 2° quanto dopo il 3° piede.

Dagli esempi sin qui addotti si vede come la varietà maggiore di cesure la presentino i frammenti della comedia attica nuova: seguono quelli della comedia attica antica: poscia quelli della comedia dorica (tenuto però conto della scarsità di essi frammenti): infine quelli della tragedia. — I versi dell'" Alessandra „ di Licofrone mostrano, sotto l'aspetto delle cesure, una regolarità ed una uniformità veramente somme. Le categorie IV, VII ed VIII non vi trovano esempio alcuno, e le altre ben pochi. Sotto la prima categoria ricorderò i vv. 132 e 264 per la *pentemimera*, ed i vv. 924, 1074, 1338 per la *eftemimera*; sotto la seconda i vv. 22 e 403 per la *pentemimera*, ed il v. 398 per la *eftemimera*; sotto la terza i vv. 3, 117, 252, 344 per la *pentemimera*, e il v. 811 per la *eftemimera*; sotto la quinta i vv. 536 e 538 per la *pentemimera*, ed i vv. 583 e 942 per la *eftemimera*; sotto la sesta il v. 43 per la *pentemimera*: della *eftemimera* non si riscontra alcun esempio.

Rammenterò da ultimo, prima di terminare sull'argomento delle cesure, che una spezzatura del trimetro giambico del genere di quella che abbiamo ricordato in *Mem.*, l. c., p. 75-103, e nota, mostrano il v. 1 del *fr.* 11 di Acheo (tragici minori), il *fr.* 226 di Eupoli (comedia attica antica) ed il v. 2 del *fr.* 123 di Menandro (comedia attica nuova).

Venendo a trattare dell'argomento delle soluzioni, io terrò presso a poco lo stesso metodo seguìto nel precedente lavoro, pp. 17(45)-65(93), non riportando però, per amor di brevità, il testo degli esempi. Ed è per questa stessa ultima ragione che credo opportuno tralasciare le parti riguardanti il trimetro giambico puro e quello con spondei (*Mem.*, l. c., pp. 10(38)-15(43)).

A proposito di quanto osservai nelle *Memorie*, p. 15-43, in-

Digitized by Google

torno alla soluzione della lunga nell'ultimo piede del trimetro giambico, cade qui in acconcio rettificare che il v. 1203 delle " Rane „ colà addotto come contenente un esempio di tale fenomeno, è fuori di luogo, non essendo l'ultimo piede di esso da interpretare come un tribraco, sibbene come un anapesto, a quella stessa guisa che il 2° ed il 4°. Invece unico esempio di lunga (non irrazionale) dell'ultimo piede sciolta sembra sia quello che s'incontra nel v. 9 del *fr.* 7 di Eubulo, se la lezione δελφάκια (φακια formerebbe l'ultimo piede) dei codd. LV è da ritenere sana.

E giacchè sono entrato nel campo delle rettifiche, parmi qui a proposito accennare in breve alla correzione di talune sviste che nel precedente scritto incorsero e di qualche errore di stampa che mi sfuggì nella correzione delle bozze, sviste ed errori che mi rivelò un ultimo esame accuratissimo del lavoro stampato.

A p. 21-49 non sono segnate le arsi nel verso *Ar.*, 47: è poi da sopprimere il v. *Eq.*, 76. A p. 22-50 mancano le arsi nel v. *Iph. Aul.*, 1220, ed alla pag. seguente manca la prima al v. *Or.*, 244. A p. 24-52 si annulli il v. *Nub.*, 242. Il v. *Eq.*, 697, che s'incontra a p. 25-53, è da trasportare a p. 47-75, II, A, 2, c, essendo il primo piede ἄπεπυ- invece che ἄπεπυ-. A p. 28-56, al v. *Eq.*, 34, si divida θεοῖ σιν. A p. 34-62, ll. 4-6, invece che " *la soluzione della lunga del 6° piede è scusata dalla forma uguale delle tre dipodie* „ si legga " *le tre dipodie hanno qui senza dubbio forma uguale* „. A p. 39-67, l. 2, è da correggere 183 in 188, ed alla lin. 3 Meineke in Kock; è poscia da cancellare πάλαι al v. *Vesp.*, 967; sono infine da segnare le arsi al v. *Ran.*, 76 e la prima al v. *Lysistr.*, 1148. Alle pp. 40-68 e 42-70 nel v. *Vesp.*, 1356 è da scrivere ὑΐδιον. A p. 47-75, in nota, si legga " Soli esempî „ invece che " Unico esempio „. Il v. *Ach.*, 439, che ricorre nella pagina 49-77, è da trasportare a p. 33-61, 7, G, essendo la prima sillaba di πιλίδιον lunga. Così pure il v. *Conc.*, 190, è da trasportare a p. 33-61, 7, I, essendo il 2° piede un anapesto e non un tribraco. A p. 50-78 la categoria " Anapesto in 2ª e 4ª sede, tribraco in 3ª „ va soppressa, ed il v. *Vesp.*, 205 trasferito a p. 33-61, 7, G, avendo nella terza sede un anapesto invece che un tribraco. E dopo la categoria " Anapesto in 2ª e 3ª sede, tribraco in 4ª „ un'altra ne dev'essere aggiunta " Anapesto in 2ª e 4ª sede, tribraco in 5ª „ costituita dal solo verso

Digitized by Google

Eq., 1368, che non a proposito si trova a p. 64-92. A p. 52-80, n. 2, dopo " *Phil.*, 979 " si aggiunga " e 1420 ". Il v. *Av.*, 1424, riferito a p. 56-84, è da trasportare a p. 63-91, 2*bis*, avendo nella 2ª sede un anapesto. Nella linea 4ª della stessa pagina, invece di " 4ª sede " leggasi " 5ª sede ", e nella nota 5ª, dopo " Soli esempi " si aggiunga " forse è da aggiungere il v. 242 delle " Nuvole ". Nella p. 59-87, al v. *Av.*, 1213, σφραγίδ' è da correggere in σφραγῖδ': così pure nella p. 61-89, al v. *Eq.*, 666, ἑστηκότες in ἑστηκότες. Nella p. 62-90 manca un'arsi al v. *Lysistr.*, 997, ed un'altra al v. 173 delle " Nuvole ". A p. 63-91, dopo la categoria " Anapesto in 1ª sede, tribraco in 2ª e dattilo in 5ª " è da costituire, indicandola col numero 2*bis*, un'altra categoria " Anapesto in 2ª sede, tribraco in 4ª e dattilo in 5ª " formata dal solo v. *Av.*, 1424, che già vedemmo non bene citato a p. 56-84. Del v. *Eq.*, 1368, che trovasi riferito a p. 64-92, già ci occupammo. Nella stessa pagina, dopo il v. *Vesp.*, 1443 si legga (5) invece che (4). A p. 65-93 il v. 47 della " Lisistrata " è da trasferire alla classe susseguente, dove si formerà una nuova categoria, composta di un unico esempio, col titolo " Anapesto in 1ª e 5ª sede, tribraco in 2ª, dattilo in 3ª ". Infatti la 3ª sillaba di περιβαρίδες è lunga. Ai vv. *Eq.*, 1227 e *Ach.*, 244 si corregga poi καταθοῦ in κατάθου, e nella nota si legga " 1° " invece che " 2° " tribraco. A p. 67-95 si sopprima il v. *Eq.*, 653. A p. 70-98, nel v. *Hel.*, 33, si segni la cesura dopo ἔμ', invece che dopo ἀλλ'. A p. 72-100 si legga, nella l. 3, " 66 " invece di " 89 ", e nella l. 11 " 65 e 66 " invece che " 88 e 89 ". A p. 77-105, linea ultima, si corregga προσόπων in προσώπων: a p. 78-106, § 9, ll. 1 e 2, si sostituisca σκάζον, χωλόν, χωλίαμβον con σκάζον o χωλόν, χωλίαμβος, e nella linea quartultima χωλίαμβον con χωλίαμβος. Infine a p. 80-108 si corregga, nella nota, *jambique* in *iambique*.

Ed ora veniamo all'argomento delle soluzioni ed incominciamo dal

α) Trimetro giambico con tribrachi.

1) Tribraco in 1ª sede. — Frammenti tragici: *Esch.*, *frr.* 61; 195, 2; 464, 11 (soli esempi: l'ultimo è d'un fr. spurio); *Sof.*, *frr.* 645; 651; 654; 855, 17 (soli ess.); *Eur.*, *frr.* 55; 67, 1; 112, 1 (altri 22 ess.); *Frinico*, *fr.* 5, 3 (altri 3 ess. nei *Tragici*

Digitized by Google

minori); *Adesp.*, *fr.* 2 (altri 5 ess.). — Frr. satireschi: *Licofr.*, *fr.* 4, 2 (unico es.). — Frr. com. att. ant.: *Eupoli*, *frr.* 74, 1; 94, 2; 212; 326 (altri 17 ess.). — Frr. com. att. nuova: *Antifane*, *frr.* 26, 22; 44, 2; 70, 1; 81, 2 (altri 138 ess., e di più 3 nei Com. d'incerta età, 7 nei *frr. adesp.* della com. att. nuova, 6 negli ἄδηλα ὁποτέρας). — Frr. com. dor.: *Epicarmo*, *fr.* 172, 6; *Sopatro*, *frr.* 3; 14, 1 (soli ess.).

2) Tribraco in 2ª sede. — Frr. tragg.: *Esch.*, *frr.* 199, 1; 249; 313, 1; 403 (soli ess.); *Sof.*, *frr.* 103, 8; 143, 1 (altri 6 ess.); *Eur.*, *frr.* 15, 3; 56, 1 (altri 38 ess.); *Tragg. min.*, 18 ess.; *Adesp.*, 16 ess. — Frr. sat.: *Eur.*, *fr.* 373, 1; *Pitone*, *fr.* 1, 13 e 18 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *frr.* 39; 40 (altri 77 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 74, 5 (altri 411 ess.). — Com. inc. età: 16 ess. — Adesp. c. a. a.: 1 es. — Adesp. c. a. n.: 13 ess. — Ἀδ. ὁπ.: 14 ess. — Frr. dubbî: 6 ess. — Com. dor.: 6 ess. — Alessandra: vv. 874, 1027, 1204 (soli ess.).

3) Tribraco in 3ª sede. — Frr. tragg.: *Esch.*, *frr.* 196, 5; 308 (soli ess.): *Sof.*, *fr.* 438, 2 (altri 3 ess.); *Eur.*, *fr.* 136, 2 (altri 35 ess.); *Trag. min.*, 12 ess.; *Adesp.*, 6 ess. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 94, 1 (altri 37 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 1, 4 (altri 129 ess.). — Com. inc. e.: 4 ess. — Adesp. c. a. n.: 7 ess. — Ἀδ. ὁπ.: 4 ess. — Frr. dubbî: *fr.* 1270 (u. es.). — Com. dor.: 2 ess. — Aless.: v. 1164 (u. es.).

4) Tribraco in 4ª sede: — Frr. tragg.: *Esch.*, *fr.* 99, 4 (altri 4 ess.); *Sof.*, *fr.* 140, 2 (altri 6 ess.); *Eur.*, *fr.* 4, 1 (altri 25 ess.); *Tragg. min.*, 14 ess.; *Adesp.*, 12 ess. — Frr. sat.: 6 ess. — Frr. c. a. a.: *Chionide*, *fr.* 1, 1 (altri 115 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 3, 1 (altri 361 ess.). — Com. inc. e.: 8 ess. — Ad. c. a. n.: 11 ess. — Ἀδ. ὁπ.: 17 ess. — Com. dor.: 2 ess. — Aless.: vv. 520, 700, 1046 (soli ess.).

5) Tribraco in 5ª sede. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 977 (u. es.). — Frr. sat.: *Sof.*, *fr.* 306 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 145, 18 (altri 8 ess.). — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 89, 2 (altri 36 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Ad. c. a. n.: *fr.* 243 (u. es.). — Ἀδ. ὁπ.: 2 ess. — Frr. dubbî: *fr.* 1253 (u. es.). — Com. dor.: 4 ess.

6) Tribraco in 2 sedi. — A) 1ª e 2ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 517; *Agatone*, *fr.* 4, 5 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 320, 14 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Amfide*, *fr.* 6, 1 (altri 7 ess.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 244 (u. es.).

Digitized by Google

B) 1ª e 3ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 611; *Demetrio*, *fr.* 1, 2 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 55, 2 (altri 8 ess.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 104, 11 (u. es.) — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 496 (u. es.).

C) 1ª e 4ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *frr.* 228, 1; 255, 5 (soli ess.). — Frr. sat.: *Licof.*, *fr.* 2, 3 (u. es.). — Frr. c. a. a: *Frinico*, *fr.* 32, 2 (altri 6 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 24, 4 (altri 24 ess.). — Ad. c. a. a.: *fr.* 1, 2. — Ad. c. a. n.: 3 ess. — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 338, 1.

D) 1ª e 5ª (cat. quasi nuova: v. *Mem.*, l. c., p. 22-50). — Frr. sat.: *Pitone*, *fr.* 1, 12 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 76, 8 (altri 3 ess.).

E) 2ª e 3ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *frr.* 80; 847; 1083, 2; *Adesp.*, *fr.* 112, 3 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 587 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Erifo*, *fr.* 3, 4 (altri 19 ess.). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 35, 11 (u. es.).

F) 2ª e 4ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 67, 5; *Cherem.*, *fr.* 17, 2 (soli ess.). — Frr. c. a.: *Magn.*, *fr.* 1, 2 (altri 23 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 128, 16 (altri 55 ess.). — Com. inc. e.: *Nicolao*, *fr.* 1, 28 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 119, 3 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: 5 ess. — Frr. dubbi: *fr.* 1280 (u. es.). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 21, 2 (u. es.).

G) 2ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Chion.*, *fr.* 4, 1 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 40, 1 (altri 13 ess.).

H) 3ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 241, 1 (altri 9 ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 212 (u. es.).

I) 3ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Frinico*, *fr.* 20, 4 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 125, 10 (altri 2 ess.).

L) 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Teopompo*, *fr.* 32, 6 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 1, 2; *Filetero*, *fr.* 4, 1 (soli ess.).

7) Tribraco in 3 sedi. — A) 1ª, 2ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Difilo*, *fr.* 107, 2; *Men.*, Γε., v. 78; *Atenione*, *fr.* 1, 23 (soli ess.).

B) 1ª, 3ª e 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 38, 2; *Teofilo*, *fr.* 2, 1 (soli ess.).

C) 2ª, 3ª e 4ª (cat. nuova). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 87, 1 (u. es.).

β) Trimetro giambico con anapesti.

1) Anapesto in 1ª sede. — Frr. tragg.: *Esch.*, *fr.* 99, 12 (altri 5 ess.); *Sof.*, *fr.* 107 (altri 11 ess.); *Eur.*, *fr.* 14, 3 (altri

Digitized by Google

45 ess.); *Fragg. min.*, 14 ess.; *Adesp.*, 12 ess. — Frr. sat.: 7 ess. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 95, 2 (altri 76 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 18, 1 (altri 365 ess.). — Com. inc. e.: 21 ess. — Ad. c. a. n.: 16 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 14 ess. — Frr. dubbi: 6 ess. — Com. dor.: 7 ess.

2) Anapesto in 2ª sede. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 1132, 45 (spurio: u. es.). — Frr. sat.: *Pitone*, *fr.* 1, 8 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 1, 2 (altri 71 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 2, 6 (altri 309 ess.). — Com. inc. e.: 7 ess. — Ad. c. a. n.: 20 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 7 ess. — Frr. dubbi: *fr.* 1220, 2 (u. es.). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 76, 1; *Sop.*, *fr.* 6, 2 e 4 (soli ess.).

3) Anapesto in 3ª sede. — Frr. sat.: *Pitone*, *fr.* 1, 10 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Eupoli*, *fr.* 90, 1 (altri 19 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 355, 2 (altri 64 ess.). Com. inc. e.: 5 ess. — Adesp. c. a. n.: *frr.* 226 e 234 (soli ess.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 394, 2 (u. es.).

4) Anapesto in 4ª sede. — Frr. tragg.: *Sof.*, *fr.* 709 (u. es.); *Eur.*, *fr.* 1132; 30 (spurio: u. es.); *Dionisio*, *fr.* 9 (u. es.); *Adesp.*, *frr.* 859 e 879 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 19, 1 (altri 57 ess.). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 62, 1 (altri 156 ess.). — Com. inc. e.: *Nicomaco*, *fr.* 1, 19 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: 12 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 24 ess.: — Frr. dubbi: 3 ess. — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 85 (lez. Ahrens: u. es.): *Sop.*, *frr.* 6, 3; 8, 1 (soli ess.).

5) Anapesto in 5ª sede. — Frr. sat.: *Ione*, *fr.* 18, 2; *Pit.*, *fr.* 1, 6 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 19, 1 (altri 32 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 3 (altri 91 ess.). — Com. inc. e.: *Nicom.*, *fr.* 2, 1 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 5 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 9 ess. — Com. dor.: *Epic.*, *frr.* 171, 11; 172, 3 (soli ess.) — Aless.: v. 720 (u. es.).

6) Anapesto in 2 sedi. — A) 1ª e 2ª. — Frr. tragg.: *Esch.*, *fr.* 464, 6 (spurio: u. es.). — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 145, 22 (altri 11 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 33, 2 (altri 55 ess.). — Ad. c. a. n.: 2 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

B) 1ª e 3ª. — Frr. c. a. a.: *Metagene*, *fr.* 1, 2 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Nicostr.*, *fr.* 20, 4 (altri 20 ess.). — Com. inc. e.: *Aten.*, *fr.* 1, 38 (u. es.).

C) 1ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 136, 3 (altri 21 ess.). — Frr. c. a. n.: *Eubulo fr.* 81 (altri 21 ess.). — Com. inc. e., 3 ess. — Adesp. c. a. n.: 2 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 3 ess. — Frr. dubbi: *fr.* 1243 (u. es.).

Digitized by Google

D) 1ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 154, 3 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 33, 4 (altri 16 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Adesp. c. a. a., *fr.* 6, 1 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 110, 6 (u. es.).

E) 2ª e 3ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 188, 2 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 402, 15 (altri 14 ess.).

F) 2ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 251, 2 (altri 12 ess.). — Frr. c. a. n.: *Filippide*, *fr.* 22, 1 (altri 27 ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 184, 1 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

G) 2ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Plat.*, *fr.* 31 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 223, 3 (altri 13 ess.). — Com. inc. e.: *Nicol.*, *fr.* 1, 34 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: 2 ess. — Com. dor.: *Sop.*, *fr.* 6, 1 (u. es.).

H) 3ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 4, 1; *Strattide*, *fr.* 47, 7 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Teof.*, *fr.* 12, 7 (altri 3 ess.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 344, 1 (u. es.).

I) 3ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 94, 7 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n.: *Sotade*, *fr.* 1, 5 (altri 3 ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 211 (u. es.).

L) 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 282 (altri 7 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 33, 2 (altri 3 ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 162, 1 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 514 (u. es.).

7) Anapesto in 3 sedi. — A) 1ª, 2ª e 3ª. — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 20, 5; *Sosipatro*, *fr.* 1, 33 (soli ess.). — Com. inc. e.: *Crobilo*, *fr.* 3, 1 (u. es.).

B) 1ª, 2ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Frinico*, *fr.* 58, 3 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 271, 4 (altri 3 ess.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 139, 2 (u. es.).

C) 1ª, 2ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *frr.* 108, 13; 145, 19 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Teof.*, *fr.* 10, 2 (altri 2 ess.).

D) 1ª, 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 141, 3; *Aristof.*, *fr.* 543, 4 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 9, 8; *Timocle*, *fr.* 21, 1 (soli ess.).

E) 2ª, 3ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 40, 2; *Filem.*, *fr.* 237; *Men.*, *fr.* 94, 2; Γε., v. 31 (soli ess.).

F) 2ª, 3ª e 5ª. — Frr. c. a. a., *Ferecr.*, *fr.* 70, 5 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Sosip.*, *fr.* 1, 8 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 143, 3 (u. es.).

G) 2ª, 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Plat.*, *fr.* 64, 3 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 35, 1 (altri 6 ess.).

Digitized by Google

8) Anapesto in 4 sedi. — Unico esempio il v. 3 del *fr.* 107 di Filemone, ove si riscontra l'anapesto nelle sedi 1ª, 2ª, 3ª e 4ª.

γ) Trimetro giambico con dattili.

1) Dattilo in 1ª sede. — Frr. tragg.: *Esch.*, *fr.* 30, 1 (altri 7 ess.); *Sof.*, *frr.* 447, 1; 523 (soli ess.); *Eur.*, *fr.* 68, 1 (altri 34 ess.); *Tragg. min.*, 8 ess.; *Adesp.*, 8 ess. — Frr. sat.: 2 ess. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 48 (altri 53 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 16, 2 (altri 357 ess.). — Com. inc. e.: 7 ess. — Adesp. c. a. n.: 14 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 11 ess. — Frr. dubbi: *frr.* 1256 e 1268.

2) Dattilo in 3ª sede. — Frr. tragg.: *Esch.*, *fr.* 6, 1 (altri 23 ess.); *Sof.*, *fr.* 33 (altri 18 ess.); *Eur.*, *fr.* 16, 1 (altri 106 ess.): *Tragg. min.*, 24 ess.; *Adesp.*, 24 ess. — Frr. sat.: 9 ess. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 24 (altri 85 ess.). — Frr. c. a. n.: *Nicostrato*, *fr.* 5, 2 (altri 399 ess.). — Com. inc. e.: 10 ess. — Ad. c. a. a.: *fr.* 19 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 14 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 12 ess. — Frr. dubbi: 8 ess. — Com. dor.: 8 ess. — Aless.: vv. 263, 652, 680, 920, 930, 962, 963, 1218, 1222, 1242, 1288, 1469 (soli ess.).

3) Dattilo in 5ª sede. — Frr. c. a. a.: *Ermippo*, *fr.* 3, 2 (altri 6 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 26, 12 (altri 77 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Adesp. c. a. n.: 3 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 8 ess. — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 35, 10 (altri 2 ess.).

4) Dattilo in 2 sedi. — A) 1ª e 3ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 981, 2; *Moschione*, *fr.* 10, 2 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 214, 1 (altri 8 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 27, 7 (altri 61 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Ad. c. a. n.: 2 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 3 ess.

B) 1ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 273, 2 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Efippo*, *fr.* 22, 3 (altri 13 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Adesp. c. a. n.: *fr.* 110, 7 (u. es.).

C) 3ª e 5ª. — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 50 (altri 13 ess.). — Frr. dubbi: *fr.* 1232 (u. es.).

5) Dattilo in 3 sedi, e cioè 1ª, 3ª e 5ª. — Fr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 110, 1; *Nicostr.*, *fr.* 6, 2; *Amfide*, *fr.* 14, 6; *Diodoro*, *fr.* 2, 34 (soli ess.).

δ) Di **trimetri giambici con proceleusmatici** non ricorre nei versi di cui ci stiamo occupando altro esempio che quello fornito dal v. 1 del *fr.* 188 di Platone, esempio il quale fu già citato nel lavoro precedente.

Digitized by Google

ε) **Ai trimetri giambici con trochei** che adducemmo nelle *Memorie*, l. c., pp. 40(68)-41(69), si può aggiungere il v. 1 del *fr*. 39 di Eschilo (lez. dei codd.).

ζ) **Trimetro giambico con tribrachi ed anapesti.**

I) 1 trib. con 1 anap. — A) Trib. precedente.

1) Tribraco in 1ª sede ed anapesto in 2ª. — Com. inc. e.: *Nicom.*, *fr*. 1, 9 (u. es.).

2) Tribraco in 1ª sede ed anapesto in 3ª. — Frr. sat.: *Licof.*, *fr.*, 2, 2 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Diocle*, *fr*. 14, 3 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 8 ess.

3) Tribraco in 1ª sede ed anapesto in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr*. 8 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr*. 187, 6 (altri 9 ess.). — Com. inc. e.: *Atenione*, *fr*. 1, 17 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr*. 123, 4 (u. es.).

4) Tribraco in 1ª sede ed anapesto in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr*. 108, 14 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antidoto*, *fr*. 2, 4 (altri 5 ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr*. 168, 1 (u. es.).

5) Tribraco in 2ª sede ed anapesto in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Susar.*, v. 1 (altri 12 ess.). — Frr. c. a. n.: *Clearco*, *fr*. 2, 3 (altri 26 ess.). — Com. inc. e.: *Nicom.*, *fr*. 1, 2 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 2 ess. — Com. dor.: *Epic.*, *fr*. 87, 3 (u. es.).

6) Tribraco in 2ª sede ed anapesto in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Plat.*, *fr*. 77 (altri 5 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr*. 65, 2 (altri 20 ess.). — Ad. c. a. n.: *fr*. 133, 3 (u. es.).

7) Tribraco in 3ª sede ed anapesto in 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr*. 234, 6; *Men.*, *fr*. 563, 3 (soli ess.).

8) Tribraco in 3ª sede ed anapesto in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr*. 317, 2 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *frr*. 2, 4; 15, 11 (soli ess.).

B) Anap. precedente. — 1) Anapesto in 1ª sede e tribraco in 2ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr*. 518, 5; *Agat.*, *fr*. 4, 5; *Adesp.*, *fr*. 194 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr*. 82, 2 (altri 9 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr*. 60, 1 (altri 61 ess.). — Com. inc. e.: *Alessandro*, *fr*. 5 (u. es.). — Adesp. c. a. a.: *fr*. 2, 1 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 3 ess. — Ἀδ. δπ.: *fr*. 407, 1 (u. es.).

2) Anapesto in 1ª sede e tribraco in 3ª. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr*. 284 (altri 6 ess.). — Frr. c. a. n.: *Eub.*, *fr*. 98, 6 (altri

Digitized by Google

27 ess.). — Com. inc. e.: 3 ess. — Ad. c. a. n.: 3 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 3 ess.

3) Anapesto in 1ª sede e tribraco in 4ª. — Frr. tragg.: *Sof.*, *fr.* 825, 2; *Eur.*, *frr.* 515, 1; 530, 4; *Tragg. min.*, 3 ess. (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 189, 2 (altri 17 ess.). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 35 (altri 56 ess.). — Com. inc. e.: *Nicone*, *fr.* 1, 2 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 200, 2. — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess. — Frr. dubbi: *fr.* 1261 (u. es.). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 154 (u. es.).

4) Anapesto in 1ª sede e tribraco in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 187 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n.: *Batone*, *fr.* 2, 13 (altri 10 ess.).

5) Anapesto in 2ª sede e tribraco in 3ª. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 216 (altri 6 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 26, 7 (altri 24 ess.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

6) Anapesto in 2ª sede e tribraco in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 41, 1 (altri 13 ess.). — Frr. c. a. n.: *Filet.*, *fr.* 7, 6 (altri 49 ess.). — Com. inc. e.: *Nicol.*, *fr.* 1, 35 (u. es.). — Ad. c. a. a.: *fr.* 5 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 110, 4 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

7) Anapesto in 2ª sede e tribraco in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ermippo*, *fr.* 36 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 281, 3 (altri 4 ess.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 578 (u. es.).

8) Anapesto in 3ª e tribraco in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 152, 2 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 167, 2 (altri 14 ess.). — Com. inc. e.: *Aten.*, *fr.* 1, 13 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ., *fr.* 370, 1 (u. es.).

9) Anapesto in 3ª e tribraco in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 294, 2 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n., *Amfide*, *fr.* 30, 8 (u. es.).

10) Anapesto in 4ª e tribraco in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 70, 3 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 158 (altri 3 ess.).

II) 2 trib. con 1 anap. — A) Anap. precedente.

1) Anap. in 1ª sede, trib. in 2ª e 3ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 108, 26 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Pap. Ossir.*, III, 409, 64 (u. es.).

2) Anap. in 1ª sede, trib. in 2ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 320, 10; *Teopompo*, *fr.* 7, 2 (soli ess.). — Frr. c. a. n.:

Digitized by Google

Antif., *fr.* 58, 8 (altri 8 ess.). — Com. inc. e., *fr.* 3, 1 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 105, 7 (u. es.).

3) Anap. in 1ª, trib. in 2ª e 5ª. — Adesp. c. a. n.: *fr.* 274 (u. es.).

4) Anap. in 1ª, trib. in 3ª e 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 74, 12; *Sofilo*, *fr.* 3, 1 (soli ess.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 161, 1 (u. es.).

5) Anap. in 2ª, trib. in 3ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 55, 3 (altri 3 ess.).

B) Anap. in sede media. — 1) Anap. in 3ª, trib. in 2ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Filem.*, *fr.* 246, 12; *Epinico*, *fr.* 2, 5 (lez. Meineke: sono i soli ess.).

2) Anap. in 4ª, trib. in 1ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Archippo*, *fr.* 2 (u. es.).

3) Anap. in 4ª, trib. in 2ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Nicofonte*, *fr.* 15, 2 (u, es.). — Frr. c. a. n.: *Timocle*, *fr.* 12, 4 (u. es.).

C) Trib. precedenti (classe nuova). — Unico esempio il v. 1 del *fr.* 167 degli *Adespota* della comedia attica nuova, il quale verso contiene i tribrachi nelle sedi 1ª e 2ª e l'anapesto nella 4ª.

III) 2 anap. con 1 trib. — A) Trib. precedente.

1) Trib. in 1ª sede, anap. in 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 328 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 403, 4; 518, 15 (soli ess.).

2) Trib. in 2ª, anap. in 4ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 320, 12; *Filillio*, *fr.* 11, 1 (soli ess.). — Fr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 16, 7 (u. es.).

B) Trib. in sede media. — 1) Trib. in 2ª, anap. in 1ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 39, 2 (altri 2 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 275, 2 (altri 3 ess.). — Ad. c. a. n., *fr.* 125, 1.

2) Trib. in 2ª, anap. in 1ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: *Plat.*, *fr.* 119, 2 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 342, 3 (u. es.).

3) Trib. in 3ª, anap. in 2ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Filem.*, *fr.* 149, 2 (u. es.).

C) Anap. precedenti. — 1) Anap. in 1ª e 2ª sede, trib. in 3ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 182, 6 (altri 3 ess.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 345, 2 (u. es.).

2) Anap. in 1ª e 2ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Stratt.*,

Digitized by Google

fr. 63, 2 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 540, 2 (altri 8 ess.). — Ἀδ. δπ.: *fr.* 535 (u. es.).

3) Anap. in 1ª e 2ª, trib. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Ferecr.*, *fr.* 6, 1 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 621, 2 (u. es.).

4) Anap. in 1ª e 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Teop.*, *fr.* 64, 2; *Polizelo*, *fr.* 7 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Macone*, *fr.* 2, 7 (altri 2 ess.). — Com. inc. e., *Nicol.*, *fr.* 1, 25 (u. es.). — Ἀδ. δπ.: *fr.* 374, 1 (u. es.).

5) Anap. in 1ª e 3ª, trib. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Difilo*, *fr.* 43, 28 (u. es.).

6) Anap. in 1ª e 4ª, trib. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 55, 4; *Timocle*, *fr.* 19 (soli ess.).

7) Anap. in 2ª e 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 462, 3 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Amfide*, *fr.* 14, 5 (altri 5 ess.).

8) Anap. in 2ª e 4ª, trib. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 2, 7 (u. es.).

Se il v. 9 del *fr.* 7 di Eubulo fosse sano nella lez. dei codd. LV, darebbe un esempio di una categoria di trimetri con queste soluzioni: Anap. in 1ª e 4ª sede, trib. in 6ª.

IV) 3 anap. con 1 trib. — Unico es. il v. 31 del *fr.* 1 di Atenione, ove si riscontra l'anapesto nelle sedi 1ª, 2ª e 3ª, ed il tribraco nella 4ª.

η) Trimetro giambico con tribrachi e dattili.

I) 1 trib. con 1 datt. — A) Trib. precedente.

1) Trib. in 1ª sede e datt. in 3ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 168 (altri 3 ess.); *Adesp.*, *fr.* 284, 1 (u. es.). — Frr. sat.: *Eur.*, *fr.* 282, 19 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 181, 2 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Eub.*, *fr.* 82 (altri 14 ess.). — Com. inc. e.: *Nicol.*, *fr.* 1, 29 e 42 (soli ess.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 127, 1 (u. es.). — Ἀδ. δπ.: *fr.* 345, 3 (u. es.).

2) Trib. in 1ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Timocle*, *fr.* 8, 12 (altri 6 ess.). — Ἀδ. δπ.: *fr.* 533 (u. es.).

3) Trib. in 2ª e datt. in 3ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 248, 1 (altri 6 ess.); *Tragg. min.*, 5 ess.: *Adesp.*, 2 ess. — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 341 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Nicostr.*, *fr.* 6, 3 (altri 75 ess.). — Com. inc. e.: 3 ess. — Ad. c. a. a.: *fr.* 3 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 108, 2 (u. es.). — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 37; *Sop.*, *fr.* 6, 6 (soli ess.).

Digitized by Google

4) Trib. in 2ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 105 (altri 3 ess.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 86, 4 (altri 21 ess.).

5) Trib. in 3ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 272, 2 (altri 2 ess.). — Com. inc. e.: *Aten.*, *fr.* 1, 15 (u. es.).

6) Trib. in 4ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. a., *Aristof.*, *fr.* 636 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 76, 5 (altri 9 ess.). — Com. inc. e.: *Crobilo*, *fr.* 8, 3 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 118, 1 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 362, 1 (u. es.).

B) Datt. precedente. — 1) Datt. in 1ª sede e trib. in 2ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 174, 3 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Plat.*, *fr.* 95, 2 (altri 5 ess.). — Frr. c. a. n.: *Eub.*, *fr.* 74, 3 (altri 26 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Adesp. c. a. n.: *fr.* 136, 3 (u. ess.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

2) Datt. in 1ª e trib. in 3ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *frr.* 736, 4; 953, 25 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 160; *Aristof.*, *fr.* 620 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Apollod. Car.*, *fr.* 5, 24 (altri 14 ess.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess. — Com. dor., *Epic.*, *fr.* 79, 2 (u. es.).

3) Datt. in 1ª e trib. in 4ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 585, 2; *Astidam.*, *fr.* 3, 4 (soli ess.). — Frr. c. a. a.: *Ferec.*, *fr.* 9 (altri 4 ess.). — Frr. c. a. n.: *Diodoro*, *fr.* 3, 4 (altri 60 ess.). — Ad. c. a. a.: *fr.* 8 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 4 ess. — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

4) Datt. in 1ª e trib. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Alceo*, *fr.* 1 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 674, 1 (altri 5 ess.). — Com. inc. e.: *Nicol.*, *fr.* 1, 36 (u. es.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 120, 2 (u. es.).

5) Datt. in 3ª e trib. in 4ª. — Frr. tragg.: *Eur.*, *fr.* 537, 2 (altri 2 ess.); *Tragg. min.*, 3 ess.; *Adesp.*, *fr.* 371 (u. es.). — Frr. c. a. a.: *Crat.*, *fr.* 186, 3; *Ferec.*, *fr.* 108, 18 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Archedico*, *fr.* 3, 6 (altri 35 ess.). — Com. inc. e.: 2 ess. — Ad. c. a. n.: 2 ess.

6) Datt. in 3ª e trib. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 15, 2; *Dif.*, *fr.* 3, 4 (soli ess.). — Ad. c. a. n.: *fr.* 131, 3 (u. es.).

II) 2 trib. con 1 datt. — A) Datt. precedente.

1) Datt. in 1ª sede, trib. in 2ª e 3ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *frr.* 176, 1; 209, 3 (soli ess.).

2) Datt. in 1ª, trib. in 2ª e 4ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 507 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 241, 4; *Timocle*, *fr.* 27, 5; *Nicostr.*, *fr.* 1, 3 (soli ess.). — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 589 (u. es.).

3) Datt. in 1ª, trib. in 3ª e 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 58, 3 (altri 2 ess.).

Digitized by Google

4) Datt. in 1ª, trib. in 3ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Men.*, Γε., v. 75 (u. es.).

5) Datt. in 1ª, trib. in 4ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Apollod.*, *fr.* 13, 14 (u. es.).

B) Datt. in sede media. — 1) Datt. in 3ª, trib. in 1ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Fenicide*, *fr.* 4, 3; *Stratone*, *fr.* 1, 10 (soli ess.).

2) Datt. in 3ª, trib. in 2ª e 4ª. — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 74, 4 (altri 2 ess.).

C) Trib. precedenti. — 1) Trib. in 1ª e 2ª, datt. in 3ª. — Frr. c. a. a.: *Archippo*, *fr.* 35, 2 (u. es.). — Fr. c. a. n.: *Filemone*, *fr.* 194 (u. es.).

2) Trib. in 1ª e 2ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Atenione*, *fr.* 1, 30 (u. es.).

3) Trib. in 2ª e 3ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 277, 1 (u. es.).

4) Trib. in 2ª e 4ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 172, 12; *Sofilo*, *fr.* 4, 4 (soli ess.).

III) 2 datt. con 1 trib. — A) Trib. precedente.

Trib. in 2ª, datt. in 3ª e 5ª. — Frr. c. a. n.: *Efippo*, *fr.* 15, 10 (altri 2 ess.).

B) Trib. in sede media. — 1) Datt. in 1ª e 3ª, trib. in 2ª. — Frr. c. a. a.: *Eupoli*, *fr.* 276, 1; *Ferec.*, *fr.* 108, 17 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Efippo*, *fr.* 22, 2 (altri 2 ess.).

2) Datt. in 1ª e 5ª, trib. in 2ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Sotade*, *fr.* 1, 6 (u. es.).

3) Datt. in 1ª e 5ª, trib. in 3ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 38, 1 (u. es.).

4) Datt. in 3ª e 5ª, trib. in 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 122, 9 (u. es.).

C) Datt. precedenti. — 1) Datt. in 1ª e 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 94, 7; *Sotade*, *fr.* 1, 31 (soli ess.).

2) Datt. in 1ª e 3ª, trib. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Sosipatro*, *fr.* 1, 53 (u. es.).

IV) 2 trib. con 2 datt. — Di questa classe si hanno due soli esempi, e cioè il v. 8 del *fr.* 209 di Antifane, che presenta il dattilo nelle sedi 1ª e 5ª ed il tribraco nella 3ª e nella 4ª, e poi il v. 4 del *fr.* 129 di Menandro, ove s'incontra il dattilo nelle sedi 1ª e 3ª ed il tribraco nelle sedi 4ª e 5ª.

V) 3 trib. con 2 datt. — Unico esempio il *fr.* 534 degli

Digitized by Google

"Aδ. δπ.: i tribrachi si presentano rispettivamente nelle sedi 1ª, 2ª e 4ª, e i dattili nelle sedi 3ª e 5ª.

θ) **Trimetro giambico con anapesti e dattili.**

I) 1 anap. con 1 datt. — A) Anap. precedente.

1) Anap. in 1ª sede e datt. in 3ª. — Frr. tragg.: *Sof.*, 2 ess.; *Eur.*, 4 ess.; *Tragg. min.*, 3 ess.; *Adesp.*, 2 ess. — Frr. c. a. a.: 11 ess. — Frr. c. a. n.: 57 ess. — Com. inc. e.: 2 ess. — Ad. c. a. n.: 4 ess. — "Aδ. δπ.: 4 ess.

2) Anap. in 1ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 3 ess. — Frr. c. a. n.: 20 ess. — "Aδ. δπ.: *fr.* 339, 3 (u. es.).

3) Anap. in 2ª e datt. in 3ª. — Frr. c. a. a.: 11 ess. — Frr. c. a. n.: 49 ess. — Com. inc. e.: 4 ess. — Ad. c. a. n.: 2 ess. — "Aδ. δπ.: 3 ess.

4) Anap. in 2ª e datt. in 5ª. — Frr. sat.: *Pitone*, *fr.* 1, 16 (u. es. (1)). — Frr. c. a. a.: 6 ess. — Fr. c. a. n.: 25 ess. — Com. inc. e.: *Crobilo*, *fr.* 7, 2 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 256 (u. es.).

5) Anap. in 3ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: 3 ess. — Adesp. c. a. n.: *fr.* 110, 8 (u. es.).

6) Anap. in 4ª e datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 2 ess. — Frr. c. a. n.: 13 ess. — Adesp. c. a. n.: *fr.* 145, 2 (u. es.).

B) Datt. precedente. — 1) Datt. in 1ª ed anap. in 3ª. — Frr. c. a. a.: 3 ess. — Frr. c. a. n.: 5 ess. — "Aδ. δπ.: *fr.* 595 (u. es.).

2) Datt. in 1ª ed anap. in 4ª. — Frr. c. a. a.: 7 ess. — Frr. c. a. n.: 18 ess. — Com. inc. e.: *Nicom.*, *fr.* 1, 18 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: 3 ess. — "Aδ. δπ.: fr. 481 (u. es.).

3) Datt. in 1ª ed anap. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 323, 1 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 8 ess. — Ad. c. a. n.: 2 ess. — "Aδ. δπ.: *fr.* 412, 2 (u. es.).

4) Datt. in 3ª ed anap. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 5 ess. — Frr. c. a. n.: 2 ess. — Ad. c. a. a., *fr.* 6, 2 (u. es.). — Ad. c. a. n.: 2 ess.

II) 2 anap. con 1 datt. — A) Datt. precedente.

Unico esempio il *fr.* 114 di Eubulo, che contiene il dattilo in 1ª sede e gli anapesti nelle sedi 3ª e 4ª.

---

(1) Questo verso inoltre presenta pure il solo caso di dattilo in 5ª sede che s'incontri prima della comedia.

Digitized by Google

B) Datt. in sede media. — 1) Anap. in 1ª e 5ª, datt. in 3ª. — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 149, 9; *Filillio*, *fr.* 20, 3 (soli ess.). — Frr. c. a. n.: *Filet.*, *fr.* 1, 1; *Aless.*, *fr.* 114 (soli ess.).

2) Anap. in 2ª e 5ª, datt. in 3ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 466 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 4 ess.

C) Anap. precedenti. — 1) Anap. in 1ª e 2ª, datt. in 3ª. — Frr. c. a. a.: 4 ess. — Frr. c. a. n.: 8 ess.

2) Anap. in 1ª e 2ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 3 ess. Frr. c. a. n.: 4 ess.

3) Anap. in 1ª e 4ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 447, 1; *Batone*, *fr.* 5, 1 (soli ess.).

4) Anap. in 2ª e 3ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Antif.*, *fr.* 168, 4; *Araroto*, *fr.* 5; *Nicostr.*, *fr.* 26, 4 (soli ess.).

5) Anap. in 2ª e 4ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 2 ess. — Frr. c. a. n.: 2 ess.

III) 2 datt. con 1 anap. — A) Anap. precedente.

Anap. in 1ª, datt. in 3ª e 5ª. — Frr. c. a. a.: 2 ess. — Frr. c. a. n.: *Pap. Oss.*, III, 409, 48 (u. es.). — Ἀδ. ὀπ.: 2 ess.

B) Anap. in sede media. — 1) Datt. in 1ª e 5ª, anap. in 2ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Macone*, *fr.* 2, 11 (u. es.).

2) Datt. in 1ª e 5ª, anap. in 4ª. — Frr. c. a. n.: *Eub.*, *fr.* 57, 4; *Filem.*, *fr.* 79, 16; *Epinico*, *fr.* 2, 4 (lez. Cobet - soli ess.).

C) Dattili precedenti. — Datt. in 1ª e 3ª, anap. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Apollofane*, *fr.* 5, 4 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aless.*, *fr.* 108, 2 (u. es.).

ι) Trimetro giambico con tribrachi, anapesti e dattili.

I) 1 trib., 1 anap. e 1 datt. — A) Anap. precedente.

1) Anap. in 1ª, trib. in 2ª, datt. in 3ª. — Frr. c. a. a.: 3 ess.: — Frr. c. a. n.: 6 ess. — Com. dor.: *Epic.*, *fr.* 79, 1 (u. es.).

2) Anap. in 1ª, trib. in 2ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. a.: 3 ess. — Frr. c. a. n.: 6 ess.

3) Anap. in 1ª, trib. in 4ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Aristof.*, *fr.* 637 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 4 ess.

4) Anap. in 1ª, datt. in 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Cefisod.*, *fr.* 3, 2 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 4 ess.

5) Anap. in 1ª, datt. in 3ª, trib. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 325, 10 (u. es.).

Digitized by Google

6) Anap. in 2ª, trib. in 4ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: 2 ess. — Frr. c. a. n.: 3 ess.

7) Anap. in 2ª, datt. in 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. a.: *Ferec.*, *fr.* 88 (u. es.). — Frr. c. a. n.: 3 ess.

8) Anap. in 2ª, datt. in 3ª, trib. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Archippo*, *fr.* 10 (u. es). — Frr. c. a. n.: 3 ess.

9) Anap. in 3ª, trib. in 4ª, datt. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Amfide*, *fr.* 6, 3 (u. es.). — Com. inc. e.: *Senone*, *fr.* 2, 5 (u. es.).

B) Trib. precedente. — 1) Trib. in 1ª, datt. in 3ª, anap. in 5ª. — Frr. c. a. n.: *Amf.*, *fr.* 9, 5 (u. es.). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 119, 2 (u. es.).

2) Trib. in 2ª, datt. in 3ª, anap. in 5ª. — Frr. c. a. a.: *Eupoli*, *fr.* 317 (u. es.).

3) Trib. in 2ª, anap. in 4ª, datt. in 5ª. — Ἀδ. ὀπ.: *fr.* 529 (u. es.).

C) Datt. precedente. — 1) Datt. in 1ª, trib. in 2ª, anap. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Eup.*, *fr.* 208, 2; *Aristof.*, *fr.* 488, 6 (soli ess.).

2) Datt. in 1ª, anap. in 2ª, trib. in 3ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Anassand.*, *fr.* 39, 10 (u. es.).

3) Datt. in 1ª, anap. in 3ª, trib. in 4ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Demet.*, *fr.* 2, 3 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 623, 1 (u. es.).

4) Datt. in 1ª, anap. in 3ª, trib. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 154, 3 (u. es.).

II) 2 trib., 1 anap. e 1 datt. — 1) Anap. in 1ª, trib. in 2ª e 3ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Sosipatro*, *fr.* 1, 50 (u. es.).

2) Anap. in 1ª, trib. in 2ª e 4ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Alceo*, *fr.* 17, 1 (u. es.). — Frr. c. a. n.: *Aristofonte*, *fr.* 11, 9 (u. es.).

3) Anap. in 1ª, trib. in 3ª e 4ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Com. inc. e.: *Nicom.*, *fr.* 1, 11 (u. es.).

4) Anap. in 2ª, trib. in 1ª e 5ª, datt. in 3ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Men.*, *fr.* 384 (u. es.).

III) 2 anap., 1 trib. e 1 datt. — 1) Anap. in 1ª e 2ª, datt. in 3ª, trib. in 4ª. — Frr. c. a. n.: *Anassippo*, *fr.* 6, 3 (u. es.).

2) Anap. in 1ª e 4ª, trib. in 2ª, datt. in 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. a.: *Ferec.*, *fr.* 108, 24 (u. es.).

Digitized by Google

3) Anap. in 1ª e 5ª, trib. in 2ª, datt. in 3ª. — Frr. c. a. n.: *Dromone*, *fr.* 2, 3 (u. es.).

IV) 2 datt., 1 trib. e 1 anap. — 1) Anap. in 1ª, trib. in 2ª, datt. in 3ª e 5ª (cat. nuova). — Frr. c. a. n.: *Eubulo*, *fr.* 119, 2 (u. es.).

2) Anap. in 2ª, datt. in 3ª e 5ª, trib. in 4ª (cat. nuova). — Adesp. c. a. n.: *fr.* 119, 4 (u. es.).

Come appare dalla minuta analisi ora esposta, la graduatoria, che stabilimmo a proposito della legge di Porson e delle cesure, rimane inalterata anche sotto il rispetto delle soluzioni. Queste appaiono in maggior numero nella comedia attica nuova; segue la comedia attica antica; poscia la comedia dorica; viene in quarto luogo il drama satiresco; in quinto la tragedia; da ultimo infine l' " Alessandra " di Licofrone, la quale su 1474 versi non ne ha se non 20 che contengano una soluzione, e non ne presenta alcuno con più di una.

Digitized by Google

Relazione sulla memoria presentata dal Prof. Arturo Segre, intitolata: *Il richiamo di Ferrante Gonzaga dal governo di Milano e le sue conseguenze (1554-1555).*

Un doloroso episodio della storia piemontese e lombarda viene narrato dal prof. Arturo Segre, nel presente lavoro. Don Ferrante Gonzaga, mentre Emanuele Filiberto combatteva nelle Fiandre in qualità di generalissimo dell'esercito imperiale, si adoperava vanamente in Italia combattendo contro i Francesi. Quando Emanuele Filiberto vinceva nelle Fiandre, la fortuna non volse invece favorevole al Gonzaga, il quale, nella primavera del 1554, fu da un ordine di Carlo V obbligato a lasciare il governo di Milano, e a recarsi a Bruxelles. Il comando delle armi imperiali in Lombardia passò a Gomez Suarez de Figueroa, uomo carico d'anni e mal pratico delle cose di guerra. Dove non era riuscito Don Ferrante Gonzaga, peggio l'andò per il Figueroa.

Intanto nelle Fiandre l'amministrazione del Gonzaga fu posta sotto disamina. Il processo andò in lungo, e si chiuse finalmente coll'assoluzione di Don Ferrante. Dopo di che, Carlo V lo congedò, e nel lasciarlo lo pregò di tenersi pronto per servire nuovamente l'Impero, quando fosse stato richiesto ancora dell'opera sua.

Emanuele Filiberto e Andrea Provana tengono una parte non piccola in tutte queste vicende politiche e militari, poichè si combatteva sopra tutto per il Piemonte, donde i Francesi non voleano uscire.

Il dr. Segre condusse il suo lavoro con diligenza, fondandosi in gran parte su documenti nuovi, ch'egli desunse dagli Archivi di Stato di Torino, di Venezia, di Modena, nonchè dalla Biblioteca Estense.

Digitized by Google

I sottoscritti credono che il lavoro del Segre, dal quale viene vieppiù chiarita la storia italiana durante un momento gravissimo, possa essere letto alla Classe.

Antonio Manno
Carlo Cipolla, *relatore.*

L' Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona Torino

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, SPEZIA, SEGRE, PEANO, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e JADANZA che funge da Segretario.

Letto il verbale dell'adunanza precedente è approvato.

Scusano l'assenza i Soci SALVADORI e CAMERANO.

Il Presidente comunica la lettera della signora Williamson con la quale partecipa la morte del compianto suo marito Alessandro Guglielmo WILLIAMSON, Socio corrispondente dell' Accademia (Sezione di Chimica generale ed applicata) avvenuta il 6 corrente ad Haslemere (Surrey).

Il Socio MATTIROLO presenta in omaggio all'Accademia i seguenti suoi due opuscoli: 1° *Sulle condizioni e sugli scopi dell'orto sperimentale della Rª Accademia di Agricoltura;* 2° *A proposito di un caso di avvelenamento per tartufi.*

Si presentano per l'inserzione negli *Atti*:

1° Dal Socio GUARESCHI una sua nota col titolo: *Trasformazione delle βaminoamidi in amidi βchetoniche;*

2° Dal Socio SPEZIA una nota del Dr. Luigi COLOMBA: *Osservazioni petrografiche e mineralogiche sulla Rocca di Cavour;*

Digitized by Google

dal Socio JADANZA le seguenti note:

3° *Proprietà dei segmenti ad una base di un cilindro retto rifrangente*, dell'Ing. Enrico GATTI;

4° *Effemeridi dei pianeti principali calcolati per l'orizzonte di Torino* dal Dr. Vittorio BALBI;

5° *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1905* calcolate dal Dr. Ugo NICOLIS.

Il Socio GUARESCHI, anche a nome del Socio Mosso, legge la relazione sulla memoria del Prof. Luigi SABBATANI intitolata: *Funzione biologica del calcio* - Parte III - *Azione comparata dei reattivi decalcificanti*. La relazione è approvata all'unanimità e sarà inserita negli *Atti*. Con votazione segreta è accolta, anche ad unanimità, la memoria suddetta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche.

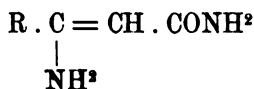
Digitized by Google

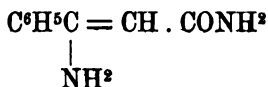
LETTURE

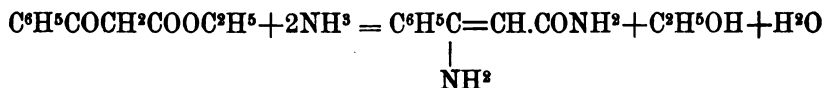
Trasformazione delle βaminoamidi in amidi βchetoniche.

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

Non sono molte le aminoamidi chetoniche, che si conoscono, della forma:

$$R\,.\,\underset{\displaystyle NH^2}{\underset{|}{C}} = CH\,.\,CONH^2$$

Nella mia memoria: *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico* (1), pubblicata nel 1896, ho fatto un breve cenno della *aminoamide benzoilacetica*, o meglio β*aminocinnamide*:

$$C^6H^5\underset{\displaystyle NH^2}{\underset{|}{C}} = CH\,.\,CONH^2$$

da me ottenuta per l'azione dell'ammoniaca sull'etere benzoilacetico:

$$C^6H^5COCH^2COOC^2H^5 + 2NH^3 = C^6H^5\underset{\displaystyle NH^2}{\underset{|}{C}}{=}CH.CONH^2 + C^2H^5OH + H^2O$$

e della quale dovrò tener parola ancora quando pubblicherò una seconda memoria intorno l'azione dell'ammoniaca e delle amine sugli eteri βchetonici.

Questa aminoamide per ebollizione con acqua si decompone nettamente dando ammoniaca e benzoilacetamide. In modo analogo si comporta il derivato metilamidico.

(1) " Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino ,, 1896, XLVI.

Digitized by Google

La β*aminocinnamide* cristallizza in lamine brillanti leggiere, incolore, solubili nell'acqua bollente, pochissimo nella fredda, solubile nell'alcool e nell'etere, solubilissima nell'acido acetico. Le sue soluzioni sono neutre. La soluzione acquosa od alcoolica si colora in violetto roseo col cloruro ferrico, come l'acido salicilico; colorazione che in questo caso non è dovuta ad ossigeno chetonico od ossidrile fenolico. Col solfato ferroso non precipita, come non precipita coll'acetato di rame. Scaldata, fonde a 164°.5-165° poi sublima e in parte si decompone dando NH^3 e residuo carbonoso.

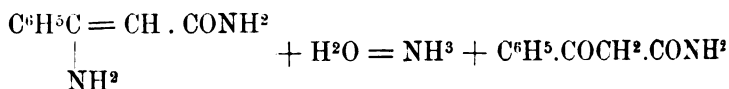
Sciolta o sospesa in acqua, poi trattata con soluzione di *nitrito potassico* e acidulando con acido solforico molto diluito, fornisce una bella colorazione rosa che compare con lieve eccesso di acido. Esponendo un poco della sostanza solida ai vapori nitrosi svolti dal nitrito potassico con acido solforico, si colora in rosa, color fiore di pesco.

Ho osservato che quando si ricristallizza questa sostanza dall'acqua calda e si evaporano le acque madri, si sviluppa dell'ammoniaca e rimane una sostanza che fonde non più a 164°.5-165°5, ma bensì a 114°-116°; a tutta prima dubitai che questa nuova sostanza fosse la *fenilpropiolamide* $C^6H^5.C{\equiv}C.CONH^2$, ma ciò non è. Riconobbi invece che si elimina bensì una molecola di ammoniaca, ma si forma la *benzoilacetamide*.

Distillai in corrente di vapore 0.7563 di sostanza sino a che non si trovava più ammoniaca nel distillato e potei così ottenere gr. 1,0374 di cloroplatinato di ammonio corrispondenti a 0.0795 di NH^3. Cioè:

$$NH^3\ \%\ \text{ottenuta} = 10.51.$$

Per la eliminazione di una mol. di NH^3 secondo la equazione:

$$\begin{array}{l} C^6H^5C = CH\,.\,CONH^2 \\ \quad | \\ \quad NH^2 \end{array} + H^2O = NH^3 + C^6H^5.COCH^2.CONH^2$$

si calcola appunto:

$$NH^3\ \% = 10.50.$$

Digitized by Google

Il liquido acquoso che rimane dopo la distillazione è neutro; evaporato a secco, lascia un residuo bianco che pesa circa 0.66; mentre se ne dovrebbe ottenere circa 0.67. Il prodotto cristallizza in lunghi aghi bianchi; fonde a 114°-116° e col cloruro ferrico si colora in violetto azzurro.

Per ottenere questa amide basta dunque far bollire moderatamente la soluzione acquosa dell'amino-amide sino a che non dia più ammoniaca.

I. Gr. 0,1163 di sostanza (che è anidra) fornirono 8,7 cm^3 di N a 17° e 741 mm.

II. Gr. 0,1402 fornirono 11 cm.^{3} di N a 18°.5 e 724 mm.

III. Gr. 0,1040 diedero 0.2501 di CO^2 e 0.0523 di H^2O.

Da cui:

		I	II	III
C	=	—	—	65.58
H	=	—	—	5.58
N	=	8.59	8.75	—

Numeri che conducono alla formola C^9H^9NO, per la quale si calcola:

C	=	66.13
H	=	5.52
N	=	8.58.

Questa è dunque la *benzoilacetamide* $C^6H^5.CO.CH^2CONH^2$ che Obregia (A. 266, p. 332) ottenne dal cianacetofenone. Egli però dice che fonde a 111°-113°; mentre io trovo 114°-116°. Sulla purezza del mio prodotto non vi è dubbio. Anche l'amide di Obregia si colorava intensamente in violetto col cloruro ferrico.

Questa amide è solubile nell'acqua bollente, quasi insolubile nell'etere, solubile nell'alcool. Non precipita nè col nitrato d'argento, nè col solfato di rame. Fatta bollire con soda al 15 % sviluppa ammoniaca ed il liquido acquoso anche diluito dà coll'acido cloridrico un precipitato bianco che scompare con eccesso di acido cloridrico.

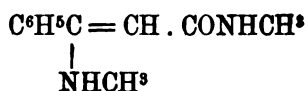
Questa amide (0,4 gr.) dibattuta e scaldata con acqua di bromo (circa 60-65 cm^3), assorbe il bromo e a poco a poco il

Digitized by Google

liquido si decolora; per raffreddamento si ha un bel prodotto bianco cristallino, quasi insolubile nell'acqua e che ricristallizzato dall'alcool si ha in prismi brillanti solubili a 180°-182°.

Vista la abbastanza facile trasformazione della βaminoamide in amide βchetonica, ho voluto vedere se la stessa trasformazione è subìta dal derivato metilamidico, e a quest' uopo preparai la *βmetilaminometilamide cinnamica.*

βMETILAMINOMETILAMIDE CINNAMICA

$$\begin{array}{l} C^6H^5C = CH\,.\,CONHCH^3 \\ \quad\;\; | \\ \quad NHCH^3 \end{array}$$

Facendo agire la metilamina in soluzione al 20 % sull'etere benzoilacetico si ottiene immediatamente una massa bianca cristallina, con sviluppo di calore. Lasciata la massa a sè per 12 ore, aggiungo un poco d'argon, lascio ancora a sè, poi raccolgo su filtro e lavo ripetutamente con poca acqua.

Il liquido filtrato lasciato a sè deposita altro prodotto.

Il prodotto cristallino, totalmente solubile nell'etere ricristallizzo dall'alcol a 60 %. Così operando, ottengo degli aghi lunghi, leggieri, fusibili 118°-19° (A) e dalle acque madri concentrate un altro bel prodotto in lamelle fusibili a 104°-105° (B).

Il prodotto (A) cristallizza dall'etere in prismi brillanti come diamanti, dall'alcol in aghi. È solubile nell'acqua, ma all'ebollizione o per evaporazione manda odore di metilamina.

I. Gr. 0.1029 di sostanza diedero 12.8 cm³ di N a 15°5 e 733.7 mm.

II. Gr. 0.1161 diedero 0.2967 di CO^2 e 0.0789 di H^2O.

Da cui (1):

		I	II
C	=	—	69.69
H	=	—	7.54
N	=	14.55	—

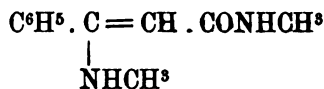
(1) Questa e le altre combustioni riferite in questa breve nota sono state accuratamente eseguite dal mio assistente Dr. Galeazzo Piccinini, che ringrazio.

Digitized by Google

Numeri che conducono alla formola $C^{11}H^{14}N^{2}O$, per la quale si calcola:

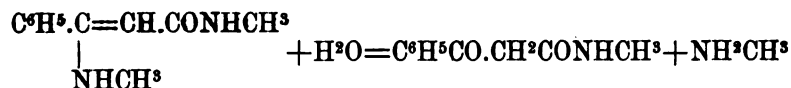
$$C = 69.47$$
$$H = 7.36$$
$$N = 14.73$$

Il modo di formazione, l'analisi e le proprietà, dimostrano che il composto è veramente la β*metilamino-metilamide*:

$$\begin{array}{l} C^6H^5.\underset{\displaystyle |\atop \displaystyle NHCH^3}{C}=CH.CONHCH^3 \end{array}$$

Questa sostanza, secca, esposta ai vapori nitrosi, si colora in roseo come la amino-amide sopradescritta. Col cloruro ferrico si colora in magnifico violetto intenso.

Fatta bollire con acqua sino a che il vapore non sia più alcalino e lasciato raffreddare, dal liquido cristallizza la sostanza fusibile a 104°-105° (β) o *benzoilacetmetilamide.*

Gr. 1.0420 di βmetilamino-metilamide distillati a vapore sino a che il vapore non abbia più reazione alcalina dànno 1.3015 di cloroplatinato di metilamina, cioè 0.1711 di metilamina, il che corrisponde a 16.42 % di CH^3NH^2; per eliminazione di una molecola di metilamina secondo l'equazione:

$$C^6H^5.\underset{\displaystyle |\atop \displaystyle NHCH^3}{C}=CH.CONHCH^3 + H^2O = C^6H^5CO.CH^2CONHCH^3 + NH^2CH^3$$

si calcola $CH^3NH^2 = 16.31$ %.

Benzoilacetmetilamide. — Ottenuta, come fu detto, per l'azione dell'acqua sulla metilamino-metilamide, cristallizza in belle lamine pesanti, brillanti, fusibili a 104°-105°. Volatilizza senza lasciar residuo. Non si colora allo stato solido coi vapori nitrosi, come invece fa la sostanza da cui deriva. Si colora intensamente in violetto col percloruro di ferro.

I. Gr. 0.1141 fornirono 0.2826 di CO^2 e 0.0682 di H^2O.

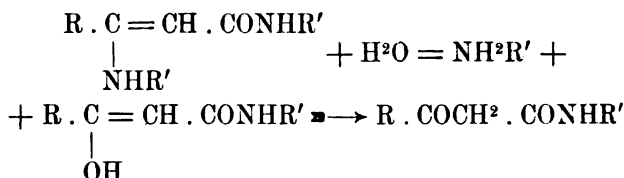
II. Gr. 0.1094 fornirono 7.6 cm^3 di N a 15°5 e 730 mm.

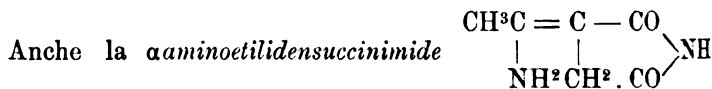
Digitized by Google

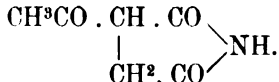
Da cui:

	trovato		calcolato per $C^6H^5COCH^2CONHCH^3$
	I	II	
C =	67.54	—	67.79
H =	6.64	—	6.22
N =	—	7.80	7.91

Questa reazione è molto probabilmente generale come io penso, e può essere rappresentata dall'equazione:

$$\begin{array}{l} R.\underset{\displaystyle NHR'}{\overset{|}{C}} = CH.CONHR' + H^2O = NH^2R' + \\ + R.\underset{\displaystyle OH}{\overset{|}{C}} = CH.CONHR' \longrightarrow R.COCH^2.CONHR' \end{array}$$

essendo R' = H od un radicale alchilico.

Anche la α*aminoetilidensuccinimide* $\begin{array}{l} CH^3C = C - CO \\ \quad\ | \qquad | \qquad \rangle NH \\ \quad NH^2 CH^2.CO \end{array}$

da me ottenuta per l'azione dell'ammoniaca sull'etere monoacetilsuccinico (1), per ebollizione prolungata con acqua e meglio colla quantità calcolata di acido cloridrico dà l'*acetilsuccinimide*

$$\begin{array}{l} CH^3CO.CH.CO \\ \qquad\quad | \qquad \rangle NH. \\ \qquad CH^2.CO \end{array}$$

Il gruppo $-\underset{\displaystyle NHR'}{\overset{|}{C}} = CH-$ è forse meno stabile quando nella molecola vi è anche il gruppo — CONHR' che non quando vi è il gruppo $-COOC^2H^5$. I βaminoeteri $R.\underset{\displaystyle NH^2}{\overset{|}{C}} = CH.COOC^2H^5$ mi sembrano più stabili, per ebollizione con acqua. Non ho però determinazioni quantitative in proposito.

Torino, R. Università, 15 maggio 1904.

---

(1) *Sull'αaminoetilidensuccinimide* e *sull'αacetilsuccinimide*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1896, XXXI; " Chem. Centr. ", 1897, I, p. 283.

Digitized by Google

Osservazioni petrografiche e mineralogiche sulla Rocca di Cavour.

Nota del Dott. LUIGI COLOMBA.

(Con una Tavola).

È noto che col nome di Rocca di Cavour si indica uno spuntone roccioso che emerge dalla pianura piemontese, a ridosso del paese di Cavour, e che orograficamente deve indubbiamente essere collegato ai contrafforti che separano la valle del Po da quella del Pellice; io ebbi occasione di occuparmi qualche tempo addietro delle roccie che costituiscono questo masso isolato, in causa della scoperta, fatta dal sig. Aicardi, studente presso la nostra Università, di alcuni bellissimi cristalli di adularia, notevoli per le loro dimensioni, e che egli volle gentilmente donare al Museo di Mineralogia.

Siccome i detti cristalli di adularia non erano stati trovati in posto nella roccia ma provenivano dai terreni coltivati che coprono la parte inferiore della Rocca verso sud, poteva nascere il dubbio che essi appartenessero ai terreni alluvionali che circondano e fasciano alla base la Rocca stessa e che provenissero quindi da qualche altra località; per questo motivo credetti utile di recarmi col sig. Aicardi sul posto, onde osservare se si potesse in qualche modo stabilire se i detti cristalli provenissero realmente dalla Rocca di Cavour, il che, per i motivi a cui accennerò in seguito, io credo di poter sicuramente affermare.

Nella stessa gita poi, avendo pure raccolto numerosi campioni delle roccie che formano la Rocca di Cavour, ho creduto bene, visto che scarse affatto sono le notizie che la riguardano dal lato petrografico, di ampliare le mie ricerche, non limitandole solo allo studio dell'adularia, ma estendendole pure alle roccie da me raccolte.

E sebbene, come dissi, orograficamente la Rocca di Cavour debba necessariamente ritenersi come intimamente connessa al massiccio entro cui sono scavate le valli del Pellice e della

Digitized by Google

Grana, la questione può avere una certa importanza per il fatto che, a differenza di quanto venne ammesso per le roccie fondamentali del detto massiccio considerate come veri gneiss dagli autori che di esso si occuparono, quelli che accennarono alla costituzione geologica e litologica della Rocca di Cavour ammisero che le roccie feldspatiche in essa affioranti siano da considerarsi piuttosto come graniti.

Invero, tanto Baretti (1) quanto Zaccagna (2) ritennero trattarsi di graniti intercalati nei micaschisti; Zaccagna però fu meno assoluto e riconobbe trattarsi di roccie che in alcuni punti sono più prossime agli gneiss che non ai graniti; infatti egli dice che " il colle della Rocca di Cavour è costituito per la massima parte di micaschisti, i quali alla base verso sud passano a roccie feldspatiche aventi talora l'aspetto di gneiss, talora di granito "; però, da quanto pare, anch'egli preferisce di riferire a granito piuttosto che a gneiss questa roccia feldspatica, poichè in una nota a piede della stessa pagina la chiama direttamente " massa granitica " e la paragona al granito di Belmonte nel Canavese.

Io non condivido quest'opinione e credo che la roccia feldspatica della Rocca di Cavour sia un vero gneiss, il quale per la sua struttura si approssima molto allo gneiss centrale di Gastaldi, avendo un aspetto, in certi casi, quasi porfiroide e presentandosi comunemente a grana molto grossa; esso ha in generale una schistosità pochissimo evidente ed anzi in certi punti si può dire che essa tende a mancare completamente, giustificando così pienamente le idee di Baretti e di Zaccagna; non credo però che, almeno per quanto riguarda la sua struttura ed i suoi caratteri mineralogici, possa avere qualche cosa di comune con il granito di Belmonte.

Si tratta quindi, secondo il mio modo di vedere, di uno gneiss granitoide intercalato entro a micaschisti talora grafitici e talora non, simili a quelli delle valli del Pellice e del Chisone, studiati da Franchi (3), sebbene in quelli grafitici manchi la andalusite trovata invece da Franchi; si hanno pure delle quarziti schistose

(1) *Geologia della provincia di Torino* (1893), p. 156.

(2) *Sulla Geologia delle Alpi occidentali*, " Boll. del R. Comitato Geologico ", (1887).

(3) *Appunti petrografici ecc. sui dintorni di Pinerolo*, " Boll. del R. Comitato Geologico ", (1895).

Digitized by Google

ed anzi in queste ha notato un carattere strutturale degno di essere ricordato.

Nella loro massa, costituita da minutissimi granuli di quarzo, si hanno diffuse delle piccole concrezioni elissoidali, di cui una è rappresentata nella figura 5ª, che giungono fino a qualche millimetro di lunghezza, formate da quarzo in granuli intrecciati, ma di dimensioni molto maggiori di quello della roccia; queste concrezioni non sono disseminate in modo qualunque, ma sono collocate lungo i piani di schistosità della roccia e con i loro assi di maggiore allungamento paralleli alle dette schistosità. Mi limito per ora ad accennare semplicemente a questo tipo speciale di struttura, riserbandomi di farne argomento di un prossimo studio, allo scopo di vedere quali siano le cause da cui può dipendere.

La massa dello gneiss apparisce tagliata da filoni di quarzo ed ortosio, ai quali appunto appartengono i grossi cristalli di adularia scoperti dal sig. Aicardi, poichè ad escludere che essi possano provenire da qualche altra località basta, oltre al carattere di avere gli spigoli netti e senza traccia alcuna di fluitazione, il fatto che nei filoni feldspatici, nei quali prevale un ortosio in masse sfaldabili gialliccie per alterazione più o meno avanzata, furono osservati dei cristalli di adularia che, a parte una differenza non molto grande nelle dimensioni, erano simili a quelli scoperti dal sig. Aicardi, i quali, del resto, furono appunto scoperti nei terreni che si trovano lungo la parete meridionale della Rocca e quindi precisamente dove affiorano le roccie feldspatiche, le quali si presentano colà scoscese e dirupate. Questi stessi cristalli portavano poi aderenti dei frammenti di ortosio, simile nel colore e nell'aspetto a quello dei filoni, analogamente a quanto mi fu dato di vedere in quelli tolti direttamente dai filoni.

Lo gneiss della Rocca di Cavour è poco ricco in mica, derivando appunto da questo fatto la piccola apparenza schistosa che esso presenta; tuttavia però è possibile di ottenere delle superfici di rottura pianeggianti, prevalentemente costituite da mica e che rappresentano, sebbene in aree piuttosto limitate, una schistosità abbastanza distinguibile; questa schistosità si manifesta più netta, in causa dell'aumento della mica e della sua tendenza a disporsi in letti, dove lo gneiss si avvicina al contatto con i micaschisti.

Digitized by Google

La mica è prevalentemente costituita da *biotite*; essa è in laminette molto piccole di color verde bruno, che nelle sezioni normali alla base presentano un forte dicroismo fra il giallo brunastro ed il verde bruno od il bruno scuro; è uniassica.

Oltre alla biotite si osserva un'altra mica bianco-verdiccia, biassica, la quale, a differenza di quanto si nota nella biotite, è sempre accentrata in sottili venuzze od in plaghe limitate connesse con le dette venuzze e che, per la sua origine, come farò vedere in seguito, sembra si colleghi ai feldspati.

Associato alla biotite si osserva spesso il *granato*, che per le sue proporzioni può considerarsi come un elemento caratteristico; esso però non è uniformemente distribuito nella roccia, essendo invece specialmente localizzato dove è più accentrata la biotite; è costituito da grossularia e si presenta in piccoli cristalli od in granuli generalmente frantumati ma sani.

Il *quarzo* è in granuli intrecciati ed anche in piccole vene che tagliano lo gneiss in varia direzione e nelle quali presentasi in granuli di dimensioni minori; contiene dello *zircone* in piccolissimi individui a contorno affusato, sferoidale e meno frequentemente cristallino ben determinato; inoltre ho pure osservato disseminato nelle piccole vene un minerale che si presenta in lunghe fibre sottilissime, incolore, che passano da un granulo di quarzo all'altro e che sembrano doversi riferire a *sillimanite*.

In esso si hanno poi abbondantissime inclusioni liquide con libella, eccezionalmente piccole e che generalmente solo si rendono nettamente discernibili, impiegando un forte ingrandimento; queste inclusioni contengono pure dei cubetti isotropi ed incolori che suppongo siano di cloruro sodico e se per un lato si hanno delle inclusioni che solo presentano la libella, se ne hanno all'opposto delle altre nelle quali sono solo presenti i cubetti, apparendo esse completamente ripiene di liquido.

Le bolle sembrano immobili, oppure si muovono molto stentatamente col ruotare della piattaforma in un campo verticale, il che probabilmente proviene dalla grande densità del liquido costituito, per quanto sembra, da una soluzione satura di cloruro sodico; a questo stesso motivo, come pure alla mancanza d'una elevata tensione di vapore nel liquido stesso, credo si debba ascrivere il fatto che nessuna delle inclusioni da me osservate, anche

Digitized by Google

fra le più microscopiche, presenta sensibilmente traccie di automovimenti.

Il feldspato è in parte costituito da *ortosio* ed in parte da un *plagioclasio,* che per i suoi caratteri ottici deve considerarsi come molto acido ed appartenente ai termini più prossimi all'albite della serie dell'albite-oligoclasio.

Sebbene l'ortosio sia da considerarsi come prevalente sul plagioclasio, tuttavia anche quest'ultimo si presenta molto abbondante, essendo in certe sezioni prevalente sull'ortosio; mentre poi l'ortosio è generalmente in grossi individui a contorni indecisi, il plagioclasio invece è per lo più in cristalli dai contorni ben definiti.

Sovente esso è incluso nell'ortosio e se in molti casi queste inclusioni sono comunque disposte, mancando ogni relazione di orientazione fra i cristalli includenti e quelli inclusi, in alcune sezioni ho osservato dei veri accrescimenti micropertitici, nei quali la massa dei cristalli di ortosio era gremita di minutissime laminette, generalmente però connesse a cristalli più voluminosi, pure inclusi ed isorientati, di plagioclasio, facilmente riconoscibili perchè, mediante un sufficiente ingrandimento, lasciavano vedere distintamente nel loro interno delle strie di geminazione, secondo la legge dell'albite.

Questo tipo di geminazione non è il solo che si noti nel plagioclasio, poichè è pure presente la geminazione secondo la legge del periclino, facilmente determinabile nelle sezioni 100.101, poichè le lamelle ad essa dovute sono ad angolo retto con quelle dovute alla geminazione secondo la legge dell'albite e si estinguono simultaneamente ad una delle due serie di lamelle che appunto risultano dalla poligeminazione secondo la legge dell'albite.

Nell'ortosio prevale la geminazione di Carlsbad, non mancando però cristalli semplici; eccezionalmente ho anche osservato quella di Baveno e nella fig. 1ª è appunto rappresentato uno di tali geminati; si tratta di un grosso individuo a contorni parzialmente definiti, diviso in due parti da una linea che coincide quasi esattamente con la bisettrice dell'angolo, approssimativamente retto, che nelle due parti fanno le direzioni di sfaldatura.

Frequentissima è nell'ortosio quella struttura indicata da

Digitized by Google

Michel Levy (1) col nome di *structure vermiculée* e che è costituita, come è noto, da una speciale associazione di ortosio e quarzo, essendo quest'ultimo sotto forma di piccoli canaletti sinuosi che penetrano nella massa del feldspato; e siccome Franchi (2) ha osservato che questa struttura, da Michel Levy considerata puramente come un modo speciale di presentarsi della struttura micropegmatitica, è molto comune negli gneiss fondamentali, fatto questo pure confermato dalle ricerche di Roccati (3) sugli gneiss delle Alpi Marittime, la sua presenza nello gneiss della Rocca di Cavour conferma l'ipotesi che esso debba, specialmente nelle parti a struttura più granitoide, riferirsi allo gneiss centrale.

A differenza però di quanto vide Franchi, nel mio caso la struttura vermicolare si osserva esclusivamente nell'ortosio, mancando invece nel plagioclasio, anche quando questo è incluso in quello, come si vede nella fig. 2ª, nella quale si ha un grosso individuo di ortosio con delle inclusioni di plagioclasio alterato parzialmente; in essa si vede che mentre la struttura vermicolare è nettamente visibile nella massa dell'ortosio, non apparisce nel plagioclasio incluso ed i canaletti sinuosi che si hanno nell'ortosio girano intorno agli inclusi di plagioclasio in un modo che ricorda quasi la struttura fluidale, oppure si arrestano improvvisamente giungendo al loro contatto e ricomparendo dall'altra parte di essi, senza che se ne abbia traccia nel loro interno.

L'ortosio ed il plagioclasio sono in generale più o meno alterati.

L'alterazione più comune dell'ortosio è in caolino; i cristalli si mostrano torbidi e bianchicci ed al microscopio si nota che l'alterazione, pur seguendo di preferenza le linee di sfaldatura, si diffonde però in tutta la massa del feldspato. Questi cristalli alterati sono spesso attraversati da fascie di quarzo in granuli

---

(1) *Mémoire sur les divers modes de structure etc.*, " Ann. des Mines ", série VII; t. VIII (1875). — *Contribution à l'étude du granite de Flamanville etc.*, " Bull. des Serv. de la Carte géol. etc. ", t. V, n. 36 (1893-94).

(2) *Sulla presenza della " structure vermiculée "*, ecc., " Boll. della Soc. Geol. ital. ", XIII (1894), pag. 9.

(3) *Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso, ecc.*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", XXXIX (1904), seduta del 17 aprile 1904.

Digitized by Google

minutissimi che seguono all'incirca le direzioni di sfaldatura dei cristalli stessi, come si vede nella fig. 3ª; oltre a queste fascie si hanno anche nell'interno degli stessi cristalli, delle esili vene e delle plaghe a contorni indecisi pure ripiene di quarzo in granuli minutissimi, simile a quello delle fascie; e queste plaghe possono avere dimensioni assai variabili essendovene di quelle occupate anche da un solo granulo di quarzo.

Sebbene nei fenomeni di caolinizzazione dell'ortosio la eccedenza di silice che deve segregarsi, si elimini comunemente allo stato di opale o di calcedonia, io credo che, nel caso da me considerato, il quarzo incluso nel sopradetto modo entro ai cristalli di ortosio, provenga dall'alterazione dell'ortosio stesso.

Infatti queste fascie, vene e plaghe di quarzo sono sempre contenute nell'ortosio in via di alterazione e si arrestano sempre giungendo al confine dei cristalli in cui sono contenute; inoltre non ho mai osservato nessuna relazione fra il quarzo contenuto in esse e quello diffuso nella roccia come elemento essenziale, dipendendo sempre la sua maggiore o minore quantità dal maggiore o minore grado di alterazione dell'ortosio, senza che su di esso influisca menomamente la presenza o non, in prossimità dei cristalli che lo contengono, del quarzo del gneiss.

Parimenti credo che si possa escludere che esso si sia originato a spese del quarzo dovuto alla struttura vermicolare, poichè quest'ultimo si mantiene completamente intatto anche in cristalli di ortosio molto alterati, spiccando allora nettamente sul fondo torbido dei cristalli stessi; ed anzi non solo ho notato in alcuni casi che le sottili vene del quarzo secondario attraversavano i canaletti sinuosi dovuti alla struttura vermicolare senza che questi presentassero una qualsiasi modificazione, ma anche ho notato il prolungarsi del quarzo dei canaletti stessi nell'interno delle fascie di quarzo secondario, essendo quello facilmente riconoscibile per il fatto della sua isorientazione, per modo che nelle fascie costituite da un fitto intreccio di granuli di quarzo con varia orientazione, il quarzo dei canaletti appariva quasi sotto forma di fibre isorientate.

Anche la mica bianca verdiccia che si trova nello gneiss si può considerare come proveniente dall'ortosio; ed invero essa, a differenza di quanto si osserva nella biotite, non apparisce già diffusa nello gneiss, ma forma invece delle striscie che tagliano

Digitized by Google

in vario senso la roccia sempre mantenendosi però in connessione con i cristalli di ortosio, nei quali si hanno appunto di tali striscie formate o solamente dalla detta mica, oppure da essa associata a quarzo perfettamente simile nel modo di presentarsi, in rapporto con i cristalli includenti, alle fascie di quarzo secondario a cui prima ho accennato, come si può osservare nella fig. 3ª, in cui appunto si nota una di tali fascie formata da mica e da quarzo; altre volte queste fascie hanno un andamento più irregolare, come si osserva nella fig. 1ª, ma in tal caso, come è facile di osservare, la fascia segue una linea di frattura chiaramente indicata dallo spostamento laterale delle due parti del cristallo.

Il plagioclasio è pure generalmente più o meno alterato, ma non presenta mai dei processi di caolinizzazione; in esso si nota, col progredire dell'alterazione, la comparsa nell'interno dei suoi cristalli, di un minerale micaceo in lamine eccezionalmente piccole, biassiche, incolori o verdiccie; questo tipo di alterazione si osserva pure quando esso è incluso nell'ortosio ed anche se questo sia più o meno caolinizzato.

Si osservano pure dei fenomeni di rigenerazione; così dove si hanno delle fessure che attraversano i cristalli di plagioclasio, si osserva come esse siano ripiene di un plagioclasio identico a quello circostante, con la sola differenza che esso apparisce perfettamente sano, anche quando quello preesistente è in istato di avanzata alterazione; in queste zone rigenerate poi l'andamento delle lamelle di geminazione non subisce nessuna modificazione.

Si osservano pure delle rigenerazioni di ortosio dove esso apparisce caolinizzato; e siccome in questi casi ho notato sempre la presenza, come in inclusioni nell'ortosio rigenerato, di laminette di mica secondaria, non è impossibile che la rigenerazione dell'ortosio sia dovuta appunto a questa mica, tanto più che le dette laminette sembrano corrose e sfrangiate.

I filoni che tagliano la massa dello gneiss sono essenzialmente ripieni di quarzo e di ortosio.

Il *quarzo* è in masse compatte trasparenti, translucide od opache e presenta delle inclusioni analoghe a quelle che ho notato nel quarzo dello gneiss; inoltre ho raramente osservata inclusa della *tormalina*, in esili individui molto allungati e che presentavano una tinta rosso-bruna, mentre al microscopio la-

Digitized by Google

sciavano vedere un forte dicroismo sui toni del roseo brunastro chiaro e del bruno rossastro intenso.

Il quarzo è anche in cristalli, i quali generalmente hanno delle faccie tutte striate e che male si prestano alle misure goniometriche; in essi ho notato, oltre alle comuni forme del prisma $2\bar{1}\bar{1}$ e della bipiramide esagona 100, $22\bar{1}$, la presenza delle forme $7\bar{2}\bar{2}$, $41\bar{2}$, $10\,\bar{2}\,\bar{5}$ e $16\,\bar{5}\,\bar{8}$, quest'ultima riconosciuta con sufficiente esattezza su un cristallo che mi diede per l'angolo $16\,\bar{5}\,\bar{8}\,.\,2\bar{1}\bar{1}$ un angolo di 9°3′, essendo quello teorico di 8°52′.

L'*ortosio* dei filoni si presenta, come già ho detto, in masse sfaldabili bianche o gialliccie per più o meno avanzata caolinizzazione; ad essi è intercalata od associata dell'*adularia*, che si riconosce facilmente, perchè mentre nell'ortosio si osserva sempre ben netta e frequente la struttura vermicolare, questa invece manca completamente nell'adularia, come si nota nella fig. 4ª.

Parimenti anche quando l'ortosio apparisce molto alterato, l'adularia si mantiene sempre completamente sana, il che fa supporre che sia secondaria in confronto coll'ortosio a cui è associata, fatto che è pure confermato dall'essere i cristalli di adularia, che si hanno pure nei filoni, superficialmente compenetrati di ortosio, il che indica come essa si sia formata posteriormente.

I cristalli di adularia hanno dimensioni variabilissime; uno di quelli trovati dal sig. Aicardi, presentava parallelamente all'asse delle x una lunghezza di circa 10 centimetri, mentre parallelamente agli altri due assi le sue dimensioni erano di circa 5 centimetri; un altro, che si poteva considerare semplicemente come un frammento di sfaldatura, presentava parallelamente agli assi delle y e delle z delle dimensioni superiori ai 10 centimetri.

In compenso poi nei filoni si hanno dei piccolissimi cristalli che talvolta raggiungono appena alcuni millimetri di lunghezza; questi hanno le loro faccie abbastanza nitide, mentre invece in quelli voluminosi le faccie sono sempre scabre, rugose e striate.

I cristalli possono essere geminati o non; quando sono geminati essi sono sempre riferibili alla legge di Baveno; ho pure notato alcuni cristalli che presentavano bensì la geminazione di Baveno, ma sui quali, probabilmente per deposito posteriore, si

Digitized by Google

aveva un'altra parte di cristallo semplice ed orientata, rispetto al cristallo primitivo, parallelamente ad uno dei due subindividui.

Ho notato la presenza delle seguenti forme:

001, 010, 110, 130, 101, 203, 111.

Nei cristalli voluminosi ho solo potuto ottenere delle misure approssimative, poichè dovetti accontentarmi di impiegare il goniometro di applicazione; alcuni di quelli molto piccoli mi diedero alcune misure sufficientemente esatte, che qui riporto:

	Valori ottenuti	Valori teorici (Miller)
$110 . 1\bar{1}0$	61°7′ 61°11′	61°13′
010 . 110	59°20′	59°24′
001 . 101	50°15′	50°19′
001 . 111	63°11′	63°7′

Per quanto si riferisce alle combinazioni osservate, notai che nei cristalli semplici sono generalmente presenti le 001, 010, 110, 101, a cui più raramente si univano le 130 e 111, quest'ultima specialmente nei cristalli più piccoli.

Quelli geminati presentano generalmente, sebbene in vario grado sviluppate, tutte le forme osservate.

Considerata dal lato chimico, quest'adularia è assai pura, avendo appena traccie di calce e di soda; un'analisi quantitativa mi diede i risultati seguenti:

SiO_2	= 63,77	1,0628		5,86
Al_2O_3	= 19,66	0,1927		1,06
CaO	= 0,47	0,0084		
K_2O	= 15,24	0,1621	0,1813	1
Na_2O	= 0,67	0,0108		
	99,81			

valori che con molta approssimazione portano alla formola $K_2Al_2Si_6O_{16}$.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Ortosio dello gneiss geminato secondo la legge di Baveno; ingrandimento 250 diametri.

Fig. 2. — Struttura vermicolare nell'ortosio dello gneiss; ingrand. 200 diametri.

Fig. 3. — Ortosio alterato in caolino con segregazioni di quarzo e mica; ingrand. 200 diametri.

Fig. 4. — Associazione di ortosio e di adularia nei filoni feldspatici; ingrandimento 200 diametri.

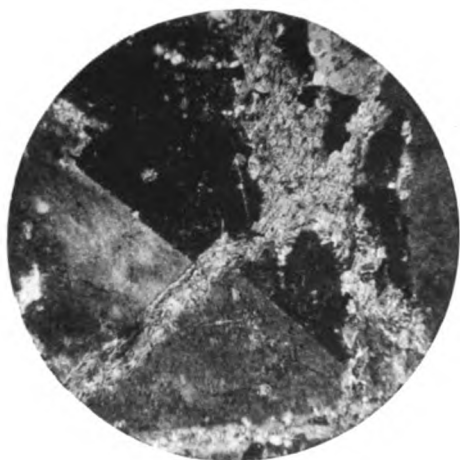
Fig. 5. — Concrezioni lenticolari di quarzo nella quarzite; ingrand. 450 diametri.

Digitized by Google

fig.1

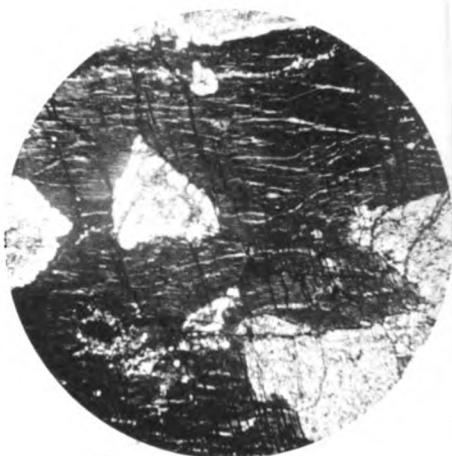
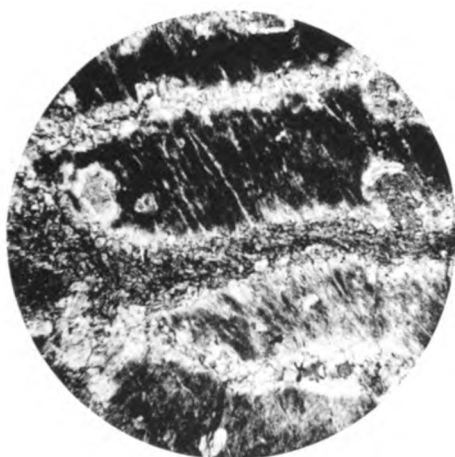
fig.2

fig.3

fig.4

fig.5

Digitized by Google

Stab. Eliot. Ing. Molfese

Proprietà dei segmenti ad una base di un cilindro retto rifrangente.

Nota dell'Ing. ENRICO GATTI.

(Con una tavola).

1. — Il segmento ABC della circonferenza Ω di centro P e raggio $PF = a$ (fig. 1), rappresenti la sezione retta di un segmento cilindrico rifrangente convesso d'indice di rifrazione $n > 1$ e di angolo limite θ.

Facendo variare la saetta OB di quel segmento, col trasportarne la base AC parallelamente a se stessa nel proprio piano, essa base potrà condursi a passare per un qualsiasi punto della regione piana limitata dalla circonferenza descritta, sicchè si potrà parlare di ciascuno di quei punti come d'un punto di incidenza di raggi — che si supporranno sempre situati in quel piano — purchè implicitamente si intenda la base AC del segmento portata nel punto che si considera.

Si ammetta incidente con angolo i, in un punto I della base AC e nel piano della sezione data, un raggio $\frac{VI}{V_1I}$ posto nel quadrante $\frac{LIC}{LIA}$, e se ne segni il raggio rifratto $\frac{ID}{ID'}$. Nella generazione di angoli come $\frac{DIF}{D'IF}$ si riterrà per primo lato il segmento come IF e tali angoli saranno presi positivamente, quando il loro secondo lato capiterà nel quadrante come $\frac{AIF}{CIF}$. Si diranno poi angoli r ed r', relativi ad un punto di incidenza come I, corrispondenti a raggi incidenti nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, gli angoli di rifrazione e di incidenza come $\frac{DIF}{D'IF}, \frac{IDP}{ID'P}$ dovuti ad un raggio rifratto come $\frac{ID}{ID'}$.

E si dirà ancora che ad un raggio incidente, come $\frac{VI}{V_1I}$, corrisponde un raggio direttamente emergente, quando l'emer-

Digitized by Google

genza accadrà dall'arco ABC senza alcuna riflessione del raggio rifratto come $\frac{ID}{ID'}$.

Volendo determinare quali sieno i raggi incidenti in un punto come I, i quali dànno luogo a raggi direttamente emergenti, converrà, per talune posizioni del punto di incidenza, considerare i segmenti di cerchio insistenti sul segmento rettilineo come PI e capaci dell'angolo θ.

Dette h e q l'ordinata e l'ascissa del punto come I, rispetto gli assi cartesiani ortogonali di direzioni positive Py, Px, l'equazione rappresentante le circonferenze alle quali tali segmenti appartengono potrà scriversi colla

$$x^2 + y^2 - x(q + h\sqrt{n^2 - 1}) - y(h - q\sqrt{n^2 - 1}) = 0$$

e, quindi, il raggio p di esse verrà espresso con

$$p = \pm \frac{n\rho}{2}$$

quando si indichi con ρ la distanza del punto d'incidenza scelto al punto P.

Giova intanto osservare che tali circonferenze — le quali si diranno circonferenze θ relative al punto di incidenza che si considera — secheranno la circonferenza Ω in punti reali e distinti, reali e coincidenti, od in punti immaginari, secondochè sarà

$$n\rho \gtreqless a$$

ossia secondochè si avrà

$$\rho \gtreqless a \operatorname{sen} \theta.$$

2. — Si indichi con γ l'angolo FIP, supplementare dell'angolo IPB: fra gli angoli r ed r' relativi al punto I passa la relazione

$$\frac{IP}{a} = \frac{\operatorname{sen} r'}{\operatorname{sen}(\gamma \pm r)}$$

nella quale si dovrà tener conto del segno positivo o negativo. secondochè si prenderà a considerare l'uno o l'altro dei triangoli PID, PID' (fig. 1).

Digitized by Google

La relazione scritta si trasforma nella

$$\text{sen}\, r' = \frac{1}{a}(h\cos r \mp q\,\text{sen}\, r). \tag{1}$$

E la (1), per un determinato valore di q, varrà per tutti i punti di un segmento come AC, pur di variare opportunamente l'ordinata h in valore e segno.

Saranno considerati, in quanto segue, i punti, come I, di ordinata positiva e quanto verrà per essi trovato potrà estendersi agli altri, come I', d'ordinata negativa, pur di tener presente che rispetto alla sezione del solido rifrangente i raggi incidenti i quali trovansi nelle stesse condizioni sono quelli appartenenti ai quadranti come $\frac{LIO,\, L'I'O}{LIA,\, L'I'C}$.

3. — **I valori massimo e minimo, che possono essere assunti nella (1) dell'angolo r, sono rappresentati da θ e da o.**

a) Posto $r = \theta$ nella (1) si ottiene:

$$\text{sen}\, r' = \frac{1}{na}\left(h\sqrt{n^2 - 1} \mp q\right)$$

e però sarà:

$$r' = \theta$$

per

$$h = (a \pm q)\,\text{tang}\,\theta \tag{2}$$

ed

$$r' \lesseqgtr \theta$$

per

$$h \lesseqgtr (a \pm q)\,\text{tang}\,\theta.$$

Se quindi si condurrà dal punto $\frac{E}{B}$ (fig. 1) la retta $\frac{EG}{BH}$ tale che l'angolo $\frac{GEB}{HBE}$ sia uguale a θ, gli angoli r ed r' relativi a ciascun punto di tal retta, considerato come punto di incidenza di quel raggio pel quale è $i = 90$ ed appartenente al quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, saranno uguali fra loro ed all'angolo θ.

Inoltre gli angoli r ed r' relativi a ciascun punto del semicerchio EHB, non comune alla retta considerata e supposto come punto di incidenza di raggi appartenenti al quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, saranno tali che per $r = \theta$ risulterà $r' \lesseqgtr \theta$

Digitized by Google

$$h \lesseqgtr (a+q)\tan\theta$$

secondochè si avrà: $h \lesseqgtr (a-q)\tan\theta.$

b) La relazione (1) per $r=0$ porge:

$$\operatorname{sen} r' = \frac{h}{a}$$

e sarà: $r' \gtreqless \theta$ per $h \gtreqless a \operatorname{sen}\theta.$

Tracciata con centro in P la circonferenza uNu' tangente in $\frac{M}{M'}$ alla retta $\frac{EG}{BH}$ — circonferenza la quale ha per raggio $a \operatorname{sen}\theta$ — si conduca ad essa la tangente RS di direzione EB.

I punti del semicerchio EGB, considerati come punti di incidenza di raggi relativamente ai quali ad un angolo $r=0$ corrisponderà un angolo $r' \gtreqless \theta$, saranno ordinatamente quelli del segmento RS e dei segmenti inferiore e superiore nei quali quella retta separa il semicerchio considerato e ciò qualunque sia il quadrante nel quale si immaginano raggi incidenti.

4. — Si risolva la (1) rispetto $\operatorname{sen} r$ ponendo la condizione $r'=\theta$.

Fatto $PI=\rho$ ed osservato che (fig. 1) $h^2+q^2=\rho^2$, risulta

$$\rho^2 \operatorname{sen}^2 r \pm 2aq \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen} r + a^2 \operatorname{sen}^2\theta - h^2 = 0, \tag{3}$$

dalla quale si trae:

$$\operatorname{sen} r = \frac{\mp aq \operatorname{sen}\theta \pm h\sqrt{\rho^2 - a^2\operatorname{sen}^2\theta}}{\rho^2}. \tag{4}$$

Nella (4) si assegnerà il segno $\mp$ al termine $aq \operatorname{sen}\theta$ per raggi incidenti nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, ed i valori di $\operatorname{sen} r$ riusciranno immaginari, reali ed uguali, reali e distinti, secondochè sarà:

$$\rho^2 - a^2\operatorname{sen}^2\theta \lesseqgtr 0.$$

a) — $\rho^2 - a^2\operatorname{sen}^2\theta < 0.$

In accordo a quanto venne convenuto (ff. 2) sul segno di h, i punti pei quali tale condizione deve considerarsi soddisfatta, sono

Digitized by Google

quelli interni alla semicirconferenza uNu'. Relativamente ad essi, e qualunque sia il quadrante nel quale si immaginano raggi incidenti, non vi ha alcun valore dell'angolo r al quale corrisponda per r' un valore uguale a θ.

D'altro lato gli angoli r ed r' relativi a ciascuno di tali punti (ff. 3), e qualunque sia il quadrante nel quale si considerano raggi incidenti, sono tali che

per $\quad r=\theta \quad$ è $\quad r'<\theta$

e per $\quad r=0 \quad$ è $\quad r'<\theta.$

L'angolo r', adunque, pure variando al variare dell'angolo r da θ a 0, si manterrà minore di θ e quindi:

Ciascun raggio considerato come incidente in qualsiasi punto interno alla semicirconferenza $u\,Nu'$, dà luogo a raggi direttamente emergenti.

b) — $\qquad \rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2\theta = 0.$

In tale caso (4)

$$\operatorname{sen} r = \mp \frac{q}{\rho}. \tag{4'}$$

I punti pei quali quella relazione deve considerarsi verificata, appartengono (fig. 1) alla semicirconferenza $u\,Nu'$: e si terrà conto del segno $\mp$ per raggi incidenti in quei punti ed appartenenti al quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$. Si proietti il punto $\frac{M}{M'}$ sulla EB normalmente in $\frac{T}{T'}$.

Risulterà in valor assoluto

$$PT = PT' = \rho \operatorname{sen}\theta.$$

Per ciascun punto della semicirconferenza uNu', gli angoli r ed r', ad esso relativi, sono tali che (ff. 3)

per $\quad r=0 \quad$ è $\quad r'<\theta,$

eccezione fatta pel punto N, pel quale $r'=\theta$, e, per $r=\theta$, si ha $r'<\theta$, quando si eccettui il punto $\frac{M}{M'}$, per raggi incidenti nel quadrante, come $\frac{LIC}{LIA}$, e pel quale, risulta $r'=\theta$.

Digitized by Google

Ma per raggi incidenti nel quadrante, come LIC, all'angolo $r' = \theta$ corrisponde (4') l'angolo $r \gtreqless \theta$, per $-q \gtreqless PT$, e l'angolo r sarà positivo se $q < 0$, negativo se $q > 0$. E, per raggi del quadrante come LIA e per l'angolo $r' = \theta$, si avrà pure $r \gtreqless \theta$, secondochè sarà $q \gtreqless PT'$, mentre r assumerà segno positivo o negativo, secondochè $q \gtrless 0$.

Adunque, dei due angoli r ed r' relativi ad un punto qualsiasi della semicirconferenza $u\,Nu'$, e qualunque sia il quadrante nel quale si considerano raggi incidenti, l'angolo r' non potrà assumere valore maggiore di θ al variare di r da 0 a θ.

Tutti i raggi quindi che si possono considerare incidenti in ciascun punto della semicirconferenza $u\,Nu'$, daranno luogo a raggi direttamente emergenti.

$c)$ — $$\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta > 0.$$

Le due radici distinte di ciascuna delle coppie date dalla (4) — radici che si indicheranno con r_1 ed r_2 — assumeranno lo stesso segno se (3)

$$h < a \operatorname{sen} \theta,$$

divenendo ambedue positive od ambedue negative, secondochè sarà $\begin{matrix} q \lesseqgtr 0 \\ q \gtreqless 0 \end{matrix}$ per raggi incidenti nel quadrante come $\dfrac{LIC}{LIA}$ (fig. 1).

Le radici di ciascuna coppia avranno segno opposto per

$$h > a \operatorname{sen} \theta.$$

Di esse sarà maggiore la positiva, o la negativa, secondochè si avrà $\begin{matrix} q \lesseqgtr 0 \\ q \gtreqless 0 \end{matrix}$ per raggi incidenti nel quadrante come $\dfrac{LIC}{LIA}$.

Per ciascun punto pel quale è

$$\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta > 0,$$

i due angoli r_1 ed r_2 possono determinarsi grazie a quella circonferenza θ ad esso relativa, la quale cade nella regione verso cui si intende che la luce si propaghi.

Essi angoli saranno manifestamente quelli che i raggi, proiettanti dal punto di incidenza scelto i punti di intersezione della circonferenza θ colla circonferenza Ω, fanno colla direzione EB.

Digitized by Google

I) Volendo considerare particolarmente come punti di incidenza di raggi appartenenti al quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, quelli della retta $\frac{EG}{BH}$ e della RS, si prenda (fig. 1) anzitutto in esame la retta $\frac{EG}{BH}$ e si ponga

$$h = (a + q) \operatorname{tang} \theta$$

nella

$$\operatorname{sen} r = \frac{-aq \operatorname{sen} \theta \pm h \sqrt{\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}{\rho^2}$$

quando si tratta della retta EG, ed

$$h = (a - q) \operatorname{tang} \theta$$

nella

$$\operatorname{sen} r = \frac{aq \operatorname{sen} \theta \pm h \sqrt{\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta}}{\rho^2}$$

quando si tratti della retta BH.

Nel primo caso si otterranno come valori di sen r, sen θ e:

$$-\frac{q^2 + 2aq + a^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{q^2 + (a^2 + 2aq) \operatorname{sen}^2 \theta} \operatorname{sen} \theta \tag{5}$$

e nel secondo sen θ e:

$$\frac{2aq - q^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{q^2 + (a^2 - 2aq) \operatorname{sen}^2 \theta} \operatorname{sen} \theta. \tag{6}$$

I due valori di sen r, (sen θ, (5)) sono positivi per $h < a$ sen θ e $q < 0$ ed il coefficiente di sen θ nelle (5) assume:

valori uguali all'unità per valori di q uguali a

$$-a, \qquad -a \operatorname{sen}^2 \theta,$$

cioè pei punti E, M;

valori maggiori dell'unità quando

$$-a < q < -a \operatorname{sen}^2 \theta,$$

ossia pei punti del segmento EM, esclusi gli estremi;

valori minori dell'unità pei punti del segmento MK, poichè per essi è

$$q > -a \operatorname{sen}^2 \theta,$$

esclusi essendo gli estremi del segmento stesso.

Digitized by Google

Similmente i valori di sen r, (sen θ, (6)) sono ambedue positivi per $h < a \operatorname{sen} \theta$ e $q > 0$ ed il valore del coefficiente di sen θ nella (6) riesce:

uguale all'unità per valori di q uguali ad

$$a, \qquad a \operatorname{sen}^2 \theta,$$

cioè pei punti B, M';

maggiore dell'unità quando

$$a > q > a \operatorname{sen}^2 \theta,$$

ossia pei punti del segmento BM' esclusi gli estremi;

minori dell'unità per quelli del segmento $M'K'$, poichè per essi è

$$q < a \operatorname{sen}^2 \theta$$

esclusi essendo i punti M', K'.

Pei punti del segmento $\frac{KG}{K'H}$ — escluso il punto $\frac{K}{K'}$ — essendo

$$h > a \operatorname{sen} \theta$$

il valore di sen r corrispondente alla $\begin{matrix}(5)\\(6)\end{matrix}$ riesce negativo e minore o maggiore di sen θ, secondochè $\begin{matrix} q \lesseqgtr 0 \\ q \gtreqless 0 \end{matrix}$.

Venendo ora ai punti della retta RS si osservi che, per gli angoli r ed r' ad essi relativi e corrispondenti a raggi incidenti nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, è

$$h = a \operatorname{sen} \theta,$$

e quindi dei due valori di sen r, corrispondenti nella (3) ad $r' = \theta$, l'uno ha per valore $\frac{0}{0}$ e l'altro

$$-\frac{2aq}{\rho^2} \operatorname{sen} \theta \tag{7}$$

assume il valore

$$\frac{2aq}{\rho^2} \operatorname{sen} \theta \tag{8}$$

essendo il valore stesso positivo o negativo secondochè $\begin{matrix} q \lesseqgtr 0 \\ q \gtreqless 0 \end{matrix}$.

Digitized by Google

Siccome poi, in valore assoluto, è $q<a$ e l'ascissa $\frac{PZ}{PZ'}$ del punto $\frac{K}{K'}$ d'incontro della retta RS di equazione $y=a\operatorname{sen}\theta$ colla retta $\frac{EG}{BH}$ d'equazione $\frac{y=(a+x)\operatorname{tang}\theta}{y=(a-x)\operatorname{tang}\theta}$ è $\frac{-a(1-\cos\theta)}{a(1-\cos\theta)}$, il valore del coefficiente della $\frac{(7)}{(8)}$ riuscirà:

uguale all'unità

per $\frac{q=-a(1-\cos\theta)}{q=\ \ a(1-\cos\theta)}$ cioè pel punto $\frac{K}{K'}$;

maggiore dell'unità

per $\frac{q<-a(1-\cos\theta)}{q>\ \ a(1-\cos\theta)}$ cioè pei punti del segmento $\frac{RK}{SK'}$ escluso essendo il punto $\frac{K}{K'}$;

minore dell'unità

per $\frac{q>-a(1-\cos\theta)}{q<\ \ a(1-\cos\theta)}$ cioè pei punti del segmento $\frac{KN}{K'N}$ esclusi gli estremi.

Pei punti del segmento $\frac{NS}{NR}$, essendo $\frac{q>0}{q<0}$, la $\frac{(7)}{(8)}$ assumerà valor negativo.

Si potranno ora scrivere le relazioni esistenti fra gli angoli r ed r' relativi ai punti delle rette considerate.

Pei raggi incidenti nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$ e per

$r=0$ ed $r'=\theta$ si ha:

pei punti $\frac{E,\ M}{B,\ M'}$:

$$r'<\theta \qquad \text{ed} \qquad r_1=r_2=\theta$$

pei punti del segmento $\frac{EM}{BM'}$ esclusi gli estremi:

$$r'<\theta \qquad \text{ed} \qquad r_1=\theta,\ r_2>\theta$$

Digitized by Google

pei punti del segmento $\frac{MK}{M'K'}$ esclusi gli estremi:

$$r' < \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = \theta,\ r_2 < \theta$$

pel punto $\frac{K}{K'}$:

$$r' = \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = 0,\ r_2 = \theta$$

pei punti del segmento $\frac{KG}{K'H}$ eccettuato il punto $\frac{K}{K'}$:

$$r' > \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = \theta,\ r_2 < 0$$

pei punti del segmento $\frac{RK}{SK'}$ eccettuato il punto $\frac{K}{K'}$:

$$r' = \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = 0,\ r_2 > \theta$$

pei punti del segmento $\frac{KN}{K'N}$ eccettuati gli estremi:

$$r' = \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = 0,\ r_2 < \theta$$

pei punti del segmento $\frac{NS}{NR}$ eccettuato il punto N:

$$r' = \theta \qquad \text{ed} \qquad r_1 = 0,\ r_2 < 0.$$

Se ora si pone mente che le circonferenze θ relative ai punti della retta $\frac{EG}{BH}$ passano pel punto $\frac{G}{B}$, che quelle relative ai punti della retta RS passano pel punto S, e che le relazioni ora scritte determinano da quale banda del punto $\frac{G}{B}$, o del punto S, cade l'altro punto di intersezione di quelle circonferenze colla circonferenza Ω, riuscirà chiaro il modo di variare di r', quando in ciascuno dei casi particolari esaminati si farà variare r da 0 a θ.

E si potrà di conseguenza stabilire che:

1°) Tutti i raggi incidenti nei punti del segmento $\frac{EM}{BM'}$ del quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$ dànno luogo a raggi direttamente emergenti.

2°) Dei raggi incidenti nei punti del segmento $\frac{MK}{M'K'}$ — esclusi gli estremi — e nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$ non ne potrà

direttamente emergere che una parte e precisamente il fascio compreso nell'angolo determinato (5), (6)

$$\operatorname{sen} i = -n \frac{q^2 + 2aq + a^2 \operatorname{sen}^2\theta}{q^2 + (a^2 + 2aq)\operatorname{sen}^2\theta} \operatorname{sen}\theta$$

da

$$\operatorname{sen} i = n \frac{2aq - q^2 - a^2 \operatorname{sen}^2\theta}{q^2 + (a^2 - 2aq)\operatorname{sen}^2\theta} \operatorname{sen}\theta.$$

3°) Dei raggi incidenti in $\frac{K}{K'}$, nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, non emergeranno direttamente che quelli pei quali è $i = 90°$ ed $i = 0°$: mentre, per tutti gli altri punti del segmento $\frac{KG}{K'H}$, l'emergenza diretta non si avvertirà che pel raggio corrispondente al quale è $i = 90°$.

4°) Dei raggi incidenti nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$ e nei punti del segmento $\frac{RK}{SK'}$, esclusi gli estremi $\frac{K}{K'}$, l'emergenza senza riflessione non si avvertirà che per quei raggi pei quali è $i = 0$.

5°) Dei raggi incidenti del quadrante $\frac{LIC}{LIA}$ nei punti del segmento $\frac{NK}{NK'}$, esclusi gli estremi, non ne potrà emergere direttamente che una parte, e precisamente il fascio compreso nell'angolo $\theta - i$, essendo i determinato

$$\operatorname{sen} i = -\frac{2aq}{\rho^2} n \operatorname{sen}\theta$$

da

$$\operatorname{sen} i = \frac{2aq}{\rho^2} n \operatorname{sen}\theta.$$

6°) Tutti i raggi del quadrante, come $\frac{LIC}{LIA}$, incidenti nei punti del segmento $\frac{SN}{RN}$ dànno luogo a raggi direttamente emergenti.

II) Dei punti del semicerchio EGB (fig. 1) pei quali è

$$\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2\theta > 0,$$

Digitized by Google

rimangono a considerarsi, per raggi incidenti nel quadrante come LIC, quelli interni agli angoli RKE, RKG, GKS, e quelli racchiusi dai contorni MEu, MKN, $Nu'BS'$.

1°) Pei punti interni all'angolo RKE si ha, per $r=\theta$ ed $r=0$, rispettivamente $r'>\theta$ ed $r'<\theta$. Variando adunque per quei punti il valore di r, da 0 a θ, quello di r' passa per θ, e gli è a partire da quel valore di r pel quale $r'=\theta$, che si cominceranno ad avere raggi direttamente emergenti.

2°) L'angolo r' relativo ai punti interni all'angolo RKG assume valore maggiore di θ tanto per $r=\theta$ quanto per $r=0$.

D'altra parte dei due valori di r accennati (c) e relativi a quei punti — valori che riescono di segno opposto — il valor positivo, il quale è manifestamente diverso da θ, non potrà essere che maggiore di θ, perchè, quando gli fosse minore, ad $r=\theta$ dovrebbe corrispondere un valore di $r'<\theta$.

Tale conclusione, la quale chiaramente è mostrata dalla considerazione delle circonferenze θ relative ai punti interni dell'angolo RKG, prova che l'angolo r' si mantiene maggiore di θ quando si fa variare r da 0 a θ, e che, però, nessun raggio, incidente in quei punti, darà luogo a raggi emergenti senza esser prima riflesso.

3°) Nei punti interni all'angolo GKS

ad $r=\theta$ corrisponde $r'<\theta$

e per $r=0$ si ha $r'>\theta$.

Il valore di r' passa per θ variando r da 0 a θ ed è a partire da quel valore di r pel quale $r'=\theta$ che cessano d'esistere raggi direttamente emergenti.

4°) Gli angoli r ed r' relativi ai punti interni alle regioni rimanenti, sono tali che per ciascuno di quei punti

ad $r=0$ corrisponde $r'<\theta$

e per $r=\theta$ si ha $r'<\theta$.

Ora pei punti interni al contorno $NSBu'$ i due valori di r (3), ai quali corrisponde l'angolo $r'=\theta$, sono negativi e perciò tutti i raggi incidenti in quei punti, nel quadrante considerato, direttamente emergeranno.

Quei due valori di r sono ambedue positivi per i punti delle

Digitized by Google

due altre regioni ed occorrendo vedere quale relazione essi abbiano coll'angolo θ, converrà ricorrere alle circonferenze θ relative ai punti stessi. Scelto un punto a nella regione EMu, ed un punto b nella regione MKN, questi si congiungano con P prolungando le congiungenti sino ad incontrare rispettivamente nei punti c e d la retta EG e di più dai punti a, b, si conducano rispettivamente i raggi al, af; bg, bh, ordinatamente paralleli alle rette EB, EG.

La circonferenza θ relativa al punto $\frac{c}{d}$ (I) passa pel punto G ed interseca la circonferenza Ω alla $\frac{\text{sinistra}}{\text{destra}}$ di quel punto, e, perciò, i punti di intersezione della circonferenza θ, relativa al punto $\frac{a}{b}$, colla circonferenza Ω, saranno ambedue alla $\frac{\text{sinistra}}{\text{destra}}$ del punto G.

Di più, per le relazioni ammesse fra r ed r' (II-3°) i punti di intersezione della circonferenza θ relativa al punto d colla circonferenza Ω saranno interni all'angolo hbg.

Le due radici, adunque, tratte dalla equazione (3), oltre ad essere positive (c), saranno ambedue maggiori di θ pei punti come a e minori di θ pei punti come b. Ne segue che pei punti della regione EMu, variando l'angolo r da 0 a θ, mantenendosi l'angolo $r' < \theta$, tutti i raggi incidenti nel quadrante considerato emergeranno direttamente.

Non così accadrà pei punti della regione MKN, poichè, al variare dell'angolo r da 0 a θ, il valore dell'angolo r' passa due volte pel valore θ. Sicchè non emergeranno direttamente che i raggi incidenti ai quali corrispondono i fasci di raggi rifratti compresi negli angoli $\theta - r_1$, ed r_2 supposto $r_1 > r_2$.

III) È agevole verificare che (fig. 1) pei raggi incidenti nel quadrante, come LIA, e pei punti interni alle regioni $BK'S$, $SK'H$, $HK'R$, $RNuE$, $BM'u'$, $M'N'K'$, pei quali è

$$\rho^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta > 0,$$

si hanno le stesse proprietà trovate ordinatamente pei punti interni alle regioni EKR, RKG, GKS, $SNu'B$, EMu, MKN, considerati quali punti di incidenza di raggi del quadrante come LIC.

Digitized by Google

5. — Fra gli angoli r ed r' relativi ad un qualsiasi punto I di AC passa la relazione (1) e si avrà (fig. 1)

$$r = r'$$

quando sia

$$h = (a \pm q) \operatorname{tang} r. \tag{9}$$

La relazione (9) vale pel problema fisico, quando $r \gtrless \theta$ e, quindi, indicati con G_1, H_1 i punti di incontro rispettivi della corda AC colle rette EG, BH, fra i raggi appartenenti al quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$, ed incidenti in ciascuno dei punti del segmento $\frac{OG_1}{OH_1}$, uno ne potrà esistere tale da occasionare con un raggio, direttamente emergente, angoli di incidenza e di emergenza fra loro uguali.

Tutti i punti del segmento $\frac{OG_1}{OH_1}$ ammetteranno uno di tali raggi quando il segmento circolare, sezione retta del solido rifrangente, abbia una saetta compresa fra i segmenti J_1B, JB. essendo i punti J_1 e J le proiezioni normali sulla retta EB dei punti H e G. Scelto come venne fatto in (fig. 1) il punto I della base AC, così da appartenere all'uno ed all'altro dei due segmenti OG_1, OH_1, lo si congiunga coi punti E, B, prolungando EI fino al suo punto d'incontro D_1 coll'arco della sezione retta considerata.

Il segmento $\frac{ID_1}{IB}$ potrà ritenersi come raggio rifratto corrispondentemente al quale il raggio generatore $\frac{V'I}{WI}$ appartenente al quadrante $\frac{LIC}{LIA}$, ed il raggio emergente $\frac{D_1V_1'}{BW'}$ daranno luogo ad angoli di incidenza e di emergenza fra loro uguali.

La deviazione D per raggi come WI, BW' è nulla: per raggi come $V'I$, D_1V_1' è espressa da

$$D = 2i - 2r \tag{10}$$

e non potrà assumere valore nullo se non nel caso in cui si scelga come punto di incidenza il punto 0.

Digitized by Google

6. — Può chiedersi se fra le coppie di raggi come $V'I$, $D_1 V_1'$, taluna ve ne sia per la quale la deviazione acquisti un valore uguale a 90°. — In tale caso dovendo essere

$$i - r = 45^\circ$$

si avrà:

$$\operatorname{sen} i = \frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{sen} r + \cos r).$$

Tale ultima relazione congiunta alla

$$\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r$$

porge per $\operatorname{sen} r$ e $\operatorname{sen} i$ i valori reali espressi dalle

$$(11) \qquad \operatorname{sen} r = \frac{1}{\pm\sqrt{2(n^2 - n\sqrt{2} + 1)}}, \qquad \operatorname{sen} i = \frac{n}{\pm\sqrt{2(n^2 - n\sqrt{2} + 1)}}.$$

Del doppio segno dei valori ottenuti si dovrà, per la convenzione fatta (§ 1), prendere il positivo ed i valori stessi converranno al problema fisico per quei valori di n ai quali corrispondono $r \overline{\leq} \theta$ ed $i \overline{\geq} 45^\circ$.

E siccome risulta $r = \theta$ per $n\sqrt{2}$, ed $r < \theta$ per n diverso da $\sqrt{2}$, ed $i \overline{\geq} 45^\circ$ per $n \overline{\geq} \frac{\sqrt{2}}{2}$, così i valori dati dalle (11) risponderanno all'ipotesi fatta (§ 1) pel valore di n.

L'ordinata h del punto come I, pel quale i raggi incidente ed emergente come $V'I$, $D_1 V_1'$ riescono fra loro normali, si troverà dalla (9) osservando che (11)

$$\operatorname{tang} r = \frac{1}{n\sqrt{2} - 1}$$

e però sarà:

$$(12) \qquad h = \frac{a + q}{n\sqrt{2} - 1}.$$

Tale ordinata deve essere tutt'al più uguale (2) ad

$$(a + q) \operatorname{tang} \theta.$$

Digitized by Google

Di qui la condizione:

$$\frac{1}{n\sqrt{2}-1} \lesseqgtr \frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$$

la quale conduce alla

$$(n-\sqrt{2})^2 \gtreqless 0.$$

Quel punto, quando ha esistenza reale, cadrà adunque in un punto come G_1 per $n=\sqrt{2}$ e sarà un altro punto del segmento come OG_1 per n diverso da $\sqrt{2}$.

E se d'altro lato si osserva che la retta la quale passa pel punto E (fig. 1) e fa colla direzione EB l'angolo r determinato dalla (11) incontra la circonferenza Ω nei punti d'ascissa

$$-a \qquad a\,\frac{1-\operatorname{tang}^2 r}{1+\operatorname{tang}^2 r}$$

e che la saetta f del segmento circolare, come ABC, del quale la base ha per equazione:

$$x=\frac{a(1-\operatorname{tang}^2 r)}{1+\operatorname{tang}^2 r}$$

è espressa da

$$f=a-x,$$

ossia da

$$f=2a\,\operatorname{sen}^2 r, \tag{13}$$

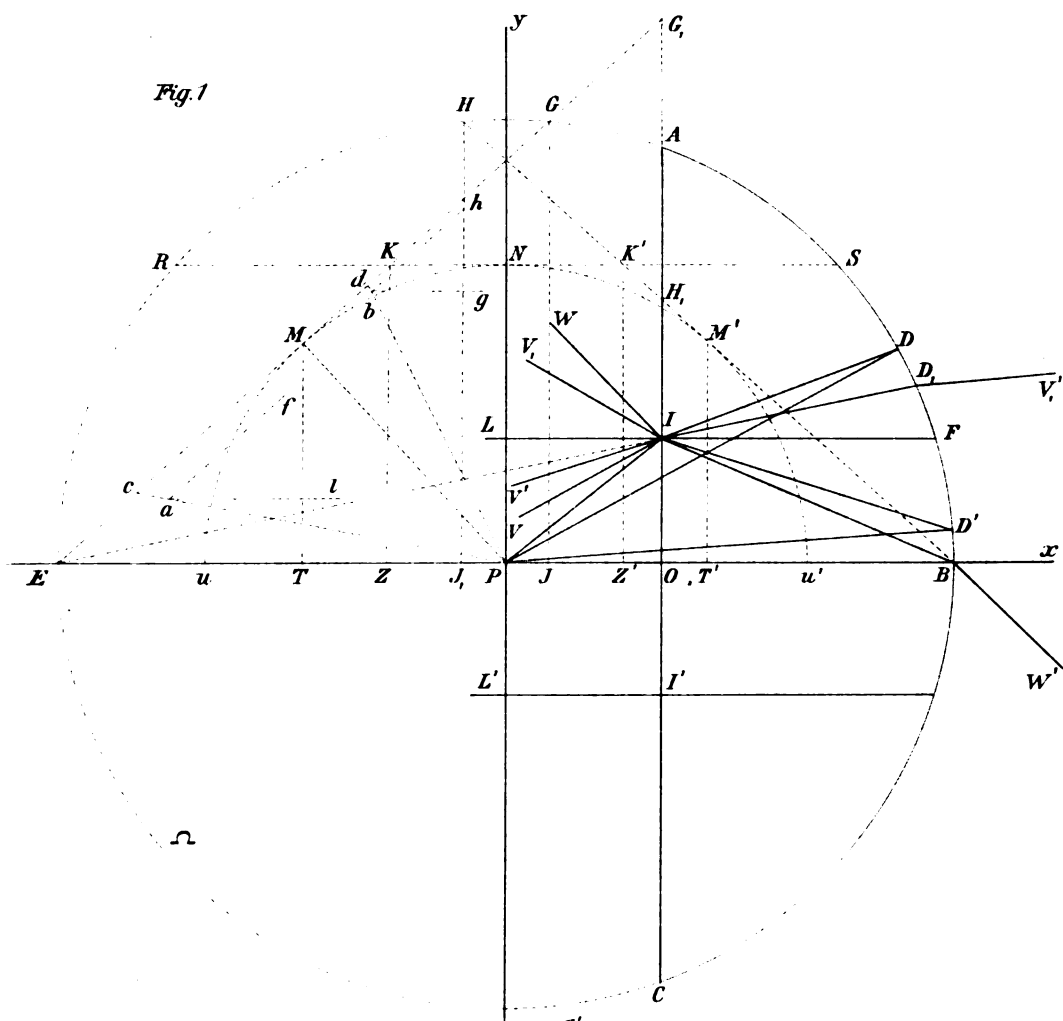
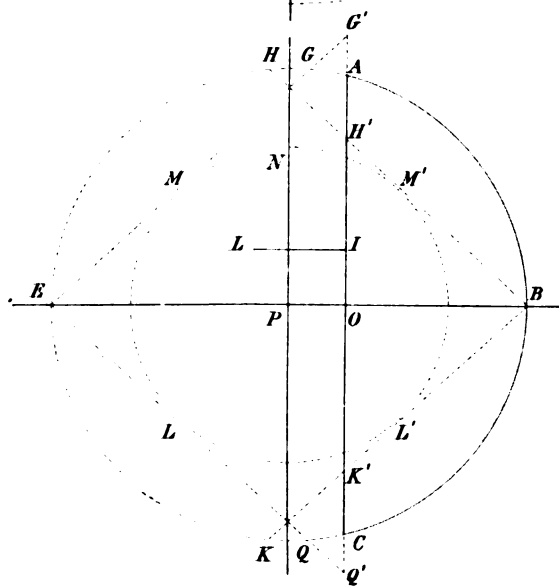
dovrà dirsi che il punto d'ascissa h (12) avrà esistenza reale — rapporto al problema proposto — finchè la saetta del segmento come ABC non diverrà minore del valore stabilito per f.

7. — Possono ora enunciarsi i risultati ottenuti, tenuto conto della osservazione fatta (§ 2) sul segno di h.

Dato un segmento cilindrico convesso rifrangente d'indice di rifrazione $n>1$ e d'angolo limite θ, se ne rappresenti col segmento circolare ABC di centro P (fig. 2) la sua sezione retta, si completi la circonferenza alla quale tale segmento circolare appartiene, se ne tracci il diametro EB normale alla corda AC e descritta in seguito la circonferenza di raggio $PN=PB\,\operatorname{sen}\theta$, dai punti E, B, le si conducano le tangenti EG, EQ, BH, BK, indicando rispettivamente con M, L, M', L', i punti di tangenza.

Digitized by Google

Lit. Salussolia, Torino

Digitized by Google

I punti della base AC del segmento ABC, comuni alla figura $EMNM'BL'LE$ saranno quelli nei quali ciascun raggio incidente, nel piano della sezione considerata ed a qualunque quadrante appartenga, ammetterà un raggio direttamente emergente.

Se inoltre si indicheranno con G', Q'; H', K' i punti d'incontro della base AC rispettivamente colle rette EG, EQ; BH, BK, dovrà aggiungersi che in ciascun punto del segmento $\frac{G'Q'}{H'K'}$ inciderà nel quadrante come $\frac{LIC}{LIA}$ (fig. 2) un raggio, al quale corrisponde un raggio direttamente emergente tale da riuscire uguali fra loro gli angoli di incidenza e di emergenza, purchè il punto di incidenza cada nel segmento come AC. Ciascuno di simili raggi incidenti nel quadrante come LIA, ha il proprio raggio emergente uscente dal vertice B del segmento ABC con deviazione nulla rispetto al corrispondente incidente.

Fra i raggi incidenti nel quadrante come LIC, e che godono coi corrispondenti emergenti della proprietà sopra accennata, due ve ne possono essere pei quali la deviazione è di 90°.

I punti di incidenza di tali raggi apparterranno al segmento $G'Q'$, saranno simmetricamente disposti rispetto al punto 0 con ordinata espressa in valor assoluto dalla (12) e di più converranno al problema fisico, quando la saetta OB del segmento ABC non sia minore di (12), (13)

$$\frac{a}{n^2 - n\sqrt{2} + 1}.$$

Dall'Istituto Professionale Omar,
Novara, febbraio 1904.

Digitized by Google

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1905

calcolate dal Dottore UGO NICOLIS.

Avvertenza.

Queste effemeridi furono calcolate valendosi dei dati della *Connaissance des Temps* di Parigi, del *Nautical Almanac* di Greenwich e del *Berliner Astronomisches Jahrbuch*. Furono seguite le norme contenute nelle *Istruzioni e tavole numeriche per la compilazione del calendario* del Dott. Michele Rajna, e si impiegarono le tavole ausiliarie contenute nelle *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889* del Professore Francesco Porro (colle opportune modificazioni dovute alla sostituzione del tempo dell'Europa centrale a quello di Roma prima in uso).

Le ore sono contate di seguito da 0 a 24 in tempo medio secondo l'uso civile, cioè a partire dalla mezzanotte del meridiano origine che è quello passante per l'Etna (15° all'Est di Greenwich), ossia sono espresse in *tempo medio civile dell'Europa Centrale.*

Posizione Geografica del R. Osservatorio Astronomico di Torino.

Latitudine boreale	45° 4′ 7″.9		
Longitudine da Greenwich	7° 41′ 48″.2 Est	= 0h 30m 41s.21	E
„ da Berlino	5° 41′ 54″.9 Ovest	= 0h 22m 47s.66	W
„ da Parigi	5° 21′ 33″.1 Est	= 0h 21m 26s.21	E
„ da Roma (Coll. Romano)	4° 47′ 5″.3 Ovest	= 0h 19m 8s.35	W
„ da Milano	1° 29′ 41″.1 Ovest	= 0h 5m 58s.74	W
„ dal meridiano dell' Europa centrale . . .	7° 18′ 11″.8 Ovest	= 0h 29m 12s.79	W

Altitudine sul livello del mare (al pozzetto del barometro) 276m,4.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO

per l'anno comune 1905

Relazioni cronologiche.

L'anno 1905 dell'êra cristiana corrisponde all'anno:
6618 del periodo giuliano;
2681 delle olimpiadi ossia al 1° anno della 671ª olimpiade che incomincia nel Luglio del 1905, essendo as-

sunta l'êra delle olimpiadi verso il 1° Luglio dell'anno 3938 del periodo giuliano ossia 775,5 anni a. G. C.;

2658 della fondazione di Roma secondo Varrone;

2652 dell'êra di Nabonassar, fissata il Mercoledì 26 Febbraio dell'anno 3967 del periodo giuliano, ossia 747 anni avanti G. C. secondo i cronologisti e 746 secondo gli astronomi (i quali chiamano anno 0 quello che precede immediatamente l'anno 1 dell'êra cristiana);

1905 del calendario giuliano o russo, che incomincia 13 giorni più tardi, ossia Sabato 14 Gennaio del calendario gregoriano;

5665 dell'êra Israelitica che comincia Sabato 10 Settembre 1904 e finisce il 30 Settembre 1905 (principio dell'anno 5666);

1322 dell'êra Maomettana (Egira) dal Venerdì 18 Marzo 1904 al Mercoledì 8 Marzo 1905 (principio dell'anno 1323 dell'Egira).

41 del 76° ciclo del calendario cinese dal Martedì 16 Febbraio 1904 al Sabato 4 Febbraio 1905 (principio dell'anno 42).

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	6
Epatta	24
Ciclo Solare	10
Indizione Romana	3
Lettera Domenicale	A

Quattro Tempora.

Di primavera	Marzo 15, 17 e 18
D'estate	Giugno 14, 16 e 17
D'autunno	Settembre 20, 22 e 23
D'inverno	Dicembre 20, 22 e 23

Feste Mobili.

Settuagesima	19 Febbraio
Le Ceneri	8 Marzo
Pasqua di Risurrezione	23 Aprile
Rogazioni	29, 30 e 31 Maggio
Ascensione	1° Giugno
Pentecoste	11 Giugno
SS. Trinità	18 Giugno
Corpus Domini	22 Giugno
1ª Domenica dell'Avvento	3 Dicembre

Digitized by Google

ECLISSI

Nell'anno 1905 avvengono due Eclissi di Sole e due di Luna. Nelle nostre regioni sono visibili le due Eclissi di Luna e la seconda Eclisse di Sole.

I. *Eclisse parziale di* LUNA, *il 19 Febbraio 1905 visibile in Italia.*

Opposizione vera della Luna col Sole a $19^h 52^m$ del giorno 19.

Primo contatto colla penombra	$17^h 40^m$
Primo contatto coll'ombra o principio dell'Eclisse	18 54
Istante medio	20 0
Ultimo contatto coll'ombra o fine dell'Eclisse .	21 7
Ultimo contatto colla penombra	22 20

Grandezza dell'Eclisse: 0,41 del diametro lunare.

Quest'Eclisse sarà visibile nella parte occidentale del Grande Oceano, in Australia, in Asia, in Africa e in Europa.

Rispetto all'orizzonte di Torino, la Luna il 19 Febbraio 1905 nasce a $17^h 56^m$, cioè 15 minuti dopo il suo primo contatto colla penombra.

Le posizioni della Luna durante l'Eclisse sono le seguenti:

	Azimut della Luna contato da S verso E	Alt. apparente della Luna
Principio dell'Eclisse	95°	9°
Istante medio . . .	84°	20°
Fine dell'Eclisse . .	71°	31°

Il primo contatto coll'ombra a Torino avviene a 80° dal punto più basso del disco lunare verso sinistra e l'ultimo contatto a 19° dal punto più alto verso sinistra (immagine diritta).

II. *Eclisse anulare di* SOLE *il 6 Marzo 1905 invisibile in Italia.*

Congiunzione vera della Luna col Sole a $6^h 19^m$ del giorno 6.

Questa Eclisse sarà visibile nella costa Sud-Est dell'Africa, nella parte meridionale del Madagascar, nella parte meridionale dell'Oceano Indiano, nell'Australia, nella Nuova Zelanda, nella metà Sud-Est delle Indie Olandesi e nel Mar Glaciale del Sud.

III. *Eclisse parziale di* LUNA, *il 15 Agosto 1905 visibile in Italia.*

Opposizione vera della Luna col Sole alle $4^h 32^m$ del giorno 15.

Primo contatto colla penombra alle . . .	$2^h 8^m$
Primo contatto coll'ombra o principio dell'Eclisse	3 39
Istante medio	4 41
Ultimo contatto coll'ombra o fine dell'Eclisse .	5 43
Ultimo contatto colla penombra	7 14

Grandezza dell'Eclisse: 0,29 del diametro lunare.

Digitized by Google

Questa Eclisse sarà visibile nella metà Sud-Ovest dell'Europa, in Africa, nell'Oceano Atlantico, nell'America del Nord, nella metà settentrionale dell'America del Sud e nella metà orientale del Grande Oceano.

Il giorno 15 Agosto la Luna a Torino tramonta alle $5^h 38^m$, ossia 5 minuti prima della fine dell'Eclisse.

Durante l'Eclisse la posizione della Luna è la seguente:

	Azimut della Luna contato da S verso W	Alt. apparente della Luna
Principio dell'Eclisse	48°	17°
Istante medio . . .	60°	8°

Il primo contatto coll'ombra a Torino avviene a 79° dal punto più basso del disco lunare verso sinistra (immagine diritta).

IV. *Eclisse totale di* Sole, *il 30 Agosto 1905* *visibile in Italia come Eclisse parziale.*

Congiunzione vera della Luna col Sole a $14^h 13^m$ del giorno 30.

Per Torino si hanno i seguenti dati:

Principio dell'Eclisse	alle	$13^h\ 5^m\ 30^s$
Fase massima	„	14 22 28
Fine dell'Eclisse	„	15 34 32

Grandezza della fase massima: 0,838 del diametro solare.

I punti del disco solare nei quali avvengono il primo e l'ultimo contatto coll'ombra sono definiti dai seguenti angoli:

Angolo al polo - Primo contatto 284°; ultimo contatto 124° contato verso sinistra (immagine diritta);

Angolo allo zenit - 93° dal punto più basso verso destra; 84° dal punto più alto verso sinistra (immagine diritta).

La zona di totalità per questa Eclisse traversa la parte orientale del Canadà tra i paralleli di 50° e 53°, l'Oceano Atlantico fra i 53° e i 43°, la penisola iberica fra i 43° e i 40°, le isole Baleari, il Mediterraneo fra 40° e 30°, il Nord della Tunisia, la Tripolitania, l'Egitto, il Mar Rosso e l'Arabia.

La massima durata della fase totale è di $3^m 51^s$ ed ha luogo in un punto della Spagna a 42° 35′ di latitudine Nord e 4° 35′ di longitudine Ovest di Greenwich.

L'Eclisse è poi visibile come parziale nella metà occidentale dell'America del Nord, nella metà boreale dell'Oceano Atlantico e dell'Africa, in Europa, nell'Asia occidentale e nelle regioni polari nordiche.

Digitized by Google

Gennaio 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	D	8 10	12 32 44,19	16 56	3 19	8 42,9	13 59	26
2	2	L	10	33 12,59	57	4 28	9 36,1	14 39	27
3	3	M	10	33 40,66	58	5 33	10 30,0	15 23	28
4	4	M	9	34 8,37	16 59	6 34	11 24,2	16 13	29
5	5	G	9	34 35,69	17 0	7 29	12 18,0	17 8	30
6	6	V	9	35 2,56	1	8 18	13 10,1	18 6	1
7	7	S	9	35 28,93	2	9 0	14 0,0	19 5	2
8	8	D	9	35 54,90	3	9 37	14 47,9	20 5	3
9	9	L	9	36 20,30	4	10 8	15 33,4	21 5	4
10	10	M	8	36 45,15	6	10 38	16 17,2	22 4	5
11	11	M	8	37 9,42	7	11 4	16 59,7	23 3	6
12	12	G	7	37 33,08	8	11 30	17 41,8	——	7
13	13	V	7	37 56,11	9	11 57	18 24,2	0 0	8
14	14	S	6	38 18,51	10	12 25	19 7,8	0 59	9
15	15	D	6	38 40,23	12	12 55	19 53,1	1 59	10
16	16	L	5	39 1,27	13	13 29	20 41,0	2 59	11
17	17	M	5	39 21,59	14	14 9	21 31,9	4 0	12
18	18	M	4	39 41,20	16	14 55	22 25,6	5 0	13
19	19	G	3	40 0,07	17	15 48	23 21,8	5 58	14
20	20	V	3	40 18,20	18	16 49	——	6 54	15
21	21	S	2	40 35,58	20	17 56	0 19,3	7 45	16
22	22	D	1	40 52,20	21	19 8	1 16,9	8 30	17
23	23	L	8 0	41 8,06	22	20 21	2 13,7	9 9	18
24	24	M	7 59	41 23,15	24	21 36	3 9,1	9 46	19
25	25	M	58	41 37,45	25	22 49	4 3,0	10 11	20
26	26	G	57	41 50,98	27	——	4 55,8	10 53	21
27	27	V	57	42 3,73	28	0 1	5 48,0	11 27	22
28	28	S	56	42 15,69	29	1 11	6 40,2	12 2	23
29	29	D	54	42 26,86	31	2 20	7 32,6	12 40	24
30	30	L	53	42 37,23	32	3 25	8 25,5	13 22	25
31	31	M	52	42 46,79	34	4 27	9 18,7	14 8	26

Fasi della Luna.

5 Luna nuova alle 19^h 17^m
13 Primo quarto „ 21^h 11^m
21 Luna piena „ 8^h 14^m
28 Ultimo quarto „ 1^h 20^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 56^m

12 La Luna è in Apogeo alle 2^h
23 Id. Perigeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 20 alle ore 17 min. 52.

Digitized by Google

Febbraio 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
32	1	M	7 51	12 42	55,55	17 35	5 23	10 11,4	15 1	27
33	2	G	50	43	3,50	37	6 12	11 3,2	15 56	28
34	3	V	49	43	10,64	38	6 56	11 53,4	16 54	29
35	4	S	47	43	16,96	39	7 35	12 41,8	17 53	30
36	5	D	46	43	22,47	41	8 9	13 28,0	18 53	1
37	6	L	45	43	27,16	42	8 39	14 12,6	19 53	2
38	7	M	44	43	31,03	44	9 7	14 55,7	20 52	3
39	8	M	42	43	34,09	45	9 35	15 38,0	21 50	4
40	9	G	41	43	36,34	47	10 0	16 20,0	22 48	5
41	10	V	39	43	37,79	48	10 27	17 4,7	23 47	6
42	11	S	38	43	38,45	49	10 56	17 46,4	——	7
43	12	D	37	43	38,30	51	11 27	18 32,2	0 46	8
44	13	L	35	43	37,38	52	12 3	19 20,4	1 45	9
45	14	M	33	43	35,68	54	12 44	20 11,4	2 44	10
46	15	M	32	43	33,23	55	13 33	21 5,1	3 42	11
47	16	G	30	43	30,04	57	14 29	22 1,1	4 38	12
48	17	V	29	43	26,10	58	15 32	22 58,5	5 30	13
49	18	S	27	43	21,45	17 59	16 42	23 56,3	6 18	14
50	19	D	26	43	16,10	18 1	17 56	——	7 1	15
51	20	L	24	43	10,08	2	19 12	0 53,6	7 40	16
52	21	M	22	43	3,38	4	20 29	1 49,9	8 17	17
53	22	M	21	42	56,04	5	21 44	2 45,2	8 52	18
54	23	G	19	42	48,10	7	22 58	3 39,8	9 26	19
55	24	V	17	42	39,55	8	——	4 33,9	10 2	20
56	25	S	15	42	30,41	10	0 10	5 27,9	10 40	21
57	26	D	14	42	20,71	11	1 17	6 21,8	11 22	22
58	27	L	12	42	10,45	12	2 21	7 15,3	12 7	23
59	28	M	10	41	59,68	14	3 19	8 8,2	13 7	24

Fasi della Luna.

4 Luna nuova alle 12h 6m
12 Primo quarto „ 17h 20m
19 Luna piena „ 19h 52m
26 Ultimo quarto „ 11h 4m

Il giorno nel mese cresce di 1h 22m

8 La Luna è in Apogeo alle 21h
21 Id. Perigeo „ 1h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 19 alle ore 8 min. 21.

Digitized by Google

Marzo 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	M	7 9	12 41 48,38	18 15	4 10	8 59,9	13 50	25
61	2	G	7	41 36,57	17	4 56	9 50,0	14 47	26
62	3	V	5	41 24,28	18	5 35	10 38,4	15 46	27
63	4	S	3	41 11,53	19	6 10	11 24,9	16 45	28
64	5	D	1	40 58,31	21	6 41	12 9,7	17 45	29
65	6	L	7 0	40 44,66	22	7 9	12 53,0	18 43	1
66	7	M	6 58	40 30,58	23	7 37	13 35,5	19 42	2
67	8	M	56	40 16,09	24	8 3	14 17,6	20 40	3
68	9	G	54	40 1,22	26	8 29	15 0,0	21 39	4
69	10	V	52	39 45,98	27	8 57	15 43,1	22 37	5
70	11	S	51	39 30,38	28	9 27	16 27,6	23 35	6
71	12	D	49	39 14,43	30	10 1	17 14,0	——	7
72	13	L	47	38 58,17	31	10 40	18 2,8	0 34	8
73	14	M	45	38 41,61	32	11 23	18 53,7	1 30	9
74	15	M	43	38 24,76	34	12 14	19 46,8	2 26	10
75	16	G	41	38 7,66	35	13 13	20 41,8	3 18	11
76	17	V	39	37 50,31	36	14 17	21 37,9	4 7	12
77	18	S	37	37 32,76	38	15 28	22 34,4	4 51	13
78	19	D	36	37 15,00	39	16 43	23 31,0	5 31	14
79	20	L	34	36 57,07	40	18 0	——	6 9	15
80	21	M	32	36 39,01	41	19 17	0 27,4	6 45	16
81	22	M	30	36 20,82	43	20 34	1 23,5	7 20	17
82	23	G	29	36 2,55	44	21 50	2 19,7	7 56	18
83	24	V	26	35 44,20	45	23 2	3 15,8	8 35	19
84	25	S	24	35 25,81	46	——	4 12,0	9 16	20
85	26	D	22	35 7,40	48	0 10	5 7,7	10 2	21
86	27	L	21	34 48,99	49	1 12	6 2,5	10 52	22
87	28	M	19	34 30,60	50	2 7	6 55,9	11 46	23
88	29	M	17	34 12,25	52	2 55	7 47,1	12 42	24
89	30	G	15	33 53,96	53	3 36	8 36,3	13 40	25
90	31	V	13	33 35,75	54	4 13	9 23,1	14 39	26

Fasi della Luna.

6	Luna nuova	alle 6^h 19^m
14	Primo quarto	„ 10^h 0^m
21	Luna piena	„ 5^h 56^m
27	Ultimo quarto	„ 21^h 35^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

8 La Luna è in Apogeo alle 8^h
21 Id. Perigeo „ 12^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 21 alle ore 7 min. 58.

(Principio della Primavera).

Digitized by Google

Aprile 1905.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	Il Sole nasce	Il Sole passa al meridiano		Il Sole tramonta	La Luna nasce	La Luna passa al meridiano	La Luna tramonta	Età della Luna
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
91	1	S	6 11	12 33	17,63	18 55	4 44	10 8,2	15 38	27
92	2	D	9	32	59,61	57	5 14	10 51,6	16 37	28
93	3	L	7	32	41,73	58	5 41	11 34,1	17 35	29
94	4	M	6	32	23,99	18 59	6 7	12 16,2	18 34	30
95	5	M	4	32	6,40	19 0	6 33	12 58,5	19 32	1
96	6	G	2	31	48,98	2	7 0	13 41,5	20 31	2
97	7	V	6 0	31	31,77	3	7 30	14 25,5	21 29	3
98	8	S	5 58	31	14,74	4	8 2	15 11,4	22 27	4
99	9	D	56	30	57,94	6	8 38	15 58,9	23 25	5
100	10	L	55	30	41,37	7	9 20	16 48,4	——	6
101	11	M	53	30	25,05	8	10 7	17 39,7	0 20	7
102	12	M	51	30	8,99	9	11 1	18 32,5	1 12	8
103	13	G	49	29	53,21	11	12 1	19 26,2	2 1	9
104	14	V	47	29	37,74	12	13 7	20 20,5	2 45	10
105	15	S	46	29	22,56	13	14 18	21 15,0	3 25	11
106	16	D	44	29	7,72	14	15 31	22 9,9	4 2	12
107	17	L	42	28	53,23	16	16 47	23 5,1	4 38	13
108	18	M	41	28	39,10	17	18 4	——	5 18	14
109	19	M	39	28	25,35	18	19 21	0 1,0	5 48	15
110	20	G	37	28	12,01	19	20 38	0 57,7	6 26	16
111	21	V	35	27	59,09	21	21 50	1 55,1	7 6	17
112	22	S	34	27	46,62	22	22 58	2 52,9	7 51	18
113	23	D	32	27	34,60	23	23 58	3 50,3	8 40	19
114	24	L	31	27	23,05	24	——	4 46,4	9 35	20
115	25	M	29	27	11,99	26	0 51	5 40,3	10 32	21
116	26	M	27	27	1,43	27	1 35	6 31,5	11 32	22
117	27	G	26	26	51,37	28	2 14	7 20,0	12 31	23
118	28	V	24	26	41,84	29	2 48	8 6,0	13 30	24
119	29	S	23	26	32,83	30	3 18	8 50,1	14 30	25
120	30	D	21	26	24,35	32	3 45	9 32,9	15 29	26

Fasi della Luna.

5 Luna nuova alle 0^h 23^m
12 Primo quarto „ 22^h 41^m
19 Luna piena „ 14^h 38^m
26 Ultimo quarto „ 12^h 14^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 30^m

4 La Luna è in Apogeo alle 10^h
18 Id. Perigeo „ 23^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 20 alle ore 19 min. 44.

Digitized by Google

Maggio 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	L	5 20	12 26 16,40	19 33	4 11	10 14,9	16 26	27
122	2	M	18	26 9,00	34	4 37	10 57,0	17 25	28
123	3	M	17	26 2,16	35	5 4	11 39,7	18 24	29
124	4	G	15	25 55,86	37	5 32	12 23,5	19 23	30
125	5	V	14	25 50,13	38	6 3	13 9,0	20 23	1
126	6	S	12	25 44,93	39	6 38	13 56,4	21 21	2
127	7	D	11	25 40,30	40	7 18	14 45,5	22 17	3
128	8	L	10	25 36,23	42	8 3	15 36,5	23 10	4
129	9	M	9	25 32,72	43	8 55	16 28.8	——	5
130	10	M	7	25 29,76	44	9 53	17 21,3	0 0	6
131	11	G	6	25 27,35	45	10 55	18 14,3	0 45	7
132	12	V	5	25 25,50	46	12 2	19 7,1	1 25	8
133	13	S	3	25 24,20	48	13 12	19 59,8	2 2	9
134	14	D	2	25 23,46	49	14 25	20 52,7	2 37	10
135	15	L	1	25 23,28	50	15 39	21 46,2	3 10	11
136	16	M	5 0	25 23,65	51	16 55	22 41,0	3 43	12
137	17	M	4 59	25 24,56	52	18 11	23 37,2	4 18	13
138	18	G	58	25 26,04	53	19 25	——	4 56	14
139	19	V	57	25 28,08	54	20 36	0 34,7	5 38	15
140	20	S	56	25 30,67	55	21 42	1 33,1	6 26	16
141	21	D	55	25 33,81	56	22 41	2 31,2	7 19	17
142	22	L	54	25 37,51	58	23 31	3 27,7	8 17	18
143	23	M	53	25 41,74	19 59	——	4 21,8	9 17	19
144	24	M	52	25 46,52	20 0	0 13	5 12.9	10 18	20
145	25	G	51	25 51,83	1	0 49	6 1,1	11 19	21
146	26	V	51	25 57,67	2	1 20	6 46,7	12 19	22
147	27	S	50	26 4,02	3	1 48	7 30,2	13 19	23
148	28	D	49	26 10,86	3	2 15	8 12,6	14 17	24
149	29	L	49	26 18.18	4	2 42	8 54,6	15 16	25
150	30	M	48	26 25,97	5	3 7	9 36,9	16 15	26
151	31	M	47	26 34,22	6	3 35	10 20,3	17 14	27

Fasi della Luna.

4 Luna nuova alle 16ʰ 50ᵐ
12 Primo quarto „ 7ʰ 46ᵐ
18 Luna piena „ 22ʰ 36ᵐ
26 Ultimo quarto „ 3ʰ 50ᵐ

Il giorno nel mese cresce di 1ʰ 8ᵐ

1 La Luna è in Apogeo alle 16ʰ
17 Id. Perigeo „ 6ʰ
29 Id. Apogeo „ 7ʰ

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 21 ad ore 19 min. 32.

Giugno 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	G	4 47	12 26 42,90	20 7	4 4	11 5,2	18 14	28
153	2	V	46	26 51,99	8	4 38	11 52,2	19 13	29
154	3	S	46	27 1,47	9	5 16	12 41,3	20 11	1
155	4	D	45	27 11,34	9	6 0	13 32,4	21 7	2
156	5	L	45	27 21,56	10	6 50	14 24,9	21 58	3
157	6	M	44	27 32,10	11	7 46	15 18,2	22 45	4
158	7	M	44	27 42,95	11	8 48	16 11,4	23 27	5
159	8	G	44	27 54,08	12	9 54	17 4,1	——	6
160	9	V	43	28 5,48	13	11 2	17 56,1	0 5	7
161	10	S	43	28 17,12	13	12 13	18 47,7	0 40	8
162	11	D	43	28 28,96	14	13 24	19 39,3	1 13	9
163	12	L	43	28 41,02	14	14 37	20 31,7	1 44	10
164	13	M	43	28 53,25	15	15 50	21 25,2	2 17	11
165	14	M	43	29 5,62	15	17 3	22 20,5	2 53	12
166	15	G	43	29 18,14	16	18 15	23 17,4	3 31	13
167	16	V	43	29 30,78	16	19 24	——	4 15	14
168	17	S	43	29 43,52	17	20 26	0 15,1	5 5	15
169	18	D	43	29 56,34	17	21 20	1 12,6	6 0	16
170	19	L	43	30 9,22	17	22 7	2 8,6	6 59	17
171	20	M	43	30 22,15	18	22 47	3 2,1	8 1	18
172	21	M	43	30 35,10	18	23 21	3 52,5	9 4	19
173	22	G	44	30 48,06	18	23 51	4 40,1	10 6	20
174	23	V	44	31 1,00	18	——	5 25,3	11 7	21
175	24	S	44	31 13,91	18	0 18	6 8,5	12 6	22
176	25	D	44	31 26,73	18	0 45	6 50,8	13 5	23
177	26	L	45	31 39,47	18	1 11	7 33,0	14 4	24
178	27	M	45	31 52,10	18	1 37	8 15,7	15 2	25
179	28	M	46	32 4,60	18	2 5	8 59,7	16 2	26
180	29	G	46	32 16,93	18	2 37	9 45,7	17 1	27
181	30	V	47	32 29,07	18	3 13	10 34,0	18 1	28

Fasi della Luna.

3	Luna nuova	alle	6^h 57^m
10	Primo quarto	"	14^h 5^m
17	Luna piena	"	6^h 52^m
24	Ultimo quarto	"	20^h 46^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 12^m

14 La Luna è in Perigeo alle 2^h
26 Id. Apogeo " 1^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 22 ad ore 3 min. 52.

(Principio dell'Estate).

Digitized by Google

Luglio 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
182	1	S	4 47	12 32 41,01	20 18	3 55	11 24,8	18 58	29
183	2	D	48	32 52,70	18	4 43	12 17,6	19 53	30
184	3	L	48	33 4,14	17	5 38	13 11,5	20 43	1
185	4	M	49	33 15,29	17	6 39	14 6,0	21 27	2
186	5	M	50	33 26,11	17	7 45	15 0,1	22 8	3
187	6	G	50	33 36,60	16	8 53	15 53,2	22 43	4
188	7	V	51	33 46,73	16	10 4	16 45,3	23 17	5
189	8	S	52	33 56,48	16	11 15	17 36,8	23 48	6
190	9	D	52	34 5,82	15	12 26	18 28,2	——	7
191	10	L	53	34 14,72	15	13 38	19 20,3	0 20	8
192	11	M	54	34 23,20	14	14 49	20 13,4	0 54	9
193	12	M	55	34 31,22	13	16 0	21 8,0	1 30	10
194	13	G	56	34 38,77	13	17 8	22 3,9	2 11	11
195	14	V	57	34 45,84	12	18 12	23 0,4	3 6	12
196	15	S	58	34 52,42	11	19 10	23 56,3	3 48	13
197	16	D	59	34 58,51	11	19 59	——	4 45	14
198	17	L	4 59	35 4,08	10	20 42	0 50,7	5 45	15
199	18	M	5 0	35 9,13	9	21 19	1 42,6	6 48	16
200	19	M	1	35 13,67	8	21 51	2 31,9	7 51	17
201	20	G	2	35 17,67	7	22 20	3 18,5	8 53	18
202	21	V	3	35 21,14	6	22 48	4 3,0	9 53	19
203	22	S	4	35 24,06	5	23 13	4 46,0	10 53	20
204	23	D	5	35 26,44	4	23 39	5 28,3	11 52	21
205	24	L	6	35 28,26	3	——	6 10,7	12 50	22
206	25	M	8	35 29,51	2	0 6	6 53,8	13 49	23
207	26	M	9	35 30,19	1	0 37	7 38,5	14 48	24
208	27	G	10	35 30,30	20 0	1 11	8 25,3	15 47	25
209	28	V	11	35 29,84	19 59	1 49	9 14,6	16 45	26
210	29	S	12	35 28,78	58	2 33	10 6,4	17 41	27
211	30	D	13	35 27,13	57	3 25	11 0,1	18 33	28
212	31	L	14	35 24,88	55	4 24	11 55,2	19 22	29

Fasi della Luna.

2 Luna nuova alle 18^h 50^m

9 Primo quarto „ 18^h 46^m

16 Luna piena „ 16^h 32^m

24 Ultimo quarto „ 14^h 9^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 50^m.

10 La Luna è in Perigeo alle 6^h

23 Id. Apogeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 23 alle ore 14 min. 48.

Digitized by Google

Agosto 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
213	1	M	5 15	12 35 22,05	19 54	5 29	12 50,5	20 4	1
214	2	M	16	35 18,59	53	6 38	13 45,4	20 43	2
215	3	G	17	35 14,52	52	7 50	14 39,5	21 19	3
216	4	V	18	35 9,85	50	9 3	15 32,5	21 51	4
217	5	S	20	35 4,55	49	10 16	16 25,0	22 24	5
218	6	D	21	34 58,64	48	11 29	17 17,4	22 57	6
219	7	L	22	34 52,12	46	12 41	18 10,3	23 33	7
220	8	M	23	34 44,97	45	13 52	19 3,9	——	8
221	9	M	25	34 37,22	43	15 0	19 58,5	0 11	9
222	10	G	26	34 28,87	42	16 3	20 53,6	0 54	10
223	11	V	27	34 19,94	40	17 2	21 48.6	1 42	11
224	12	S	28	34 10,42	39	17 53	22 42,6	2 36	12
225	13	D	29	34 0,33	37	16 38	23 34,7	3 34	13
226	14	L	31	33 49,68	36	19 17	——	4 35	14
227	15	M	32	33 38,48	34	19 51	0 24.3	5 38	15
228	16	M	33	33 26,77	32	20 21	1 12,2	6 40	16
229	17	G	34	33 14,51	31	20 49	1 57,5	7 40	17
230	18	V	35	33 1,77	29	21 15	2 41,2	8 41	18
231	19	S	37	32 48,52	28	21 41	3 23,9	9 41	19
232	20	D	38	32 34,80	26	22 8	4 6,2	10 39	20
233	21	L	39	32 20,61	24	22 37	4 48,8	11 37	21
234	22	M	40	32 5,97	22	23 8	5 32,5	12 36	22
235	23	M	41	31 50,89	21	23 44	6 17,7	13 34	23
236	24	G	43	31 35,39	19	——	7 5,1	14 32	24
237	25	V	44	31 19,47	17	0 25	7 54,8	15 27	25
238	26	S	45	31 3,17	16	1 13	8 46,8	16 21	26
239	27	D	46	30 46,48	14	2 7	9 40,7	17 11	27
240	28	L	47	30 29,42	12	3 9	10 35,8	17 57	28
241	29	M	49	30 12,00	10	4 16	11 31,4	18 37	29
242	30	M	50	29 54,22	8	5 29	12 26,8	19 14	30
243	31	G	51	29 36,11	6	6 43	13 21,6	19 49	1

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle 5^h 8^m

7 Primo quarto „ 23^h 17^m

15 Luna piena „ 4^h 31^m

23 Ultimo quarto „ 7^h 10^m

30 Luna nuova „ 14^h 13^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 26^m.

4 La Luna è in Perigeo alle 21^h
20 Id. Apogeo „ 14^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 alle ore 21 min. 29.

Digitized by Google

Settembre 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	V	5 52	12 29 17,68	19 5	7 58	14 16,0	20 23	2
245	2	S	53	28 58,93	3	9 13	15 10,2	20 57	3
246	3	D	55	28 39,88	19 1	10 28	16 4,5	21 33	4
247	4	L	56	28 20,55	18 59	11 42	16 59,2	22 11	5
248	5	M	57	28 0,93	57	12 51	17 54,4	22 53	6
249	6	M	58	27 41,07	55	13 58	18 49,7	23 39	7
250	7	G	5 59	27 20,97	54	14 58	19 44,6	——	8
251	8	V	6 1	27 0,66	52	15 51	20 38,4	0 31	9
252	9	S	2	26 40,14	50	16 37	21 30,4	1 28	10
253	10	D	3	26 19,45	48	17 17	22 20,3	2 27	11
254	11	L	4	25 58,61	46	17 52	23 8,0	3 29	12
255	12	M	5	25 37,64	44	18 23	23 53,6	4 30	13
256	13	M	6	25 16,55	42	18 51	——	5 31	14
257	14	G	8	24 55,39	40	19 18	0 37,6	6 32	15
258	15	V	9	24 34,16	39	19 44	1 20,5	7 31	16
259	16	S	10	24 12,89	37	20 11	2 2,9	8 30	17
260	17	D	11	23 51,61	35	20 38	2 45,3	9 29	18
261	18	L	12	23 30,33	33	21 8	3 28,5	10 27	19
262	19	M	14	23 9,09	31	21 42	4 12,7	11 25	20
263	20	M	15	22 47,89	29	22 19	4 58,6	12 22	21
264	21	G	16	22 26,76	27	23 3	5 46,5	13 18	22
265	22	V	17	22 5,73	25	23 54	6 36,3	14 11	23
266	23	S	19	21 44,81	23	——	7 28,1	15 1	24
267	24	D	20	21 24,01	21	0 51	8 21,3	15 47	25
268	25	L	21	21 3,38	19	1 54	9 15,5	16 29	26
269	26	M	22	20 42,92	18	3 3	10 10,2	17 8	27
270	27	M	23	20 22,64	16	4 16	11 5,2	17 46	28
271	28	G	25	20 2,58	14	5 32	12 0,3	18 18	29
272	29	V	26	19 42,72	12	6 49	12 55,6	18 52	1
273	30	S	27	19 23,11	10	8 6	13 51,6	19 28	2

Fasi della Luna.

6 Primo quarto alle 5^h 9^m

13 Luna piena „ 19^h 10^m

21 Ultimo quarto „ 23^h 14^m

28 Luna nuova „ 23^h 0^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 32^m.

1 La Luna è in Perigeo alle 12^h
17 Id. Apogeo „ 6^h
29 Id. Perigeo „ 17^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 23 alle ore 18 min. 30. (Principio dell'Autunno).

Digitized by Google

Ottobre 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
274	1	D	6 28	12 19	3,75	18 8	9 23	14 48,2	20 6	3
275	2	L	30	18	44,65	6	10 37	15 45,3	21 18	4
276	3	M	31	18	25,85	4	11 47	16 42,6	21 34	5
277	4	M	32	18	7,34	2	12 51	17 39,2	22 26	6
278	5	G	33	17	49,15	18 1	13 48	18 34,3	23 22	7
279	6	V	35	17	31,31	17 59	14 36	19 27,4	——	8
280	7	S	36	17	13,83	57	15 19	20 17,9	0 21	9
281	8	D	37	16	56,73	55	15 55	21 5,9	1 22	10
282	9	L	38	16	40,03	53	16 27	21 51,7	2 23	11
283	10	M	40	16	23,77	52	16 55	22 35,9	3 24	12
284	11	M	41	16	7,96	50	17 21	23 18,7	4 24	13
285	12	G	42	15	52,61	48	17 48	——	5 23	14
286	13	V	44	15	37,77	46	18 14	0 1,0	6 23	15
287	14	S	45	15	23,44	44	18 40	0 43,3	7 22	16
288	15	D	46	15	9,65	43	19 9	1 26,2	8 21	17
289	16	L	47	14	56,41	41	19 41	2 10,0	9 19	18
290	17	M	49	14	43,75	39	20 17	2 55,3	10 16	19
291	18	M	50	14	31,69	38	20 58	3 42,2	11 12	20
292	19	G	52	14	20,25	36	21 46	4 30,7	12 5	21
293	20	V	53	14	9,44	34	22 39	5 20,7	12 55	22
294	21	S	54	13	59,30	32	23 37	6 12,0	13 42	23
295	22	D	56	13	49,81	31	——	7 4,1	14 25	24
296	23	L	57	13	41,03	29	0 42	7 56,8	15 3	25
297	24	M	6 58	13	32,95	27	1 51	8 49,9	15 38	26
298	25	M	7 0	13	25,57	26	3 3	9 43,3	16 12	27
299	26	G	1	13	18,92	24	4 18	10 37,6	16 46	28
300	27	V	2	13	13,01	23	5 36	11 33,0	17 20	29
301	28	S	4	13	7,83	21	6 54	12 29,9	17 57	1
302	29	D	5	13	3,42	20	8 12	13 28,1	18 38	2
303	30	L	7	12	59,76	18	9 27	14 27,4	19 24	3
304	31	M	8	12	56,86	17	10 37	15 26,7	20 14	4

Fasi della Luna.

5 Primo quarto alle $13^h\ 54^m$
13 Luna piena „ $12^h\ 3^m$
21 Ultimo quarto „ $13^h\ 51^m$
28 Luna nuova „ $7^h\ 58^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 34^m$.

14 La Luna è in Apogeo alle 14^h
28 Id. Perigeo „ 6^h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 24 alle ore 3 min. 8.

Digitized by Google

Novembre 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
·305	1	M	7 9	12 12 54,73	17 16	11 40	16 24,9	21 10	5
306	2	G	11	12 53,38	14	12 33	17 20,7	22 11	6
307	3	V	12	12 52,80	13	13 18	18 13,6	23 13	7
308	4	S	13	12 53,03	11	13 57	19 3,3	——	8
309	5	D	15	12 54,06	10	14 22	19 50,2	0 15	9
310	6	L	16	12 55,89	9	14 59	20 34,8	1 17	10
311	7	M	18	12 58,54	7	15 27	21 17,8	2 18	11
312	8	M	19	13 2,02	6	15 52	22 0,0	3 17	12
313	9	G	20	13 6,33	5	16 18	22 42,0	4 16	13
314	10	V	22	13 11,47	4	16 44	23 24,5	5 15	14
315	11	S	23	13 17,45	3	17 12	——	6 13	15
316	12	D	25	13 24,28	1	17 43	0 8,1	7 12	16
317	13	L	26	13 31,97	17 0	18 18	0 53,0	8 10	17
318	14	M	27	13 40,51	16 59	18 57	1 39,6	9 7	18
319	15	M	29	13 49,90	58	19 42	2 27,9	10 2	19
320	16	G	30	14 0,14	57	20 32	3 17,5	10 54	20
321	17	V	31	14 11,24	56	21 29	4 8,1	11 42	21
322	18	S	33	14 23,21	56	22 30	4 59,1	12 24	22
323	19	D	34	14 36,01	55	23 35	5 50,3	13 3	23
324	20	L	35	14 49,66	54	——	6 41,4	13 38	24
325	21	M	37	15 4,14	53	0 44	7 32,7	14 11	25
326	22	M	38	15 19,45	52	1 56	8 24,4	14 43	26
327	23	G	39	15 35,59	52	3 9	9 17,2	15 15	27
328	24	V	41	15 52,52	51	4 25	10 11,7	15 49	28
329	25	S	42	16 10,23	50	5 42	11 8,2	16 26	29
330	26	D	43	16 28,72	50	6 59	12 6,8	17 9	30
331	27	L	44	16 47,94	49	8 13	13 7,1	17 58	1
332	28	M	46	17 7,90	49	9 22	14 7,5	18 52	2
333	29	M	47	17 28,55	48	10 21	15 6,6	19 53	3
334	30	G	48	17 49,88	48	11 12	16 2,9	20 57	4

Fasi della Luna.

4 Primo quarto alle 2^h 39^m
12 Luna piena „ 6^h 11^m
20 Ultimo quarto „ 2^h 34^m
26 Luna nuova „ 17^h 47^m

· Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

10 La Luna è in Apogeo alle 14^h
25 Id. Perigeo „ 17^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 23 ad ore 0 min. 5.

Digitized by Google

Dicembre 1905.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
335	1	V	7 49	12 18 11,82	16 47	11 56	16 55,8	22 1	5
336	2	S	50	18 34,49	47	12 32	17 45,2	23 5	6
337	3	D	51	18 57,73	47	13 3	18 31,5	——	7
338	4	L	52	19 21,54	46	13 31	19 15,6	0 7	8
339	5	M	53	19 45,93	46	13 57	19 58,2	1 8	9
340	6	M	55	20 10,87	46	14 22	20 40,1	2 8	10
341	7	G	56	20 36,32	46	14 48	21 22,3	3 7	11
342	8	V	57	21 2,26	46	15 16	22 5,3	4 5	12
343	9	S	58	21 28,67	46	15 45	22 49,7	5 4	13
344	10	D	59	21 55,53	46	16 18	23 36,0	6 3	14
345	11	L	7 59	22 22,80	46	16 56	——	7 1	15
346	12	M	8 0	22 50,46	46	17 39	0 24,1	7 58	16
347	13	M	1	23 18,50	46	18 27	1 13,9	8 51	17
348	14	G	2	23 46,87	46	19 23	2 4,9	9 41	18
349	15	V	3	24 15,54	46	20 23	2 56,4	10 25	19
350	16	S	3	24 44,50	46	21 27	3 47,8	11 5	20
351	17	D	4	25 13,71	47	22 34	4 38,7	11 41	21
352	18	L	5	25 43,15	47	23 43	5 29,0	12 15	22
353	19	M	5	26 12,77	47	——	6 19,1	12 46	23
354	20	M	6	26 42,54	48	0 53	7 9,6	13 16	24
355	21	G	6	27 12,44	48	2 5	8 1,1	13 48	25
356	22	V	7	27 42,43	49	3 18	8 54,3	14 22	26
357	23	S	7	28 12,47	49	4 33	9 50,0	15 1	27
358	24	D	8	28 42,51	50	5 47	10 47,9	15 44	28
359	25	L	8	29 12,53	50	6 58	11 47,6	16 35	29
360	26	M	9	29 42,48	51	8 3	12 47,5	17 32	1
361	27	M	9	30 12,32	51	9 0	13 46,2	18 35	2
362	28	G	9	30 42,03	52	9 48	14 42,1	19 40	3
363	29	V	9	31 11,53	53	10 29	15 34,6	20 47	4
364	30	S	9	31 40,83	54	11 3	16 23,7	21 52	5
365	31	D	9	32 9,85	55	11 33	17 9,8	22 54	6

Fasi della Luna.

3 Primo quarto alle 19^h 38^m

12 Luna piena „ 0^h 26^m

19 Ultimo quarto „ 13^h 9^m

26 Luna nuova „ 5^h 4^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

7 La Luna è in Apogeo alle 23^h
23 Id. Perigeo „ 23^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 22 alle ore 13 min. 4.

(Principio dell'Inverno).

Digitized by Google

Effemeridi

calcolate per l'orizzonte di Torino in te

dal dr. VITTORIO B

GIORNO		Mercurio ☿			Venere ♀			Marte ♂		
		Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h
Gennaio . . .	1	7 48	12 23	16 58	10 32	15 31	20 31	1 46	7 18	12
	11	6 49	11 12	15 45	10 18	15 36	21 54	1 26	6 58	11
	21	6 29	10 56	15 23	10 0	15 38	21 17	1 21	6 38	11
Febbraio . . .	1	6 41	11 8	15 35	9 38	15 38	21 39	1 4	6 14	11
	11	6 54	11 30	16 6	9 15	15 36	21 58	0 47	5 51	10
	21	7 1	11 55	16 50	8 51	15 32	22 14	0 28	5 27	10
Marzo	1	7 2	12 17	17 33	8 31	15 27	22 24	0 10	5 6	10
	11	7 2	12 46	18 32	8 2	15 16	22 31	23 43	4 38	9
	21	6 56	13 17	19 40	7 32	15 0	22 28	23 13	4 6	8
Aprile	1	6 41	13 40	20 40	6 56	14 31	22 6	22 35	3 26	8
	11	6 14	13 28	20 42	6 10	13 51	21 32	21 53	2 45	7
	21	5 36	12 40	19 43	5 24	12 56	20 27	21 6	1 59	6
Maggio . . .	1	4 59	11 41	18 22	4 42	11 55	19 7	20 13	1 8	5
	11	4 27	11 3	17 39	4 5	11 1	17 56	19 16	0 14	5
	21	4 5	10 49	17 34	3 33	10 21	17 8	18 20	23 20	4
Giugno . . .	1	3 51	10 57	18 3	3 6	9 52	16 38	17 22	22 19	3
	11	3 54	11 26	18 58	2 46	9 36	16 27	16 36	21 34	2
	21	4 21	12 15	19 8	2 28	9 26	16 25	15 57	20 54	1
Luglio	1	5 17	13 10	21 2	2 12	9 21	16 30	15 20	20 19	1
	11	6 19	13 52	21 23	2 2	9 20	16 39	14 59	19 49	0
	21	7 10	14 15	21 19	1 51	9 23	16 56	14 38	19 23	0
Agosto	1	7 43	14 20	20 56	1 55	9 29	17 3	14 20	18 58	23
	11	7 47	14 5	20 23	1 59	9 36	17 13	14 6	18 38	23
	21	7 10	13 22	19 34	2 10	9 45	17 19	13 55	18 21	22
Settembre . .	1	5 33	12 8	18 40	2 30	9 57	17 24	13 44	18 4	22
	11	4 35	11 22	18 9	2 49	10 5	17 20	13 37	17 52	22
	21	4 49	11 26	18 3	10 11	10 13	17 14	13 29	17 41	21
Ottobre . . .	1	5 41	11 51	18 1	3 35	10 21	17 6	13 21	17 31	21
	11	6 36	12 15	17 53	3 59	10 27	16 54	13 12	17 22	21
	21	7 25	12 37	17 49	4 24	10 33	16 41	13 2	17 14	21
Novembre . .	1	8 28	13 1	17 43	4 53	10 40	16 26	12 49	17 6	21
	11	9 0	13 22	17 44	5 19	10 47	16 15	12 34	16 58	21
	21	9 31	13 42	17 52	5 45	10 55	16 5	12 18	16 50	21
Dicembre . . .	1	9 39	13 49	17 59	6 14	11 5	15 56	11 59	16 42	21
	11	8 44	13 6	17 28	6 40	11 17	15 54	11 40	16 33	21
	21	6 28	11 36	15 44	7 3	11 30	15 57	11 20	16 24	21

Digitized by Google

ıeti principali
io dell' Europa centrale, per l'anno 1905.
›nomo aggiunto.

Giove ♃		Saturno ♄			Urano ♅			Nettuno ♆		
Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta
h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
19 5	1 39	10 18	15 13	20 8	7 32	11 51	16 10	16 34	0 18	7 58
18 28	1 3	9 42	14 38	19 34	6 55	11 14	15 33	15 54	23 34	7 18
17 53	0 30	9 5	14 3	19 1	6 18	10 37	14 46	15 13	22 53	6 37
17 15	23 50	8 24	13 24	18 24	5 37	9 56	14 15	14 29	22 9	5 53
16 41	23 19	7 49	12 50	17 51	5 0	9 19	13 38	13 49	21 29	5 13
16 8	22 49	7 12	12 15	17 18	4 22	8 41	13 0	13 9	20 49	4 33
15 43	22 26	6 40	11 44	16 48	3 52	8 11	12 30	12 37	20 17	4 1
15 11	21 57	6 7	11 13	16 19	3 14	7 33	11 52	11 57	19 37	3 21
14 40	21 29	5 30	10 38	15 46	2 36	6 55	11 14	11 18	18 58	2 42
14 6	20 59	4 50	9 59	15 8	1 53	6 12	10 31	10 35	18 15	1 59
13 36	20 32	4 12	9 23	14 34	1 14	5 33	9 52	9 56	17 36	1 20
13 5	20 5	3 35	8 47	13 59	0 34	4 53	9 12	9 18	16 58	0 42
12 35	19 38	2 58	8 11	13 24	23 50	4 13	8 32	8 39	16 19	23 59
12 5	19 11	2 20	7 34	12 48	23 10	3 33	7 52	8 1	15 41	23 21
11 36	18 45	1 42	6 56	12 10	22 29	2 52	7 11	7 23	15 3	22 43
11 2	18 15	0 59	6 14	11 29	21 45	2 8	6 27	6 41	14 21	22 1
10 32	17 48	0 20	5 35	10 50	21 4	1 27	5 46	6 4	13 44	21 24
10 2	17 21	23 38	4 56	10 10	20 23	0 46	5 5	5 26	13 6	20 46
9 31	16 52	22 58	4 16	9 30	19 42	0 5	4 24	4 48	12 28	20 8
9 0	16 23	22 18	3 35	8 48	19 0	23 19	3 42	4 10	11 50	19 30
8 28	15 53	21 38	2 54	8 6	18 19	22 38	3 1	3 29	11 9	18 49
7 52	15 19	20 53	2 8	7 19	17 35	21 54	2 17	2 51	10 31	18 11
7 19	14 47	20 12	1 26	6 36	16 52	21 13	1 36	2 13	9 53	17 32
6 45	14 14	19 31	0 44	5 53	16 14	20 33	0 56	1 35	9 15	16 55
6 6	13 36	18 46	23 54	5 6	15 30	19 49	0 12	0 53	8 33	16 13
5 29	12 59	18 6	23 12	4 22	14 51	19 10	23 29	0 14	7 54	15 34
4 51	12 22	17 25	22 30	3 39	14 12	18 31	22 50	23 32	7 16	14 56
4 12	11 43	16 43	21 48	2 57	13 33	17 52	22 11	22 53	6 37	14 17
3 31	11 1	16 4	21 8	2 16	12 55	17 14	21 33	22 14	5 58	13 38
2 49	10 19	15 23	20 27	1 35	12 17	16 36	20 55	21 34	5 18	12 58
2 1	9 30	14 40	19 44	0 52	11 35	15 54	20 13	20 54	4 35	12 15
1 17	8 45	14 1	19 5	0 13	11 58	15 17	19 36	20 11	3 55	11 35
0 32	7 58	13 23	18 27	23 31	10 21	14 40	18 59	19 31	3 15	10 55
23 43	7 18	12 49	17 49	22 54	9 44	14 3	18 22	18 51	2 35	10 15
22 58	6 26	12 6	17 12	22 18	9 7	13 26	17 45	18 10	1 54	9 34
22 14	5 41	11 28	16 35	21 42	8 30	12 49	17 8	17 30	1 14	8 54

Digitized by Google

Relazione intorno alla memoria del Prof. Luigi Sabbatani, intitolata: *Funzione biologica del calcio;* Parte III: *Azione comparata dei reattivi decalcificanti.*

Il Prof. Sabbatani in precedenti memorie ha studiato accuratamente la questione della coagulabilità del sangue in relazione colla quantità di calcio e la concentrazione del calcio-jone. In questa terza memoria, corredata da numerosi esperimenti, l'autore svolge ampiamente l'ipotesi da lui emessa circa l'esistenza nei liquidi dell'organismo e nei protoplasmi, di *calcio allo stato di jone,* facendo uno studio comparativo dell'azione generale e tossica di tutti i reattivi che, precipitandolo o no, possono diminuire la concentrazione del calcio-jone.

Il Prof. Sabbatani descrive molte esperienze fatte con un gran numero di reattivi, quali il fluoruro di sodio, il solfato, il metasfosfato, il pirofosfato ed il fosfato bisodico, il carbonato ed il bicarbonato, l'oleato, l'ossalato, ed il citrato trisodico.

Tutti questi sali per iniezione endovenosa, a dose or più or meno alta, provocano costantemente de' fenomeni gravissimi ne' diversi animali; dapprima eccitazione, di poi paralisi e morte.

Dal confronto della tossicità e dell'azione anticoagulante coll'azione decalcificante dei diversi reattivi dimostra che vi è un perfetto parallelismo fra queste tre serie di dati.

Il lavoro del Sabbatani è ben condotto e porta un buon contributo sperimentale in un argomento tanto importante; noi ne proponiamo quindi la lettura alla Classe e la inserzione nei volumi dell'Accademia.

A. Mosso,
I. Guareschi, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Lorenzo Camerano.

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 22 Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Naccari, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo, Morera e Grassi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Pezzi, Cipolla, Carutti, Savio, Ruffini e Renier Segretario.

Scusano l'assenza il Vice Presidente Boselli ed il Socio Pizzi.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza plenaria antecedente, 17 aprile 1904.

Invitato dal Presidente, il Socio Guidi legge la commemorazione del rimpianto Socio Giacinto Berruti, che è inserita negli *Atti*. L'Accademia applaude; il Presidente ringrazia il Socio Guidi per la commemorazione.

L'Accademia approva il seguente Regolamento per il premio Pollini, formulato da apposita Commissione, di cui fanno parte, col Presidente, i Soci Ferrero, Manno, Cipolla, Carutti.

Digitized by Google

REGOLAMENTO INTERNO
per il conferimento del premio Pollini.

ART. 1°.

Il premio istituito dal dott. cav. Giacomo Pollini sarà conferito ogni dieci anni dalla R. Accademia delle Scienze di Torino, contando il primo decennio dal 1° gennaio 1904, in conformità delle disposizioni del testatore, che qui si riportano:

Lascio alla R. Accademia delle Scienze di Torino una rendita annua di L. 250, Consolidato 5 %, i cui redditi annuali capitalizzati dovranno servire per dare ogni tanti anni, nella cifra che essa crederà, un premio alla migliore monografia storica, sul genere della mia di Malesco, pubblicata a Torino nel 1896, manoscritta od anche stampata, degli attuali Comuni italiani delle antiche provincie piemontesi; da cui però ne escludo quelli delle città capoluogo di provincia e circondario, ad eccezione di quelli di Domodossola e Pallanza. A tale premio potranno concorrere solamente scrittori di dette provincie.

ART. 2°.

L'ammontare del premio sarà fissato dal Consiglio di amministrazione dell'Accademia nel darne l'annunzio al principio d'ogni decennio.

ART. 3°.

Non potranno concorrere al premio i soci nazionali residenti o non residenti dell'Accademia.

ART. 4°.

I concorrenti dovranno consegnare i loro lavori stampati o manoscritti prima della fine del decennio.

I lavori stampati non potranno avere una data anteriore al decennio medesimo.

Digitized by Google

Art. 5°.

Alla fine del penultimo anno del decennio la Classe di scienze morali, storiche e filologiche nomina una Commissione di tre membri, con l'incarico di esaminare i lavori stampati e manoscritti dei concorrenti.

Alla Commissione presiede il socio anziano di nomina.

Essa elegge nel suo seno un segretario relatore.

Art. 6°.

La Commissione deve presentare all'Accademia la sua relazione su tutti i lavori dei concorrenti in tempo che questa possa, in adunanza plenaria, assegnare il premio non più tardi della fine dell'anno seguente all'ultimo del decennio.

Art. 7°.

Il premio è indivisibile.

Art. 8°.

La relazione potrà contenere la proposta di una sola pubblicazione da premiarsi, ovvero presentare la proposta di più pubblicazioni, fra le quali l'Accademia dovrà scegliere quella a cui assegnare il premio.

Art. 9°.

Ove la Commissione non riconosca alcun lavoro meritevole del premio, l'Accademia disporrà della corrispondente somma, sia accrescendo il premio successivo, sia istituendone altri, sempre conforme all'intenzione del testatore.

Digitized by Google

GIACINTO BERRUTI

Commemorazione letta dal Socio CAMILLO GUIDI.

Il giorno undici dello scorso febbraio una luttuosa notizia si diffondeva rapidamente per l'intera città: alle prime ore del mattino era morto improvvisamente l'Ing. BERRUTI.

Quale parte prendesse la cittadinanza al triste avvenimento si vide al mattino del giorno 14, quando uno stuolo numerosissimo di persone, appartenenti alle più svariate condizioni sociali, dagli scienziati più illustri, dai dignitari più cospicui, dagl'ingegneri più distinti fino agli umili operai, si era dato convegno all'abitazione dell'Estinto per accompagnarne la salma all'ultima dimora; persone che onorando la memoria di Berruti sentivano di onorare la scienza, l'ingegneria, l'integrità del carattere. Le parole calde di affetto e piene di ammirazione che due illustri personaggi, il nostro Presidente ed il nostro Vice-Presidente, pronunciarono sul feretro riassumono magistralmente i sentimenti che sorgevano negli animi di quella moltitudine. Dimostrazione tanto più espressiva in quanto che il nostro esimio Collega, se fu sempre alieno dalla popolarità, negli ultimi anni si appartò quasi del tutto dall'umano consorzio.

Ben altra penna avrebbe dovuto lasciar più ampia traccia nei nostri *Atti* di quest'illustre Collega. Se non potei schermirmi dall'accettare l'incarico ben onorifico, ma troppo grave per me, ascrivetelo al fatto che io, in questo eminente consesso rappresento quell'Ingegneria di cui il nostro Estinto fu esimio cultore, ed accordatemi la più larga indulgenza.

Giacinto Berruti, appartenente a distinta famiglia, nacque in Asti il 29 gennaio 1837 da Laura Alfazio e dal Dottore Giovanni, che, dopo essersi perfezionato negli studi di medicina per

Digitized by Google

tre anni a Parigi e per un anno a Pisa, fu rinomato Professore di Chirurgia in Asti. Il Dott. Secondo Berruti, che fu chiaro Professore all'Università di Torino e socio della nostra Accademia, gli fu zio.

Giacinto percorse in Asti le scuole secondarie con singolare distinzione, riportando sempre i primi premî: vinse in seguito il concorso al Collegio Carlo Alberto e venne destinato agli studi teologici; ma egli, spinto da una passione irresistibile per le scienze esatte, studiò contemporaneamente ed efficacemente la matematica, e seguì poi gli studî d'ingegneria, nei quali ebbe la fortuna di avere per maestro Quintino Sella. Questo eminente scienziato, allor giovanissimo, comprese subito ed apprezzò altamente le singolari qualità d'ingegno del Berruti, e nacque fin da allora fra i due una corrente di reciproca stima, che divenne col tempo sempre più profonda, trasformandosi poi in sincera amicizia. Quale fosse il concetto che dell'allievo Berruti si era formato Quintino Sella, si può dedurre dalle parole che questi gli rivolse un giorno durante la lezione, dicendogli: *Ella potrebbe senz'altro venire a fare il professore*; e la stima che gli conservò poi sempre in seguito si rileva dai numerosi delicatissimi incarichi che il Berruti sostenne per volere del Sella. Stima ed amicizia che erano dal Berruti degnamente ricambiate: nella solenne commemorazione del Sella, quando ne fu inaugurato il monumento nel Castello del Valentino, ricordo ancora di aver veduto inumidirsi di pianto il ciglio di Berruti: fatto singolare per un temperamento rigido come il suo!

Compiuti appena gli studî d'ingegneria in questa città, fu nel novembre 1859 ammesso alla *École des Mines* di Parigi. E qui ancora lo studente si rivela per un ingegno acuto e profondo; mentre alla sera si ritrovano insieme i compagni di scuola italiani, egli è sempre il più pronto nel redigere i sunti delle lezioni, sebbene durante la giornata non abbia occupato le ore di libertà a riflettere sulle cose udite alla scuola.

Tornato da Parigi, comincia la sua carriera nel Corpo Reale delle miniere, nel quale entra nel 1861 come allievo Ingegnere. E qui ha principio una serie continuata d'incarichi importanti e delicatissimi che gli vengono affidati per volere sopratutto di Quintino Sella. Nel febbraio 1862 è inviato a Londra come addetto alla Commissione Reale per quell'Esposizione Universale;

Digitized by Google

a Londra anche compie studî geologici, e quando ne ritorna, quel Governo informa il nostro che nel Berruti l'Italia ha un giovane di straordinaria intelligenza, che conviene ben coltivare.

Intanto la sua carriera nel Corpo delle Miniere avanza spedita: dal '62 al '69 si seguono i varî decreti delle sue promozioni fino ad Ingegnere di 1ª classe.

Nel '64 coopera con Sella e Gastaldi alla formazione della carta geologica del Biellese, nella scala di 1: 50 000.

In quel torno di anni si studiava l'impianto a Torino dell'Officina Carte Valori, per emanciparsi dall'Estero, ed in questa bisogna grande fu l'opera del Berruti. Il Perazzi, che era Commissario Regio a Londra per la fabbricazione dei francobolli italiani, ottenne che il Berruti fosse inviato colà nel 1865 per l'acquisto ed il collaudo delle macchine occorrenti per l'erigendo Stabilimento, e subito dopo, questo cominciò a funzionare. Oltremodo interessante è la storia dello sviluppo di quest'Istituto, vanto di Torino. Sorto con mezzi limitatissimi, in locale angusto, con un personale appena di 20 individui compreso il Direttore, progredì incessantemente giungendo all'attuale grado di perfezione, ammirevole sia per la qualità, come per la varietà e la rapidità del lavoro. Quest'Officina fu creata con legge 11 maggio 1865, con un fondo di 200 mila lire e sul principio coll'incarico soltanto di fabbricare marche da bollo e francobolli postali; ma nello stesso mese le sue attribuzioni furono estese alla fabbricazione di tutti i titoli e carte-valori occorrenti al Governo, a misura che cessassero i contratti in corso per la loro provvista. Nello stesso anno 1865 il Berruti ne fu nominato Direttore, e l'opera sua, coadiuvata dagli intelligenti capitecnici Thiabaud e Calzone, portò l'Officina a quell'elevato grado che oggi ammiriamo. Il capitale industriale dell'Istituto che nel 1865 era circa di 120 mila lire, ammontava nel luglio 1901 a più di due milioni (compreso il capitale in incisioni e filigrane); il numero degli operai è asceso a 437.

Al giorno d'oggi l'Officina è in grado di compiere qualsiasi lavoro, dalle più semplici marche da bollo alle più fine incisioni di biglietti e titoli di rendita, rispondendo puntualmente alle richieste, talvolta improvvise, fatte dal Governo. È bello vedere come questo stabilimento basti a se stesso in tutti gli svariatissimi lavori che concorrono ad ottenere i prodotti finali;

Digitized by Google

può quasi dirsi che nulla vi entri dal di fuori ad eccezione della materia prima, chè anche la riparazione delle macchine viene eseguita là dentro. Dalle annuali accurate Relazioni che il Berruti faceva al Ministero del Tesoro si rileva la mole e l'importanza del lavoro che si compie incessantemente in questa Officina.

Ma l'opera del Berruti fu più intensa e preziosa quando si trattò dell'applicazione della legge del 1867 sulla tassa sul macinato, del che, sempre per volere del Sella, venne incaricata l'Officina stessa. Nel '69 il Berruti fu, a tale scopo, nominato membro della Commissione per la costruzione dei contatori meccanici, e nel '70 Direttore tecnico del macinato. L'uomo intelligente, rigido ed operoso non poteva essere meglio scelto per l'applicazione di quella ingratissima fra le ingrate tasse. Al Berruti spetta il merito di avere additato la via tecnicamente pratica per risolvere tale delicata questione. Il meccanismo che permise la tassazione sulla farina macinata fu studiato dai capi-tecnici dello Stabilimento e portò il nome di contatore *Thiabaud-Calzone*. Costruzione, riparazione, collaudo di migliaia e migliaia di contatori costituì il lavoro poderoso a cui dovette attendere l'Officina fino al 1875, oltre le sue ordinarie attribuzioni. Altro merito speciale poi del Direttore fu la costituzione economica e semplice degli uffici tecnici sparsi nelle diverse Provincie del Regno per rendere possibile l'applicazione della tassa.

La schiera di operai e di operaie di quest'Istituto intenta a lavori tecnicamente delicatissimi, e fra le cui mani passano quotidianamente valori cospicui, senza che si abbia mai a lamentare alcuna irregolarità, rispecchia tutta la perizia organizzatrice ed amministrativa e tutta l'onestà esemplare del suo compianto Direttore.

Gl'incarichi straordinari e le promozioni nella carriera del Berruti si succedono senza interruzione; noi lo vediamo nel '72 nominato temporaneamente Ispettore Generale delle Finanze a Firenze; nel giugno 1873 promosso Ingegnere Capo di 2ª classe nel Corpo Reale delle Miniere, e nello stesso mese nominato titolare del Distretto di Torino; nel '74 incaricato delle funzioni di Amministratore Generale dei Canali Cavour. Sotto il

Digitized by Google

ministero Minghetti gli viene offerta la nomina di Direttore Generale del Tesoro che egli però non accetta. Negli anni '74, '75, '76 lo vediamo collaborare col Sella e andare con lui a Vienna ed a Basilea per il riscatto delle Ferrovie dell'Alta Italia; Egli si occupa della formazione dell'inventario della Società dell'Alta Italia, annesso alla convenzione di Basilea. In questo tempo anche gli è affidato lo studio dell'organizzazione dell'Ispettorato delle Ferrovie, a capo del quale lo si vuol porre, ufficio che egli rifiuta. Sotto il Ministero Spaventa è incaricato di definire varie questioni sollevate da diversi appaltatori in quel periodo d'anni; va a visitare collo Spaventa i lavori della galleria di Montebove e col Torlonia i lavori del prosciugamento del lago Fucino. Nel '78 è mandato a Parigi quale Regio Commissario ordinatore per quella mostra universale. Nel 1881 va di nuovo all'estero col Sella per i trattati di commercio.

Tanta varietà e tanta mole d'incarichi di grande importanza caratterizzano l'uomo meglio che qualsiasi frase biografica, e dimostrano quale fiducia ponessero in lui per la soluzione delle alte questioni finanziarie e ferroviarie uomini come Sella, Perazzi, Spaventa, che lo riguardavano quale persona di mente superiore e di carattere integerrimo.

Ma un nuovo campo si apriva ancora al Berruti per svolgere la sua energia, ed apportare il prezioso suo contributo di cognizioni tecniche, voglio dire il campo dell'insegnamento industriale, di cui sentivasi imperioso il bisogno nel nostro Paese. Egli fu infatti chiamato a far parte della Commissione incaricata di studiare la creazione nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, col concorso del R. Museo industriale Italiano, una nuova categoria d'ingegneri detti Industriali, creazione che ebbe poi effetto con decreto 3 luglio 1879. Morto l'Axerio, il Ministero offrì, con parole molto lusinghiere, la Direzione del R. Museo al Berruti, il quale da prima si schermì, adducendo di essere già Direttore dell'Officina Carte-Valori, ed Ingegnere del R. Corpo delle Miniere, ma poi accettò, dando le dimissioni dal Corpo delle Miniere; ciò avvenne nel 1880, ed il Berruti fu simultaneamente incaricato della Direzione anche della R. Scuola d'Applicazione fino al 1882.

Digitized by Google

Quanta importanza egli annettesse al progresso degli insegnamenti industriali, che secondo lui dovevano costituire lo scopo vero del Museo Industriale, risulta dalla Relazione sull'anno scolastico 1882-83, la quale termina con queste parole:

" Il Ministero che porterà questo ramo d'istruzione in Italia non dico al livello che ha raggiunto in altri paesi, ma solamente all'altezza dei nostri bisogni, avrà potentemente contribuito a risolvere la questione economica, che dopo quella dell'unità politica e quella dell'equilibrio delle finanze può dirsi la questione più importante per la Nazione ".

Nella sua qualità di Direttore il Berruti attese all'ampliamento ed all'assetto definitivo dei varî insegnamenti e con rara prontezza tenevasi al corrente di tutto ciò che si insegnava nel R. Museo, non solo, ma era perfettamente informato delle novità letterarie, e si può dire che non entrasse libro nella Biblioteca che Egli non avesse scorso, e di cui con ammirevole intuizione non avesse subito rilevato i pregi ed i difetti, che talvolta segnalava con incisive postille a lapis sull'opera stessa.

Nè colle Direzioni del Museo e dell'Officina Carte-valori fu assorbita la sua attività, lo vediamo infatti ricoprire altre cariche cospicue, attendere ad incarichi importanti. Dopo la sua uscita dal Corpo delle Miniere fece parte dal '94 al '99 del Consiglio delle Miniere, nel quale funzionò anche da Vice-Presidente durante il 1897. Appartenne al Collegio Arbitrale per le Ferrovie Mediterranee. Fece parte del Consiglio Comunale della sua città nativa; entrò nel Consiglio Comunale di Torino nel 1887 e fu per quattro volte rieletto, portando in quell'Amministrazione il prezioso contributo del suo pronto ingegno, delle sue cognizioni tecniche, della sua vasta erudizione e del carattere rigidamente retto. Memorabile fra le altre fu nell'importante questione della fognatura, la sua difesa del sistema della doppia canalizzazione, che venne poi attuato, contro l'altro del *tout-à-l'égout* sostenuto dal Pacchiotti. Fu Presidente e Relatore della Commissione Municipale che compilò il poderoso progetto delle Casse-Pensioni; funse ripetutamente da Membro e da Presidente della Commissione Municipale del Bilancio.

Digitized by Google

Le Esposizioni di Torino lo vollero Membro della Giuria. I corpi scientifici e tecnici si onorarono di averlo socio. Oltre all'appartenere alla nostra Accademia, nella quale fu eletto fin dal 1871, la Società degli Ingegneri ed Industriali di Torino lo nominò per tre volte suo Presidente, nel '74, nel '79 e nel '91; la locale Accademia di Agricoltura lo ebbe fra i suoi soci fino dall'85. Il Berruti volle attestare l'alta stima in cui teneva la scienza pura ed applicata facendo dono ben gradito a quest'ultima Accademia, nel 1900, di una raccolta di volumi riflettenti questioni agricole; ed assegnando cospicui lasciti, quale quello di dieci mila lire alla Scuola professionale di Biella, e l'altro di venti mila lire alla nostra Accademia; nella quale, sebbene Egli modestamente abbia lasciato scritto di non aver potuto, con suo rammarico, apportare gran messe di lavori scientifici, come avrebbe desiderato, pure non figura come socio inattivo. Il Berruti era inclinato più a lavorare che a pubblicare le sue ricerche; tuttavia abbiamo di Lui pregevoli scritti anche nel campo scientifico. La sua prima Memoria inserita nei nostri Atti del '69, che ha per titolo: *Intorno agli sforzi trasmessi dalle ruote dentate*, dimostra una non comune attitudine all'accurata ricerca sperimentale, mettendo in evidenza per mezzo di diagrammi automaticamente disegnati la legge di variazione degli sforzi trasmessi dai denti della ruota d'ingranaggio di un molino, variazione dovuta alla difettosa divisione dei denti. Del pari la *Descrizione e teoria di un termodinamometro*, memoria inserita pure nei nostri Atti del '72, rappresenta un ingegnoso tentativo di attuare un' idea già messa avanti dal Mayer, di trasformare cioè l'apparecchio di Joule per la determinazione dell'equivalente meccanico del calore, rendendolo atto alla ricerca pratica del rendimento di una macchina, e precisamente Egli, per ragioni d'ufficio, aveva applicato alle macine l'apparecchio da Lui ideato. Ma i suoi scritti non si limitano ad argomenti di meccanica applicata all'ingegneria; con vasta e versatile erudizione Egli tratta di questioni svariate; così, parla di fisica nella sua Nota del '91 *Sull'influenza dei cicloni nella meteorologia locale*, e nell'altra dell'anno scorso intitolata *Dante e la meteorologia*, l'una e l'altra inserite nei nostri Atti. Tratta accuratamente di matematica pura nelle sue due Note recenti *Sulla teoria dei vettori componibili*, anch'esse contenute nei nostri Atti.

Digitized by Google

Molteplici furono le onorificenze di cui lo fregiarono il nostro ed i Governi esteri: Egli era insignito delle commende della Corona d'Italia, dei SS. Maurizio e Lazzaro, della Legione d'Onore di Francia, di Francesco Giuseppe d'Austria.

Dopo tanta energia ed attività spese a lustro ed a vantaggio della Patria doveva il Berruti attendersi, a buon diritto, di trascorrere la sua età avanzata fra l'ammirazione e la gratitudine di tutti; ma disgraziatamente sorsero delle contrarietà che gli amareggiarono gli ultimi anni della vita. Uomo di carattere indipendente ed integro, ma forse eccessivamente rigido e critico, non era tale da accattivarsi le facili simpatie, mentre però coloro che ne goderono la stima trovarono in Lui non solo la rettitudine, ma anche la cordialità e la cortesia.

La nuova categoria d'ingegneri alla cui creazione il Berruti aveva contribuito, acquistò, in grazia ai progressi di talune industrie, uno sviluppo enorme, tale che i vecchi locali del Museo, i laboratorî, le dotazioni si mostrarono del tutto insufficienti. Soltanto coi fondi derivanti dalla convenzione del 1885 relativa ai nuovi edifici universitarî e coi residui dei concorsi votati dalla Provincia e dal Comune si era in grado in quell'epoca di risolvere ampiamente la questione dei locali, e furono redatti varî progetti di ampliamento, tra cui quello del 1890 e l'altro del 1895 ebbero anche la regolare approvazione del Consiglio dei Lavori Pubblici. Ma le esigenze dei moderni insegnamenti tecnici aumentavano ognora, il numero degli studenti cresceva a dismisura ed il Direttore Berruti non più pago di quei progetti di ampliamento di vecchi locali scriveva nel 1897 " essere assurdo il volere sottoporre il Museo con tutte le sue scuole a rimanere rinchiuso in un vecchio edificio, che per circostanze locali non è suscettivo di sufficiente ingrandimento " ed aggiungeva che alle istituzioni moderne che mirano ai progressi delle scienze applicate all'industria bisogna lasciar la possibilità di ampliarsi; che per il solo insegnamento dell'elettrotecnica in altri paesi furono eretti appositi edifici, che infine colle somme disponibili, ed alienando gli stabili vecchi si potevano provvedere nuovi locali più ampî e più conformi alle esigenze moderne.

Ma prevalse il partito di metter mano subito alla demoli-

Digitized by Google

zione ed alla ricostruzione sulla stessa area, sembrando urgente il provvedere nel modo più spiccio. Non tanto di questa soluzione si rammaricò il Berruti, quanto delle accuse d'indolenza e più ancora di disordinata amministrazione, che in quel tempo furono mosse contro di Lui, sicchè Egli s'indusse a chiedere il collocamento a riposo dalla Direzione del Museo nell'ottobre del 1899. La Corte dei Conti dimostrava poi vane le accennate accuse, accompagnando tale giudizio con parole di esplicito elogio per il Berruti. Così il nome suo usciva incolume dalle durate lotte; ma era destinato che Egli non dovesse aver più requie: la sua fibra che fino agli ultimi anni sembrava adamantina come il suo carattere, cominciò a cedere irremissibilmente al sopraggiungere delle infermità proprie dell'età avanzata, e la catastrofe non tardò ad arrivare.

Possa il suo spirito, colla dipartita da questo mondo, aver trovato la pace, e giunga ad esso il saluto dell'animo nostro, pieno di riverenza e di gratitudine.

Torino, maggio 1904.

Elenco delle pubblicazioni di GIACINTO BERRUTI

Carta geologica del circondario di Biella alla scala di 1 : 50 000 (in collaborazione con Q. Sella e B. Gastaldi. Biella, 1864.

Meccanica del calore — Raccolta degli scritti di J. R. U. Mayer (prima versione dal tedesco autorizzata dall'Autore). Torino, 1869.

Intorno agli sforzi trasmessi dalle ruote dentate, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ,, 1869.

Perequazione delle quote fisse per la tassa sul macinato. Torino, 1870.

Gita al Gran Sasso d'Italia - Nota geologica. Torino, 1871.

Descrizione e teoria di un termodinamometro, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ,, 1872.

Sulla determinazione delle quote di tassa per cento giri di macina, in esecuzione della legge 7 luglio 1868. Firenze, Stamperia Reale, 1872.

Influenza dei cicloni sulla meteorologia locale, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ,, 1891.

Sulla teoria dei vettori componibili. Nota I e II. Ibidem, 1893-94.

Sulle casse-pensioni. Estratto dalla Relazione Municipale di Torino, 1894.

Dante e la meteorologia, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ,, 1903.

Gli Accademici Segretari
LORENZO CAMERANO.
RODOLFO RENIER.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: FERRERO, Direttore della Classe, ROSSI, PEZZI, CIPOLLA, CARUTTI, SAVIO, RUFFINI e RENIER Segretario. — Scusano l'assenza il Vice Presidente BOSELLI ed il Socio PIZZI.

L'atto verbale dell' adunanza antecedente, 8 maggio 1904, è approvato.

Il Presidente comunica l'estratto del R. Decr. 21 aprile 1904, col quale è approvata la nomina del Socio FERRERO a Direttore della Classe, per un triennio.

Il Socio SAVIO presenta per gli *Atti* una sua nota su *Le basiliche di Milano al tempo di S. Ambrogio.*

Digitized by Google

LETTURE

Le basiliche di Milano al tempo di S. Ambrogio.

Nota del Socio FEDELE SAVIO.

§ 1. — *La lettera di S. Ambrogio a Marcellina.*

È celebre nei fasti di S. Ambrogio il contrasto ch'egli ebbe a sostenere con l'imperatore Valentiniano II, o meglio con l'imperatrice Giustina, la quale a nome del figlio, appena trilustre, reggeva l'impero.

Costei, ardente fautrice degli Ariani, per due anni di seguito, 385, 386, tentò di farsi cedere da S. Ambrogio, ed anche di occupare con la forza contro il volere di lui, una delle chiese pubbliche di Milano, per darla agli Ariani, affinchè vi potessero compiere i loro riti religiosi, specialmente in occasione della Pasqua.

Le vicende di quelle lotte ci furono tramandate dallo stesso S. Ambrogio in tre suoi scritti, che sono: una lettera a Marcellina sua sorella, una petizione all'imperatore Valentiniano ed un discorso contro il vescovo ariano Aussenzio II. La cronologia sì degli scritti che degli avvenimenti, cui essi si riferiscono, non presenta più ora incertezza alcuna, essendo riusciti l'Herman, autore d'una vita assai pregevole di S. Ambrogio, i Maurini, editori delle opere del Santo, ed il Tillemont a stabilire che la lotta ebbe luogo negli anni 385, 386, che nel 385 S. Ambrogio scrisse la lettera a S. Marcellina, e nel 386 la petizione a Valentiniano II ed il discorso *De non tradendis basilicis*, contro Aussenzio II.

Non così fu dilucidato un altro punto, quello cioè dell'identificazione delle varie chiese, che S. Ambrogio nomina nella lettera a Marcellina, e sono la basilica *Portiana*, la *nova*, la *vetus*, la *minor*, la *basilica baptisterii*. Di esse la sola Porziana ci è

Digitized by Google

nota, sapendosi che corrisponde alla presente chiesa di S. Vittore *ad corpus*.

La difficoltà di identificare le altre chiese, e specialmente le due principali, la *nova* e la *vetus*, provengono in gran parte dal testo medesimo della lettera, poichè più d'una volta il S. Dottore adopera nello stesso periodo, o in periodi assai vicini, la parola *basilica*, o *ecclesia*, senz'altro aggiunto; onde a primo aspetto può sembrare che parli d'una stessa chiesa, mentre poi un esame più accurato dimostra che il suo pensiero si riferiva a chiese diverse.

Perciò, essendomi proposto di determinare, per quanto è possibile nello stato presente delle nostre cognizioni, la positura di quelle antiche basiliche, comincerò dal riportare, illustrandoli, tutti i passi della lettera a Marcellina (1), che hanno relazione con le ricerche da me intese.

Qualche tempo prima delle feste pasquali del 385, Giustina aveva fatto richiedere a S. Ambrogio la basilica Porziana. Marcellina, che era assente da Milano, avuta notizia di quella richiesta, ne stava molto in pena e perciò scrisse al fratello per averne più minute informazioni. Siccome vedesi dal contesto della risposta di S. Ambrogio, questi ricevette la lettera della sorella il giovedì 3 aprile. Or siccome il giorno dopo, che era il venerdì antecedente alla Domenica delle Palme, cominciarono per il S. Vescovo le tribolazioni più gravi, egli aspettò a scrivere che fosse passato il nembo più forte della bufera, il che fu nel giovedì santo (10 aprile).

Ecco ora come S. Ambrogio espone la successione dei fatti. In quel venerdì gli si venne a domandare non più soltanto la basilica Porziana, ma la basilica nuova, posta dentro le mura della città, e la maggiore di tutte, *basilica nova*, *intramurana*, *quae maior est.* Le istanze gli erano fatte dai capi della milizia, e dai membri del Concistoro imperiale, i quali inoltre lo esortavano a far in guisa, che niuna commozione succedesse nel popolo. Il Santo rispose, come doveva, cioè non poter un vescovo cedere il tempio di Dio (2).

(1) È la lettera XX delle edizioni moderne, XIV o XXXIII delle antiche; MIGNE, *P. L.*, XVI, 994 e seg.

(2) Postridie quam accepi litteras tuas moles inquietudinum gravium coepit moveri. Nec iam Portiana, hoc est extramurana basilica petebatur:

Digitized by Google

Il giorno dopo, trovandosi S. Ambrogio in chiesa, il popolo lo acclamò, in segno di adesione e di plauso al suo rifiuto. Ed ecco venir colà il Prefetto del Pretorio, e domandare nuovamente la basilica Porziana, *vel ut basilica Portiana cederemus*. Ma il popolo si mise a protestare, sicchè il Prefetto dovette ritirarsi, dicendo che ne riferirebbe all'Imperatore (1).

Venuta la Domenica delle Palme, s'era posto S. Ambrogio ad insegnare il simbolo ad alcuni *competenti*, ossia ad alcuni catecumeni, che dovevano ricevere il battesimo nel prossimo Sabato Santo, allorchè vennero a dirgli, che certi uffiziali spediti dal palazzo imperiale stavano affiggendo alla basilica Porziana i veli che indicavano il possesso imperiale, e che una parte del popolo si recava colà. Egli nondimeno continuò il suo lavoro, e di poi cominciò a celebrare il S. Sacrifizio (2).

Da questo periodo intanto risulta con somma evidenza, che S. Ambrogio nella Domenica delle Palme non celebrò i sacri riti nella basilica Porziana, ma in un'altra chiesa, e questa, avendo a sè vicina e forse contigua la basilica del battistero, sì che il vescovo agevolmente poteva recarsi dall'una all'altra, era senza dubbio quella, che ora noi diremmo chiesa cattedrale. La vicinanza del battistero alla chiesa cattedrale, qui attestataci per Milano da S. Ambrogio, è pienamente conforme a quanto sappiamo dell'uso antico, di cui tuttora rimangono vivi monumenti in varie città, come Novara, Ravenna, Albenga ed altre.

Mentre celebrava la S. Messa, fu riferito al Santo, che il popolo aveva circondato un prete ariano, di nome Castolo, il quale traversava la piazza, e v'era pericolo gli si facesse qualche in-

---

sed basilica nova, hoc est intramurana, quae maior est (n. 1). Convenerunt me primo principes virtutum viri, comites consistoriani, ut et basilicam traderem, et procurarem, ne quid populus turbarum moveret. Respondi quod erat ordinis, templum Dei a sacerdote tradi non posse „ (n. 2).

(1) “ Acclamatum est sequenti die in Ecclesia; etiam Praefectus eo venit. Coepit suadere vel ut basilica Portiana cederemus. Populus reclamavit. Ita tunc discessum est, ut intimaturum se Imperatori diceret „ (n. 3).

(2) “ Sequenti die, erat autem Dominica, post lectionem atque tractatum, dimissis catechumenis, symbolum aliquibus competentibus in baptisterii tradebam basilica. Illic nuntiatum est mihi comperto quod ad Portianam basilicam de palatio decanos misissent, et vela suspendere, populi partem eo pergere. Ego tamen mansi in munere, Missam facere coepi „ (n. 4).

Digitized by Google

giuria. S. Ambrogio mandò tosto dei preti e diaconi, i quali lo liberarono (1).

Narra quindi della persecuzione che la Corte iniziò contro i cattolici milanesi, i quali unanimi e costanti sostenevano il loro vescovo. Ad alcuni vennero imposte grosse multe, ed altri vennero tratti in carcere. Nello stesso tempo sopraggiungevano conti e tribuni a far nuove insistenze presso S. Ambrogio, il quale stava in grande apprensione, che se la basilica (quella cioè voluta dall'Imperatore, ossia la Porziana) era occupata dai soldati, avvenisse qualche tumulto popolare (2).

Indi, dopo narrati i discorsi tenuti con alcuni Goti, capi delle milizie, soggiunge che tutto quel giorno (il quale, come vedesi dal seguito della lettera, era il martedì santo, 8 aprile), egli rimase nella *basilica vecchia*, finchè alla sera si recò a casa sua per dormire, affinchè se lo volevano arrestare, lo trovassero facilmente (3).

Questo passo, dov'è espressamente detto ch'egli passò il giorno del martedì santo nella *basilica vecchia*, è di molta importanza per le nostre ricerche, poichè dal seguito della lettera si vede che in quella medesima basilica, in cui passò il martedì santo, Sant'Ambrogio celebrò le sacre funzioni eziandio nei due giorni seguenti del mercoledì e del giovedì. Ecco il suo racconto: " Il giorno seguente (mercoledì) appena ebbi posto il piede fuor della soglia (di casa), prima ancora che si facesse giorno, seppi che la basilica era stata occupata dai soldati. Ma costoro si mostravano così bene disposti, che avevano mandato a dire all'Imperatore, che se voleva accedere ad una radunanza dei cattolici,

---

(1) " Dum offero, raptum cognovi a populo Castulum quemdam, quem presbyterum dicerent Arriani. Hunc autem in platea offenderant transeuntes. Amarissime flere et orare in ipsa oblatione Deum coepi, ut subveniret, ne cuius sanguis in causa Ecclesiae fieret..... Missis presbyteris et diaconibus eripui iniuriae virum " (n. 5).

(2) " Convenior ipse a comitibus et tribunis ut basilicae fieret matura traditio... (n. 8) ... Horrebam quippe animo, cum armatos ad basilicam Ecclesiae occupandam missos cognoscerem, ne dum basilicam vindicant, aliqua strages fieret, quae in perniciem vergeret civitatis. Orabam ne tantae urbis vel totius Italiae busto superviverem " (n. 9).

(3) " Ego in basilica veteri totum exegi diem. Inde domum cubitum me recepi: ut si quis abducere vellet inveniret paratum " (n. 10).

Digitized by Google

facesse pure, essi lo seguirebbero; del resto andrebbero, dove Ambrogio avesse indetta la riunione „ (1). Indi soggiunge: “ Dal gemere che ne faceva il popolo, compresi che la basilica era circondata dai soldati „. Qui evidentemente il S. Dottore parla della basilica in cui egli stava, ed a cui, uscito di casa sua il mercoledì mattina, aveva potuto recarsi senza difficoltà e trattenervisi liberamente tutto il giorno. Ma la basilica, in cui stette S. Ambrogio quel giorno non era nè la basilica Porziana (occupata militarmente dai soldati), di cui parlò nel periodo precedente, e neppure la basilica *nuova*, come apparisce dalle parole che seguono: “ Mentre si leggono le lezioni, mi si dice *che è piena di popolo anche la basilica nuova*, che esso è più numeroso che quando tutti erano liberi, e che domandano un lettore (per la lezione della S. Scrittura) „. Ed aggiunge: “ Che più? gli stessi soldati, che avevano occupata la basilica (cioè la Porziana), avendo sentito che io aveva vietato di ammetterli alla comunione, cominciarono a venire alla nostra radunanza. Alcune donne, vedendo giungere i soldati s'intimorirono, ed una di esse si pose a fuggire. Ma i soldati protestavano di venir solo per pregare, e non per combattere. Il popolo poi, vedendo la buona disposizione dei soldati, mi esortava a recarmi alla basilica (Porziana), mentre da parte loro quelli che ivi stavano (fedeli e soldati) esprimevano essi pure desiderio della mia presenza „ (2).

Indi, dopo aver riportato per intero il discorso che tenne al popolo radunato (nella basilica *vecchia*), ripete di nuovo che i fedeli ed i Goti, radunati nella Porziana, da cui frattanto erano stati tolti i veli, lo desideravano colà. Onde a tal notizia

---

(1) “ Ante lucem, ubi pedem limine extuli, circumfuso milite occupatur basilica. Idque a militibus imperatori mandatum dicitur... etc. „ (n. 11).

(2) “ Circumfusam basilicam esse gemitu populi intellexi, sed dum leguntur lectiones, intimatur mihi plenam populi esse basilicam etiam novam: maiorem videri plebem quam cum essent omnes liberi: lectorem efflagitari. Quid plura? Milites ipsi qui videbantur occupasse basilicam, cognito quod praecepissem, ut abstinerentur a comunionis consortio, ad conventum hunc nostrum venire coeperunt. Quibus visis, turbantur mulierum animi, proripit se una. Ipsi tamen milites se ad orationem venisse, non ad praelium loquebantur. Clamavit aliqua populus. Quam moderate, quam constanter, quam fideliter poscebat, ut ad illam pergeremus basilicam! In illa quoque basilica fertur quod populus praesentiam flagitabat meam „ (n. 13).

Digitized by Google

prese a magnificare quel fatto quasi prodigioso, che i medesimi soldati i quali dovevano togliere la basilica ai Cattolici, si unissero a loro (1).

Non meno importante per il mio argomento è l'esplicita dichiarazione fatta da S. Ambrogio, ch'egli, dacchè gli era giunta notizia dell'apposizione dei veli imperiali alla Porziana, non vi aveva mai posto piede. Tal dichiarazione fece S. Ambrogio ad un notaio, spedito dall'imperatore a domandargli ragione, perchè avesse mandato dei preti alla basilica Porziana, dopo che ad essa erano state appese le regie cortine: " Quando udii ch'era stata occupata dalle milizie la basilica (Porziana), io non mi presi altra libertà che di gemerne più profondamente, ed ai molti, che mi esortavano ad andare colà, risposi: Non posso consegnare la basilica, ma neppur devo combattere (con la forza). Di poi, avendo saputo ch'erano state tolte le cortine regie, ed il popolo facendomi ressa che mi recassi colà, vi mandai dei preti, ma non volli andarvi io stesso, dicendo: Spero in Gesù Cristo che l'Imperatore si metterà d'accordo con noi „ (2).

Ed era troppo naturale che un uomo di tanta prudenza ed esperienza, com'era Ambrogio, non commettesse l'errore di recarsi personalmente in una basilica, della quale l'Imperatore, col farvi apporre i veli, aveva dichiarato di prendere possesso.

" Tutto quel giorno (mercoledì), prosegue Ambrogio, si passò nella tristezza, e seppi ancora che i veli erano stati strappati per ischerno dai fanciulli. Io non potei ritornare a casa, perchè tutto attorno alla basilica stavano dei soldati, che la custodivano. Laonde passai la notte nella *basilica minore della chiesa*, recitando i salmi coi fratelli „ (3).

---

(1) " Dum haec tracto, suggestum est mihi cortinas regias esse collectas, refertam autem populo basilicam, praesentiam mei poscere; statimque eo converti sermonem meum, dicens: Quam alta et profunda sunt, etc. „ (n. 20).

(2) " Retuli dicens me nihil in preiudicium fecisse ecclesiae: eo tempore quo audieram occupatam esse a militibus basilicam, gemitum tantummodo liberiorem habuisse; multisque adhortantibus ut eo pergerem, dixisse: Tradere basilicam non possum, sed pugnare non debeo. Postea vero quam cognoverim cortinas regias inde esse sublatas, cum me populus eo ire deposceret, direxisse presbyteros, me tamen noluisse ire, sed dixisse: Credo in Christo quod ipse nobiscum faciet imperator „ (n. 22).

(3) " Exactus est totus ille dies in moerore nostro; scissae tamen ab illudentibus pueris cortinae regiae. Ego domum redire non potui, quia cir-

Digitized by Google

Il dì seguente (giovedì), radunatosi il popolo, nella stessa chiesa dove stava S. Ambrogio e dove aveva trascorsa la notte, cioè nella basilica vecchia, si prese a leggere, secondo il rito, il libro di Giobbe, e finita la lettura, il Santo ne aveva cominciata la spiegazione, quand'ecco giunse la notizia, accolta con immenso gaudio dal popolo, che l'Imperatore aveva richiamate le milizie dalla basilica, e restituite le multe, di cui erano stati aggravati i negozianti milanesi (1). Egli stesso poi spiega qual fosse quel giorno: " Era il giorno in cui Gesù si abbandonò per noi in potere dei suoi nemici, ed in cui nella Chiesa si rimette la pena dei peccati „ (2); ossia era il giovedì santo.

In ultimo S. Ambrogio termina la lettera, facendo fosche previsioni per l'avvenire e riferendo certe parole di alcuni cortigiani, da cui si poteva dedurre lo sdegno della Corte, e come Giustina non tarderebbe ad entrare di nuovo in lizza contro di lui, come in effetto si vide poi nel seguente anno 386.

Intanto dalla lettera di S. Ambrogio a sua sorella Marcellina si ricava con certezza, ch'egli celebrò le sacre funzioni del martedì, mercoledì e giovedì santo nella basilica vecchia. Non essendovi nessun motivo per supporre che alcuni giorni della Settimana Santa si celebrassero i sacri riti in una chiesa e alcuni giorni in un'altra, bisogna conchiuderne che S. Ambrogio nella basilica vecchia compiè le sacre funzioni eziandio nei giorni precedenti del sabato e della domenica delle Palme.

Ad essa quindi stava unita la *basilica baptisterii*, dove il Santo istruì i battezzandi, siccome è certo che aveva annesso pure un altro edifizio detto da Ambrogio *basilica minor*, dov'egli passò la notte del mercoledì, ed era forse una specie di sacrestia o sala, dove il vescovo si tratteneva e dava udienze fuori del tempo delle sacre funzioni.

In altre parole, la *basilica vetus*, dove S. Ambrogio celebrò i sacri riti della Settimana Santa del 385, ci si presenta con tutti i contrassegni d'una chiesa maggiore o cattedrale.

---

cumfusi erant milites, qui basilicam custodiebant. Cum fratribus psalmos in ecclesiae basilica minore diximus „ (n. 24).

(1) " Sequenti die . . . „ (n[i] 25, 26).

(2) " Erat autem dies quo se se Dominus pro nobis tradidit, quo in Ecclesia poenitentia relaxatur „ (n. 26).

Digitized by Google

Rimane ora da dimostrare quale fosse questa *basilica vetus*, il che farò dopo aver cercato di stabilire qual fosse la *basilica nova.*

§ 2. — *La* basilica nova *era la chiesa di S. Tecla.*

La basilica *nova, intramurana, quae maior est,* è certamente quella che S. Ambrogio in un altro suo scritto, cioè nella lettera ai Vercellesi, chiama semplicemente chiesa maggiore, là dove dice che i vescovi cattolici del concilio milanese del 355, Dionisio, Eusebio ed altri, furono trasportati via dalla chiesa maggiore, *ut raperentur ab ecclesia maiore* (1). Donde si ricava ch'essa già esisteva al tempo di S. Dionisio predecessore di S. Ambrogio. Tuttavia il nome di *nova*, che le veniva dato, ancora nel 385, ci obbliga a riportare la sua costruzione ad un tempo non molto anteriore.

Non mi pare di essere temerario facendo la congettura ch'essa venisse eretta per cura del vescovo Eustorgio I, antecessore di Dionisio. Tal congettura la deduco da quelle parole, che S. Ambrogio pronunziò nel suo discorso contro Assenzio, quando rispondendo alle domande fattegli dagli Ariani di lasciar loro una chiesa, diceva: " Lungi da me ch'io consegni l'eredità de' miei padri, l'eredità di un Dionisio che per la causa della fede morì in esiglio, l'eredità di Eustorgio confessore, l'eredità di Mirocle e di tutti gli altri vescovi cattolici miei antecessori ". La ragione d'aver qui nominato particolarmente Dionisio si capisce; poichè egli era il suo immediato antecessore, ed aveva combattuto per la stessa causa della fede contro gli Ariani, per cui egli allora combatteva. Ma dell'aver nominato in particolare Eustorgio e Mirocle a preferenza di tutti gli altri vescovi, non saprei addurre altra ragione se non questa: che Mirocle avesse costruito la basilica Porziana, ed Eustorgio la basilica *nova,* che erano le due chiese particolarmente richieste dagli Ariani a S. Ambrogio.

Del resto l'altro appellativo, che S. Ambrogio dà alla *basilica nova* di *intramurana*, non lascia dubbio, ch'essa si debba

(1) *Ep. ad Vercell.* in *S. Ambrosii Opera*, edit. Ballerini, V, 573. Anche Paolino la chiama chiesa maggiore: *ibid.*, VI, 908.

cercare là presso al luogo dov'è il presente duomo. Dico là presso, poichè è a sapersi che sull'area o nelle vicinanze del presente duomo, vi furono già due chiese, assai vicine tra loro, ed antichissime, una dedicata a S. Maria, che si trasformò col tempo nel presente duomo, l'altra a S. Tecla, distrutta nel secolo XV. Esse per molti secoli appariscono, come se formassero un' unica chiesa cattedrale, ufficiata dall'arcivescovo e dai canonici, poichè questi per metà dell'anno, cioè dalla 3ª domenica d'ottobre a Pasqua stavano in S. Maria, e da Pasqua alla 3ª domenica di ottobre in S. Tecla. Da quest'uso ne derivarono i nomi di chiesa *iemale*, con cui di solito si designava S. Maria, e di chiesa *estiva*, che davasi a S. Tecla.

Che nell'una o nell'altra delle due chiese sia da riscontrarsi la *basilica maior*, *nova*, *intramurana* di S. Ambrogio è indubitabile. Tutti senz'eccezione gli scrittori milanesi, da parecchi secoli, l'identificarono con S. Maria. Della basilica *vetus* pochi trattarono, forse perchè sfuggì in generale a tutti quel periodo della lettera di S. Ambrogio a Marcellina, dov' essa è nominata. Il Biraghi però la riscontrò senz'esitare nella chiesa di S. Tecla, a quel modo che, seguendo i precedenti scrittori, identificò la basilica *nova* con la chiesa di S. Maria (1).

Le conclusioni, a cui io dovetti venire, non collimano nè coll'opinione comune, nè coll'opinione del Biraghi, anzi le contraddicono, poichè esse portano che al tempo di S. Ambrogio non esisteva ancora la chiesa di S. Maria, e perciò nella sola chiesa allora esistente di S. Tecla si può riscontrare la basilica *nova*, *intramurana*, *quae maior est*, della lettera ambrosiana. Quindi mi troverei d'accordo col Biraghi in questo solo punto, che la chiesa di S. Tecla si può dire *vetus* rispetto alla chiesa di S. Maria, in quanto fu costruita assai prima di essa.

La prima spinta a pensare che S. Tecla fosse più antica di tempo che S. Maria, mi venne appunto dalla consuetudine del clero milanese di servirsi di S. Tecla per l'estate e di S. Maria solo per l'inverno. Mi parve ovvio il pensare che l'idea di costruire una chiesa o più piccola, o comunque più riparata dal freddo, sorgesse dopo che del freddo s'erano provati gl'inconvenienti. Se fosse stata fabbricata prima la chiesa di S. Maria,

(1) *Vita di S. Marcellina.* Milano, Clerc, 1889, pag. 67.

Digitized by Google

siccome in essa i canonici ed il vescovo si trovavano bene d'inverno, non avrebbero mai cercato di andarsene via d'estate, poichè nei climi freddi non è contro l'estate che si cercano dei ripari, ma contro l'inverno.

Queste considerazioni però da sole non potevano bastare se non a lasciarmi alquanto incerto nel decidere a quale delle due chiese si dovesse assegnare la precedenza nell'età. Quand'ecco m'imbattei in una testimonianza esplicita d'uno scrittore anonimo riportata dal Lattuada (I, 16), il quale afferma che dove sta il duomo presente (succeduto alla chiesa di S. Maria) stava la chiesa dei SS. Gabriele e Biagio, distrutta la quale, nell'anno 836, l'arcivescovo Angilberto II vi fece costrurre la chiesa di S. Maria o duomo. Il medesimo anonimo cita in genere *molti scrittori*, ed in particolare l'*Istoria pontificale di Giov. Francesco Besozzo* (1).

Il Lattuada, dopo aver riferito integralmente il passo dell'anonimo, soggiunge ch'egli *non produce alcuno approvato scrittore o documento.* Con le quali parole volle indicare che il Besozzo, che stampò le sue Vite dei Vescovi nel 1596, ed è il solo citato dall'anonimo, non era di tanta autorità da doversi accettare, sulla sola sua parola, una notizia così antica ed importante. D'altra parte, vedendo questa notizia corredata delle circostanze dell'anno e dell'arcivescovo autore della costruzione, non potevo a meno di crescere nel sospetto, che si trattasse d'una notizia degna di fede e proveniente da fonte assai più antica ed autorevole del Besozzo. Ed ecco, che ricercando negli antichi scrittori milanesi, trovai finalmente la fonte primitiva negli *Annales Mediolanenses minores*; i quali così registrano: *DCCCXXXVI. Aedificata est ecclesia sancte Marie maioris Mediolani* (2).

Gli *Annales Mediolanenses minores,* i quali giungono sino al 1281, furono creduti dal Jaffè, che li pubblicò per la prima volta nel 1863, identici a quella cronaca d'ignoto autore, che il Giulini conobbe e tante volte mostrò di pregiare per l'esattezza delle sue informazioni. Il Giulini la conobbe da un codice

(1) Il libretto dell'anonimo è intitolato: *Distinto ragguaglio dell'ottava meraviglia del mondo, ossia del Duomo di Milano.* Fu più volte stampato. Il Lattuada cita l'ediz. del 1723, pag. 8.

(2) *Monumenta Germ. Histor., Script.,* XVIII, pag. 392.

Digitized by Google

del monastero di S. Ambrogio, che portava il numero 161. Non v'è quindi motivo per rifiutare il fatto che gli *Annales* annunziano sotto l'anno 836; anzi vedremo che molti argomenti lo confermano, almeno indirettamente.

Il Giulini ammise che nel 787 non era ancora stabilita la divisione, com'egli dice, " delle due metropolitane, una di Santa Maria Maggiore detta basilica iemale... l'altra di S. Tecla detta basilica estiva ", e lo dedusse dalla carta, con cui nel detto anno l'arciprete Dateo istituì un ospedale pei trovatelli. Nella carta, Dateo afferma di istituire l'ospedale presso la chiesa maggiore, affinchè l'arciprete *pro tempore*, che presiederà all'ospedale, possa più facilmente intervenire ai divini uffizi (1). Però il Giulini credette che la chiesa maggiore, ivi nominata da Dateo, fosse la chiesa di S. Maria, adducendone le seguenti ragioni: " Di amendue quelle basiliche vi sono antichissime memorie, le quali ci assicurano che fra queste la vera e primaria metropolitana fu sempre quella di S. Maria, come lo è anche ai giorni nostri: sì perchè in ogni tempo portò il titolo di *maggiore*, col quale era distinta anche ai tempi di S. Ambrogio, poichè presso ad essa v'erano i due battisteri ed il palazzo arcivescovile; sì finalmente perchè quando trovansi nominate tutt'e due insieme, quella di S. Tecla è sempre posta in secondo luogo " (2). Il ragionamento del Giulini sarebbe inoppugnabile, se le memorie delle due chiese fossero anteriori all'836. Ma poichè la menzione più antica di chiesa iemale e di chiesa estiva trovasi solo nell'879, nel testamento dell'arcivescovo Ansperto, nulla se ne può inferire per la nostra questione. Inoltre le due chiese erano vicine, e quindi tutto ciò che si dice della vicinanza a S. Maria dei battisteri e del palazzo arcivescovile, può valere eziandio per S. Tecla. Il Giulini, preoccupato evidentemente dal fatto che nei secoli ultimi del Medio Evo, S. Maria godeva la precedenza su S. Tecla, si persuase agevolmente che tal precedenza

(1) " Confirmo ut sit Exenodochium praedictorum parvulorum in domo mea, quam emi... Et volo ut regatur per Archipresbiterum sanctae Mediolanensis Ecclesiae pro eo quod ipsa domus Ecclesiae cohaeret, ut ipse absque fatigatione ad officium Ecclesiae occurrere possit "; Muratori, *Antiq. Ital. Medii Aevi*, III, 588.

(2) Giulini, *Mem. stor. di Milano*, ad an. 787.

Digitized by Google

rimontasse fino ai secoli più antichi, e quindi non diede molta importanza alla notizia della costruzione della chiesa di Santa Maria nell'836, trovata da lui nella cronaca dell'anonimo, ora *Annales Mediolanenses minores*. Per la stessa ragione gli passò inosservato un passo della carta di Dateo, che per la presente questione è decisivo. Nella carta di fondazione Dateo non dice soltanto che il suo spedale stava *iuxta ecclesiam maiorem*, come riferì il Giulini. Queste parole stanno nel principio del diploma, ma più avanti Dateo afferma che la casa da lui comprata, nella quale intende stabilire l'ospedale, è coerente e confinante con la detta chiesa maggiore: *pro eo quod ipsa domus Ecclesiae cohaeret* (1).

Ora è un fatto certissimo, che una chiesa dedicata al Salvatore, che si sa essere stata annessa all'ospedale di Dateo, stava più vicino a S. Tecla, che a S. Maria, come risulta dalle testimonianze di coloro che la videro ancora in piedi, essendo essa stata distrutta solo alla fine del secolo XVIII. S. Tecla sorgeva sull'area della piazza presente del Duomo, e S. Salvatore stava verso l'angolo nord-est della stessa piazza. In una visita arcivescovile alla chiesa di S. Salvatore, che io vidi descritta nel volume 37, *Chiesa Metropolitana*, dell'archivio arcivescovile, si danno per confini alla chiesa o parrocchia di S. Salvatore, da un lato S. Tecla, dall'altro la chiesa di San Protasio e da un terzo la chiesa di S. Margherita. Onde ebbe piena ragione il dotto ab. Fumagalli, che nella carta antica di Milano, da lui tracciata nel 1778, la collocò nel luogo che corrisponde ai suddetti confini (2).

Nè osta che la chiesa di S. Maria fosse detta maggiore. Essa fu detta così anche dall'autore degli *Annales Mediol.*; ma osservo che *chiesa di S. Maria Maggiore*, non è lo stesso che *chiesa maggiore dedicata a S. Maria*, oppure semplicemente *chiesa maggiore*. Il predicato *maggiore* può intendersi aggiunto a Santa Maria per indicare che essa, di tutte le numerose chiese dedicate in Milano alla B. Vergine, era la maggiore, oppure ch'essa stava accanto alla vera chiesa maggiore, cioè a S. Tecla.

---

(1) Muratori, loco cit.

(2) *Vicende di Milano al tempo di Federico I Barbarossa*, Milano, 1778. Si veda il n. 47 della carta e pag. 269 del testo.

Digitized by Google

Il Giulini parla di memorie antiche delle due chiese, ma mentre per S. Maria il primo documento, che la ricorda espressamente, appartiene al secolo IX, assai più antichi sono quelli che ricordano o alludono all'esistenza di S. Tecla. Essi solo dopo la morte del Giulini vennero messi in più chiara luce.

Tristano Calchi narra che Attila incendiò la chiesa maggiore di Milano, e che, lui partito, essa fu ricostruita da Sant'Eusebio, ch'era allora arcivescovo. Nell'inaugurazione della nuova chiesa, un contemporaneo, che il Calchi stimò essere S. Massimo di Torino, pronunciò un'omelia, che ci fu conservata, ed ha per titolo: *In reparatione ecclesiae Mediolanensis*. Ivi non è dubbio che si parla della chiesa maggiore di Milano, poichè essa è detta *caput civitatis:* " Ecclesiam..... quae utique est caput civitatis, rediviva constructione reparavit... Qui ergo instaurationi capitis adfuit, dabit, si ita mereamur, ut iacentia capitis ipsius membra consurgant ". O il medesimo che compose l'omelia, o un altro contemporaneo di S. Eusebio, lasciò memoria della stessa ricostruzione in un epigramma, dove a ragione osserva l'Oltrocchi, si ripetono le idee e fin le frasi dell'omelia, come, per es., *rediviva constructione,* e *sub quadam resurrectionis specie in antiquum verticem sepulti huius templi culmen erectum est.*

Ecco l'epigramma:

Prisca redivivis consurgunt culmina templis;
In formam rediere suam, quae flamma cremarat.
Reddidit haec votis Christi qui templa novavit,
Eusebii meritis noxia flamma perit.

Or bene, la lapide recante quest'epigramma fu posta non altrove che in S. Tecla, e quivi ancora stava verso l'anno 790, allorchè fu vista e trascritta da un pellegrino straniero, che visitò le principali città d'Italia, e copiò le iscrizioni che trovava nelle chiese ed in altri pubblici edifizî. Egli copiò ancora un'altra iscrizione che stava sul fonte battesimale, ossia nel battistero della stessa chiesa di S. Tecla, iscrizione ch'egli credette composta da S. Ambrogio (1). Tutti segni che realmente S. Tecla sino alla fine del secolo VIII fu la chiesa maggiore, o cattedrale di Milano.

---

(1) Le due iscrizioni si trovano in De Rossi, *Inscriptiones christianae*, vol. II, pag. 161; e in *Corp. Inscript. Latin.* V, parte 2ª, pag. 617.

Digitized by Google

In ultimo, contro l'opinione del Biraghi, osservo che se S. Ambrogio per distinguere la basilica *nova* dalla vecchia, la designò non solo col nome di *nova* e di *quae maior est*, ma ancora col nome di *intramurana*, la basilica *vetus* evidentemente si deve ricercare tra le chiese che sorgevano fuori delle mura; onde, anche sotto questo riguardo, non si può ammettere che S. Tecla, la quale stava dentro le mura, fosse la basilica *vetus*.

L'Oltrocchi, riferendo i due suddetti epigrammi, si trovò singolarmente impacciato, come dovea trovarsi chi avea fisso in capo il pregiudizio che la chiesa cattedrale fin dai primi secoli cristiani fosse S. Maria, e d'altra parte non poteva nè voleva negare che gli epigrammi stessero in S. Tecla, e che perciò questa chiesa avesse contiguo il battistero, come si addiceva alla chiesa maggiore o cattedrale. Egli non seppe trovare migliore spiegazione all'infuori di questa, che Attila incendiasse le due chiese, di S. Maria e di S. Tecla, e che poi l'arcivescovo Eusebio le facesse ricostruire entrambe (1). Ma primieramente tal risposta non toglie la difficoltà, che nasce dal collocamento in S. Tecla delle due iscrizioni, poichè se S. Maria fosse stata maggiore e cattedrale, ogni ragione avrebbe voluto che in essa e nel suo battistero fossero poste le due iscrizioni. Inoltre essa è fondata sul presupposto, il quale ora si dimostra erroneo, che già esistesse la chiesa di S. Maria. Che se nell'iscrizione relativa ad Eusebio si parla in plurale di *templa*, ciò avviene per figura poetica, siccome apparisce dall'autore dell'omelia, contemporaneo del medesimo Eusebio, che parla della riedificazione non di due chiese, ma d'una sola chiesa, e chiesa cattedrale, o com'egli dice, *caput civitatis*.

L'Oltrocchi inoltre, con una lealtà che gli fa onore, non solo non nascose che la tradizione antichissima dei Milanesi, *perantiqua civium nostrorum traditio*, stava per la priorità cronologica di S. Tecla sopra S. Maria, ma recò di tal tradizione un importantissimo documento. È questo un decreto del Consiglio municipale di Milano, composto tra il 1389 ed il 1396, da cui risulta come a quel tempo non soltanto credevasi che S. Tecla fosse più antica di S. Maria, ma credevasi essere stata cattedrale metropolitana, ossia, sotto tutti i riguardi, chiesa mag-

(1) *Historia Ligustica Mediolanensis*. Milano, 1795, vol. I, pag. 104.

Digitized by Google

giore, *ecclesia maior*. Ecco le parole della deliberazione consigliare: *Praeterea festum praedictum B. M. de Nive celebretur eodem die in quadam capella ecclesiae S. Theclae, in qua fertur esse primum altare consecratum in partibus citramarinis per B. Barnabam Apostolum in honorem et reverentiam gloriosae Virginis Mariae..... Et cum ecclesia S. Theclae sit ecclesia cathedralis et metropolitana ac prior in Mediolano, et in ipsa sit repositus ab antiquo unus ex clavis..... cuius Virginis caput est in altari ipsius Ecclesiae, quae etiam in sexu foemineo prima in Testamento Novo palmam martyrii consecuta est.*

Di qui ognun vede quanto sotto ogni riguardo sia credibile la notizia data dall'ignoto, ma in generale accurato scrittore degli *Annales Mediolanenses minores,* che la chiesa di S. Maria, o chiesa invernale, fu costruita nell'836.

Tal notizia è del tutto conforme alla testimonianza del pellegrino del secolo VIII, ed all'antica tradizione milanese, la quale riteneva S. Tecla come più antica d'ogni altra chiesa e quindi anche di S. Maria. Essa è pure confermata da una congettura, che ora esporrò, intorno allo scopo che potè avere Angilberto II, il quale era veramente arcivescovo nel 836 (governò la chiesa di Milano dall'824 all'860), di far costruire una nuova chiesa vicina alla cattedrale, e adatta specialmente per la stagione dell'inverno.

§ 3. — *L'istituzione della vita comune tra i canonici di Milano.*

È noto che nel corso del secolo IX si diffuse grandemente l'istituzione della vita comune tra i canonici delle cattedrali secondo la regola datane nel secolo precedente dal vescovo Crodegango di Metz († 768). Il Muratori, nella dissertazione *De Canonicis*, ne dà molto merito all'imperatore Ludovico il Pio, che cercò di estenderla a tutte le città vescovili dell'impero. Cita poi varii documenti, da cui risulta che fin da quel secolo la vita comune fu stabilita in varie città italiane, quali Reggio ed Arezzo (1).

---

(1) *Antiquit. Ital. Medii Aevi,* vol. V, pag. 191.

Digitized by Google

Per quanto mi consta, non credo che sia stata trattata finora di proposito da nessun scrittore la questione se a Milano pure si stabilisse la detta vita comune. Il Giulini ne parlò solo incidentalmente (all'anno 876), mostrandosi assai inclinato per l'affermativa, e recandone varî indizî, tra cui uno dei principali fu appunto l'impegno ch'egli notò nei concilii di quel secolo, di raccomandare anzi di ordinare la stessa vita comune. Tra i concilii egli cita quello di Pavia dell'anno 876, ed io aggiungo che al medesimo intervenne l'arcivescovo milanese Ansperto, e che il suo decreto sulla vita comune è molto esplicito (1).

Osservo inoltre che tra i vescovi, i quali secondarono le esortazioni dei concilii e dei papi (tra cui Eugenio II nel concilio romano dell'826) ed il pio impegno dei sovrani carolingi, si trovano in quel secolo IX parecchi vescovi suffraganei dell'arcivescovo di Milano. Cito tra gli altri Norgaudo vescovo di Vercelli, che stabilì la vita comune tra i canonici verso l'844 (2), e, a giudizio del chiarissimo conte Cipolla, il vescovo Staurace d'Asti nell'899 (3), come pure, a mio giudizio, il vescovo Reghimiro di Torino verso l'850 (4).

In alcune città l'esistenza della vita comune consta da documenti posteriori, come a Cremona da un documento del 912 (5), a Novara da un documento del 985 (6); ma nulla vieta di credere che ivi pure cominciasse assai prima, e fin dal secolo IX. Ora sembra per lo meno improbabile, che mentre parecchi vescovi della provincia ecclesiastica milanese si mostrarono così solleciti di corrispondere ai desiderii dei concilii, dei papi e degl'imperatori, i soli arcivescovi di Milano, che a tutti dovevano precedere coll'esempio, e che spesso presero parte a quegli

---

(1) È il decreto X, e dice così: *Ut episcopi in civitatibus suis proximum Ecclesiae claustrum instituant, in quo ipsi cum Clero secundum canonicam regulam Deo militent;* Bosisio, *Concilia Papiensia*. Pavia, 1852, pag. 58.

(2) Savio, *Antichi Vescovi d'Italia, il Piemonte*, pag. 444.

(3) Ibid., 127.

(4) Ibid., pag. 320.

(5) Vedi l'articolo *Gli Statuti dei Canonici di Cremona del 1247* del chiar^mo^ prof. Novati nell'" Arch. Storico Lombardo „ del 1903, 4° fascicolo, pag. 446.

(6) Bescapè, *Novaria Sacra*, Novara, 1612, pag. 307.

Digitized by Google

stessi concilii, che prescrivevano la vita comune, siccome accadde ad Ansperto nell'876, nulla facessero a questo riguardo.

Gli è piuttosto da credere che quando Ludovico il Pio (814-840) sin dai primi anni del suo impero cominciò a mostrare vivo impegno per quell'istituzione, o l'uno o l'altro degli arcivescovi, che in quel tempo governarono la chiesa milanese, cercassero, primi fra tutti, di stabilirla.

E qui appunto noi c'imbattiamo in un arcivescovo di Milano, il quale fu uno dei più insigni che abbiano governato quella chiesa, e che tutto porta a credere non essere stato inferiore in questa parte a nessuno dei vescovi suoi suffraganei. Egli è Angilberto II, che viveva nell'836, ed a cui il Besozzo e gli altri autori, citati dall'anonimo del Lattuada, e confermati dagli *Annales Mediolan. minores*, attribuiscono, con tanta verosimiglianza, la fondazione della chiesa di S. Maria avvenuta in quell'anno.

Basta rammentare alcune delle sue qualità, per comprendere quanto sia verosimile, ch'egli pure istituisse a Milano la vita comune. Egli fu zelantissimo della disciplina ecclesiastica. In particolare sappiamo, che fece venire dalla Francia due santi uomini, l'abate Leodegario ed il monaco Ildemaro, affinchè ristabilissero la disciplina monastica nella sua diocesi, e quando ebbe raccolti buoni frutti dalla loro religiosa attività, li mandò al vescovo Ramperto di Brescia, che li desiderava per il monastero dei SS. Faustino e Giovita, da lui fondato. Nella quale occasione il vescovo Ramperto diede all'arcivescovo milanese la lode di *vir doctissimus, multorum affatim illustrationem desiderans, et non sua sed quae sunt Jesu Christi quaerens* (1). Non meno dimostra la virtù di Angilberto, e la stima in cui era tenuto alla Corte imperiale, la parte ch'egli prese per riconciliare Lotario con suo padre Ludovico il Pio (2).

Fu di più Angilberto assai splendido e generoso, nè gli mancarono mezzi pecuniari per dimostrare la grandezza del suo animo, e per sostenere, ove occorresse, qualsiasi buona istituzione. Il pallio d'oro da lui regalato all'altare di S. Ambrogio,

(1) Sassi, *Archiepiscop. Mediolan. Series*, vol. II, pag. 288.
(2) Ibid., pag. 289.

Digitized by Google

e che è ancora al presente uno dei cimelii più preziosi di Milano, basta da solo ad attestare la sua ricchezza e generosità.

Infine, per quanto se ne può giudicare, egli era francese d'origine (1). Tal sua origine la deduco primieramente dall'usanza che ebbero i sovrani carolingi di collocare nelle sedi vescovili italiane delle persone di loro fiducia. Che se di tal condotta si hanno esempi per altre sedi, come per es., per Torino, dove verso l'817 fu collocato lo spagnuolo Claudio, già cappellano di Ludovico il Pio, molto più si deve supporre per Milano, specialmente dopo che quivi l'arcivescovo Anselmo ebbe favorita, come fu creduto, la ribellione di Bernardo re d'Italia, nell'817. L'origine francese di Angilberto ci spiegherebbe eziandio più facilmente come facesse venire di Francia i monaci riformatori dei monasteri lombardi, e fosse personalmente conosciuto e stimato dalla Corte imperiale.

Diventa perciò assai probabile che un arcivescovo così pio, zelante, ricco e munifico, e per di più francese, o almeno assai devoto all'imperatore Ludovico il Pio, si adoperasse ad attuare un'istituzione sotto ogni riguardo commendevole e che stava tanto a cuore al suddetto imperatore.

La congettura, che ho fin qui esposta, conferma quindi la notizia degli *Annales Mediolanenses minores* che sotto il governo di Angilberto II nell'836 si erigesse una chiesa invernale prossima alla cattedrale ed al palazzo arcivescovile. Per tal modo si spiegherebbe lo scopo, ch'ebbe Angilberto nel promuovere la costruzione d'una chiesa per l'inverno. L'introduzione della vita comune tra canonici portava con sè la recita dell'ufficio divino in comune, non solo di giorno ma anche in certe ore della notte; onde si comprende, come volendosi introdurre la vita comune si sentisse la necessità d'una chiesa, la quale o per la relativa sua piccolezza, o per la disposizione architettonica, porgesse ai canonici maggior riparo contro il freddo.

In fine il nome di *duomo*, dato alla chiesa di S. Maria fin

(1) La sua appartenenza alla famiglia Pusterla si trova arbitrariamente affermata da scrittori di secoli recenti, quando vigeva l'andazzo di adulare le famiglie nobili, attribuendo loro capricciosamente santi, vescovi ed altri insigni personaggi antichi.

Digitized by Google

da secoli antichi (1) e sempre poi da essa ritenuto, conferma pure la congettura finora dichiarata. Poichè, sia che questo nome venga da *domus episcopi*, come pensano alcuni, oppure come credono altri da *ecclesia in domo canonicorum* o *episcopi*, sempre significa che essa stava vicina alla casa, nella quale, allorchè s'istituiva la vita comune, abitavano il vescovo ed i canonici (2).

§ 4. — *La basilica* vetus *era la chiesa dei SS. Nabore e Felice.*

Ammesso che nel centro della città ai tempi di S. Ambrogio non vi foss'altro che una chiesa, la *basilica nova*, *intramurana*, *maior*, e che questa si debba identificare con S. Tecla, ne viene che la basilica *vetus* si debba cercare tra quelle poche, di cui ci consta che esistevano in Milano e fuori delle mura cittadine. Esse, oltre la basilica *Portiana*, e le due chiese dei SS. Apostoli (S. Nazaro) e l'ambrosiana costruite poco prima del giugno 386 dallo stesso S. Ambrogio, erano: la basilica di Fausta, detta poi anche chiesa di S. Vitale, la chiesa di S. Valeria e la chiesa dei SS. Nabore e Felice. S. Vitale e S. Valeria si sa che furono sempre chiese assai piccole e piuttosto oratorii e cappelle che chiese. Quindi non resta che la chiesa dei SS. Nabore e Felice, in cui si riscontrino verificate le condizioni proprie, secondo S. Ambrogio, della basilica *vetus*. La basilica dei SS. Nabore e Felice in effetto era, anzitutto, assai antica. Il fatto che vi fu sepolto S. Materno immediato successore di Mirocle, poco dopo il 314, attesta ch'essa fu, se non la prima, certo una delle prime chiese, che dopo la pace di Costantino si erigesse in Milano. Innanzi ancora che vi si erigesse una chiesa, esisteva su quell'area un cimitero cristiano, nel quale tra gli altri furono

(1) La prima volta che il Giulini trovò il nome di *duomo* dato a S. Maria è del 1288; vedi *ad annum*. Ma già nel 1119 una chiesa di S. Michele colà vicina dicevasi S. Michele *sub domo*; Giulini, ad an. 864 e 876. Da una carta ricordata dal Puricelli, *Dissertat. Nazarianae*, capo 98, n. 13, citato dal Giulini, ad an. 876, vedesi che la casa del vescovo dicevasi pure *domus S. Ambrosii*.

(2) *Wetzer und Welte's Kirchenlexicon*. Friburgo, Herder, 1882-1903, vol. III, pag. 306.

Digitized by Google

seppelliti, anteriormente alla persecuzione di Diocleziano del 303, i martiri SS. Gervasio e Protasio. Ed è secondo ogni probabilità quell'area, che negli Atti di S. Vittore e nella lettera pseudo-ambrosiana su S. Vitale, due scritti del secolo V, è detta *hortus Philippi, domus Philippi*. Di poi nella persecuzione l'area fu venduta, e profanata, e così spiega il De Rossi come si perdesse la memoria del luogo, dove erano stati sepolti i SS. Gervasio e Protasio, ritrovati poi da S. Ambrogio nel 386, sotto il pavimento della chiesa dei SS. Nabore e Felice. Oltre all'essere antica, questa chiesa era anche assai capace di popolo, di guisa che, fin dove risalgono le sue più antiche memorie, sempre essa comparisce come una delle principali basiliche di Milano, mentre tali mai non furono considerate nè S. Valeria, nè la basilica di Fausta o S. Vitale.

Accettando l'identificazione della basilica *vetus* con la chiesa dei SS. Nabore e Felice, si comprendono meglio certi passi della lettera di S. Ambrogio a Marcellina. Per es., quando egli dice, che il mercoledì santo mentre stava nella basilica *vetus* si accorse dal mormorìo del popolo che i soldati circondavano la basilica, supposto che questa fosse la basilica dei SS. Nabore e Felice, la quale stava sull'area del presente quartiere di S. Francesco, presso la basilica ambrosiana, e quindi non era lungi dalla basilica Porziana, si comprende meglio, come i soldati che avevano occupato la Porziana, si distendessero fino a circondare la basilica *vetus*. Così pure si capisce meglio come S. Ambrogio, stando dentro la basilica *vetus*, ricevesse così facilmente notizia di quel che di mano in mano succedeva nella basilica Porziana. Così infine si comprende assai bene come S. Ambrogio il mercoledì sera non osasse, per timore dei soldati che stavano attorno alla detta basilica *vetus*, recarsi a casa sua. Questa, se non era nel luogo del presente palazzo arcivescovile, doveva però essere in luogo centrale della città, e in luogo siffatto che per andare di là alla chiesa dei SS. Nabore e Felice, oppure, come dice S. Ambrogio, *ad Martyres*, gli conveniva passare davanti al palazzo imperiale. Così afferma egli stesso nel discorso *De non tradendis basilicis*, dove narra che nella lotta contro gli Ariani e mentre era minacciato di esiglio e di morte, ogni giorno uscì di casa o per doveri d'ufficio o per recarsi alle tombe dei Martiri, e quindi ogni giorno pas-

Digitized by Google

sava davanti al palazzo imperiale (1). Questo sorgeva nelle vicinanze e forse di fronte alla chiesa di S. Giorgio, che tuttora porta il nome di S. Giorgio *in palazzo*.

Al contrario se egli avesse celebrate le sante funzioni di quei giorni nella *basilica nova*, ch'era nel centro della città e presso, come si suppone, alla sua casa, sembra che non avrebbe dovuto avere tanta difficoltà di recarvisi, trattandosi di un tragitto assai breve.

Laonde, ne conchiudo, che S. Ambrogio fece tutte le sacre funzioni pasquali cominciando dal sabato prima della Domenica delle Palme nella basilica *vetus*, e che questa si deve riscontrare nella chiesa dei SS. Nabore e Felice.

Resta un'ultima difficoltà: S. Ambrogio afferma ch'egli passò qualche tempo della Domenica delle Palme nella *basilica baptisterii*, ch'egli indica come vicinissima alla basilica nella quale celebrò la Messa in quel giorno. Ora dall'epigrafe, vista dal collettore del secolo VIII, sappiamo che v'era un battistero presso S. Tecla, il quale credevasi costruito da S. Ambrogio.

A questa difficoltà rispondo che nell'epigrafe non è detto per niente che S. Ambrogio fosse il costruttore del battistero. All'epigrafe è premesso il titolo *Versus S. Ambrosii*, ma è probabile che ciò provenisse dall'opinione del collettore, che li credette opera di S. Ambrogio. Ma in generale gli eruditi non li credono opera di S. Ambrogio; onde nè il Chevalier, nè il Dreves li accolsero tra gli inni autentici di S. Ambrogio. Il De Rossi riferì l'opinione affermativa del Biraghi, ma senza approvarla (2). Che se anche si voglia supporre che i versi, e quindi il battistero a cui i versi alludono, siano opera di S. Ambrogio, si può pensare che S. Ambrogio facesse costruire quel battistero dopo il 386. In tale ipotesi bisognerebbe dire, che essendo già molto cresciuto il numero dei cristiani, il S. Dottore scegliesse S. Tecla, la *basilica nova* e maggiore, come la chiesa ordinaria del vescovo, o come diremmo ora, catte-

(1) " Ergo ipse non quotidie vel visitandi gratia prodibam, vel pergebam ad Martyres? non regiam palatii praetexebam eundo atque redeundo? „; n. 15.

(2) *Inscript. christ.*, vol. II, pag. 161.

Digitized by Google

drale, perchè più comoda, siccome posta nel centro della città, e quindi vi facesse fabbricare un nuovo battistero.

Cosicchè il fatto stesso, che S. Ambrogio fu l'autore di un battistero nuovo presso S. Tecla, dimostrerebbe, che prima di S. Ambrogio e per qualche tempo durante il suo episcopato, esso fu altrove. Ciò posto, esso non poteva essere altro che presso alla basilica *vetus*, ossia alla basilica Naboriana.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

NOV 23 1904
4697

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

LIBRARY
ZOOLOGY,
CAMBRIDGE, MASS.

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXIX, Disp. 14ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Maggio 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, JADANZA, GUARESCHI, FILETI, MATTIROLO, MORERA, GRASSI e CAMERANO Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Socio GUIDI scusa la sua assenza.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1ª Dr. Giuseppe PIOLTI: *Gabbro orneblendico e Saussurite di Val della Torre (Piemonte)*, presentata dal Socio SPEZIA:

2ª Dr. G. BUGLIA: *Influenza dei cationi sulla coagulabilità del sangue*, presentata dal Socio GUARESCHI.

Il Socio MORERA presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dr. Tommaso BOGGIO, intitolato: *Sull'equilibrio delle piastre elastiche piane*. Il Presidente delega i Soci MORERA e SEGRE per riferire intorno ad esso.

Raccoltasi la Classe in seduta privata, procede alla nomina del Direttore della Classe, e riesce eletto il Socio Tommaso SALVADORI, salvo l'approvazione Sovrana.

Digitized by Google

LETTURE

Gabbro orneblendico e Saussurite di Val della Torre (Piemonte).

Osservazioni del Dr GIUSEPPE PIOLTI.

Gabbro orneblendico.

La strada che dal villaggio di Casellette conduce alle Grangie di Brione, ivi svolta bruscamente a sinistra per inoltrarsi in una piccola valletta denominata *Val della Torre*. Dal Comune omonimo, una mulattiera, sulla sinistra del rio Casternone, gira diversi valloncini secondari, e più in alto ed a destra di chi entra nella valle prosegue più ripida andando a finire al Colle della Lunella, da cui si può scendere a Viù.

Questa mulattiera ad un certo punto si interna in un valloncino, ne segue i fianchi per portarsi dalla parte opposta. E ad un po' più di un'ora di cammino dall'abitato di Val della Torre incontrasi sulla destra, fra serpentini, un dicco della larghezza di cinque metri ed oltre, d'una roccia avente a primo aspetto l'apparenza di una norite e che si fende con facilità in una direzione, mostrando cioè una specie di schistosità. Si osservano parti biancastre all'esterno e grigie internamente, alternate con numerosi noduli di un minerale di colore tra il bruno-cioccolatte ed il violaceo, che facilmente si potrebbe scambiare per iperstene. Come struttura, la roccia è paragonabile ad un gneiss ghiandone.

Un gabbro con aspetto assolutamente identico, ma con composizione mineralogica diversa, venne descritto e figurato dall'Harris Teall (1), proveniente da Karakclews (Cornovaglia) e così lo descrive l'autore succitato: " in questa varietà le strie che servono a stabilire la schistosità corrono attorno ad " occhi „ di diallaggio, che fanno ricordare notevolmente gli " occhi „ di feldspato nell'*augen-gneiss* „. Per cui l'autore chiama questo gabbro col nome di *augen-gabbro*, nome che si potrebbe tradurre con quello di *gabbro ghiandone*, per l'analogia d'aspetto col gneiss ghiandone.

(1) *British Petrography*. London, 1888, p. 178. Tavola XXVI.

Digitized by Google

Isolando i noduli summentovati e rompendoli si rende evidente la sfaldatura dell'anfibolo, con un angolo di 124° misurato con un goniometro d'Hauy, poichè data la superficie scabra e scagliosa di questi prismi ottenuti colla percussione, non è possibile servirsi di un goniometro a riflessione.

L'esame microscopico della parte inglobante l'orneblenda dimostra trattarsi di *saussurite*. A luce naturale scorgesi un reticolato torbido fra cui sonvi aree incolore: queste a luce polarizzata presentano i caratteri della *zoisite*. Questa saussurite, malgrado la sua torbidezza, è però molto più omogenea di altre saussuriti che ebbi occasione di esaminare e che per esempio contenevano plaghe costituite esclusivamente da granato incoloro. Frammenti isolati di questa saussurite scaldati al cannello ed alla fiamma ossidante diventano più scuri, perchè piccole quantità di protossido di ferro contenutevi si cambiano in sesquiossido: fondono facilmente in uno smalto bianchiccio colorando la fiamma in giallo.

L'*orneblenda* associata alla saussurite presenta nelle sezioni parallele a 010 un pleocroismo ben visibile ma non forte; le tinte variano dal bruno chiaro al roseo pallido, al verdognolo chiarissimo, quasi incoloro. Su 010 l'angolo d'estinzione oscilla da 17° a 18°. Il Linch (1), per l'orneblenda d'un gabbro del Kordofan su 010 trovò un angolo d'estinzione di 18°.

Se invece di esaminare il minerale isolato si osserva un preparato microscopico della roccia, scorgesi che le varie plaghe d'orneblenda presentano talora una struttura cataclastica ben evidente, in quanto che le linee di sfaldatura di una plaga fanno un angolo con quelle di una plaga contigua.

Spesso notansi inclusioni di *rutilo* in grani, con un colore però molto più chiaro di quello che osservasi nelle granatiti pirosseniche, nelle anfiboliti e rocce affini.

È frequente un accrescimento parallelo di orneblenda con *diallaggio* (fatto già riconosciuto da molti autori, fra cui il Kloos (2)), costituito da aree incolore che spiccano sul fondo

---

(1) *Beiträge zur Geol. und Petr. von Kordofan*, " Neues Jahrb. für Min. Geol. und Palaeont. „ XVII Beil., Band, III Heft - 1903, p. 411.

(2) *Studien im Granitgebiet des südlichen Schwarzwaldes*, " Neues Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeont. „ III Beil., Band 1885, p. 30 e seg.

Digitized by Google

bruno dell'orneblenda. A luce polarizzata poi il diallaggio naturalmente è molto ben visibile allorquando l'orneblenda è estinta. Talora rinviensi il diallaggio circondato da un bordo di orneblenda bruna, ben distinto, come anche venne spesso verificato da parecchi autori, fra cui lo Streng, fin dal 1862 (1). In taluni preparati microscopici finalmente il diallaggio è solo, talora geminato secondo 100, senza bordo d'orneblenda e lo riconobbi qualche volta inalterato, ma più spesso cambiato in un anfibolo fibroso leggermente verdognolo od incoloro, ben diverso dall'orneblenda compatta di cui parlai finora.

L'Harris Teall (2) discorrendo dell'orneblenda dei gabbri, dice: " lo sviluppo dell'orneblenda a spese dell'augite o del diallaggio delle rocce ignee basiche, nelle regioni non influenzate dal metamorfismo di contatto, fu descritto da un certo numero di osservatori e deve ora riguardarsi come uno dei fatti più definitivamente stabiliti nella scienza petrografica..... Il graduale rimpiazzamento del diallaggio con irregolari grani di orneblenda compatta si vede bene in molti gabbri del Lizard. Il cambiamento appare cominciare dai margini ed estendersi nell'interno, finchè ogni traccia del minerale originario sia scomparsa. Larghi cristalli di diallaggio aventi un diametro di un'oncia e più, possono essere cambiati in un aggregato di piccoli grani d'orneblenda senz'alcuna uniforme orientazione. Questo cambiamento è spesso accompagnato dal cambiamento del feldspato in saussurite e da una deformazione plastica della massa della roccia che dà luogo allo sviluppo della " flaser ", " augen " e schistosa struttura ".

Ora davanti ad affermazioni così esplicite io mi permetto solo di osservare che quanto dice l'autore si riferisce ai gabbri della Cornovaglia. Ma nel caso mio non credo che la sua opinione sia applicabile per varie ragioni.

Innanzi tutto l'autore stesso, più oltre (3), parlando dell'orneblenda bruna, assevera che l'orneblenda bruna di carattere secondario è relativamente rara. Per le trasformazioni poi ura-

---

(1) *Ueber Gabbro und den sogenannten Schillerfels des Harzes*, " Neues Jahrbuch für Min. Geognosie, Geol., etc. ", 1862, p. 949.

(2) Loco cit., p. 161.

(3) Loco cit., p. 166.

Digitized by Google

litica ed attinolitica sono perfettamente d'accordo coll' Harris Teall: trattasi in verità d'un cambiamento troppo spesso osservato e discusso per poter essere ancora messo in dubbio. Invece il dubbio a parer mio sorge rispetto all' orneblenda compatta, che, secondo l'autore, può essere bruna, verde od incolora. Vedremo in seguito come riguardo all'orneblenda bruna anche altri autori abbiano creduto opportuno di fare una distinzione.

Frattanto esaminiamo separatamente le varie argomentazioni addotte dall'Harris Teall.

Il dire che esistono piccoli grani d'orneblenda senz'alcuna uniforme orientazione non prova che tal ultimo minerale derivi da un altro, perchè nella cristallizzazione d'una sostanza invece di un cristallo unico può benissimo accadere che si formino parecchi cristalli variamente orientati, in dipendenza di diversi coefficienti che agirono durante la formazione dei cristalli, come vedesi ad esempio nella calcite delle amigdale delle diabasi o nel cosidetto quarzo a mosaico di varie rocce. Ed in molti preparati del gabbro orneblendico di cui discorro incontrai individui d'orneblenda variamente orientati, come era facile scorgere dalla diversa direzione delle linee di sfaldatura, ma questi individui sono intimamente fra loro a contatto e nulla accenna alla presenza d'un altro minerale da cui quelli siano derivati. Inoltre sul posto staccai frammenti di cristalli d'orneblenda assai grossi, di cui uno ha l'altezza di 4 centimetri, uno spessore di 22 millimetri ed una larghezza di 3 centimetri e mezzo; l'espressione *piccoli grani d'orneblenda* non è perciò qui applicabile.

Finalmente io mi domando: come è mai possibile che, non nello stesso dicco, non nello stesso pezzo di roccia, ma nello stesso preparato microscopico si trovino insieme il diallaggio trasformato parzialmente in aghi d'anfibolo chiaro con l'orneblenda compatta sanissima, se si ammette che ambi gli anfiboli derivino dal diallaggio? Le azioni chimiche e fisiche che determinarono la trasformazione del diallaggio in anfibolo dovettero agire su tutto il diallaggio della roccia e quindi sarebbe strano, per non dire incomprensibile, che in uno stesso preparato, qua il diallaggio si sia trasformato in anfibolo chiaro e là a qualche millimetro di distanza in orneblenda bruna compatta.

Il Kloos (1) è pure d'avviso, per il gabbro orneblendico di

(1) Loco cit., p. 32.

Digitized by Google

Ehrsberger, che non si possa considerare l'orneblenda compatta come una trasformazione del diallaggio, e con una serie di importanti considerazioni dimostra come in quella roccia trattisi d'un accrescimento simultaneo dei due minerali, ammettendo per contro che l'orneblenda fibrosa (1) si deve ritenere come un prodotto di trasformazione del diallaggio. Eziandio il Georges H. Williams (2) nel suo studio dei gabbri dei dintorni di Baltimora, dice che se il diallaggio dei detti gabbri si osserva spesso trasformato in aghi d'anfibolo verdi, invece l'orneblenda bruna compatta di quelle rocce devesi considerare come originaria. Finalmente anche il compianto Busatti (3) parlando dell'eufotide schistosa di S. Giorgio Albanese (Calabria) considerò come di *prima generazione* l'anfibolo giallo-bruno ed orneblendico, secondaria invece l'uralite proveniente dal pirosseno.

Quali siano le cause per cui nel gabbro di cui discorro alla saussurite (che rappresenta il feldspato basico) sia associata preferibilmente l'orneblenda e scarseggi o manchi il diallaggio, non è facile a determinarsi. L'esperienza ci dice solo che ad alta temperatura ed in *quelle determinate condizioni* in cui si fece l'esperienza si forma augite, a meno alta l'anfibolo. Ma sappiamo noi se in natura quelle condizioni erano identiche? Per altra parte è noto come esistano andesiti anfiboliche ed altre pirosseniche. Quindi ciò che è avvenuto in epoche relativamente recenti rispetto alle andesiti può essere avvenuto anche per rocce molto più antiche come sono i gabbri, e parmi quindi si possa conchiudere che i gabbri orneblendici ad orneblenda compatta debbansi considerare come rocce ad elementi originari costituenti una serie parallela ai gabbri pirossenici. D'altronde anche il Rosenbusch (4) è d'avviso che l'orneblenda bruna e compatta dei gabbri orneblendici debba considerarsi molto probabilmente come un componente primario.

---

(1) Loco cit., p. 33.

(2) *The Gabbros and associated Hornblende Rocks occurring in the neighbourhood of Baltimore,* " Bull. of the U. S. Geol. Survey ", N° 28. Washington, 1886, p. 24 e 41.

(3) " Atti della Società Toscana di Scienze Naturali - Processi verbali ", vol. VIII, 1893, p. 20.

(4) *Mikrosk. Physiogr. der massigen Gesteine.* Dritte Auflage. Stuttgart, 1896, p. 308.

Digitized by Google

Saussurite.

Benchè l'importanza delle osservazioni che si riferiscono alla saussurite sia di molto scemata dopo il diligente ed accurato studio fattone dal Cathrein (1), tuttavia io credetti opportuno di eseguire alcune ricerche sopra una saussurite di Val della Torre, in causa della sua speciale giacitura, come vedremo meglio in seguito.

Per quanto è possibile giudicare dall'aspetto esterno dei fianchi montuosi della Valle non coperti da vegetazione, le rocce della località, oltre alla già menzionata, sono *gabbri, gabbri a smaragdite, noriti, lherzoliti* ed in grande maggioranza i *serpentini*. Fra gli ultimi si trovano raramente vene, giallognole all'esterno e bianche nell'interno, della larghezza di 2 a 4 centimetri ed anche di più, talora proseguenti in linea retta per oltre un metro, talora biforcantisi. In dette vene osservansi spesso chiazze scure, or nere, or verdognole, ora giallo-metalliche, delle quali parlerò più oltre. La parte bianca fonde facilmente al cannello, ha una durezza di 6,5 ed un peso specifico di 3,09 alla temperatura di 24°. Una lamina dello spessore di 4 mm. è ancora pellucida.

Le varie gradazioni di tinta dal bianco candidissimo al roseo pallido, al roseo, al giallognolo, che si notano dall'interno all'esterno, sono evidentemente dovute ad un graduale processo d'ossidazione del protossido di ferro diffuso nella sostanza minerale, come è provato dal fatto che scaldando un frammentino alla fiamma ossidante compaiono macchiette gialle dovute alla trasformazione del protossido in sesquiossido.

Le impurità sono date da *pirite* in granuli, *serpentino*, *granato* incoloro e granato giallognolo, *menaccanite*.

Al microscopio osservasi una grande mancanza di omogeneità, poichè in certi casi notasi una specie di reticolato costituito da granuli irregolari isotropi, in altri havvi come un fondo incoloro su cui spiccano ciuffetti di aghi torbidi, in altri si osservano nella massa fondamentale *epidoto* (raramente), *zoisite*,

---

(1) " Zeitschr. für Kryst. und Min. ,, VII, 1883, p. 234.

granati incolori, quella avendo la predominanza e mostrando una fortissima dispersione, caratteristica, come è noto, per detto minerale.

Dall'insieme di questi caratteri e dal confronto dei preparati con altri contenenti saussurite tipica di altre località e da me studiati, conchiusi che probabilmente trattavasi di *saussurite*. Ed a proposito delle plaghe incolore ed isotrope giova notare che qualche autore avendo accennato alla presenza di *silice opalina* in noriti solo basandosi sul fatto dell'isotropismo di certe plaghe, staccai la parte d'un preparato che presentavasi isotropa e portatala sopra una lamina di platino facilmente la fusi al cannello. Come vedesi quindi, in questo caso mio speciale è più logico il supporre che le plaghe isotrope siano costituite da granato piuttostochè da opale, come ritenne anche il Michael per certe plaghe isotrope d'una saussurite d'un gabbro da lui studiato (1).

La massa incolora poi che in alcuni preparati costituisce come la parte fondamentale della nostra saussurite a luce polarizzata presenta spesso vivi colori d'interferenza e dimostrasi costituita da un aggregato di individui irregolarmente intrecciati. Secondo il Cathrein (2) tale massa si può considerare come il residuo dell'originario plagioclasio sostituito dalla zoisite e relativo epidoto. Tale ipotesi parmi giustificata per la seguente considerazione. Nella trasformazione del plagioclasio deve sicuramente avvenire una soluzione del minerale ed una successiva ricristallizzazione, ben inteso col concorso di acque mineralizzate circolanti, poichè se così non fosse non si potrebbe spiegare nella saussurite nè la grande diminuzione della silice, nè l'aumento della calce, nè la diminuzione della soda, nè la presenza della magnesia rispetto all'originario feldspato. E difatti coloro che, come il Brauns, riconoscono anche attualmente l'antico concetto dell'importanza delle acque circolanti nella trasformazione dei minerali, emettono ipotesi che vanno d'accordo coi dati che ci fornisce la chimica geologica. Affatto recente-

---

(1) *Ueber die Saussurit-Gabbros des Fichtelgebirges*, "Neues Jahrb. für Min. Geol. und Palaeont. „, 1888, 1, p. 39.

(2) Loco cit., p. 238.

Digitized by Google

mente (1) detto autore per spiegare come dall'analisi di una picrite alterata risultasse che in detta roccia vi era un'eccedenza di allumina rispetto alla picrite sana, ammise che tale eccesso venisse dal fuori, ammettendo in tal modo un processo più naturale di quello sostenuto da coloro pei quali un minerale può trasformarsi in un altro anche con aumento di elementi chimici senza l'aiuto di azioni esterne.

L'analisi della saussurite eseguita su frammenti esaminati uno per uno alla lente, per avere un materiale il più possibilmente puro, mi diede il seguente risultato:

SiO^2 =	38,61
Al^2O^3 =	28,—
FeO =	1,10
CaO =	28,90
MgO =	0,90
Na^2O =	1,44
Perdita al calor rosso =	1,08
	100,03

È degno di nota il fatto che il Michael trovò una quasi pura massa di zoisite in roccia, in cui erano riconoscibili macroscopicamente grossi cristalli del detto minerale, inchiusa nel serpentino (2) e la sua analisi presenta valori non molto dissimili da quelli della mia.

Analisi del Michael:

SiO^2 =	38,07
Al^2O^3 =	29,88
Fe^2O^3 =	4,22
CaO =	25,10
MgO =	0,82
Tracce di Mn	
Perdita =	2,62
	100,71

(1) *Die oberdevonische Pikrit und die aus ihm hervorgegangenen Neubildungen*, " Neues Jahrb. für Min. Geol. und Palaeont. ", XVIII Beil., Band-2, **1904**, p. 299.

(2) Loco cit., p. 47.

Digitized by Google

Egli spiega l'alta proporzione del ferro supponendo una mescolanza isomorfa con epidoto.

Il serpentino includente la mia saussurite a prismi incrociati presentasi con un fondo isotropo in cui si trovano disseminati numerosi aghi birifrangenti, di cui alcuni sono ordinati con un certo parallelismo che rammenta le linee di sfaldatura del diallaggio. Osservando poi i preparati che comprendono il serpentino e la saussurite, scorgesi che havvi un distacco nettissimo fra i due. Si direbbe quasi si tratti di una rottura nel serpentino riempita posteriormente da deposito di saussurite operatosi per via umida, non certo da un'iniezione di un gabbro abortito, ossia di un gabbro povero in diallaggio e trasformatosi susseguentemente, perchè con tale ipotesi si dovrebbero scorgere fenomeni di contatto fra il serpentino e la massa infiltratasi ad alta temperatura.

APPENDICE.

Compiute queste modeste osservazioni non mi posso trattenere dal pensare alla grande analogia di caratteri fisici fra la iadeite tipica bianca e certe saussuriti del genere della mia. Ambe fondono facilmente al cannello, ambe sono ancora trasparenti anche con un certo spessore, la durezza è pressochè identica. La densità in certe iadeiti è anormalmente bassa ed il Bauer cita il valore di 3,10 (io trovai per la mia saussurite 3,09) indicato dall'Issel (1) e dice che il Damour per certe iadeiti trovò valori identici. Per cui io son convinto che se si procedesse ad una revisione di tutte le ascie esistenti nei varî Musei del mondo e ritenute per iadeite soltanto pei caratteri della durezza, del peso specifico e della fusibilità, probabilmente parecchie iadeiti diventerebbero saussuriti al solo esame microscopico.

(1) *Der Jadeit und die anderen Gesteine der Jadeit-lagerstätte von Tammaw in Ober-Birma*, " Neues Jahrb. für Min. Geol. und Palaeont. ,, 1896, I, p. 20.

Digitized by Google

Influenza dei cationi sulla coagulabilità del sangue.

Nota di GIUSEPPE BUGLIA, Laureando in Medicina.

I.

Sappiamo dalla fisiologia che un gran numero di sali aggiunti al sangue ne impediscono la coagulazione: alcuni a piccola, altri ad alta dose. Ma la determinazione esatta della quantità minima sufficiente, dei diversi sali, a mantenere liquido il sangue, ancora non era stata fatta tranne che per alcuni pochi aventi azione decalcificante ed in rapporto alla funzione del calcio nella coagulazione del sangue (1). Però noi abbiamo creduto utile fare una serie di ricerche metodiche sull'azione anticoagulante dei sali, indipendentemente da qualsiasi preconcetto circa il modo d'agire loro. E mentre, in relazione colle teorie delle soluzioni saline, io ho cercato mettere in evidenza l'azione comparata dei cationi nella coagulazione del sangue, adoperando sempre dei cloruri, con ricerche parallele la studentessa sig.[a] E. Gardella sta facendo lo studio comparato degli anioni, usando sempre dei sali di sodio.

In una prima serie d'esperienze cercavo d'ottenere l'incoagulabilità del sangue e determinare la dose minima anticoagulante dei sali: successivamente feci altre serie d'esperienze (diluizione, neutralizzazione con reattivi chimici, aggiunta di siero) intese a delucidare il meccanismo intimo pel quale i sali dànno l'incoagulabilità, senza però avere la pretesa di risolvere per ora la questione.

(1) Arthus M., *La coagulation du sang*, " Scientia ", N° 5. Paris, Carré et Naud. — Sabbatani, *Azione antagonistica fra citrato trisodico e calcio.* — *Funzione biologica del calcio.* Parte II[a]: *Il calcio-ione nella coagulazione del sangue*, " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino " (anno 1900-901; anno 1901-902).

Digitized by Google

II.

Azione comparata dei sali sopra la coagulazione del sangue.

Per mezzo di una cannula ed un tubetto di gomma, raccoglievamo volumi eguali di sangue arterioso, cm^3 20, in vasetti di vetro che contenevano quantità varie del sale in esame, sciolto, per ogni serie di osservazioni, in uno stesso volume d'acqua. Cannula, tubetto di gomma e vasetti venivano puliti ed asciugati attentamente per ogni singola prova.

Si usava il sangue de' cani sani, sangue preso dall'arteria femorale o carotide: notavamo con cura il momento della presa del sangue ed il momento in cui la coagulazione era completa sino al punto cioè di poter capovolgere il vaso in cui si era formato il coagulo che restava aderente alle pareti.

La dose minima anticoagulante era calcolata dalla più piccola quantità di sale, espressa in grammi equivalenti, capace di mantenere un litro di sangue indefinitamente liquido, considerando come tale quel sangue che dopo 24 ore non presentava alcuna traccia di coaguli.

Nella presa del sangue i vasetti non furono riempiti l'uno dopo l'altro secondo l'ordine numerico, ma saltuariamente, perchè sfumasse, nel calcolo della durata per la coagulazione, quel breve tempo che passa tra il principio e la fine della sottrazione sanguigna. E nelle singole esperienze prendevamo sempre per controllo un saggio di sangue normale; altre volte due, uno al principio ed uno alla fine della sottrazione sanguigna, ritenendo come tempo impiegato nella coagulazione normale, la media di questi due saggi.

Il sangue normale veniva mescolato con acqua in modo da rendere la diluizione eguale a quella degli altri vasetti. La diluizione che subisce il sangue costituisce una causa d'errore inevitabile tanto più grande quanto maggiore è il volume della soluzione salina aggiunta; ciò in relazione al potere anticoagulante ed alla solubilità del sale. Ma nelle nostre esperienze l'errore è quasi trascurabile, perchè, usando per lo più soluzioni molto concentrate, abbiamo aggiunto al sangue un volume relativamente piccolo di soluzione salina. Solo quando il sale era molto attivo, usammo soluzioni piuttosto diluite; e questo non

Digitized by Google

tanto per seguire la buona regola in analisi che indica di non usare soluzioni molto concentrate allorchè si tratta di reattivi energici, quanto per evitare che un piccolo volume di soluzione concentrata male e non uniformemente si mescolasse alla massa sanguigna, della quale era lecito temere che solo una parte ed in modo troppo energico avrebbe risentito dell'azione tossica del sale.

Per maggiore comodità di calcolo usammo sempre soluzioni normali od un multiplo od un sottomultiplo esatto di esse. Fu poi nostra cura notare la temperatura dell'ambiente conoscendo quanto influisca sulla rapidità della coagulazione. Trattandosi di cani abbastanza grossi, il più delle volte furono fatte su di uno stesso varie sottrazioni di sangue, ma ad intervalli abbastanza lunghi, sì che l'animale aveva campo di rifarsi completamente; e ciò in modo manifesto risulta dai dati che raccoglievamo prima di fare le esperienze.

Nelle nostre ricerche, come già abbiamo accennato, adoperammo i cloruri; ma pel piombo, argento, rame, ferro, non essendoci stato possibile, usammo un altro sale sempre però confrontandolo al corrispondente sale di sodio (nitrato, acetato, solfato).

I sali usati erano provenienti dalla Casa Merck e dalla Casa Erba; ed alcuni non essendo ben sicuri della loro purezza, furono purificati o preparati in laboratorio: così il cloruro di stronzio fu ricavato dal bromuro, il cloruro di litio dal carbonato, il cloruro di cadmio dal solfato.

Per ogni sale abbiamo fatto varie esperienze: in alcune (di saggio) la quantità di sale che si aggiungeva al sangue era molto diversa e queste esperienze solo servivano ad indicarci approssimativamente l'energia anticoagulante del sale; in successive (di dettaglio) si variava aumentando o diminuendo a piccolissime dosi, quella quantità di sale, che per le esperienze antecedenti, pensavamo avvicinarsi al limite minimo per ottenere l'incoagulabilità.

Così questa veniva determinata in modo molto esatto non accontentandoci di un solo risultato, specialmente quando si usavano sali ad azione molto energica per i quali occorreva una precisa determinazione.

Riportiamo solo il risultato ultimo di queste esperienze.

Digitized by Google

§ I. **Potassio.** — La determinazione della dose minima anticoagulante del KCl presentava un certo interesse, perchè il potassio è un costituente normale del sangue; mentre però il sodio prevale nel plasma, il potassio prevale negli elementi corpuscolari del sangue (gr. 0,251 per litro di sangue di cane) (1).

Esperienza 1ª. — **Cloruro di potassio** (KCl), soluzione 4 N.
(24 luglio 1903). Temperatura ambiente 24° C.
Cane ♂ di Kgr. 30,400. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 31,300 ossia gr. equiv. 0,420 di KCl.

§ II. **Rubidio.**

Esperienza 2ª. — **Cloruro di rubidio** (RbCl), soluzione 4 N, reazione neutra.
(23 gennaio 1904). Temperatura ambiente 14° C.
Cane ♂ di Kgr. 18,500. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 48,250 ossia gr. equiv. 0,400 di RbCl.

§ III. **Cesio.**

Esperienza 3ª. — **Cloruro di cesio** (CsCl), soluzione 4 N, reazione neutra.
(23 gennaio 1904). Temperatura ambiente 14° C.
Si fece questa esperienza di dettaglio contemporaneamente alla antecedente, servendoci dello stesso animale.

Da essa risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 67,500 ossia gr. equiv. 0,400 di CsCl.

§ IV. **Sodio.** — La fisiologia (2) insegna che aggiungendo ad egual volume di sangue una soluzione circa al 10 % di NaCl. o una soluzione satura di $NaNO^3$, il sangue rimane stabilmente liquido; ma la dose minima anticoagulante non so che sia stata determinata con precisione nè dell'uno nè dell'altro sale.

Trattandosi di un elemento che in grande quantità si trova nel sangue, noi cercammo di fare uno studio dettagliato del

(1) Bottazzi, *Chimica Fisiologica.* Società Editrice, Milano, 1899, vol. II. p. 114.
(2) Bottazzi, l. c., p. 120.

Digitized by Google

$NaCl$ e del $NaC^2H^3O^2$ per vedere come variasse la velocità della coagulazione sanguigna in rapporto alla dose del sale aggiunto; per ciò tra l'esperienze di saggio e quelle di dettaglio ne intercalammo molte altre che qui non riportiamo.

Esperienza 4ª. — **Cloruro di sodio** ($NaCl$), soluzione 5 N.

(24 luglio 1903). Temperatura ambiente 24° C.

L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza col KCl (2ª).

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 30,710 ossia gr. equiv. 0,525 di $NaCl$.

Esperienza 5ª. — **Nitrato di sodio** ($NaNO^3$), soluzione 5 N, reazione neutra.

(12 dicembre 1903). Temperatura ambiente 13° C.

Cane ♂ di Kgr. 22,200. Sangue preso dall'arteria carotide destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 46,750 ossia gr. equiv. 0,550 di $NaNO^3$.

Esperienza 6ª. — **Acetato di sodio** ($NaC^2H^3O^2 + 3H^2O$), soluzione 3 N, reazione alcalina.

(12 dicembre 1903). Temperatura ambiente 13° C.

L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza antecedente.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 85,950 ossia gr. equiv. 0,705 di $NaC^2H^3O^2$.

§ V. Litio.

Esperienza 7ª. — **Cloruro di litio** ($LiCl$), soluzione 4 N.

(27 luglio 1903). Temperatura ambiente 24° C.

Cane ♂ di Kgr. 24,200. Sangue preso dall'arteria carotide destra.

Da questa esperienza di dettaglio risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 18,700 ossia gr. equiv. 0,440 di $LiCl$.

§ VI. Ammonio.

Esperienza 8ª. — **Cloruro d'ammonio** (NH^4Cl), soluzione 5 N.

(3 marzo 1904). Temperatura ambiente 15° C.

Cane ♂ di Kgr. 16,400. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza di dettaglio risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 25,412 ossia gr. equiv. 0,475 di NH^4Cl.

Digitized by Google

§ VII. **Calcio.** — Non è dubbia l'importanza massima della determinazione della dose minima anticoagulante del cloruro di calcio, rispetto agli altri cloruri, perciò che il Ca-jone è un elemento indispensabile nella coagulazione del sangue. Mentre si sa che a questo scopo sono sufficienti quantità estremamente piccole di $CaCl^2$, è pure noto che un lieve eccesso di questo sale porta sempre una diminuzione della coagulabilità del sangue (Regoli), diminuzione che per valori molto forti conduce all'incoagulabilità persistente. E questa incoagulabilità, ottenuta con un eccesso di calcio, che ci fa sembrare paradossali le esperienze dell'Arthus, per noi rappresenta solo un caso speciale dell'azione anticoagulante dei cationi. Mentre però per tutti gli altri metalli dobbiamo occuparci solo di un valore massimo, al di sopra del quale il sangue resta liquido, pel calcio dobbiamo occuparci anche di un valore minimo (fisiologico) al di sotto del quale il sangue resta pure indefinitivamente liquido (Sabbatani).

E qui crediamo opportuno aggiungere che il nostro studio diventa di interesse fisiologico per tutti quei sali che fanno parte del substrato chimico del sangue, ma per gli altri elementi estranei ad esso rimane puramente di interesse farmacologico.

Horne (1) ha osservato che i sali di calcio ritardano molto la coagulazione quando si aggiungono nel rapporto del 0,5 %.

Fleig (2) constatò che circa gr. 20 di $CaCl^2$ impediscono la coagulazione di un litro di sangue.

Sabbatani (3) otteneva l'incoagulabilità con gr. 18 (= gr. equiv. 0,324) di $CaCl^2$ per litro di sangue; Regoli (4), con gr. 16,65 (= gr. equiv. 0,300) pure per litro di sangue.

Vedremo a suo luogo perchè queste cifre non sono esattamente eguali a quelle da me ottenute, che qui riporto:

---

(1) Horne R. M., " Journ. of Physiol. ", XIX, 4, p. 356.

(2) Fleig, *De l'influence de l'hypercalcification sur la coagulation du sang*, " Journal de Physiol. et de Pathologie générale " (Extrait), n° 4, juillet 1902.

(3) Sabbatani, *Funzione biologica del calcio*. Parte II^a: *Il calcio-ione nella coagulazione del sangue*, " Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino " (anno 1901-902), p. 257.

(4) Regoli, *Sull'uso del calcio come emostatico*. Laboratorio di Farmac. Sper. della R. U. di Cagliari. Soc. Tip. Fiorentina (1902).

Digitized by Google

Esperienza 9ª. — Cloruro di calcio ($CaCl^2$), soluzione 20 %, reazione neutra.

(16 luglio 1903). Temperatura ambiente 24° C.

Cane ♂ di Kgr. 25,000. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da quest'ultima esperienza di dettaglio risultò che per rendere incoagulato un litro di sangue occorrono gr. 12,000 ossia gr. equiv. 0,216 di $CaCl^2$.

§ VIII. **Stronzio.**

Esperienza 10ª. — **Cloruro di stronzio** ($SrCl^2$), **soluzione 4 N, reazione neutra.**

(18 luglio 1903). Temperatura ambiente 24° C.

Cane ♂ di Kgr. 25,200. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 7,900 ossia gr. equiv. 0,100 di $SrCl^2$.

§ IX. **Bario.**

Esperienza 11ª. — **Cloruro di bario** ($BaCl^2 + 2H^2O$), soluzione 2 N, reazione neutra.

(9 luglio 1903). Temperatura ambiente 22° C.

Cane ♂ di Kgr. 24,500. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 19,550 ossia gr. equiv. 0,160 di $BaCl^2$.

§ X. **Magnesio.**

Esperienza 12ª. — **Cloruro di magnesio** ($MgCl^2 + 6H^2O$), soluzione 4 N, reazione neutra.

(5 luglio 1903). Temperatura ambiente 23° C.

Cane ♂ di Kgr. 13,200. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 12,000 ossia gr. equiv. 0,120 di $MgCl^2$.

§ XI. **Zinco.**

Esperienza 13ª. — Cloruro di zinco ($ZnCl^2 + 1\ ^1/_2 H^2O$), soluzione $^1/_8$ N, reazione leggermente acida.

(7 gennaio 1904). Temperatura ambiente 14° C.

Cane ♂ di Kgr. 19,000. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 0,204 ossia gr. equiv. 0,0025 di $ZnCl^2$.

Digitized by Google

§ XII. **Cadmio.**

Esperienza 14ª. — **Cloruro di cadmio** ($CdCl^2$), soluzione $^1/_5$ N, reazione leggermente acida.

(3 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.

Cane ♂ di Kgr. 16,000. Sangue preso dall'arteria carotide destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 0,550 ossia gr. equiv. 0,006 di $CdCl^2$.

§ XIII. **Mercurio.** — Gaglio (1) osservò che l'alaninato di mercurio in soluzione all'1 $^0/_0$ mescolato al sangue nel rapporto di volumi eguali, ne impedisce la coagulazione.

Cloruro di mercurio ($HgCl^2$).

Nelle molte esperienze fatte da noi con questo sale sia in soluzione molto concentrata (1 cm³ di soluz. $^1/_2$ N per 20 cm³ di sangue) sia in soluzione mediocremente e pochissimo concentrata (cm³ 0,5 di soluz. $^1/_{160}$ N per 20 cm³ di sangue) non ottenemmo mai l'incoagulabilità del sangue. A piccolissima dose sembra dia un lieve ritardo nella coagulazione del sangue normale, a dose elevata sembra invece dia un anticipo, ma il sangue coagulato presenta l'aspetto di una massa gelatinosa scura, fortemente laccata e trasparente.

§ XIV. **Rame.** — Gaglio osservò che il tartrato di rame in soluzione all'1 $^0/_0$, mescolato al sangue nel rapporto di volumi eguali, ne impedisce la coagulazione.

Nitrato di rame — $Cu(NO^3)^2 + 3H^2O$ reazione leggermente acida. — Per quanto abbiamo aggiunto al sangue questo sale a svariatissime dosi, più o meno diluite, non ottenemmo mai la completa incoagulabilità del sangue.

Solo in una esperienza il sangue rimase liquido per un certo periodo di tempo; e noi crediamo utile riportare le osservazioni di questa esperienza:

Esperienza 15ª. — A piccolissima dose (cm³ 0,1 di soluzione $^1/_{10}$ N per 20 di sangue) il sangue coagula dopo 1 ora.

A piccola dose (cm³ 0,5 di soluz. $^1/_{10}$ N per 20 cm³ di sangue) si formano fiocchettini bianchi ed il sangue coagula len-

(1) G. Gaglio, *Sulla proprietà di alcuni sali di ferro e di metalli pesanti di impedire la coagulazione del sangue*, “ Bull. delle Sc. Med. di Bologna ”, LXI, febbraio 1890.

Digitized by Google

tamente; a dose maggiore (cm^3 0,5 di soluz. $^1/_6$ N) i fiocchettini bianchi sembra diminuiscano, il sangue rimane liquido, assume un colore scuro e presenta un odore nauseoso, però alcune volte dopo 24 ore si osservano al fondo del vaso piccole masse filanti viscide; a dose sempre crescente i fiocchettini bianchi quasi non si formano, ma compare più o meno rapidamente un'intensa emolisi seguìta da coagulazione di tutta la massa sanguigna: il coagulo però non è affatto paragonabile a quello che si forma nella coagulazione normale, ma è una massa gelatinosa fortemente laccata trasparente (1).

§ XV. **Argento.**

Nitrato d'argento ($AgNO^3$) reazione neutra.

Per questo sale non ci fu possibile la determinazione della dose minima anticoagulante.

E dalle numerose nostre esperienze risultò che questo sale aggiunto al sangue a piccolissima dose (1 cm^3 di soluz. $^1/_{10}$ N per 20 cm^3 di sangue) porta un lieve ritardo nella coagulazione; a dose maggiore, indipendentemente dalla diluizione, dà luogo a quella seconda coagulazione rapida osservata già pel $HgCl^2$ e pel $Cu(NO^3)^2$.

§ XVI. **Piombo.** — Gaglio sperimentò col tartrato doppio di piombo e di sodio e vide che si otteneva l'incoagulabilità del sangue aggiungendovi un eguale volume della soluzione all' 1 %.

---

(1) Da questa esperienza pare dunque che quella stessa concentrazione salina del nitrato di rame, necessaria a mantenere incoagulato il sangue, possa essere sufficiente ad iniziare contemporaneamente il processo di una nuova coagulazione. Ed ora aggiungiamo che questo non è un fatto nuovo, ma analogo a quello osservato con altri sali sperimentando coi quali si vide un'intensa emolisi e la formazione di alcune masse filanti, viscide, allorchè si usava una concentrazione salina molto superiore a quella sufficiente a mantenere il sangue stabilmente liquido. Abbiamo fatto alcune osservazioni, al microscopio, del sangue trattato col nitrato di rame e si è visto che nella nuova coagulazione i globuli bianchi non sono alterati nella forma, ma circondati da un piccolo accumulo di globuli rossi assumenti l'aspetto di piccoli grappoli d'uva; qua e là nel campo microscopico si vedono anche bene distintamente lunghi filamenti di fibrina. Nel sangue che rimane liquido per un certo periodo di tempo si è visto che i leucociti sono più o meno distrutti e fissati a gruppi da piccoli ammassi di una sostanza differente nell'aspetto da quella dei filamenti fibrinosi.

Digitized by Google

Esperienza 16ª. — **Nitrato di piombo** [$Pb(NO^3)^2$], soluzione 1 N, reazione neutra.

(13 dicembre 1903). Temperatura ambiente 14° C.

Cane ♂ di Kgr. 9,500. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza di dettaglio risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 5,780 ossia gr. equiv. 0,035 di $Pb(NO^3)^2$.

Esperienza 17ª. — **Acetato di piombo** [$Pb(C^2H^3O^2)^2 + 3H^2O$], soluzione 1 N, reazione leggermente acida.

(6 dicembre 1903). Temperatura ambiente 15° C.

Cane ♂ di Kgr. 26,000. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 3,780 ossia gr. equiv. 0,020 di $Pb(C^2H^3O^2)^2$.

§ XVII. **Manganese.** — Gaglio dice che mescolando il cloruro manganoso od il citrato doppio di manganese e di sodio in soluzione all'1 % con egual volume di sangue appena estratto dall'arteria, la coagulazione è impedita.

La dose minima anticoagulante non ci risulta essere stata determinata con esattezza.

Esperienza 18ª. — **Cloruro di manganese** ($MnCl^2$), soluzione N, reazione neutra.

(25 luglio 1903). Temperatura ambiente 23° C.

Cane ♂ di Kgr. 7,000. Sangue preso dall'arteria carotide destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 3,150 ossia gr. equiv. 0,050 di $MnCl^2$.

§ XVIII. **Ferro**. — Gaglio ha osservato che i sali ferrosi aggiunti direttamente al sangue appena estratto dalle arterie o iniettati entro le vene riescono a rendere il sangue completamente e durevolmente incoagulabile, e dichiarava che per osservare sicuramente questa modificazione del sangue basta mescere nel rapporto di volumi eguali il sangue con una soluzione all'1 % di sale ferroso o iniettare nelle vene gr. 0,4-0,5 di sale ferroso per chilo corporeo dell'animale.

Dastre e Floresco (1) studiarono anch'essi l'azione anti-

(1) Dastre e Floresco, "Comptes rendus Société de Biologie", année 1896, pag. 281.

coagulante di alcuni composti di ferro, sia in vetro che per iniezione intravenosa; composti organici (peptonato di ferro) ed alcuni sali assai complessi quali il tartrato ferrico potassico, il tartrato di ferro ammoniacale, il pirofosfato di ferro sciolto nel citrato d'ammoniaca. Sperimentarono sul sangue anche col citrato di ferro paragonandolo al citrato di sodio e di magnesio, ma solo si limitano ad accennarne la maggiore energia anticoagulante.

Esperienza 19ª. — Solfato di ferro ($FeSO^4 + 7H^2O$), soluzione N, reazione leggermente acida.

(18 marzo 1904). Temperatura ambiente 16° C.

Cane ♂ di Kgr. 13,000. Sangue preso dalla carotide destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 2,780 ossia gr. equiv. 0,020 di $FeSO^4$.

§ XIX. **Cobalto.** — Gaglio, come pel manganese dice che il $CoCl^2$ in soluzione all'1 % mescolato al sangue in rapporto di volumi eguali, dà l'incoagulabilità.

Esperienza 20ª. — Cloruro di cobalto ($CoCl^2 + 6H^2O$), soluzione $^1/_4$ N.

(11 gennaio 1904). Temperatura ambiente 14° C.

Cane ♂ di Kgr. 19,000. Sangue preso dall'arteria carotide destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 1,437 ossia gr. equiv. 0,012 di $CoCl^2$.

§ XX. **Nickel.** — Gaglio sperimentò col citrato doppio di nickel e di sodio e vide che si otteneva l'incoagulabilità del sangue usando una soluzione all'1 % in egual volume del sangue.

Esperienza 21ª. — Cloruro di nickel ($NiCl^2 + 6H^2O$), soluzione $^1/_{10}$ N, reazione neutra.

(23 gennaio 1903). Temperatura ambiente 14° C.

Cane ♂ di Kgr. 18,500. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. 0,415 ossia gr. equiv. 0,0035 di $NiCl^2$.

§ XXI. **Acido cloridrico.**

Esperienza 22ª. — Acido cloridrico (HCl), soluzione 1 N.

(6 aprile 1904). Temperatura ambiente 16° C.

Cane ♂ di Kgr. 10,300. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Digitized by Google

Da questa esperienza risulta che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. equiv. 0,060 di HCl.

Con queste esperienze per tutti i sali da noi usati abbiamo determinato la dose minima anticoagulante: solo per due non siamo riesciti a mantenere liquido il sangue, e se, per ora, ci accontentiamo della semplice constatazione del fatto, più innanzi ne vedremo la ragione.

Da questa prima serie d'esperienze risulta in modo evidente che il sangue sempre più tempo impiega nel coagulare man mano che s'aggiunge più di sale fino a che s'arriva ad una concentrazione salina (che chiameremo valore critico) per la quale il sangue resta indefinitamente liquido. E questo ritardo nella formazione del coagulo meglio si osserva dalle prove col cloruro ed acetato sodico (sali poco attivi), nelle quali abbiamo fatto numerosi saggi aggiungendo al sangue anche minime quantità di sale: così abbiamo potuto mettere in evidenza il rapporto che passa fra la dose e l'effetto per ciò che si riferisce alla coagulabilità del sangue (1). Ma anche la retrattibilità del coagulo, misurata dalla quantità di siero che si forma, va generalmente diminuendo coll'aumentare della quantità di sale che si aggiunge al sangue. Solo trattandosi di sali ad azione debole si può osservare che la graduale diminuzione è preceduta da un aumento. Questo aveva già rilevato Sabbatani (2) sperimentando coi cloruri alcalini a concentrazioni molecolari molto elevate.

Se poi estendiamo il confronto a tutti i metalli facilmente possiamo vedere che mentre alcuni (alcalini) impediscono la formazione del siero solo aggiunti in grande quantità, altri (metalli pesanti in genere) manifestano lo stesso potere aggiunti in piccola dose ed in soluzione anche molto diluita. Sembra dunque che l'intensità d'azione del metallo si manifesti non solo sulla reazione enzimatica ma anche sulla retrattibilità della fibrina.

Oltre l'influenza che esercita sulla rapidità della coagulazione, l'aggiunta dei sali porta alcune variazioni nell'aspetto

(1) G. Buglia, *Concentrazione molecolare e Velocità della coagulazione sanguigna.* Comunicazione letta alla Soc. Med. Chir. di Bologna, 5 maggio 1904.

(2) Sabbatani, *Funzione biologica del calcio.* Parte II^a: *Il calcio-ione nella coagulazione del sangue,* " Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino ", anno 1901-902, p. 247.

Digitized by Google

fisico del sangue. Mentre nelle esperienze coi metalli alcalini abbiamo osservato un'accentuazione del colorito rosso del sangue sì che diventa scarlatto, in quelle fatte coi metalli pesanti, il sangue arterioso assumeva un aspetto di sangue venoso.

Molto verosimilmente questo carattere è attribuibile per massima parte al grado di concentrazione salina. Di fatti il colorito rosso vermiglio o bruno scuro era più accentuato nei vasetti che contenevano una maggiore quantità di sale.

Il colorito rosso chiaro si osserva anche iniettando nelle carotidi di un cane del cloruro sodico (1) od in seguito ad avvelenamento da ossido di carbonio ed acido cianidrico (Rabuteau).

In alcuni casi (*zinco*, *cadmio*, *cobalto*, *nickel*, *ferro*, *piombo*) l'aggiunta della soluzione salina non dà luogo ad un semplice cambiamento di colore, ma anche, parrebbe, a modificazioni più profonde, le quali si rendono palesi per la formazione di piccoli grumettini che aderiscono alle pareti del vaso.

Un fatto analogo si osserva nella coagulazione del sangue normale; e noi abbiamo constatato che i fiocchettini bianchi sono assai più voluminosi e meno scolorati allorchè si tratta di sangue preso da un animale al quale antecedentemente sono stati fatti parecchi salassi.

Se però macroscopicamente non sempre si può rilevare qualche carattere differenziale tra i fiocchettini bianchi che si osservano nella coagulazione del sangue normale e quelli che si formano quando si aggiunge un sale anticoagulante, all'esame istologico Ducceschi (2) asserisce che nel primo caso si tratta d'un'agglutinazione delle sole piastrine, Gaglio (3) nel secondo caso asserisce che sono le piastrine e i globuli bianchi riuniti in ammassi.

Da questa tabella riassuntiva, che riporto, appare manifesto che i risultati ottenuti sperimentando coi vari metalli, sono molto differenti.

---

(1) F. Novi, "Archives Italiennes de Biologie" (Extrait), t. XV, II, p. 27.

(2) V. Ducceschi, *Sur une modification macroscopique du sang, qui précède la coagulation*, "Arch. Ital. de Biologie", XXXIX, 210-216, 1903; "Journal de Phys. et de Path. gén.", par M. Chauveau et Bouchard, vol. V, 1903.

(3) G. Gaglio, *Sulla proprietà di alcuni sali di ferro e di sali metallici pesanti di impedire la coagulazione del sangue*, "Bullett. Sc. M. di Bologna", LXI, 2, 1890.

Digitized by Google

Sali sperimentati.

§	Nome	Formula	Esperienza	Saggio	Sangue in cm³	Soluzione salina aggiunta		Concentrazione min. sufficiente per litro di sangue	
						contenente °/₀ gr.	in cm³	in gr.	in gr. equiv.
I	potassio cloruro	KCl	1ª	10	20	29.840 (4 N)	2.1	31.30	0,420
II	rubidio „	RbCl	2ª	6	10	48.280 (4 N)	1.0	48.25	0,400
III	cesio „	CsCl	3ª	6	„	67.280 (4 N)	1.0	67.50	0,400
IV	sodio „	NaCl	4ª	10	20	29.250 (5 N)	2.1	30.71	0,525
„	„ nitrato	$NaNO^3$	5ª	1	„	42.500 (5 N)	2.2	46.75	0,550
V	litio cloruro	LiCl	7ª	6	„	17.000 (4 N)	2.2	18.70	0,440
VI	ammonio „	NH^4Cl	8ª	4	„	26.750 (5 N)	1.9	25.41	0,475
VII	calcio „	$CaCl^2$	9ª	2	„	20.000 (4 N)	1.2	12.00	0,216
VIII	stronzio „	$SrCl^2$	10ª	3	„	31.720 (4 N)	0.5	7.90	0,100
IX	bario „	$BaCl^2 + 2H^2O$	11ª	8	„	24.440 (2 N)	1.6	19.55	0,160
X	magnesio „	$MgCl^2 + 6H^2O$	12ª	6	„	40.700 (4 N)	0.6	12.20	0,120
XI	zinco „	$ZnCl^2 + 1\,{}^1/_2\,H^2O$	13ª	4	„	1.021 (¹/₈ N)	0.4	0.20	0,002
XII	cadmio „	$CdCl^2$	14ª	6	„	1.830 (¹/₈ N)	0.6	0.55	0,006
XIV	rame nitrato	$Cu(NO^3)^2 + 3H^2O$	15ª	3	„	2.418 (¹/₅ N)	0.5	0.60	0,005
XVI	piombo „	$Pb(NO^3)^2$	16ª	1	„	16.540 (1 N)	0.7	5.78	0,085
XVII	manganese cloruro	$MnCl^2$	18ª	1	„	6.300 (1 N)	1.0	8.15	0,050
XVIII	ferro solfato	$FeSO^4 + 7H^2O$	19ª	3	„	13.900 (1 N)	0.4	2.78	0,020
XIX	cobalto cloruro	$COCl^2 + 6H^2O$	20ª	10	„	2.975 (¹/₄ N)	1.0	1.48	0,012
XX	nickel „	$NiCl^2 + 6H^2O$	21ª	5	„	1.188 (¹/₁₀ N	0.7	0.41	0,003
XXI	acido cloridrico	HCl	22ª	8	„	3.650 (1 N)	1.2	2.19	0,060

Digitized by Google

Da cinquecento millesimi circa di grammi equivalenti sufficienti a rendere incoagulato un litro di sangue si arriva ad un minimo di pochi millesimi; e troviamo alcuni sali ad azione anticoagulante nè molto energica, nè molto debole, che segnano un passaggio graduale fra le due serie estreme.

Sebbene lontani dal voler fare una divisione anche schematica, pure appare evidente una distinzione in gruppi: sali che dànno l'incoagulabilità da seicento a quattrocento millesimi, da duecento a cento, da cinquanta a venticinque, e l'ultimo da uno a dieci. Questa distinzione è parallela a quelle in famiglie chimiche: ai sali di potere anticoagulante meno energico corrispondono i metalli alcalini, agli intermedî gli alcalino-terrosi, a quelli più attivi i metalli pesanti. Non riusciamo però a vedere alcuna relazione tra il peso atomico degli elementi e la loro energia anticoagulante.

E non deve recarci meraviglia se nel primo gruppo corrispondente ai metalli alcalini, si hanno notevoli differenze nelle cifre. Così è logico trovare la cifra maggiore pel sodio, perchè nel sangue (plasma) è il componente salino più abbondante (Na gr. 3,675 per litro di sangue di cane) (1).

Analogamente pel secondo gruppo corrispondente agli alcalino-terrosi, si osserva una notevole differenza tra il calcio e gli altri elementi. Non è dubbia l'importanza che questo metallo ha nel normale funzionamento dell'attività vitale. E per ciò che si riferisce al sangue basterebbe rammentare le esperienze del Green, del Pekelharing, dell' Arthus e dell' Hammarsten (2), per dimostrare quale e quanta sia l'azione specifica di questo metallo nel fenomeno della coagulazione.

Il far parte quindi degli elementi essenziali dell'organismo ci spiega come eserciti un'azione, meno intensa di quella del bario e dello stronzio, sulla coagulabilità del sangue.

Nel terzo gruppo (rappresentato dal manganese, dal piombo e dal ferro), troviamo metalli che hanno azione anticoagulante energica, e finalmente nell'ultimo gruppo (zinco, cadmio, cobalto, nickel) metalli la cui azione anticoagulante è intensissima.

---

(1) Bottazzi, *Chimica Fisiologica*, vol. II, p. 114.

(2) Vedi bibliografia: Arthus M., *La coagulation du sang*, " Scientia ", n° 5. Paris, Carré et Naud.

Digitized by Google

Se osserviamo poi le cifre ottenute col cloruro e col nitrato sodico vediamo che l'anione NO^3 e Cl hanno nell'incoagulabilità un'azione non molto dissimile. Non ci è lecito paragonare la dose minima anticoagulante del cloruro con quella del solfato sodico (gr. eq. 0,600), ottenuta da Sabbatani, giacchè per la determinazione di quest'ultima si cade nell'inevitabile errore di una forte diluizione della massa sanguigna: però da quei dati si può arguire che l'azione del jone SO^4 non s'allontana molto da quella del Cl ed NO^3.

Si comprende poi che la differenza sarà tanto meno rilevabile, quanto più energica sarà l'azione anticoagulante del jone metallico. Così sperimentando col nitrato (Pb, Ag, Cu) ed anche col solfato (Fe) otteniamo risultati che con molta approssimazione sono comparabili a quelli ottenuti per gli altri sali coi cloruri.

Questa prima serie d'esperienze, dunque, conferma il concetto che avevamo quando iniziammo le presenti ricerche, ossia che *l'influenza esercitata dalle soluzioni saline nella coagulazione del sangue è dovuta contemporaneamente al jone positivo ed al jone negativo.*

Si parlerà dell'influenza esercitata dai cationi o dagli anioni sulla coagulabilità del sangue a seconda dell'azione prevalente dell'uno o dell'altro jone. Nel caso nostro l'energia del jone negativo essendo sempre piccola e costante, le differenze sono esclusivamente attribuibili al *jone metallico.*

Ed una conferma di quanto asseriamo si trova in alcune esperienze fatte dalla studentessa E. GARDELLA. Da esse risulta che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono grammi equiv. 0,120 di ferrocianuro potassico [$Fe(CN^6)K^4$] e grammi equiv. 0,090 di ferricianuro potassico [$Fe(CN)^6K^3$]. Confrontando queste cifre con quelle da noi ottenute col solfato ferroso ($FeSO^4$), gr. equiv. 0,020 per litro di sangue, appare manifesto che le differenze d'intensità d'azione non dipendono dalla quantità di ferro presente, ma dall'attività speciale dei joni.

III.

Come la diluizione modifichi l'attività anticoagulante dei sali.

È noto dalla fisiologia che il sangue reso incoagulato con alcuni sali può coagulare colla diluizione.

Digitized by Google

Così man mano che si sperimentava coi diversi sali, aggiungevamo al sangue reso incoagulato, una quantità di soluzione fisiologica (0,75 %) tale da rendere doppio o triplo il volume della massa sanguigna, e si osservava se la coagulazione avveniva.

I risultati di queste esperienze trovansi riuniti nel seguente quadro:

Esperienza	Cane di Kgr.	*Cloruro di*	gr. equiv. per litro di sangue	Diluizione con	
				Soluz. fis. a volumi	*Osservazioni*
23ª	8.000	litio	0,440	1	coagula dopo ore 0.10′
		sodio	0,525	1	" " " 0.20′
		potassio	0,420	1	" " " 0.20′
24ª	7.500	rubidio	0,400	1 1/2	" " " 0.40′
		cesio	0,400	1 1/2	" " " 0.40′
25ª	7.600	calcio	0,216	1	" " " 22 (circa)
		stronzio	0,100	1	" " " 24 "
		bario	0,160	1	" non completamente
26ª	7.200	magnesio	0,120	1	" dopo ore 0.30′
		zinco	0,002	1	rimane liquido
		"	"	2	" "
		cadmio	0,006	1	" "
		"	"	2	" "
27ª	16.000	manganese	0,050	1	coagula dopo ore 0.50′
		cobalto	0,012	1	rimane liquido
		"	"	2	" "
		nickel	0,003	1	" "
		"	"	2	" "
		Nitrato di			
28ª	13.900	sodio	0,550	1	coagula dopo ore 2 (circa)
		piombo	0,035	1	rimane liquido
		"	"	2	" "
		Solfato di			
29ª	13.000	ferro	0,020	1	" "
		"	"	2	" "

Abbiamo poi ripetute queste esperienze variandone la tecnica in alcune modalità. Il sangue veniva diluito, sempre allo stesso grado, prima dell'aggiunta del sale anticoagulante: a tale scopo si metteva della soluzione fisiologica (0,75 %) in un cilindro graduato, e raccogliendo il sangue fluente dall'arteria si portava il liquido ad un volume doppio. Rapidamente poi si ver-

Digitized by Google

sava il sangue così diluito, misurandone una stessa quantità di cm^3, in una serie di vasetti che contenevano, come nella prima serie d'esperienze, quantità varie di sale anticoagulante sciolto per una stessa osservazione nel medesimo volume d'acqua. Così si osservava se era la stessa concentrazione salina che occorreva per un volume di sangue non diluito e diluito al $^1/_2$.

Anche qui riportiamo solo i risultati di queste esperienze delle quali alcune ripetutamente vennero fatte.

Esperienza 30ª. — **Cloruro di potassio** (KCl), soluzione 4 N.
(15 gennaio 1904). Temperatura ambiente 17° C.
Cane ♂ di Kgr. 7,000. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,420 di KCl.

Esperienza 31ª. — **Cloruro di rubidio** (RbCl), soluzione 4 N.
(8 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
Cane ♂ di Kgr. 16,000. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,480 di RbCl.

Esperienza 32ª. — **Cloruro di cesio** (CsCl), soluzione 4 N.
(8 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza antecedente.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,480 di CsCl.

Esperienza 33ª. — **Cloruro di sodio** (NaCl), soluzione 5 N.
(15 gennaio 1904). Temperatura ambiente 17° C.
Cane ♂ di Kgr. 7,000. Sangue preso dall'arteria femorale destra.
L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza col KCl.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorsono gr. equiv. 0,525 di NaCl.

Esperienza 34ª. — **Nitrato di sodio** ($NaNo^3$), soluzione 5 N.
(11 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
Cane ♂ di Kgr. 7,600. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,600 di $NaNO^3$.

Digitized by Google

Esperienza 35ª. — **Cloruro di litio (LiCl), soluzione 4 N.**
(19 gennaio 1904). Temperatura ambiente 22° C.
Cane ♂ di Kgr. 16,000. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,480 di LiCl.

Esperienza 36ª. — **Cloruro di calcio** ($CaCl^2$), soluzione 20 $^0/_0$.
(2 gennaio 1904). Temperatura ambiente 12° C.
Cane ♂ di Kgr. 22,000. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,252 di $CaCl^2$.

Esperienza 37ª. — **Cloruro di stronzio** ($SrCl^2$), soluzione 4 N.
(8 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
Cane ♂ di Kgr. 16,000. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.
L'animale servì per l'esperienza col RbCl (31ª).

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono circa gr. equiv. 0,180.

Esperienza 38ª. — **Cloruro di bario** ($BaCl^2 + 2H_2O$), soluzione 2 N.
(16 gennaio 1904). Temperatura ambiente 15° C.
Cane ♂ di Kgr. 16,500. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,180 di $BaCl^2$.

Esperienza 39ª. — **Cloruro di magnesio** ($MgCl^2 + 6H_2O$), soluz. 4 N.
(13 gennaio 1904). Temperatura ambiente 15° C.
Cane ♂ di Kgr. 19,000. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,160 di $MgCl^2$.

Esperienza 40ª. — **Cloruro di zinco** ($ZnCl^2 + 1\,^1/_2\,H^2O$), soluzione $^1/_{16}$ N.
(7 gennaio 1904). Temperatura ambiente 14° C.
Cane ♂ di Kgr. 19,000. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,0013 di $ZnCl^2$.

Digitized by Google

Esperienza 41ª. — **Cloruro di cadmio** ($CdCl^2$), soluzione $^1/_{10}$ N.
(11 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
Cane ♂ di Kgr. 7,600. Sangue preso dall'arteria carotide sinistra.

Da questa esperienza risulta che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono circa gr. equiv. 0,003 di $CdCl^2$.

Esperienza 42ª. — **Nitrato di piombo** [$Pb(NO^3)^2$], soluzione 1 N.
(8 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
Si usò dell'animale che servì per il $SrCl^2$ *(Esp. 37ª)*.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,015 di $Pb(NO^3)^2$.

Esperienza 43ª. — **Cloruro di manganese** ($MnCl^2$), soluzione N.
(16 gennaio 1904). Temperatura ambiente 20° C.
L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza col $BaCl^2$ *(Esp. 38ª)*.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,050 di $MnCl^2$.

Esperienza 44ª. — **Solfato di ferro** ($FeSO^4 + 7H^2O$), soluzione $^1/_2$ N.
(21 marzo 1904). Temperatura ambiente 14° C.
Cane ♂ di Kgr. 15,500. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,010 di $FeSO^4$.

Esperienza 45ª. — **Cloruro di cobalto** ($CoCl^2 + 6H^2O$), soluzione $^1/_4$ N.
(11 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.
L'animale servì contemporaneamente per l'esperienza col $CdCl^2$ *(Esp. 41ª)*.

Da questa esperienza si ebbe che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,006 di $CoCl^2$.

Esperienza 46ª. — **Cloruro di nickel** ($NiCl^2 + 6H^2O$), soluzione $^1/_{10}$ N.
(1° febbraio 1904). Temperatura ambiente 15° C.
Cane ♂ di Kgr. 10,000. Sangue preso dall'arteria femorale sinistra.

Da questa esperienza risultò che per rendere incoagulato 1 litro di sangue diluito al $^1/_2$ con soluzione fisiologica occorrono gr. equiv. 0,0015 di $NiCl^2$.

Digitized by Google

I risultati di queste esperienze sono riuniti in una colonna (*c*) al lato della quale (colonna *b*) per maggiore comodità di confronto abbiamo posto quelli che ottenemmo sperimentando su sangue non diluito.

Sale	Dose minima anticoagulante in gr. equiv. per litro di sangue	
	intero	diluito al 1/2
a	*b*	*c*
KCl	0,420	0,420
RbCl	0,400	0,480
CsCl	0,400	0,480
NaCl	0,525	0,525
$NaNO^3$ . . .	0,550	0,600
LiCl	0,440	0,480
$CaCl^2$	0,216	0,252
$SrCl^2$	0,100	0,180 (?)
$BaCl^2$	0,160	0,180
$MgCl^2$	0,120	0,160
$ZnCl^2$	0,0025	0,0013
$CdCl^2$	0,0060	0,0030
$PbNO^3$	0,035	0,015
$MnCl^2$	0,050	0,050
$FeSO^4$	0,020	0,010
$CoCl^2$	0,012	0,006
$NiCl^2$	0,0035	0,0015

Se mettiamo a confronto le cifre delle due colonne si osserva che nella maggioranza dei casi non presentano notevoli differenze. Infatti mentre occorrono gr. equiv. 0,440 di cloruro di litio per rendere incoagulato un litro di sangue normale, ne occorrono 0,480 per mantenere liquido un litro di sangue diluito al mezzo. Pel cloruro di calcio la differenza in più è di grammi equiv. 0,036; pel cloruro di bario di 0.020; pel cloruro di magnesio di 0,040.

E pare anche naturale che non si debba avere una perfetta corrispondenza nelle cifre, perchè il sangue diluito non presenta più la stessa composizione chimica di una eguale quantità di

Digitized by Google

sangue normale. Così la coincidenza delle cifre osservata in pochi casi (sodio, potassio, manganese) forse è puramente casuale.

Solo per alcuni metalli (zinco, cadmio, cobalto, nickel, piombo, ferro), la quantità che occorre per rendere incoagulato un litro di sangue diluito al $^1/_2$, è la metà di quella sufficiente a mantenere liquido uno stesso volume di sangue intero.

Da queste esperienze si vede che, come notavamo al principio delle nostre ricerche, l'aggiunta della soluzione salina al sangue molte volte è causa d'errore. Ma vediamo inoltre che questo errore è affatto trascurabile, perchè il volume massimo della soluzione aggiunta nelle nostre esperienze per la determinazione della dose minima anticoagulante dei sali, è appena di 2 cm^3 per 20 cm^3 di sangue; anzi nella maggioranza dei casi è assai minore. E la cifra, per esempio, del cloruro di calcio (0,216) rappresenta la dose minima anticoagulante di 1 litro di sangue più 75 cm^3 dovuti all'aggiunta della soluzione salina. Il numero teoricamente esatto sarebbe di gr. equiv. 0,201.

Così ci spieghiamo la diversità delle cifre riportate da Sabbatani (1) e da Regoli (2) nella determinazione della dose minima anticoagulante del $CaCl^2$ e quelle da noi ottenute; così ci rendiamo ragione delle differenze tra i risultati ottenuti da Sabbatani, studiando l'azione dei cloruri alcalini sulla rapidità della coagulazione, e quelli da noi riferiti.

Sabbatani e Regoli adoperando soluzioni troppo diluite aumentavano di un terzo il volume del sangue, di modo che i grammi equivalenti da essi ritenuti come sufficienti a mantenere liquido un litro di sangue, in realtà corrispondono a quelli che occorrono per rendere incoagulato un litro e mezzo di sangue. E facendo la proporzione si vede che i risultati corrispondono esattamente coi nostri: difatti i 324 millesimi di gr. equiv. riferiti da Sabbatani diventano 216 per un litro schietto di sangue: i 300 millesimi di gr. equiv. riferiti da Regoli diventano 200.

E noi di proposito insistiamo nella determinazione esatta della dose minima anticoagulante del $CaCl^2$, perchè questo sale è uno degli elementi essenziali nella reazione enzimatica. Ond'è che considerando l'azione anticoagulante su sangue arterioso di

(1) Sabbatani, *Funzione biologica del calcio.* Parte II^a, p. 247.

(2) Regoli, l. c.

Digitized by Google

cane, riuniamo i dati riferiti da Sabbatani, da Regoli e quelli ottenuti dalle nostre esperienze, deducendone la media:

Dose minima anticoagulante del $CaCl^2$ per litro di sangue.

	Valore ottenuto	Valore corretto	Media
Sabbatani . .	0,324	0,216	
Regoli . . .	0,300	0,200	**206**
Buglia . . .	0,216	0,201	

Ma ritornando al confronto delle cifre esposte nel quadro a pag. 23 circa la concentrazione minima dei diversi sali sufficiente a rendere incoagulato un litro di sangue intero o diluito al mezzo, resta sicuramente dimostrato che l'azione anticoagulante dei sali sempre è legata ad un determinato valore della concentrazione loro; valore che può variare alquanto, a seconda dello stato di maggiore o minore diluizione che il sangue subisce.

IV.

Azione antagonistica di alcuni sali sulla coagulabilità del sangue.

In un' altra serie d'esperienze abbiamo cercato, mediante la neutralizzazione chimica, di ripristinare la coagulazione del sangue antecedentemente reso incoagulabile per l'aggiunta di un sale. Infatti la fisiologia ci insegna che è possibile allontanare l'azione anticoagulante d'un sale precipitando il sale stesso con reattivi adatti.

Ed anche si sa che la sensibilità della reazione precipitante di alcuni sali (es. metafosfato sodico sul calcio, carbonato sodico sul cloruro di calcio) osservata in acqua pura o in presenza di sostanze albuminoidi (albumina d'uovo, siero di sangue) non appare diversa. Così il formarsi direttamente nel sangue circolante, del precipitato di ossalato di calcio, allorchè per le vene femorali si inietta separatamente, uno dopo l'altro, dell'ossalato e del cloruro di calcio in quantità equivalenti, ci attesta la presenza nel sangue dei joni ossalico e calcico ed il compiersi della reazione jonica che fra loro interviene nel torrente circolatorio. Ma

Digitized by Google

anche è noto che per molti sali non si ottiene un vero precipitato: si ha la formazione di un composto colloidale che solo alcune volte è visibile per un cambiamento di colore.

Infatti mescolando soluzioni tiepide equivalenti di cromato potassico e nitrato d'argento, contenenti entrambe dal 5 al 10 % di gelatina, non si ha un precipitato di cromato d'argento, benchè la mescolanza si colori nel rosso caratteristico del cromato d'argento, che attesta l'avvenuta reazione. E le esperienze di Coën sulla conducibilità elettrica hanno dimostrato che anche in questi casi la trasformazione è completa (1).

Dunque possiamo ritenere che la neutralizzazione avvenga anche quando nelle nostre esperienze, in presenza dei colloidi del sangue, non potremo osservare il fatto materiale della precipitazione.

A proposito di ciò ricordo un' osservazione che abbiamo fatto e che parmi abbastanza interessante. Avendo aggiunto a dell'albumina d'uovo, ed un' altra volta a del trasudato, del solfato di rame, osservammo la formazione di un precipitato avente il carattere del così detto albuminato di rame. Ma avendo poi aggiunto anche del ferrocianuro potassico, il liquido assunse il colorito caratteristico del ferrocianuro di rame ed il precipitato scomparve, restando un liquido fortemente colorato, ma perfettamente trasparente. Il che ora possiamo spiegare considerando che il precipitato albuminoideo persistesse finchè perdurava nel liquido una determinata concentrazione di rame, e scomparisse, per un fenomeno di retrocessione, allorchè col ferrocianuro si diminuiva la concentrazione del jone rame; e d'altro lato che il ferrocianuro di rame non precipitasse materialmente, pur formandosi come il colorito indicava, perchè, amorfo, in presenza di colloidi restava colloidale.

Prima di sperimentare col sangue abbiamo voluto vedere se i risultati delle prove fatte con acqua, che davano sempre un precipitato più o meno bene manifesto, erano identici a quelli che si sarebbero ottenuti in un mezzo albuminoideo; perciò pensammo di servirci (nelle identiche condizioni che avremmo

---

(1) Lobry A. C. De Bruyn, *L'état physique des substances insolubles dans l'eau, formées dans un milieu de gélatine*, " Rec. trav. chim. „ Pays-Bas, tome XIV, p. 236-249, a. 1900.

Digitized by Google

fatto pel sangue) di siero che per la sua trasparenza permetteva una simile osservazione.

Si vide che i risultati non erano sempre gli stessi: così nel caso del cadmio, cobalto, nickel, più carbonato sodico nel mezzo siero non si osserva nessun intorbidamento, nell'acqua un precipitato che però non è moltoappariscente.

La tecnica seguìta nelle esperienze fatte sul sangue è la seguente:

Raccoglievamo successivamente una misurata quantità di sangue arterioso in varî recipienti, dove si mescolava con la quantità minima, delle singole soluzioni saline, sufficiente a renderla incoagulata. Il sangue di ogni recipiente così trattato veniva da noi diviso dopo alcune ore (due o tre) in parti eguali: una serviva come controllo, per vedere se realmente quel sangue era reso incoagulabile, ed alle altre si aggiungeva il reattivo neutralizzante.

Furono scelti come reattivi quelli che avevano azione precipitante energica sui sali di cui si sperimentava il potere anticoagulante, e che non erano tali da alterare profondamente il sangue: si ebbe poi cura di non aggiungerli in tale proporzione che di per se stessi potessero dare l'incoagulabilità. Per solito si aggiungeva una quantità equivalente a quella dell'anticoagulante che si trovava in ogni vasetto dopo la divisione del sangue, benchè considerazioni aprioristiche, affermate dall'esperienza, ci dicessero che quantità assai minori erano efficaci.

Ecco brevemente riassunte le esperienze (V. Tab., p. 28-29):

Da queste esperienze si vede che l'azione anticoagulante di uno stesso sale può essere allontanata con varî neutralizzanti e che sempre non occorre che questi siano aggiunti nella quantità equivalente a quella dell'elemento chimico col quale devono entrare in reazione: così, per esempio, gr. equiv. 0,025 di Na^2CO^3 o di Na^2SO^4 sono sufficienti ad allontanare l'azione anticoagulante di gr. equiv. 0,100 di $SrCl^2$; gr. equiv. 0,012 di Na^2CO^3 sono sufficienti ad allontanare l'azione anticoagulante di gr. equiv. 0,050 di $MnCl^2$. Ciò si comprende bene in ordine a quello che s'è già visto nella prima serie d'esperienze: allora abbiamo osservato che per ottenere l'incoagulabilità coi diversi sali è indispensabile un determinato valore critico proprio a ciascun sale, mentre una quantità un po' minore era già insufficiente a

Digitized by Google

Esperienza	Cane di Kgr.	Sangue mantenuto liquido con			Neutralizzazione c	
					carbonato sodico	
		Cloruro di	Soluzione	gr. equiv. per litro di sangue	gr. equiv. per litro di sangue	*Osservazioni*
47ª	19.100	calcio	20 %	0,216	0,240 0,120 0,060	coagula dopo ore 0.15′ „ „ 2.30′ piccoli coaguli dopo 24 o
48ª	20.500	stronzio	4 N	0,100	0,200 0,100 0,050 0,025	rimane liquido coagula dopo ore 1.7′ „ „ 0.45′ „ „ 0.30′
49ª	7.600	bario	2 N	0,160	0,320 0,160 0,080 0,040	rimane liquido
50ª	7.200	magnesio	4 N	0,120	0,120 0,060 0,030	„ „
51ª	8.000	zinco	$^1/_8$ N	0,002	0,002 0,001 0,0005	„ „
		cadmio	$^1/_8$ N	0,006	0,006 0,003 0,001	„ „
52ª	16.000	manganese	1 N	0,050	0,050 0,025 0,012	coagula dopo ore 0.30′ „ „ 0.30 „ „ 2.0′
		cobalto	$^1/_4$ N	0,012	0,012 0,006 0,003	rimane liquido
53ª	7.500	nickel	$^1/_{10}$ N	0,003	0,003 0,002 0,001	„ „
		nitrato di				
54ª	13.900	piombo	1 N	0,035	0,035 0,015 0,010	„ „ coagula (?) dopo ore 12 rimane liquido
		solfato di				
55ª	13.000	ferro	1 N	0,020	0,040 0,020 0,010	traccie di coaguli liquido „
						idrato sodico
56ª	10.300	acido cloridrico	1 N	0,060	0,060	coagula dopo 1 ora

Digitized by Google

ore dall'aggiunta del sale anticoagulante con

solfato sodico	fosfato bisodico		ossalato sodico	
Osservazioni	gr. equiv. per litro di sangue	*Osservazioni*	gr. equiv. per litro di sangue	*Osservazioni*
coagula dopo ore 0.20'	0,240	rimane liquido		
traccie di coaguli dopo 24 ore	0,120			
" "	0,060			
coagula dopo ore 0.50'	0,300	" "		
" " 0.25'	0,100			
" " 4.30'	0,050			
" dopo circa ore 12	0,025			
rimane liquido	0.480	" "		
" "	0,160			
coagula dopo ore 2	0,080			
rimane liquido	0,040			
" "			0,120	rimane liquido
			0,060	
			0.030	
	0.002	" "	0,002	" "
	0,001		0,001	
	0,0005		0,0005	
	0,006	" "		
	0,003			
	0,001			
	0,012	" "		
	0,006			
	0.008			
	0,003	" "		
	0,002			
	0,001			
rimane liquido	0,035	" "	0,035	coagula dopo ore 1
	0,015		0,015	coagulo pochissimo retratto dopo 24 ore
	0,010		0,010	
	0,040	coagulo pochissimo retratto dopo 6 ore		
	0,020			
	0,010			

Digitized by Google

produrre l'incoagulabilità. Se quindi noi aggiungiamo un reattivo anche in una quantità che non sarebbe sufficiente a neutralizzare tutto l'anticoagulante, portiamo però quel valore critico al disotto del limite sufficiente all'incoagulabilità ed il sangue ricoagula.

Pare anzi che la neutralizzazione totale in alcuni casi sia dannosa, forse, perchè si produce nella reazione chimica uno squilibrio troppo forte. In questo dubbio ci conferma il fatto che il sangue, reso incoagulato dal cloruro di bario, coagula solo allorchè si neutralizza circa la metà del bario presente con del solfato sodico, e il fatto che il sangue incoagulato dal cloruro di stronzio impiega minor tempo nel coagulare aggiungendo una quantità $^1/_4$ equivalente di carbonato sodico, di quello che impiega aggiungendone una quantità 1 equivalente.

Altre volte invece si può ottenere la coagulazione del sangue aggiungendo anche un eccesso di reattivo, però ciò dipende dall'energia anticoagulante propria al· neutralizzante usato. Così, per esempio, gr. equiv. 0,100 di $SrCl^2$ più gr. equiv. 0,200 di Na^2SO^4 permettono la coagulazione; questa non si ha con gr. equiv. 0,100 di $SrCl^2$ più gr. equiv. 0,200 di Na^2CO^3. Tanto nell'un caso che nell'altro abbiamo in più gr. equiv. 0,100 del reattivo, ma mentre sappiamo che gr. equiv. 0,100 di Na^2SO^4 non sono capaci di rendere incoagulato un litro di sangue, ci è pure noto che gr. equiv. 0,100 di Na^2CO^3 sono più che sufficienti a mantenere liquida la stessa quantità di sangue (1).

Non sempre poi il medesimo reattivo è adatto alla neutralizzazione dei varî sali, perchè questa idoneità dipende anche dal grado di solubilità del composto che si forma. Così, per esempio, nel caso del magnesio, che non permette la coagulazione con nessuno dei reattivi da noi usati è lecito supporre che ciò dipenda dal grado di solubilità, per quanto piccolo, già troppo elevato, dei varî precipitati che si ottengono.

Con questa interpretazione però non giustifichiamo la mancanza della coagulazione nel caso dello zinco, cadmio, cobalto.

---

(1) Sabbatani, *Funzione biologica del calcio*. P. IIª, p. 250. Dose minima anticoagulante, per litro di sangue, del:

Na^2SO^4 gr. equiv. 0,600
Na^2CO^3 gr. equiv. 0,066

Digitized by Google

nickel, perchè i composti che si formano coll'aggiunta dei nostri reattivi sono considerati insolubili. Ma di questa eccezione avremo modo di parlare più innanzi.

Dobbiamo inoltre ricordare che siamo ben lungi dal poter determinare le modificazioni che possono avvenire in certe reazioni, allorchè vogliamo ottenerle nella massa sanguigna.

Queste esperienze fatte colla neutralizzazione chimica dimostrano che si può ottenere la coagulazione del sangue reso incoagulato, diminuendo la concentrazione di quell'elemento che lo mantiene liquido: dunque quelle modificazioni che si erano prodotte nel sangue e che avevano portato all'incoagulabilità di esso sono in certo senso reversibili (1).

Dalle esperienze precedenti abbiamo veduto che non è possibile allontanare con reattivi l'azione anticoagulante dello zinco cadmio, cobalto, nickel; e noi dubitando che ciò solo potesse dipendere da insufficienza dei mezzi usati, procurammo di diminuire la concentrazione dell'anticoagulante in modo diverso.

La chimica analitica ci diceva (2) che un elettrolita poco dissociato in presenza d'un elettrolita fortemente dissociato, avente un jone in comune subisce una retrocessione nella dissociazione jonica, perciò il grado di concentrazione del jone libero diminuisce. Così noi aggiungemmo al sangue reso incoagulato dal $ZnCl^2$ una forte quantità di cloruro sodico, tale però che per sè stessa avrebbe portato un semplice ritardo di 30 minuti nella coagulazione del sangue normale.

La tecnica di questa esperienza è eguale a quella che servì alla determinazione della dose minima anticoagulante dei sali.

Esperienza 57ª. —

(24 febbraio 1904). Temperatura ambiente 13° C.

Cane ♂ di Kgr. 19,600. Sangue preso dall'arteria femorale destra.

Si raccoglieva un egual volume di sangue arterioso (20 cm^3) in due serie di vasetti (*A* e *B*), che egualmente contenevano quantità varie di soluzione $^1/_8$ N di $ZnCl^2$. Però in ogni vasetto

---

(1) Troveremmo un fenomeno analogo a quello della riviviscenza dei tessuti.

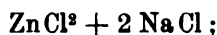
(2) Ostwald W., *Elementi scientifici di chimica analitica*. Traduzione sulla 3ª ediz. tedesca del Dott. A. Bolis. Milano, Hoepli, 1901.

Digitized by Google

della serie A aggiungevamo anche 1 cm^3 di NaCl soluzione 5 N. In quelli della serie *B* per rendere eguale la diluizione, quantunque sapessimo dalle esperienze su sangue diluito che non era strettamente necessario, aggiungevamo 1 cm^3 d'H^2O. Adoperammo sangue dello stesso animale e fu raccolto nei vasetti al modo solito.

Dopo ventiquattro ore si vide che dove avevamo aggiunto acqua (serie *B*) occorrevano, per ottenere l' incoagulabilità di 1 litro di sangue, gr. equiv. 0,0025 di $ZnCl^2$, mentre dove si era aggiunto cloruro sodico (serie *A*), gr. equiv. 0,0062 non erano ancora sufficienti ad impedire la coagulazione di 1 litro di sangue.

Dunque diminuendo la concentrazione jonica del $ZnCl^2$ se ne diminuisce il potere anticoagulante. E non si deve pensare che tutto questo dipenda invece dalla formazione di un sale doppio, cloruro doppio di zinco e di sodio: è noto che per la formazione di questo sale occorre una molecola di cloruro di zinco più due molecole di cloruro sodico,

$$ZnCl^2 + 2\,NaCl\,;$$

che un litro di sangue di cane contiene gr. equiv. 0,1607 di NaCl; e che per rendere incoagulato 1 litro di sangue occorrono gr. equiv. 0,0025 di $ZnCl^2$ (*Esper. 13ª*); dunque è logico ammettere che la combinazione non potrebbe evitarsi, anche quando aggiungessimo al sangue solo il cloruro di zinco. A maggior ragione poi questa combinazione si dovrebbe effettuare allorchè si diluisce il sangue con una soluzione fisiologica.

E allora il fatto che la diminuita concentrazione jonica diminuisce il potere anticoagulante del cloruro di zinco ci fece pensare che l'incoagulabilità del sangue fosse un fenomeno reversibile, ma solo entro determinate condizioni sperimentali.

Perciò ripetemmo la precedente esperienza aggiungendo in una 1ª prova il cloruro sodico 6 minuti dopo che il sangue era reso incoagulato dal cloruro di zinco; in una 2ª, 3 ore dopo.

Nel primo caso (*Esperienza 58ª*) si vide ancora che gr. equiv. 0,0062 di cloruro di zinco non impedivano la coagulazione di un litro di sangue (quantunque il coagulo che si formava fosse pochissimo compatto); nel secondo caso (*Esperienza 59ª*), si vide che gr. equiv. 0,0025 di $ZnCl^2$ anche dopo

Digitized by Google

24 ore, erano più che sufficienti a mantenere completamente liquido il sangue.

Sembra dunque da queste esperienze che l'incoagulabilità dovuta ad alcuni sali possa essere un fenomeno reversibile, ma solo entro un limitato periodo di tempo, quando cioè il jone anticoagulante non ha ancora esercitata la sua azione su qualcuno degli elementi del sangue; una volta che questa azione ha avuto campo di esplicarsi, la diminuzione della concentrazione jonica non ha più alcuna influenza, perchè il sangue è privo di un elemento necessario alla sua coagulabilità.

V.

Come l'aggiunta di siero possa modificare l'azione anticoagulante dei sali.

Con un' ultima serie d'esperienze abbiamo voluto osservare quale influenza poteva avere l'aggiunta di 20 goccie di siero, formato da sangue normale raccolto ventiquattro ore prima, al sangue reso incoagulato dai varî metalli.

Qui riuniamo i risultati:

Esperienza	Cane di Kgr.	*Cloruro di*	gr. equiv. per l. di sangue	Aggiunta di siero dopo 3 ore dall'agg. del sale anticoagulante		
				sangue cm³	siero goccie	*Osservazioni*
60ª	8.000	litio	0,440	10	20	coagula dopo ore 0.40′
		sodio	0,525	„	„	„ „ „ 15 (circa)
		potassio	0,420	„	„	„ „ „ 4 „
61ª	7.500	rubidio	0,400	„	„	coagulo pochissimo retratto dopo ore 24
		cesio	0,400	„	„	
62ª	7.600	calcio	0,216	„	15	coagula dopo ore 12 (circa)
		stronzio	0,100	„	„	
		bario	0,160	„	„	
63ª	7.200	magnesio	0,120	„	10	„ „ „ 18 „
		zinco	0,002	„	20	rimane liquido
		cadmio	0,006	„	„	
64ª	16.000	manganese	0,050	„	15	coagula dopo ore 2
		cobalto	0,012	„	20	rimane liquido
		nickel	0,003	„	„	
		nitrato di				
65ª	13.900	sodio	0,550	„	„	coagula dopo ore 24 (circa)
		piombo	0,035	„	„	rimane liquido
		solfato di				
66ª	13.000	ferro	0,020	„	„	„ „

Digitized by Google

Da essi appare che nella maggioranza dei casi si può ripristinare, più o meno lentamente, la coagulazione; solo trattandosi dello *zinco*, *cadmio*, *cobalto*, *nickel*, *ferro*, *piombo*, il sangue rimane ancora completamente liquido.

Riassunto critico.

Confrontando l'azione anticoagulante dei sali, da noi sperimentati, abbiamo visto che con tutti (tranne due) si può ottenere l'incoagulabilità del sangue: però con alcuni solo ad alta dose, con altri a media, e infine con pochi altri a piccolissima dose: e l'intensità anticoagulante dei varî sali è in stretta relazione colle famiglie chimiche, sicchè i più attivi sono i metalli pesanti, i mediocremente attivi, i metalli alcalino-terrosi, e quelli a debolissimo potere anticoagulante sono i metalli alcalini. E ciò benissimo si vede dalla grafica annessa al presente lavoro.

Abbiamo visto inoltre che mentre per la maggioranza dei sali è possibile ripristinare la coagulabilità del sangue con varî mezzi, per pochi altri invece, non si è potuta ottenere. E distinguiamo così tutti i sali in due gruppi: nel primo comprendiamo quelli che impediscono la coagulazione solo a dose abbastanza elevata, che non portano modificazioni anche apparentemente profonde nell'aspetto fisico del sangue, che permettono ancora al sangue di coagulare coll'aggiunta di soluzione fisiologica, di neutralizzanti chimici e di siero; nel secondo gruppo comprendiamo quei sali che impediscono la coagulazione a piccolissima dose, che portano nel sangue modificazioni ben visibili anche macroscopicamente (fiocchetti bianchi), che non permettono al sangue di coagulare nè colla diluizione, nè coi reattivi precipitanti, nè coll'aggiunta di siero.

Abbiamo poi visto che l'azione anticoagulante dei sali è legata ad una determinata concentrazione molecolare o valore critico a partire dal quale il sangue rimane stabilmente liquido. E mentre da tutta la prima serie d'esperienze resta dimostrato che il diverso potere dei sali, da noi sperimentati, *non può essere*

Digitized by Google

riferito alle molecole saline per sè e nemmeno agli anioni, ma direttamente ai cationi, dalle ricerche invece di SABBATANI sui sali aventi azione decalcificante e da quelle attualmente in corso, della studentessa GARDELLA, risulta che per altre categorie di sali l'azione anticoagulante dipende dagli anioni.

Onde dobbiamo concludere che nel determinismo dell'azione anticoagulante dei sali, a volte avviene che l'anione è poco attivo e molto il catione, a volte il contrario.

Così da un lato troviamo anioni (Cl, No^3, CH^3CO^2) e cationi (*Na, Li, K, Rb, Cs*) pochissimo attivi, dall'altro lato troviamo anioni (C^2O^4, PO^3, P^2O^7, $C^6H^5O^7$) e, dalle nostre esperienze, anche cationi (*Cd, Zn, Co, Ni, Fe, Pb*), di fortissima energia anticoagulante. E l'azione anticoagulante diventa poi minima in quei sali in cui, come nel cloruro di sodio, di potassio, di rubidio, di cesio ecc., nitrato ed acetato di sodio, l'azione rispettiva del catione e dell'anione è minima.

Che poi l'azione anticoagulante dei sali si debba riferire *alla concentrazione dei joni* per nulla contrasta nè colle esperienze fatte diluendo il sangue, nè colle esperienze fatte mediante la neutralizzazione chimica. Perchè, mentre è noto quanto la concentrazione molecolare influisca sulla concentrazione jonica, d'altro lato le reazioni chimiche delle quali si usufruiva, per neutralizzare il sale anticoagulante, sono delle reazioni joniche. Con questo concetto benissimo s'interpretano tutte le esperienze note finora sull'azione anticoagulante dei sali, e più in là ancora di quello che a primo aspetto si sarebbe creduto.

Infatti in tutte le mie esperienze due sali soli ho trovato (cloruro di mercurio e nitrato d'argento), coi quali non riescivo a mantenere liquido il sangue; ebbene anche questi risultati negativi trovano una spiegazione logica allorchè si pensi alle proprietà fisico-chimiche di questi sali.

Nel primo caso si può ragionevolmente pensare che, essendo il cloruro mercurico un sale pochissimo dissociabile, non si raggiunga mai un tale grado di concentrazione del jone libero capace di dare l'incoagulabilità; però non dobbiamo dimenticare che alla diminuzione della concentrazione forse contribuisce la presenza dei sali alcalini del sangue e di alcuni albuminoidi, coi quali il cloruro mercurico può reagire. Un fatto analogo troviamo per l'azione antisettica del sublimato corrosivo, la quale

Digitized by Google

mentre dalle esperienze di Krönig (1) resta sicuramente assodato che dipende quasi per intero dalla concentrazione del jone mercurico, d'altro lato ci è noto che l'attività antisettica, sempre del $HgCl^2$, diventa quasi nulla in presenza di albuminoidi. Per l'argento è logico ammettere che non sia possibile usare quella giusta concentrazione capace di dare l'incoagulabilità o il solo ritardo nella formazione del coagulo, perchè la concentrazione del jone argentico in presenza dei cloruri alcalini del sangue deve di necessità cadere ad un valore bassissimo, il quale corrisponde alla solubilità del cloruro d'argento (gr. equiv. 0,000011 per litro di soluzione a 18°) (2).

E che l'azione anticoagulante dipenda da un determinato valore della concentrazione jonica chiarissimamente risulta da quelle esperienze nelle quali si ripristinava la coagulabilità del sangue non colla diluizione, nè colla neutralizzazione chimica mercè reattivi precipitanti (nei quali casi assieme alla concentrazione jonica varia pure la concentrazione molecolare del sale anticoagulante), ma provocando semplicemente una retrocessione jonica.

Così nell'*Esperienza 57ª*, in cui il sangue era mantenuto liquido dalla dose minima anticoagulante del cloruro di zinco, l'aggiunta di cloruro sodico era sufficiente a provocare la coagulazione del sangue; e, come allora dimostrammo, ciò dipende esclusivamente dal fatto che la presenza di cloruro sodico, avente un jone in comune col sale anticoagulante, ne provoca un fenomeno di retrocessione nella dissociazione elettrolitica, sicchè la concentrazione del catione diminuisce (3).

---

(1) Dr. Krönig und Paul, *Die chemischen Grundlagen der Lehre von der Giftwirkung und Desinfection*, " Zeit. Hyg. und Infect. ", XXV Band, 1897.

(2) Kohlrausch F. u. Holborn L., *Das Leitvermögen der Elektrolyte insbesondere der Lösungen*. Leipzig. B. G. Teubner, 1898.

(3) Troveremmo per la coagulazione del sangue un fatto analogo a quello che altri ha osservato nel campo tossicologico. Maillard, " Bullet. Société Chimique ", 21, 1899, p. 26. — Zanda, *Influenza di alcuni sali sulla reazione dell'acido cloridrico col metil-violetto e sulla digestione pepsinica in vitro*. Laboratorio di Materia Medica e Farmacologia Sperimentale R. U. Cagliari. Palermo, 1903, Tipogr. D. Vena. — Id., *Influenza del cloruro di sodio sulla tossicità dell'acido cloridrico per iniezione endovenosa*, " Giornale della R. Acc. di Medicina di Torino ", estratto dal vol. IX, anno LXVI, fasc. 6. Torino, 1903, Unione Tipogr.-Editrice.

Digitized by Google

Perchè l'azione anticoagulante dei diversi cationi sia strettamente legata ad una determinata concentrazione loro e quale sia l'intima ragione della loro azione anticoagulante, non potremmo dire ora. Ma, se pure volessimo, in ordine alla geniale dottrina della formazione del fibrinofermento esposta da CARBONE (1), pensare che dipenda da combinazioni chimiche dei cationi con determinati proteidi, dovremmo però intendere queste combinazioni nel senso esposto da GALEOTTI (2), che cioè non sono combinazioni a rapporto costante, e che possono essere anche reversibili.

Così le nostre esperienze di neutralizzazione chimica, nelle quali cercavamo di ripristinare la coagulabilità del sangue, allontanando l'eccesso del catione anticoagulante o con reattivi precipitanti o mercè una retrocessione nella dissociazione, acquistano importanza speciale.

Laboratorio di Farmacologia sperimentale
della R. Università di Parma, Aprile 1904.

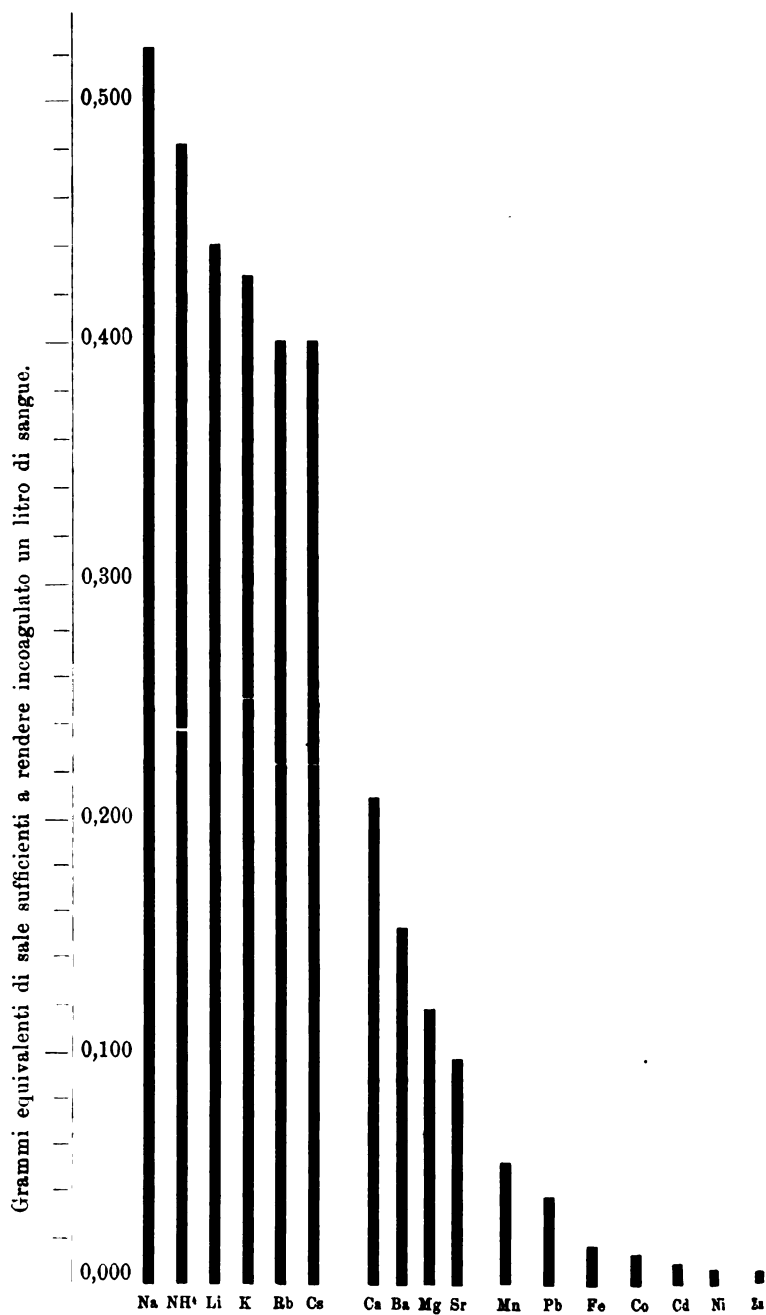
---

(1) T. CARBONE, *Contributo allo studio della coagulazione del sangue*. Laboratorio di Anat. Pat. R. U. di Modena. Soc. Tip. Modenese, 1900.

(2) G. GALEOTTI, *Ueber die sogenannten Metallverbindungen der Eiweibkörper nach der Theorie der chemischen Gleichgewichte*, " Hopp-Seyler's Zeitschrift für Phys. Chem. „, Band XL, Heft 5 und 6. Karl, 1904, S. 492-549.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Giugno 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Allievo, Carutti, e Renier, Segretario.

L'atto verbale dell'adunanza antecedente, 22 maggio 1904, viene approvato.

Il Socio Manno presenta il volume del Teologo Giuseppe Giordanino, *Marene antica, profana e sacra,* Bra, tip. Racca, 1895 e lo studio del Senatore Annibale Marazio, *Del governo parlamentare italiano,* Torino, Unione tip.-editrice, 1904.

Con vivi elogi il Socio Renier fa omaggio in nome dell'autore, Socio straniero dell'Accademia, dell'opuscolo di Paolo Meyer, *De l'expansion de la langue française en Italie pendant le moyen-âge,* Roma, 1904.

È accolta con pienezza di voti per l'inserzione nelle *Memorie* accademiche una monografia del Socio Allievo, *La vita affettiva,* di cui l'autore, presentandola, dà oralmente un riassunto.

A nome del Socio De Sanctis, il Segretario presenta una memoria del Dr. Pietro Ghione, *I comuni del regno di Pergamo.* Il

Digitized by Google

Presidente incarica di riferirne alla Classe il Socio De Sanctis ed il Socio Cipolla.

Il Direttore della Classe Ferrero offre per l'inserzione negli *Atti* un breve scritto del prof. Luigi Valmaggi, *Di un passo interpolato nelle "Storie" di Tacito.*

Il Socio Renier presenta pure per gli *Atti* una indagine del Dr. Alessandro Sepulcri, intitolata *Gregorio Magno e la scienza profana.*

Digitized by Google

LETTURE

Di un passo interpolato nelle Storie di Tacito.

Nota di LUIGI VALMAGGI.

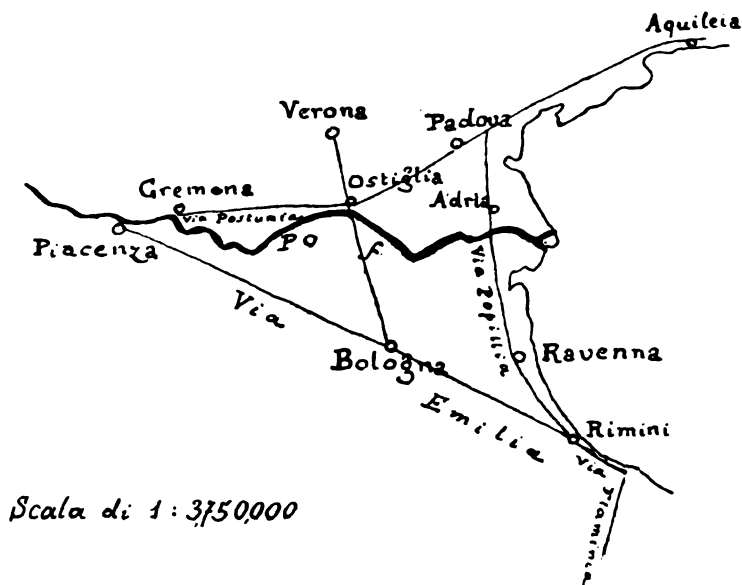
È noto che la lezione del secondo Mediceo presenta non rade tracce di glossemi (1), quantunque sia andato tropp'oltre il Hartman (*Mnemos.* XXXI, 379), secondo l'uso della scuola olandese, consigliando di sopprimere senz'altro quanti vocaboli e incisi paiano glosse marginali o interlineari, sempre quando il sopprimerli giovi a migliorare il contesto. A questo modo si corre spesso rischio di correggere non il copista, ma Tacito stesso; il che al Hartman è accaduto piú di una volta (2).

Se non che stupisce che tra tanti esempî di supposti glossemi che egli è venuto raccogliendo negli *Annali* e nelle *Storie*, gli sia sfuggito un passo dove l'interpolazione, non che probabile, è certa addirittura. Alludo a quella parte del 40° capitolo del terzo libro delle *Storie*, in cui è descritta la marcia irresoluta e lenta del generale vitelliano Fabio Valente alla volta del teatro della guerra. *Fabius interim Valens*, scrive Tacito, o per dir meglio il copista, *multo ac molli concubinarum spadonumque agmine segnius quam ad bellum incedens, proditam a Lucilio Basso Ravennatem classem pernicibus nuntiis accepit. Et si coeptum iter properasset, nutantem Caecinam praevenire aut ante discrimen pugnae adsequi legiones potuisset; nec deerant qui monerent, ut cum fidissimis per occultos tramites vitata Ravenna Hostiliam Cremonamve pergeret.*

Basta por mente un istante alla topografia, per intendere che i due incisi *per occultos tramites* e *vitata Ravenna* si escludono a vicenda. Infatti per schivare Ravenna non era punto mestieri seguire *occultos tramites*, perché la via Emilia (la quale

(1) Intorno a ciò v. specialmente W. Heraeus, *Herm.* XXI, 424 sgg.
(2) Cfr. ad esempio *Boll. di filol. class.* X, 183.

Digitized by Google

Valente avrebbe dovuto percorrere sino a Bologna, dove faceva capo la strada di Ostiglia), come appare dallo schizzo qui unito,

distava da Ravenna parecchie decine di chilometri. È certo pertanto che uno dei due incisi è di troppo, quantunque a primo aspetto non si veda bene qual dei due sia interpolato, parendo dubbio se lo stato maggiore intendesse dissuadere Valente dall'avanzare per la via Popillia, che passando per Ravenna e per Adria tendeva ad Aquileia, ovvero esprimesse l'avviso che per maggior sicurezza dovesse tenersi lontano dalla strada comune, guadagnando Ostiglia e Cremona, dove si trovavano le legioni condotte da Cecina (1), per viottoli men conosciuti (2). Invero, procedendo per la via Flaminia (3), poteva Valente, giunto a

(1) *Hist.* II, 100; III, 14.

(2) I Flaviani sospettavano che Valente non sarebbe tardato a venire presso l'esercito che operava nell'Alta Italia (*Hist.* III, 15), e pertanto non è a stupire se sorvegliavano la strada che egli avrebbe dovuto percorrere.

(3) In qual punto di questa via si trovasse Valente, quando gli giunse la notizia della defezione della squadra Ravennate e tenne consiglio co' suoi ufficiali, è cosa che non sappiamo con precisione. Qualcuno congetturò che fosse a Narni, che il Ritter introdusse addirittura nel testo dell'edizione di Lipsia (1864), leggendo: *proditam... classem pernicibus nuntiis* ⟨*Narniae*⟩ *accepit.*

Digitized by Google

Rimini, tanto proseguire per la via Popillia, quanto volgere a sinistra per la via Emilia, e l'uno e l'altro partito poteva essere sconsigliato dai suoi ufficiali: salvoché nel primo caso dovrebbe leggersi *ut cum fidissimis vitata Ravenna Hostiliam Cremonamve pergeret*, mentre nel secondo caso occorrerebbe all'opposto *ut cum fidissimis per occultos tramites Hostiliam Cremonamve pergeret.*

Ma la prima ipotesi è inammessibile per varie ragioni. Anzitutto la natura stessa della frase *vitata Ravenna* fa sospettare piú agevolmente la mano di un glossatore, il quale, poco esperto in geografia, leggendo nel testo *per occultos tramites*, poteva essere facilmente indotto a quella chiosa dalle antecedenti parole: *proditam a Lucilio Basso Ravennatem classem ... accepit.* S'aggiunga che l'inciso *cum fidissimis*, che immediatamente precede, se anche non ripugna del tutto a *vitata Ravenna*, conviene però assai meglio al concetto espresso con *per occultos tramites.* Infine, e questo è l'argomento piú grave e decisivo, non si può supporre che Valente, il quale non aveva esercito (1), pensasse a cacciarsi inerme nel bel mezzo delle linee nemiche. Sappiamo infatti che quando si diffuse la notizia della defezione della squadra Ravennate, buona parte del territorio interposto tra Ravenna e Aquileia era già in potere dei Flaviani (2). Adunque Valente non poteva avere altro proposito, che quello di procedere alla volta di Ostiglia e Cremona. È chiaro perciò che Ravenna non ha che vedere nel contesto, e questo deve essere restituito nella forma autentica sopprimendo le parole interpolate *vitata Ravenna.*

(1) Le legioni, comprese quelle che Valente aveva avuto al suo comando nella campagna precedente, erano partite tutte con Cecina insieme a una parte degli ausiliari (*Hist.* II, 100); gli altri ausiliari, non che le coorti pretorie ed urbane ultimamente reclutate da Vitellio (*Hist.* II, 93), erano rimasti a Roma (*Hist.* II, 100; cfr. III, 40 sg.).

(2) *Hist.* III, 6.

Digitized by Google

Gregorio Magno e la scienza profana.

Nota di ALESSANDRO SEPULCRI.

Il tema ha una copiosa letteratura (1), ma non sarà inutile che noi vi ritorniamo sopra: anzitutto esso è sempre di capitale importanza, giacchè Gregorio, sotto il rapporto della coltura e della lingua è, si può dire, come il rappresentante d'una età assai imperfettamente conosciuta; in secondo luogo, la questione è ancor lungi dal potersi dire risolta, ed anche i dati che si sono raccolti qua e colà, se la rischiarano alquanto, non vi recano tuttavia quella luce piena che tronca ogni dubbio e lascia una sicura persuasione.

I passi citati dagli storici per studiare l'atteggiamento di Gregorio verso la scienza profana sono due: la lettera al Vescovo di Vienna, cui il Pontefice rimprovera di diffondere l'insegnamento delle opere dei Gentili, e un passo dell'epistola proemiale dei *Morali,* nella quale, mandando l'opera a Leandro, vescovo di Siviglia, egli si scusa degli errori commessi, da cui afferma non essersi guardato, stimando cosa affatto sconveniente il sottoporre la parola di Dio alle regole di Donato.

---

(1) Citiamo i lavori più importanti, che toccarono direttamente l'argomento:

Teuffel, *Geschichte der römisch. Literatur*, [5], § 493; Ebert, *Geschichte der christlich. lateinisch. Literatur*, vol. I, p. 525; Tiraboschi, *Storia della letter. ital.*, Milano, 1822-26, t. III, lib. II, c. 2, § 2 sgg.; Gaspary, *Storia della letter. ital.*, trad. Zingarelli, vol. I, p. 4; Novati, *Storia letteraria d'Italia, Le Origini*, Milano, Vallardi, 1900, p. 39 sgg. e *L'influsso del pensiero latino sopra la civiltà italiana nel medio evo,* 2ª ediz., Milano, Hoepli, 1899. p. 25 e p. 98 sgg.; inoltre: Bruckeri *Historia critica philosophiae a mundi incunabulis ad nostram usque aetatem reducta,* 2ª ediz., Lipsia, 1767, t. III. p. 560 sgg.; Comparetti, *Virgilio nel medio evo*, [2], I, 119; ed i due studi di R. Sabbadini, *Gregorio Magno e la Grammatica* e *Ancora Gregorio Magno e la Grammatica* in " Bollett. di Filol. Class. ", a. VIII, 1902, p. 204 sgg. e 259 sgg.

Digitized by Google

È bene vederli subito entrambi:

Nella lettera al Vescovo di Vienna Gregorio dice: " Pervenit ad nos, quod sine verecundia memorare non possumus, fraternitatem tuam grammaticam quibusdam exponere „; parla poi del dolore che la notizia gli ha arrecato " quia (soggiunge) in uno se ore cum Jovis laudibus Christi laudes non capiunt „; e dopo di aver affermato che la lettura dei libri pagani è sconveniente anche per un laico sinceramente religioso, aggiunge che sarà lieto se la notizia a lui giunta si dimostrerà falsa; ringrazierà allora Iddio " qui cor vestrum maculari blasphemiis nefandorum laudibus non permisit „ (1).

Nell'epistola a Leandro....... " Ipsam loquendi artem quam magisteria disciplinae exterioris (cioè *i trattati di grammatica*) insinuant, servare despexi; nam, sicut huius epistolae tenor denuntiat, non metacismi collisionem fugio, non barbarismi confusionem devito, situs motusque (cioè *i complementi di quiete e di moto*) et praepositionum casus servare contemno: quia indignum vehementer existimo, ut verba coelestis oraculi restringam sub regulis Donati „ (2).

Queste le famose parole che han destato delle discussioni tanto vivaci; gli storici, in generale, si dividono in due campi: da un lato gli ammiratori non esitano ad affermare che in Gregorio non v'ha ombra d'avversione per il sapere antico; dall'altra gli avversari non si mostrano alieni dall'accogliere contro di lui le più infondate accuse. Solo di recente una critica più prudente e più sagace ha veduta la giusta via.

Noi ora riprendendo il tema cercheremo di approfondirlo con una più larga ricerca fatta di su le opere stesse del Pontefice, e nel medesimo tempo, per riuscir a capire ed a giustificare anche i sentimenti dello scrittore, accenneremo all'ambiente poco sereno, in cui doveva svolgersi l'attività letteraria, un po' polemica, degli scrittori cristiani.

Ed anzitutto, dai due passi citati, scaturiscono per noi due quesiti, che non debbono essere confusi insieme: 1) Come

---

(1) Gregorii I Papae, *Registr. Epistolar.*, ed. L. M. Hartmann in *M. G. H.*, *Epistol.*, II, 303.

(2) S. Gregorii Papae, *Op. omn.*, Parisiis, 1705, t. I, c. 6; per l'intelligenza del testo v. Sabbadini, l. c.

dev'essere considerato l'atteggiamento di Gregorio verso la scienza pagana? 2) Là dov'egli fa una così esplicita professione d'ignoranza, qual peso dobbiamo dare alle sue affermazioni? o, in altre parole: quale fu la sua dottrina classica e grammaticale?

Cominciando pertanto dal primo punto, noi crediamo col Novati (1), non si possa negare che nell'animo del Pontefice si annidasse un istintivo cruccio contro la scienza profana, e pensiamo che il giudizio degli storici, dal Tiraboschi al Gaspary ed al Comparetti, sia alquanto velato dal sentimento d'ammirazione, che è in essi vivo pel grande Pontefice.

Nell'ambiente cristiano, fin dall'inizio, s'era formata una corrente contraria all'arte ed alla filosofia antica, troppo imbevuta delle credenze pagane, che difficilmente potevano essere estirpate (2); il voler attenuare questo fatto attribuendo gli attacchi degli scrittori e perfino de' concilî a impeti di rettorica, a momenti di fervore passeggero, non ci sembra perfettamente giusto (3). L'antagonismo esisteva, e doveva esistere: queste due correnti del pensiero e dello spirito difatti in un certo punto non potevano esser conciliate: il loro accordo sarà possibile solo quando il cristianesimo avrà totalmente trionfato, quando delle antiche credenze non si dovrà più temere l'influsso. Certo, nonostante la loro avversione, gli scrittori sacri non potevano a meno di leggere i classici, e di usarne, giacchè essi erano la base della generale coltura (4); ma " servirsene, come giustamente osserva il Novati, non significa amarli " (5) e per lo spirito vigile dei Padri pertanto, i libri pagani dovevano sempre apparire, in un tempo tanto difficile, come un pericolo continuo. È forse d'uopo ch'io ricordi qui le parole infocate di Tertulliano.

---

(1) Fr. Novati, *Le Origini*, p. 39.

(2) V. a questo proposito il cap. VI (p. 99 sgg.) dell'opera citata del Comparetti. Naturalmente noi intendiamo parlare qui dei Padri occidentali, chè quelli d'Oriente non isdegnavano la sapienza antica, ma si vantavano di possederla, e s'adoperavano anzi a metter l'accordo fra essa e la fede: il connubio strano che talora ne risulta non dev'essere stata l'ultima cagione ad eccitare gli spiriti già mal disposti degli scrittori sacri d'Occidente.

(3) Gaspari, l. c.; Comparetti, op. cit., p. 109.

(4) Comparetti, op. cit., p. 106.

(5) Novati, *Le Origini*, p. 39.

Digitized by Google

di Minucio, di Arnobio, di Agostino? E Gerolamo, che fu pure, tra tutti, il più caldo ammiratore degli antichi, non temè ancor egli per un istante che questo suo culto fosse poco gradito al Signore, tanto da farne aspra penitenza, e da scagliarsi poi contro i monaci che leggevano i Gentili? Ora, in Gregorio rivive, nè poteva essere diversamente, questo stesso spirito d'intolleranza contro l'antica coltura: ciò apparirà chiaro da un esame dell'opera sua.

Quanto sa di pagano od anche soltanto di profano desta in lui la più viva ripulsa (1) ed egli fugge la compagnia dei secolari, per i quali mostra ad ogni passo un nutrito disprezzo, ed il cui solo contatto stima pernicioso (2); appena fatto papa pertanto egli allontanerà dalla Corte pontificia quanti di essi vi si trovavano per circondarsi soltanto di religiosi (3). Ciò che sta in cima ad ogni suo pensiero è la fede, la dottrina cristiana, nella quale soltanto è la sapienza e la salute. Come i suoi predecessori, egli sfoga le sue ire contro gli accademici e contro i matematici (*Moral.*, l. XXXIII, c. X, § 19; *Hom. in Ev.*, lib. I, hom. X, c. 5); la scienza secolare è per lui *falsitatis doctrina*, che dovette tacere alla luce delle verità rivelate (*Mor.*, l. XXXIII, c. X, § 18), è *doctrina fortis et maligni spiritus* (*ib.*, § 20); chi di essa si pasce cade in un precipizio senza fondo (*Dial.*, l. II, c. 1); egli loda pertanto Benedetto (*ib.*), perchè ha lasciato in disparte, ancor giovane, gli studi, e lo chiama *scienter nescius et sapienter indoctus*; e gli stessi sentimenti appalesa nella *Regola pastorale*, dove in un paragrafo che ha per titolo *Quomodo ammonendi sapientes et hebetes* (parte II, c. 6) dice: *Sapientes quippe ammonendi sunt ut amittant scire quae sciant... Cum illis laborandum est ut sapientes stulti fiant, stultam sapientiam deserant et sapientem Dei stultitiam discant* (4); ed altrove infine ha una frase che delinea nettamente il suo pensiero: *Omnis humana sapientia quantolibet acumine polleat divinae sapientiae comparata insipientia est* (*Moral.*, l. XXXV, c. II, § 3).

(1) *Dial.*, Introduz. e passim.

(2) *Dial.*, passim.

(3) S. Gregorii Papae, *Op. omn.*, t. IV, col. 48.

(4) Cfr. ancora *Mor.*, l. XXVII, c. 46, § 79: “ Relinquamus noxam sapientiam, discamus laudabilem fatuitatem ”.

Digitized by Google

Tutti i Padri avevano proclamato che la scienza è della Divinità, l'ignoranza dell'uomo, tutti avevan combattuto la dottrina dei filosofi, ed avean contrapposto alla sapienza del mondo quella che deriva dalla religione (1); il concetto della *sapiens stultitia Dei* e della *stulta sapientia mundi* risale fino a S. Paolo: *Si quis videtur in hoc saeculo sapiens esse, stultus fiat ut sit sapiens* „ (2). Il pensiero dominante di tutti è ben riassunto dalle parole di Lattanzio (*Divin. Instit.*, lib. III, c. XXX, Migne, *P.L.*, VI, col 444): “ *Una igitur spes homini, una salus in hac doctrina quam defendimus, posita est. Omnis sapientia hominis in hoc uno est, ut Deum cognoscat et colat: hoc nostrum dogma, haec sententia est. Quanta igitur voce possum, testificor, proclamo, denuntio* „.

Adunque, le parole di coloro che vollero negare in Gregorio qualsiasi animosità verso la scienza di questo mondo, sono puramente dettate del sentimento cristiano, e si basano quasi sempre sopra argomentazioni *a priori*. In lui anzi l'avversione è forse più spiccata, poichè mentre negli altri scrittori troviamo

---

(1) Alcuni hanno su questo argomento delle trattazioni compiute, come Lattanzio (*Divin. Institut.*, lib. III: *De falsa sapientia*; lib. IV: *De vera sapientia et religione*, Migne, *P.L.*, VI, col. 346 sgg. e 445 sgg.), ecc. In un passo del suo commento in Giobbe, Gregorio mette pure a paragone le due correnti, e, naturalmente tutto a vantaggio della sapienza sacra; il passo, per la sua importanza, merita di essere riferito per intero (*Moral.*, l. X, c. XXIX, § 48): “ Huius “ mundi sapientia est cor machinationibus tegere, sensum verbis velare, quae “ falsa sunt vera ostendere, quae vera sunt, falsa demonstrare. Haec nimirum “ prudentia usu a iuvenibus scitur, haec a pueris pretio discitur: hanc qui “ sciunt caeteros despiciendo superbiunt: hanc qui nesciunt, subiecti et “ timidi in aliis mirantur: quia ab eis haec eadem duplicitas nomine palliata deligitur, dum mentis perversitas urbanitas vocatur. Haec sibi sub- “ sequentibus praecipit honorum culmina quaerere, adepta temporalis gloriae “ vanitate gaudere: irrogata ab aliis mala multiplicius reddere: cum vires “ suppetunt, nullis resistentibus cedere, cum virtutibus possibilitas deest, “ quicquid explere per malitiam non valent hoc in pacifica bonitate simu- “ lare. At contra sapientia iustorum est nil per ostensionem fingere, sensum “ verbis aperire: vera, ut sunt diligere, falsa devitare, bona gratis exhibere, “ mala libentius tolerare, quam facere: nullam iniuriae ultionem quaerere, “ pro veritate contumeliam lucrum putare. Sed haec iustorum simplicitas “ videtur, quia ab huius mundi sapientibus puritatis virtus fatuitas cre- “ ditur ecc. „.

(2) *I Cor.*, III, 18.

Digitized by Google

talora a questo riguardo delle incoerenze e delle contraddizioni, Gregorio ci si dimostra sempre uguale a se stesso (1).

È ben vero però che taluni esagerarono le accuse, e basandosi sopra un passo di Giovanni di Salisbury (2) non esitarono ad incolpare il Papa d'aver incendiata la biblioteca palatina (3). Il passo del Salisburiense suona così: " non solum [Gregorio] " mathesin iussit ab aula recedere, sed, ut traditur a maioribus, " incendio dedit probatae lectionis

Scripta Palatinus quaecumque tenebat Apollo

" in quibus erant praecipua quae coelestium mentem et supe" riorum oracula videbantur hominibus revelare ".

Tale testimonianza, dovuta a scrittore autorevole senza dubbio, ma vissuto oltre cinque secoli dopo Gregorio, non va accettata ad occhi chiusi; anzi, a nostro avviso, possono addursi in campo contro di essa argomenti solidi, atti ad infirmarla totalmente (4).

---

(1) Altrove, nelle opere di Gregorio, si troverebbero espressi dei sentimenti diversi (*Lib. V in primum Regum*, c. 3, § 30 sgg.). Dopo d'aver affermato che " ad spiritualia bella non per saeculares litteras, sed per divinas " instruimur " verrebbe ad ammettere che pure le lettere secolari sono utili ad una più chiara comprensione delle Sacre Scritture: " Ad hoc quidem " tantum liberales artes discendae sunt, ut per instructionem illarum divina " eloquia subtilius intelligantur ". Nelle quali parole sarebbe espresso uno dei canoni che vediamo proclamati dalla restaurazione carolingia. Gregorio, crediamo, non avrebbe concesso tanto alla scienza secolare. È da notarsi che il *Commento al libro dei Re* da nessuno ormai potrebbe essere ritenuto opera genuina di Gregorio. Il Goussanville dopo un minuto esame l'ha ripudiato; chi curò l'edizione parigina del 1705, pur tentando di rivendicare l'opera al Pontefice, dovette ammettere che fu certamente interpolata, e da Gregorio stesso condannata alle tenebre (S. GREGORII PAPAE, *Opera omnia*, Parisiis, 1705, t. III, parte II, p. IV).

(2) JOHANNIS SARESBERIENSIS, *Polycraticus sive de nugis curialium et vestigiis philosophorum libri octo*, lib. II, c. 26 (MIGNE, *P. L*, t. CXCIX, col. 461).

(3) L'accusa lanciata dal BRUCKER, op. cit., p. 560 sgg. fu accolta poi dal TEUFFEL, op. cit., § 493, 2; contro di essa si levarono parecchi, tra cui il TIRABOSCHI, op. cit., t. III, p. 161 sgg.), il GREGOROVIUS, *Storia di Roma nel m. e.*, Roma, 1900, vol. II, p. 103, il COMPARETTI, op. cit., p. 119, n. 1.

(4) Argomenti, non però troppo gravi, furono portati dagli scrittori citati nella nota antecedente; la miglior difesa è sempre quella del Tiraboschi; il Gregorovius, quantunque citato di preferenza dal Comparetti, non fa che ripetere cose dette prima da altri, specialmente dal Tiraboschi, senza aggiungere nulla di nuovo.

Digitized by Google

Sul conto di Gregorio, in un tempo un po' tardo, cominciarono a formarsi leggende assurde (1); egli finì per essere quasi considerato come il più feroce avversario dell'arte e della coltura pagana, tanto che una tradizione lo dipinge invaso dalla vandalica brama di mutilare e distruggere le statue antiche che rimanevano in Roma. Probabilmente Giovanni di Salisbury accolse una di queste leggende tardive, fors'anche accettate senza troppa critica da qualche scrittore a lui anteriore; e ciò sembra essere vero per più rispetti: nè le opere del Pontefice, nè gli scritti dei contemporanei e dei biografi portano un cenno qualsiasi dell'atto vandalico di cui viene accusato; ora, se esso fosse stato vero e noto, per la sua importanza non sarebbe stato lasciato in disparte, e se non altro avrebbe potuto offrire un buon argomento a quei monaci che avversarono talora invero accanitamente il sapere antico.

Ma noi vogliamo ammettere per un momento che la notizia sia vera; essa è in fondo molto meno grave di quanto appaia a primo aspetto, di quanto abbian ritenuto il Brucker ed il Teuffel. Notiamo infatti come le due espressioni più caratteristiche: *Palatinus quaecumque tenebat Apollo*, e *probatae lectionis scripta* tradiscono certamente il pensiero di Giovanni e della fonte da cui egli deriva. Quanto alla prima è facile vedere come la citazione oraziana sia introdotta per un'ingenua mostra d'erudizione; e ciò è tanto vero che lo scrittore ha poi bisogno di attenuare l'espressione colle parole che seguono: *in quibus erant praecipua* ecc.; quanto alla seconda si può subito notare che Giovanni è in contraddizione con se medesimo, giacchè i libri contenenti i responsi degli oracoli non potevano essere *probatae lectionis scripta*; essi, e nei concilî e nei libri dei Padri sono sempre nominati e condannati insieme cogli scritti di astrologia (2). Il passo verrebbe quindi a significare che Gregorio

(1) Furono raccolte dal TIRABOSCHI, op. cit., p. 171 sgg.

(2) Basti citare il passo seguente di Lattanzio, che sembra un commento a questo punto: *Eorum* [= *daemonum*] *inventa sunt astrologia, et aruspicina et auguratio, et ipsa quae dicuntur oracula et necromantia et ars magica et quidquid praeterea malorum exercent homines vel palam vel occulte* (FIRM. LACTANTII, *Divin. Instit.*, lib. II, *De origine error.*, c. XVII; MIGNE, *P. L.*, VI, col. 336); cfr. anche un passo di Tertulliano, *Apolog.*, MIGNE, *P. L.*, I, col. 521.

Digitized by Google

non solo avrebbe cacciato dell'aula pontificia gli astrologi (*mathematici*), ma anche avrebbe arsi quegli scritti della biblioteca palatina, in cui eran raccolti i responsi degli oracoli (1). La notizia quindi, anche se vera, verrebbe a perdere gran parte della sua gravità (2).

Strettamente connessa coll'animosità verso la sapienza profana in generale, va negli scrittori cristiani l'avversione per la grammatica classica. Nel secondo dei due passi citati abbiam già visto come sieno acerbe a questo proposito le parole di Gregorio: egli stima cosa grandemente indegna il sottoporre le parole di Dio alle regole di Donato. Ma, come è noto, egli non era stato il solo nè il primo a formulare una condanna così acre contro la scienza grammaticale latina; anzi l'animosità verso questa ha una storia, della quale non sarà inutile far cenno (3).

Quando il latino, compiuta la sua evoluzione ascendente, cominciò a decadere, dovette riuscire sempre più difficile agli scrittori il mantenersi ligi alle norme della grammatica antica, difficilissimo poi raggiungere l'antica purezza della forma. Ciò naturalmente dipendeva da molte cause, alcune interne, come ad esempio, il bisogno grandissimo di neologismi (4), che traeva

(1) È ben vero però che altrove (l. VIII, c. 19) lo stesso Giovanni dice: *Fertur tamen beatus Gregorius bibliothecam combussisse gentilem, quo divinae paginae gratior esset locus, et maior auctoritas, et diligentia studiosior.* Ma egli non ha delle idee chiare in proposito, e mentre prima aveva parlato della biblioteca del tempio di Apollo palatino, così ora, come risulta dall'intero passo, allude a quella del Campidoglio; la contraddizione fu già rilevata dal Tiraboschi e dimostra l'incertezza della fonte.

(2) È noto come i *mathematici* siano stati espulsi da Roma già da Augusto nel 721, da Tiberio nel 16, da Claudio, da Vitellio, ecc.; di essi parla un titolo giustinianeo (lib. X, XVIII) *De maleficis et mathematicis*, ed uno teodosiano (l. IX): *De mathematicis urbe Roma ac omnibus civitatibus pellendis et de codicibus eorum cremandis.* Ampi ragguagli troverai in Maudry, *La magie et l'astrologie dans l'antiquité et au moyen-âge.* Paris, 1877.

(3) Alcuni dati troverai in: E. Norden, *Die antike Kunstprosa vom VI Jahrhundert v. Chr. bis in die Zeit der Renaissance*, Leipzig, Teubner, 1898, vol. II, p. 526 sgg. e nei due studi speciali del Sabbadini, già citati.

(4) Questo bisogno si manifesta già in Seneca, il quale (*Ep. LVIII*) dice: *Quanta verborum nobis paupertas immo egestas sit, numquam magis quam hesterno die intellexi. Mille res inciderunt cum forte de Platone loqueremur, quae nomina desiderarent, nec haberent.*

Digitized by Google

con sè la necessità di rimutare l'organismo vecchio della lingua; altre esterne, come il deperire della coltura e delle scuole, donde il più grave allentamento negli studi grammaticali. I primi scrittori cristiani sono consci della loro inesperienza, e se ne scusano umilmente, affermando d'aver cercato la semplicità a bella posta, ed ammonendo i lettori a badare non già all'espressione negletta ed erronea, bensì all'importanza del contenuto (1). Certamente qualche purista, o dalla cattedra o dai libri, riprovò l'invadente corruzione della lingua, prendendo a sferzare i poco corretti scrittori (2), fors'anche col sarcasmo (3); ed allora le scuse semplici di questi diventano attacchi violenti contro i grammatici; l'affermazione che le parole divine non abbisognano degli ornamenti della rettorica, che devono essere semplici perchè si rivolgono a tutti, diventa un passo comune (4); gli scrittori, imbevuti del latino delle traduzioni bibliche, finiranno col ricorrere ai modelli di esse, ed ai più autorevoli Padri, come a testi di lingua infallibili, e scuseranno gli errori in cui cadono

(1) S. Girolamo nel prologo alla *Transl. Homil. Origenis* protesta d'aver voluto tradurre lo scrittore greco con semplicità, trascurando ogni splendore di arte rettorica, " res quippe volumus, non verba laudare "; concetto che ricompare in Ambrogio (Lib. II *in Lucam*, § 42), il quale a proposito del doppione *praesepe* o *praesepium* dichiara essere per lui cosa indifferente l'usare l'una o l'altra forma: " Nihil (soggiunge) apud me distat " in verbo quod non distat in sensu " e conchiude che noi dobbiamo " verba " negligere, spectare mysteria ". Anche altrove S. Gerolamo ha esposto lo stesso concetto (Norden, op. cit., II, p. 530) e Sulpicio Severo ha pure parole molto umili nello scusare la propria ignoranza (*ibid.*).

(2) Ciò si rileva dalle parole con cui Arnobio, Agostino ed altri si scagliano contro i grammatici; Agostino (Rönsch, *Itala*, p. 481, cfr. Sabbadini, l. c.) dice: " Quid ad nos, quid grammatici velint? Melius in barbarismo " nostro vos intelligitis quam in nostra disertitudine vos diserti eritis ". Ed Arnobio all'accusa che i libri degli scrittori sacri son pieni di barbarismi e di solecismi risponde: " Puerilis sane atque angusti pectoris reprehensio " e conchiude che la pompa del discorso si ricerchi in coloro che vogliono i blandimenti dei piaceri: " Cum de rebus agitur ab ostentatione summotis, " quid dicatur spectandum est, non quali cum amoenitate dicatur " (Norden, op. cit., II, p. 525; Sabbadini, l. c.). Anche Pier Damiano afferma di preferire la semplicità allo splendore della frase (Norden, op. cit., II, 532).

(3) V. Gregorio (*Moral.*, lib. X, c. XXIX. § 48): " ... Sed haec iustorum " simplicitas deridetur, quia ab huius mundi sapientibus puritatis virtus " fatuitas creditur " (Cfr. pag. 7, n. 1).

(4) Cfr. Norden, op. cit., II, p. 530 sgg.; Sabbadini, l. c.

Digitized by Google

coll'autorità di quelli. Certamente la consuetudine dovea viziare l'orecchio (1), ed avere in ciò un larghissimo influsso, al quale neppure i maggiori sanno sottrarsi; neppur Cassiodoro, il quale, mentre riconosce che l'uso della morfologia nelle traduzioni della Bibbia non coincide coll'uso classico, afferma però che esso non solo dev'essere rispettato, ma imitato e preferito. " Expedit " (egli dice) interdum praetermittere humanarum formulas dic- " tionum, et divini magis eloquii custodire mensuram „ (2). E qualche grammatico, come Isidoro, Beda, Smaragdo, va più in là: trae gli esempi dalla Vulgata e dagli scrittori cristiani, sdegnando lo stesso Cicerone; e Beda non vuol citare Prisciano, perchè grammatico pagano (3).

Adunque, anche per questo rispetto, Gregorio rientra perfettamente nella regola generale, tanto perfettamente che, ove gli studiosi, i quali hanno citato il passo dell'epistola a Leandro, lo avessero considerato insieme a quel che segue, si sarebbero accorti ch'esso ripete più chiaramente quello che fu già detto dagli altri, non solo, ma che Gregorio in esso fa un'esplicita e preziosa professione di metodo.

Dopo di aver detto infatti ch'egli non cura le regole della grammatica di Donato (4), soggiunge: *Neque enim haec* (= *regulae*) *ab ullis in Scriptura Sacra interpretibus servata sunt.* E continua: *Ex qua nimirum quoniam nostra expositio oritur, dignum profecto est ut, quasi edita soboles, speciem suae matris imitetur.* Ma non

---

(1) Ciò è affermato anche esplicitamente da Agostino (*De doctrina christ.*, II, XIV): " Quamquam tanta est vis consuetudinis etiam ad discendum, ut " qui in Scripturis Sanctis quodammodo nutriti educatique sunt, magis " alias locutiones mirentur easque minus latinas esse putent quam illas " quas in scripturis didicerunt neque in latinae linguae auctoribus repe- " riuntur „. (Debbo questa importante citazione al prof. Novati).

(2) Sabbadini, l. c.

(3) V. Thurot, *Notices et extraits de divers mss. pour servir à l'histoire des doctrines grammaticales au moyen-âge*, Paris, 1862, p. 68, in " Notices et extraits des mss. de la bibl. impér. „, vol. 22°: cfr. Comparetti, op. cit., p. 107 e 107, n. 1; V. anche Sabbadini, loc. cit.

(4) Avvertiamo poi che Gregorio può essere stato indotto ad adoperare il nome di Donato forse più per la fama del grammatico, pel fatto che attorno al suo tempo vi fu un Pompeo che scrisse un *Commentum artis Donati* (Keil, *Grammatici latini*, V, p. 83 sgg.).

Digitized by Google

basta: *Novam vero translationem dissero, sed, cum probationis causa exigit nunc novam, nunc veterem per testimonia assumo.*

L'affermazione non potrebb'essere più esplicita; essa viene ad illustrare chiaramente le famose parole. Gregorio in sostanza dice: Io non seguo i dettami della grammatica classica, perchè nessuno dei traduttori della Bibbia mostra d'averli seguiti; ed è giusto che questo mio libro rispetti le norme della Sacra Scrittura, dalla quale deriva; io infatti prescelgo la traduzione di S. Gerolamo, ma quando ho dei dubbi la confronto coll'antica.

Chi voglia adunque studiare il latino di Gregorio, trova in questo passo già indicata la via da seguire (1), raffrontarlo coll'*Itala* e colla *Vulgata,* che il papa anzi afferma essere le due sole versioni, onde si vale sotto di lui la Sede apostolica. La riprova di quanto egli dice risulta indirettamente dall'esame delle citazioni bibliche sparse nelle sue opere: esse son tutte tratte o dalla prima o dalla seconda versione, ove se ne eccettuino talune, che non coincidono nè coll'una nè coll'altra (2), ma che possono benissimo essere state fatte a memoria.

Passiamo ora a studiare il secondo punto della questione. che è alquanto più oscuro e difficile; ben si può dire infatti che intorno alla coltura di Gregorio poco si sa; anche qui le opinioni degli storici non si basano sopra un rigoroso studio delle sue opere, ma sopra argomentazioni *a priori*, e Gregorio pertanto fu in ogni tempo considerato come un grande scrittore e come un uomo dottissimo (3). Ora, se noi cerchiamo di porre la ricerca su dati positivi veniamo a trovarci in mezzo a difficoltà non lievi. Le fonti sarebbero due: le testimonianze dei contemporanei e dei biografi, alquanto malfide, perchè improntate di ammirazione e di rispetto senza confini, e le opere stesse del

---

(1) Ciò intuì pure il Sabbadini (l. c.), quantunque non conoscesse il passo di Gregorio nella sua integrità.

(2) V. S. Gregorii Magni *papae Op. omn.*, vol. II, col. 869, n.

(3) La grande fama di dotto e di scrittore risale ai tempi stessi del Papa; di lui parlan con entusiasmo Gregorio turonense e Isidoro di Siviglia non solo (Teuffel, op. e loc. cit.), ma Beda (*Histor. Angl.*, lib. II, c. I), Paolo Diacono (S. Gregorii *papae Op. omn.*, t. IV, c. 2, § 2), Giovanni Diacono (*ibid.*, t. IV, c. 2, § 13). Tra i moderni notiamo il Muratori, *Antich. ital.*, Milano, 1837, t. IV, p. 179; Tiraboschi, op. cit., t. III, p. 15 sgg., e perfino il Giesebrecht, op. cit., p. 4.

Digitized by Google

Pontefice, delle quali però è assai arduo, per la parte grammaticale, ricostruire il testo esatto. Vediamo ad ogni modo quel poco che se ne può trarre.

Al tempo di Gregorio la coltura, specialmente la coltura classica, non era molto in fiore; ma egli passò la giovinezza in un'età in cui perduravano ancora i buoni frutti dei germi gettati dal regno di Teoderico; non deve quindi ritenersi priva di qualche fondamento, quantunque certamente esagerata, la notizia tramandataci dal contemporaneo Gregorio di Tours, che il Pontefice " litteris grammaticis, dialecticisque ac rhetoricis ita fuit " institutus ut nulli in Urbe ipsa putaretur esse secundus „ (1). Ma che il giovane, essendosi poi messo per la nuova via coll'ardore d'un fervido credente, abbia quasi ritenuto suo dovere di far getto del pesante fardello dell'erudizione laica, per consacrarsi tutto, sulla scorta di Agostino e di Ambrogio, ch'egli chiama fonti purissime e profonde, agli studî religiosi, alla missione larga e benefica che s'era prefissa, è cosa che nessuno, il quale conosca le condizioni dell'età e l'animo di Gregorio, può essere alieno dall'ammettere, e che risulta chiara anche da una conoscenza superficiale dell'opera sua.

Pochi indizî noi possiamo cogliere per provare quanto affermiamo, ma essi sono pur di qualche valore: com'è già risaputo, egli non conosceva il greco, quantunque fosse rimasto sette anni a Costantinopoli; aveva poi scarsa notizia degli avvenimenti storici: da un passo dei *Dialoghi* (III, 1) rileviamo che egli confonde i Vandali coi Goti; e ciò che più monta, mentre fa sfoggio ad ogni passo, specialmente nelle lettere di qualche importanza, di una larga erudizione sacra, non si lascia sfuggire mai una citazione classica, e anche là dove noi crediamo di poter sorprendere una reminiscenza di scrittore antico, un più attento esame ci dimostra che essa deriva da una fonte indiretta, specialmente dalla Vulgata (2). Questo fatto ci sembra notevole

(1) V. Teuffel, op. e loc. cit.

(2) Ciò avviene anche in altri scrittori cristiani. In uno studio recentissimo L. Bergmüller, *Bemerkungen zur Latinität des Jordanes* in *Progr. Gymn. St. Anna*, Augsburg, 1903, notava nel latino di Jordanes delle reminiscenze classiche; ma in una recensione al lavoro il Manitius osserva giustamente come tali reminiscenze son prese direttamente da scrittori cristiani (" Vochenschrift f. Klass. Philologie „, a. XX, 1903, col. 1204 sgg.).

Digitized by Google

assai; tutti gli scrittori sacri, anche i contemporanei del Nostro, anche Venanzio e perfino il Turonense, il quale ha pure aspre parole contro gli scrittori gentili, dimostrano ed ostentano qualche conoscenza della letteratura antica; Gregorio, invece, e ciò è un'altra prova della sua coerenza, pare rifugga anche dal farvi cenno; chè se questo dato negativo non ha un valore assoluto, esso deve ritenersi però come un indice assai notevole dell'animo e delle intenzioni dello scrittore.

E veniamo al suo sapere grammaticale; quello che abbiam detto nella prima parte ci agevola ora la trattazione. Abbiam visto come Gregorio s'incolpa di errori grossolani; dobbiamo noi prestargli fede?

La maggior parte dei critici, il Muratori, il Tiraboschi, e tra i moderni, l'Ebert, il Comparetti, il Gaspary, ritennero questa confessione come un'ingenua bugia, come una prova di grande modestia (1). La questione però ha fatto qualche passo recentemente: L. M. Hartmann, che ha studiato parecchi dei codici più antichi delle opere di Gregorio (2), nonostante l'ottimismo esagerato, come proveremo altrove, delle sue conclusioni, non s'è mostrato alieno dall'ammettere che nelle parole di Gregorio vi sia qualche cosa di vero. F. Novati poi, ultimamente, portò nella disputa una considerazione nuova, di grande valore: infatti egli osservò come Gregorio turonense, contemporaneo del Pontefice, nella prefazione al *De Gloria Confessorum* faccia una professione d'ignoranza, che, se nella forma è più umile, nella sostanza è identica a quella di Gregorio Magno. Anche per il Vescovo di Tours si è creduto per molto tempo ch'egli non avesse fatto che uno sfoggio di modestia, mentre le ricerche del Krusch e del Bonnet hanno poi dimostrato profondamente giuste le sue parole; perchè, dice in fondo il Novati, dovremo rifiutarci di credere che anche il Papa, quan-

---

(1) Il Gaspary, op. cit., dice: " egli non era un uomo privo d'istruzione " e scriveva correttamente "; il Comparetti (loc. cit.): " coll'affettata cono- " scenza della tecnologia grammaticale l'ingenuo grand'uomo si preoccupa " di fare intendere che il suo non volere non è non sapere ".

(2) L. M. Hartmann, *Ueber die Orthographie Papst Gregors I* in " Neues Archiv der Gesellschaft f. ält. deutsche Geschichtskunde ", a. XV, 1890, p. 527 sgg.

Digitized by Google

tunque in misura meno grave, siasi reso colpevole degli stessi errori? (1).

Quest'ipotesi non può ritenersi che giusta e fondata da chi abbia qualche conoscenza degli studi recenti di filologia medievale. Essa può essere convalidata da altre considerazioni. Di che s'incolpa Gregorio? Di errare nell'uso dei complementi di stato e di moto, nell'uso dei casi colle preposizioni: orbene, di questi errori, che si possono subito scorgere, anche senza possedere un'edizione critica, son pieni davvero i suoi libri, come tutti i libri degli scrittori sacri (2); inoltre egli s'incolpa di non fuggire la collisione del metacismo, la confusione del barbarismo: questi invece, tanto per Gregorio come per gli altri scrittori dell'età, sono molto più difficili a porsi in chiaro, giacchè noi abbiamo sempre a che fare con manoscritti che non rispecchiano fedelmente l'archetipo da cui derivano, e sui quali talora s'esercitò lo zelo mal consigliato degli emendatori. Ma con tutto ciò la moderna critica ha potuto assodare che essi talvolta ricorrono negli scrittori del basso impero, anche nei maggiori, anche, e questo è importante per noi, nei traduttori latini della Bibbia e negli scrittori sacri (3). È quindi più che lecito l'ammettere che Gregorio seguisse la corrente comune, e fors'anche, per ragioni d'età e di coltura, l'accentuasse.

Il male è che se tale corrente fu intravveduta, non è stata ancora esplorata, e troppa perplessità regna in questo campo presso i filologi perchè si possa rispondere con sicurezza al quesito: cosicchè noi dobbiamo pur sempre riconoscere che la soluzione definitiva di esso non può scaturire che da uno studio largo ed accurato dei codici gregoriani più antichi, i quali non scarseggiano invero, come s'è finora ritenuto, ma son parecchi ed importanti, e possono, crediamo, condurre lo studioso a conclusioni sicure.

Noi ci proponiamo pertanto di ritornare sull'argomento, quando appunto, sulla scorta dei manoscritti, tratteremo in un

---

(1) F. Novati, *L'influsso*, ecc., p. 122 sg. e *Origini*, p. 41.

(2) Basti per Gregorio rimandare all'Indice annesso all'ultima edizione delle lettere, citata.

(3) Basti citare: Neue-Wagener, *Formenlehre der latein. Sprache*, Berlin-Leipzig, 1888-1901, e Rönsch, *Itala und Vulgata*, 2ª ed., Marburg, 1875.

prossimo lavoro, delle alterazioni fonetiche e morfologiche del latino di Gregorio. Per ora ci sia lecito esprimere l'opinione che ci siam formata sulle basi dello studio già fatto, che è del resto quasi esaurito. Noi crediamo che realmente il Pontefice sia colpevole degli errori ch'egli stesso si attribuisce, e che devono ritenersi comuni, in generale, al suo tempo. Nelle sue parole v'ha un po' d'esagerazione sdegnosa, e questa, più che da modestia, è dettata da quell'avversione che abbiamo esaminata più sopra, ed anche un pochino dal sentimento mal celato della propria inesperienza, sentimento che in fondo si ritrova in tutti gli scrittori sacri, dal corruccio di non poter raggiungere nella forma quella purezza, a cui non si sarebbe certamente rinunciato se le forze fossero state bastevoli per conseguirla. Di fatto qual bisogno vi sarebbe stato di mostrare tanta animosità contro l'arte di Donato, qualora si fosse stati convinti davvero che il proprio modo d'agire era giusto e legittimo?

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

NOV 23 1904
4897

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

LIBRARY ... CAMBRIDGE, MASS.

Vol. XXXIX, Disp. 15ª, 1903-904.

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1904

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Giugno 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: NACCARI, MOSSO, SPEZIA, SEGRE, JADANZA, GUARESCHI, FILETI, MATTIROLO, MORERA, PARONA, FOÀ e CAMERANO Segretario.

Si legge e si approva il verbale della seduta precedente.

Il Socio GUIDI scusa la sua assenza.

Il Presidente presenta in omaggio alla Classe per parte della famiglia Cossa un volume " in Memoria „ del compianto Presidente, pubblicato nel primo anniversario della sua morte.

A nome del Prof. E. BERTINI, Socio corrispondente dell'Accademia, una biografia di L. CREMONA, intitolata: *Life and Works of L. Cremona.*

Vengono presentate ed accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° *Sulle serie aritmetiche di numeri interi*, Nota II^a del Socio corrispondente P. TARDY, dal Socio D'OVIDIO;

2° *Osservazioni sopra alcune nuove Orbitoides*, del Dottor L. PREVER, dal Socio PARONA;

3° *Lenti grafitiche nella zona delle Pietre verdi in Val di Lanzo*, del Prof. F. SACCO, dal Socio PARONA;

4° *Del Rutilo dell'Alpe Veglia*, nota del Dr. Gabriele Lincio, dal Socio Spezia;

5° *Ricerche petrografiche sulle valli del Gesso (Serra dell'Argentera)*, del Dr. A. Roccati, dal Socio Spezia;

6° *Condensazione dell'etere cianacetico con alcune aldeidi diossifenoliche*, Nota IIª del Dr. G. Piccinini, dal Socio Guareschi.

Vengono presentati per l'inserzione nel volume delle *Memorie* accademiche i lavori seguenti:

1° *Osservazioni ed esperienze sul ricupero e sul ristauro dei codici danneggiati dall'incendio della Biblioteca Nazionale di Torino*. Memoria Iª del Socio Guareschi;

2° *Esperienze sulla respirazione periodica fatte nella capanna Regina Margherita a 4560 m. sul livello del mare*, del Socio Mosso.

Con votazione segreta la Classe accoglie all'unanimità la memoria del Socio Guareschi e quella del Socio Mosso per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Digitized by Google

LETTURE

Sulle serie aritmetiche di numeri interi.

Seconda nota di PLACIDO TARDY.

In questa nota mi propongo assegnare per qualsivoglia serie aritmetica di numeri interi, nella quale la differenza costante sia doppia del primo termine, due teoremi analoghi a quelli da me dimostrati in una nota precedente sulle serie di numeri impari (*).

Comincerò con addurre come esempio il più semplice dei casi particolari.

Sia la serie

2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, ...;

dividendola in gruppi di 2, 4, 6 ... termini, avremo:

1° gruppo 2, 6
2° gruppo 10, 14, 18, 22
3° gruppo 26, 30, ..., 46
. . . .

e le somme dei termini di questi gruppi sono rispettivamente:

$2^3, 4^3, 6^3, \ldots$

Se si volessero 6 termini consecutivi della suddetta serie i quali sommati formassero la 4ª potenza del numero 6 si troverebbero i seguenti:

206, 210, ..., 226.

Veniamo ora al teorema generale. Abbiasi la serie

(A) $\ldots a, 3a, 5a, 7a, \ldots$

e si divida in gruppi di

$a, 2a, 3a, \ldots,$ termini;

(*) " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXXIX.

Digitized by Google

la somma dei termini di ciascun gruppo è uguale al cubo del numero dei suoi termini.

Per dimostrarlo formiamo il gruppo (n)^{esimo}.

Considerando che per i gruppi precedenti abbiamo preso della serie (A) un numero di termini uguale alla somma S della progressione aritmetica

$$a,\ 2a,\ 3a,\ \ldots\ (n-1)a$$

data dall'equazione

$$S = \frac{(n-1)n}{2}\, a\,,$$

è chiaro che avremo per primo termine del nostro gruppo

$$a + 2\,Sa\,;$$

e siccome esso deve contenere na termini, l'ultimo sarà

$$a + 2Sa + (na-1)2a$$

e quindi la somma dei termini resulterà

$$\{ a + 2Sa + (na-1)a \}\, na.$$

Mettendo per S il suo valore otterremo

$$n^3 a^3.$$

Passiamo al secondo teorema più generale.

Si possono sempre trovare na termini consecutivi della serie (A) tali che la loro somma uguagli la potenza (m)^{esima} del loro numero, essendo $m > 3$.

Siccome sussiste la congruenza

$$(na)^{m-1} - (na-1)a \equiv a \bmod 2a$$

il numero $(na)^{m-1} - (na-1)a$ fa parte della serie (A).

A partire da questo si prendano na termini, per cui l'ultimo sarà:

$$(na)^{m-1} - (na-1)a + (na-1)2a = (na)^{m-1} + (na-1)a$$

e quindi per la loro somma si avrà:

$$(na)^m.$$

Il caso di $m=3$ corrisponde al teorema precedente.

Si può prendere $m=2$ se $a=1$.

Digitized by Google

Osservazioni sopra alcune nuove Orbitoides.

Nota del D[r] PIETRO LODOVICO PREVER.

(Con una Tavola).

Studiando la ricca serie di *Orbitoline* spagnuole, che l'ingegnere delle miniere L. Vidal con squisita gentilezza volle inviarmi, in occasione del lavoro testè da me compiuto sul genere *Orbitolina*, ebbi la buona ventura di rinvenire una forma fossile che non tardai a riconoscere per una *Orbitoides*. Tale rinvenimento in sè stesso non poteva stupirmi, attesochè sia precisamente nella Creta che si rinvengono cotali forme, ma esso assumeva ai miei occhi una importanza affatto speciale sia per la forma curiosa di questa *Orbitoides*, diversa da quelle sinora conosciute, come e principalmente per averla rinvenuta associata a *Orbitoline*, associazione che sinora non era mai stata verificata, almeno ch'io mi sappia. Questa importanza era poi ancora accresciuta dal fatto che le *Orbitoline* con cui fu rinvenuta l'*Orbitoides*, e provenienti da Bel in provincia di Castellon (Spagna), appartengono a terreni della serie infracretacea e precisamente all'Aptiano (*facies* urgoniana), mentre le *Orbitoides* sinora non erano state rinvenute che negli ultimi piani del sopracretaceo, e mai erano state trovate al disotto dell'Aturiano.

La forma di questa *Orbitoides*, depressa al margine, appiattita, ha una rassomiglianza spiccatissima colla forma tipo delle *Assilina*; solo se ne distingue per la presenza nella parte centrale di un rigonfiamento o mamellone e per le ornamentazioni superficiali. Eccone la descrizione:

Orbitoides Vidali n. f.

(Tavola, figg. 1, 2, 3, 4, 5).

Conchiglia discoidale, a margine tagliente, molto appiattita, leggermente ondulata. Questa interessante forma dell'infracretaceo si scosta dalle *Orbitoides* conosciute per la sua forma

Digitized by Google

esterna che la fa rassomigliare, come s'è detto, ad una *Assilina*. Dopo il margine sottile e tagliente segue, nella parte mediana della conchiglia, un rilievo arrotondato, circolare, il quale racchiude all'interno un solco circolare, che circonda a sua volta il mamellone che si eleva nella parte centrale della conchiglia stessa. La superficie non è rugosa come in buona parte delle *Orbitoides*, bensì ornata di granulazioni come in tutte le *Orthophragmine*. Le granulazioni sono piuttosto numerose, di medie dimensioni il maggior numero; e, una piccola parte, mescolate alle altre, di piccole dimensioni. Esse non sono molto rilevate e nemmeno perfettamente circolari, inoltre sono più abbondanti nella parte mediana e nella marginale, e più scarse nel solco interno e sul mamellone ove difficilmente si scorgono. Unisce queste granulazioni tra di loro un elegante reticolo, come si osserva per un numero grandissimo di *Orbitoides*.

Avendo un solo esemplare a mia disposizione, stimo miglior cosa per ora di non sacrificarlo eseguendo una sezione sottile. Nondimeno, per poter esaminare la forma e la disposizione delle camerette equatoriali, ho cercato di corrodere verso il margine, per una piccola porzione, il guscio con dell'acqua acidulata, e sono così riescito a mettere un po' allo scoperto le suddette camere. Queste sono essenzialmente di due forme, esagonali cioè, larghe quanto alte, più piccole che nelle *Lepidocyclina*, e simili a quelle della *Orb. socialis* Leym. (Vedi Schlumberger — *Deuxième note sur les Orbitoïdes*; Bull. Soc. Géol. de France. 4ª serie, vol. 2°, tav. VI, fig. 7, Parigi 1902), e di logge rombiche o rombico-esagonali come nella *Orb. apiculata* Schlumb. (Id. — *Première note sur les Orbitoïdes*; id. id., vol. 1°, tav. IX, fig. 4, Parigi 1901).

Così si aggiunge un nuovo carattere a quelli numerosi che già si conoscono intorno alla forma della conchiglia nelle *Orbitoides*, caratteri che indistintamente, sebbene in varia misura, fanno variare quelli interni; specialmente quelli che si riferiscono alle camere equatoriali. Perciò la conchiglia di una *Orbitoides* non solo può presentarsi ornata superficialmente di granulazioni e di eleganti reticoli allaccianti le medesime, o da piccoli e numerosi rilievi radiati, dicotomi, flessuosi, appena sensibili, senza

Digitized by Google

un'apparente regolare distribuzione come in molte *Orbitoides* e in alcune *Lepidocyclina*, oppure meno numerosi, più grossi, distribuiti con una certa simmetria come in molte *Orthophragmine* (*Orth. patellaris, varicostata, stellata*, ecc.), ma eziandio può avere dei rilievi circolari, simili a quelli che si osservano in molte *Orbitoline* (*Orbitol. plana, mamillata, mirabilis, Douvillei*), ma molto più marcati e notevolmente più rari. Questi sarebbero in numero di uno solo nella forma in questione, ammeno di ammettere pure come un rilievo circolare l'umbone centrale, rilievo così piccolo che la depressione interna sarebbe sparita. La presenza di rilievi circolari sulla superficie di *Orbitoides* non è nemmeno un fatto isolato ed esclusivo di una forma della Creta, poichè in materiale statomi inviato dal Prof. Chelussi e proveniente dalla conca aquilana come pure in altro materiale da poco statomi affidato per studiarlo dal Prof. Vinassa, che lo raccolse nel Montenegro, potei rinvenire parecchie di queste eleganti e curiose forme, riferibili tutte alle *Orthophragmina*; e delle quali dò qui una breve descrizione.

Orthophragmina aprutina n. f.

(Tavola, fig. 11).

Forma discoidale molto depressa al centro con un rilievo circolare verso il margine, in modo che la forma, in sezione trasversa si può assomigliare a due *Orbitoides* discoidali rigonfie, unite in un punto del loro margine. Di questa forma, come delle altre che descriverò in seguito, racchiuse in un calcare compattissimo ricco in foraminiferi, non ho a mia disposizione che sezioni trasverse, del resto abbastanza caratteristiche. Camere equatoriali subquadrate di medie dimensioni, eguali fra di loro sino al margine, salvo in corrispondenza del rigonfiamento mediano ove sono più alte. Le due pareti opposte, che dividono le camere equatoriali dalle laterali, sono piuttosto spesse. Camerette laterali numerosissime, allungate, colla parete più sottile del vuoto della camera stessa, divise da setti numerosi piuttosto spessi. Presenza di grossi pilastri conici sboccanti all'esterno in rade e grosse granulazioni rilevate assai sulla superficie conchigliare. Tali pilastri sono assenti nella porzione depressa centrale La conchiglia perciò deve risultare a margine arrotondato, de-

Digitized by Google

pressa al centro, ove è sprovvista di grosse granulazioni, con un rilievo circolare molto sensibile che occupa la parte mediana-marginale ed è ornato delle piccole granulazioni presenti su tutta la conchiglia e da altre grosse, tutte allacciate da un reticolo. Diametro della forma: 2-3 mm. Località: Monte Rua (dintorni di Aquila).

Orthophragmina illyrica n. f.

(Tavola, fig. 12).

È assai somigliante alla *Orth. aprutina*; solo che la parte mediana è più sottile e i due rigonfiamenti laterali molto più spessi. I pilastri sono rarissimi e non terminano in granulazioni rilevate. Le camere equatoriali, molto più ampie che nella precedente forma, sono alle volte un po' più lunghe che alte; in prossimità del rilievo mediano diventano più alte che lunghe, al centro del medesimo sono quadrate, in seguito ridiventano più alte che lunghe e poi quadrate o più lunghe che alte, come al centro della conchiglia. Esse però aumentano di poco in altezza sotto i rilievi; meno che nella forma precedente. Camere laterali molto lunghe, le pareti che le separano sono spesse molto di più del vano delle camere, salvo che nella parte depressa ove sono sottili; setti trasversi spessi. Le pareti laterali delle camere equatoriali sono sottili al centro e vanno inspessendosi andando verso il margine, come fanno le pareti delle camere laterali. Diametro: 4 mm. Località: Bratiza (Montenegro).

Orthophragmina Chelussii n. f.

(Tavola, fig. 10).

Piccola forma discoidale, del diametro di mm. $1 \, ^1/_2$ a $2 \, ^1/_2$ con un rigonfiamento centrale in guisa di grosso umbone e un altro rigonfiamento nella parte mediana maggiore di quello centrale, circolare, separato dall'umbone da un solco poco profondo a curva ampia. Parte marginale larga, quasi piana, terminante in un orlo arrotondato. Superficie coperta da sole granulazioni piccole; assenza totale nella sezione trasversa di pilastri. Camere equatoriali piccole, quadrate; simili a quelle della *Orth. aprutina*. eguali in tutta la lunghezza della sezione. Pareti laterali opposte spesse. Camere laterali numerose, più piccole di quelle della forma

Digitized by Google

citata sopra, a pareti più spesse e a setti trasversi anch'essi più spessi, in modo che il loro spessore è maggiore della lunghezza della camera. Località: Monte Rua (Aquila).

Orthophragmina samnitica n. f.

(Tavola, fig. 9).

Questa forma che si avvicina alquanto per l'aspetto della conchiglia all'*Orth. Bartolomei* Schlumb. ha solo un piccolissimo accenno ad un rigonfiamento, che per compenso è largo di base, nella porzione centrale della conchiglia, e costituisce certamente una forma di passaggio tra le forme a rilievi circolari e le forme nettamente lenticolari. Il rilievo che viene nella parte mediana-marginale è separato dal rigonfiamento del centro da un piccolissimo solco poco profondo, come poco sentito è pure il rilievo stesso. L'accenno al rigonfiamento è specialmente sensibile nelle camere equatoriali, le quali, più alte che larghe al centro, in corrispondenza dell'umbone centrale, diventano quadrate in seguito da entrambi i lati per ridiventare nuovamente, in modo assai spiccato, più alte che larghe verso la porzione della parte mediana in corrispondenza del rilievo circolare. In seguito sino al margine ridiventano più piccole e quadrate. Anche l'andamento delle camere e delle lamine laterali rende avvertiti di questi rigonfiamenti poco sensibili. Le pareti delle camere equatoriali sono più sottili che nelle precedenti forme, e le pareti delle camere laterali sono più spesse in corrispondenza dei rigonfiamenti, più sottili altrove, come del resto si verifica per tutte queste forme che descrivo. Camere laterali molto lunghe, setti trasversi spessi, assenza di pilastri. Dimensioni: 3-4 mm. Località: Monte Rua (Aquila).

Orthophragmina Vinassai n. f.

(Tavola, fig. 13).

Bellissima forma del diametro di 5-6 mm. discoidale, con un grossissimo rigonfiamento al centro seguito nella parte mediana da un altro rilievo circolare minore del primo, e sempre assai notevole e separato dall'umbone centrale da un solco ampio, poco profondo. Dopo questo rilievo la conchiglia va assottiglian-

Digitized by Google

dosi sino al margine che è molto sottile. Superficie coperta da granulazioni piccole, e sui rilievi pure da granulazioni molto grosse, come lo attestano i grossi pilastri conici che si osservano esaminando una sezione trasversa della conchiglia. Questa forma nel profilo della sua sezione trasversa ricorda lontanamente una figura (fig. 52, tav. XII) della *Orth. dispansa* data dallo Schlumberger (*Troisième note sur les Orbitoïdes*, Bull. Soc. Géol. de France, 4ª serie, vol. III, Parigi 1903). Camere equatoriali poco visibili a causa della sovrapposizione sulla sezione di frammenti di logge equatoriali viste in sezione longitudinale di una *Orthophragmina* del gruppo delle stellate (probabilmente l'*Orth. stellata*). Ad ogni modo esse sono molto piccole e quadrate al centro e vanno aumentando in dimensione procedendo verso il rilievo mediano per diminuire dopo insino all'orlo. Camere laterali di media lunghezza, a pareti spesse, più spesse dell'altezza delle camere; setti trasversali spessi. Località: Bratiza (Montenegro).

Orthophragmina Schlumbergeri n. f.

(Tavola, fig. 7).

Conchiglia discoidale, appiattita, del diametro di 16-20 mm. a margine arrotondato, rigonfia nella parte centrale. La conchiglia presenta, verso l'interno della porzione mediana, un rigonfiamento circolare, largo, che determina un rilievo ampio, poco sensibile. Dopo la conchiglia si assottiglia per ispessirsi di nuovo al margine. Camere equatoriali al centro piccole, quadrate, poi da entrambi i lati rettangolari coll'altezza maggiore della lunghezza, indi nuovamente più piccole e quadrate. In seguito aumentano le dimensioni, ma aumenta specialmente la lunghezza. Però sotto il rigonfiamento mediano le camere sono disuguali nella lunghezza, e le pareti verticali non sono formate da linee rette, ma bensì da segmenti curvi, spessi, colla convessità rivolta verso il margine della conchiglia. Rigonfiamento centrale ornato alla sua superficie di granulazioni di grosse e medie dimensioni, le quali nella sezione trasversa della conchiglia presentano il loro proseguimento attraverso i successivi strati in numerosi pilastri conici grossi e mediani. Sul rigonfiamento mediano si osservano ancora dei pilastri, ma essi sono molto rari e spariscono verso l'esterno ove il rigonfiamento diminuisce. Camere laterali lunghe,

Digitized by Google

più lunghe mano mano che si procede verso il margine, separate da pareti più spesse dell'altezza della camera. Queste pareti diventano più sottili in corrispondenza del solco e nella parte marginale, sono più spesse in corrispondenza dei rigonfiamenti. Località: Bratiza (Montenegro).

Orthophragmina circumvallata n. f.

(Tavola, fig. 8).

Conchiglia discoidale, appiattita, del diametro di 8-10 mm., rigonfia al centro, molto depressa subito dopo. Verso l'interno della porzione mediana si rigonfia di nuovo e si forma un rilievo ampio, circolare, un po' meno spesso del centrale e diviso in due rilievi minori da un solco circolare, poco profondo, ampio. Manca nella sezione trasversa la parte estrema del margine, ma da un frammento pare che l'orlo sia di nuovo un po' rigonfio. Assenza di pilastri. Camere equatoriali ampie, rettangolari, più alte che lunghe, subeguali in tutta la sezione ad eccezione dove si trovano i rigonfiamenti, in corrispondenza dei quali sono più alte che altrove. Camere laterali lunghe, separate da pareti che si comportano come nella *Orth. Schlumbergeri.* Setti trasversi molto spessi in corrispondenza dei rigonfiamenti. Località: Bratiza (Montenegro).

Orthophragmina rugosa n. f.

(Tavola, fig. 6).

Conchiglia discoidale, appiattita, a margine arrotondato, con un rilievo centrale seguìto nella parte mediana da due altri, distinti l'uno dall'altro e più spessi di quello centrale, e infine da un rigonfiamento piccolo al margine della conchiglia. Assenza totale di pilastri. Camere equatoriali assai basse, rettangolari in corrispondenza del rilievo centrale, aumentanti in altezza in seguito procedendo verso il margine in modo da diventare quadrate, poi di nuovo rettangolari causa il rapido aumentare della lunghezza. Nondimeno si mantengono sempre basse e piccole, e verso il margine le pareti verticali sono formate da segmenti curvi disposti come nella *Orth. Schlumbergeri.* Camere laterali lunghe, pareti spesse; ambedue si comportano come nelle due ultime forme descritte. Dimensioni mm. 14-16. Località: Bratiza (Montenegro).

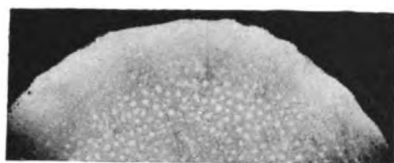
Digitized by Google

***

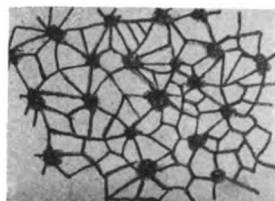
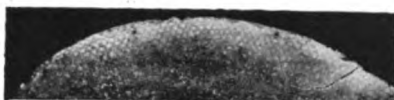
Il genere *Orbitoides* e principalmente il genere *Orthophragmina* si arricchiscono perciò di nuove forme legate fra di loro da un carattere speciale, quello di avere la superficie conchigliare ornata di rilievi e di solchi a disposizione circolare. Cosa rimarchevole, queste forme si direbbe, per quanto se ne sa finora, siano localizzate nella parte centrale del bacino mediterraneo quasi alla stessa latitudine. Le località in cui furono trovate sono tre: Bel (provincia di Castellon) nella Spagna; Monte Rua (dintorni di Aquila) in Italia; Bratiza (catena costiera tra Antivari e Dulcigno) nel Montenegro. Le forme appartenenti al genere *Orthophragmina*, e che provengono dalle due ultime località, si rinvengono in calcari ricchi in *foraminiferi*, *lithotamnium*, e anche di altre *alghe* (Monte Rua), ma privi di *Nummuliti*, per quanto almeno si può giudicare dalle sezioni e dai campioni di roccia da me esaminati. Con tutto ciò la formazione è indubbiamente eocenica (eocene superiore) e si potrebbe quindi arguire che nelle due località in discorso i calcari ad *Orthophragmina* sostituiscano i calcari a *Nummuliti*, presenti altrove allo stesso livello. Ma naturalmente la mancanza di *Nummuliti* da me notata potrebbe anche dipendere dal fatto che questi fossili, così rari in questi strati, accidentalmente manchino nei campioni avuti in esame.

Dal Museo Geologico di Torino.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Figura	1	*Orbitoides Vidali*	n. f. Ingr. 3/1.
„	2	Id.	„ 3/1.
„	3	Id.	Porzione in cui si vedono le granulazioni e le camere equatoriali. Ingr. 7.
„	4	Id.	Porzione del reticolo della superficie. Ingrandimento 140-150/1.
„	5	Id.	Camere equatoriali marginali. Ingr. 13/1.
„	6	*Orthophragmina*	*rugosa* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10.
„	7	—	*Schlumbergeri* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 9/1.
„	8	—	*circumvallata* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.
„	9	—	*samnitica* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.
„	10	—	*Chelussii* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.
„	11	—	*aprutina* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.
„	12	—	*illyrica* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.
„	13	—	*Vinassai* n. f. Sezione trasversa. Ingr. 10/1.

Digitized by Google

Digitized by Google

Stab. Eliot. Ing. Molfese - Torino

Lenti grafitiche nella zona delle Pietre verdi in Val di Lanzo.

Nota del Prof. FEDERICO SACCO.

Da circa un secolo sono noti ed escavati più o meno intensamente in Piemonte i giacimenti grafitici del Pinerolese. Essi formarono oggetto principale di una recente ed interessante monografia dell'Ing. Novarese (*I giacimenti di Grafite delle Alpi Cozie,* 1898), che, trattando in generale della posizione ed estensione della zona grafitica, di cui presenta una buona carta dimostrativa, mentre ricorda che la serie cristallina alpina si può ancora suddividere col Gastaldi in una zona superiore con potenti masse intercalate di Pietre verdi ed una inferiore essenzialmente composta di Gneiss e Micaschisti, fa notare che " le roccie grafitiche compaiono in questa zona inferiore ed in essa soltanto ".

Nella recentissima ed importante Memoria del R. Ufficio geologico italiano sopra " *I giacimenti di Antracite nelle Alpi occidentali italiane,* 1904 ", troviamo allegata una carta delle zone antracitiche e grafitiche delle Alpi occidentali, nella quale è di nuovo segnata la zona grafitica piemontese giacente nella formazione essenzialmente gneissica tra Val Sangone e Val Varaita.

In generale infatti le formazioni grafitiche più importanti presentano in Piemonte detta distribuzione regionale e geologica; sembra però che tale regola generale soffra eccezioni, e siccome recentemente ebbi occasione di constatare con sicurezza la presenza di lenti grafitiche in regione e formazione geologica diverse da quelle sovraccennate, cioè nella cosidetta zona delle Pietre verdi del Gastaldi, parvemi opportuno darne un breve cenno anche in considerazione dell'essere tuttora aperta la questione dell'età precisa di detta zona delle Pietre verdi, per cui

Digitized by Google

non sembra doversi tralasciare alcun dato che possa eventualmente contribuire, anche minimamente, alla soluzione di tale importante problema.

La regione su cui desidero dare un cenno circa l'affioramento di schisti grafitici trovasi nella bassa Valle della Stura di Lanzo, sul suo fianco sinistro poco a valle di Ceres.

Se dalla parte bassa terminale di Val di Lanzo ci dirigiamo verso NO salendo a Chiaves sopra Monastero e di qui continuiamo verso Nord per la cresta di Menulla, poscia verso NO per la frastagliata cresta di Monte La Rossa-Uja di Bellavarda, fino a giungere contro il massiccio gneissico del Gruppo del Gran Paradiso sopra Chialamberto, tagliamo quasi ortogonalmente la grandiosa formazione detta dal Gastaldi dello Gneiss recente, che ingloba a ripetute riprese banchi o lenti più o meno estese e potenti di svariate roccie verdi, specialmente Anfiboliti, Prasiniti e Serpentine. È forse questa una delle regioni più comode per esaminare in breve da Torino tale complessa formazione gneissico-micaschistosa (i cosidetti Gneiss minuti) e talora calceschistosa con roccie verdi, cioè la tipica zona delle Pietre verdi del Gastaldi. In questo grande sviluppo di tale formazione si osserva che in complesso essa presenta una tettonica abbastanza costante, cioè strati più o meno fortemente sollevati, talora anche verticali o persino rovesciati, con direzione predominante E-O oppure SE-NO circa; quindi se detta serie, che possiamo seguire, tagliandola ortogonalmente, per una quarantina di chilometri (compresovi il gruppo serpentinoso-lherzolitico del M. Basso), fosse in strati regolarmente sovrapposti, essa presenterebbe uno spessore enorme; però le ripetizioni che vi si osservano riguardo a speciali lenti, sia minerali (Pirite, Calcopirite, Magnetite, Braunite, ecc.), sia rocciose (Calcari cristallini, Cloriteschisti ed altre roccie spesso granatifere, speciali tipi di Pietre verdi con particolarità minerali come Talco, Steatite, Asbesto, ecc.), fanno dubitare che in realtà vi esistano ripetute pieghe più o meno pigiate, stipate ed addensate, come d'altronde già dubitava il Gastaldi.

Quindi, in mancanza di fossili, per districare questo complesso problema stratigrafico, è necessario di tener conto preciso di queste diverse ripetizioni di speciali affioramenti mine-

Digitized by Google

ralogici e litologici, che, raggruppati, coordinati e giustamente interpretati, è probabile serviranno come buoni punti di orientamento per districare la complicata tettonica della zona delle Pietre verdi.

Premesse queste poche considerazioni generali e ritornando alla zona inglobante le lenti grafitiche, scopo di questa Nota, ecco come si presenta la serie stratigrafica salendo da Germagnano a Chiaves.

I. **Gruppo di M. Basso. - Santuario di S. Ignazio.** — Potentissima ed estesissima formazione serpentinoso- (specialmente a Nord) -lherzolitica (specialmente a Sud); spesso la roccia si presenta come un Serpentinoschisto contorto che mostrasi fortissimamente sollevato (con inclinazione per lo più verso valle) ma anche raddrizzato o ribaltato, con direzione prevalentemente SO-NE.

È in questa zona serpentinosa che poco sopra Biò riscontrai quattro anni fa (1) una lente costituita da una pasta granatica roseo-giallastra con rilegature cloritiche e sparsi nuclei di bellissimi cristalli di granato rosso-giallastro. Queste lenti cloritico-granatifere (col solito accompagnamento di Idrocrasie, Diopsidi, ecc.), le quali compaiono qua e là nella zona delle Pietre verdi [come quelle famose di Testa Ciarva e Saulera al Pian della Mussa, quella della Courbassera sopra Ala, forse quella (anche piritifera) Ortorei-Cuccetta presso Chialamberto, di Locana in Val d'Orco, e di altra analoga in Valle d'Usseglio, quella (diventata da poco famosa per opera del Boeris) della Comba di Compare Robert nel gruppo della Ciabergia, e certamente molte altre diggià accennate dagli autori o che si scopriranno in avvenire], per quanto possano ripetersi a diversi livelli, credo però debbano tenersi in buon conto per riconoscere i corrugamenti esistenti in questa complessa quanto complicata zona delle Pietre verdi.

(1) F. Sacco, *Osservazioni di Geologia applicata riguardanti un Progetto di derivazione e conduttura di acque potabili dal Piano della Mussa a Torino.* — Tipogr. Eredi Botta, 1900, Torino.

Digitized by Google

II. **Zona di Tortore-Caselle.** — È una zona costituita essenzialmente di Gneiss molto micacei, passanti talora a Micaschisti, zona che per la sua relativa erodibilità originò la dorsale complessivamente depressa che si estende tra il rilievo di S. Ignazio e quello del M. Meina, e, trasversalmente, la regione, pure relativamente depressa, che si sviluppa tra Pessinetto-Gisola e l'alta Valle Uppia; questi Gneiss si arricchiscono talora di materiali anfibolici, ed inoltre inglobano una grande lente serpentinosa come vediamo a NO di Tortore, formando allora naturalmente regioni più elevate, cioè il rilievo quotato 992 m. s. l. m.; è precisamente in questa zona, che chiamerei gneissico-anfibolitifera, presso alcuni casolari denominati Le Caselle, che i banchi fortissimamente inclinati a Nord circa od anche sollevati quasi alla verticale e diretti ad un dipresso da Est ad Ovest, inglobano una bella lente grafitica alquanto impura cioè commista a zonule cloritoso-anfiboliche; questa lente venne già escavata pochi anni fa ma appena superficialmente, nè d'altronde parmi sarebbero consigliabili costosi lavori di estrazione.

Un po' più a Nord la zona gneissica, sempre con forte inclinazione verso Nord, racchiude una lente di Braunite e minerali accessori, cioè Rodonite, Psilomelano, ecc., zonula che sarebbe da escavarsi per la bontà del materiale se vi corrispondesse una quantità sufficiente, ciò che non mi sembra.

III. **Zona del M. Meina.** — Frammezzo alla grande zona gneissica di Pessinetto-Tortore a Sùd e di Chiaves-Monastero a Nord, si incontra una potentissima formazione essenzialmente serpentinosa che per la sua resistenza costituisce il dirupato ed aspro gruppo del M. Meina; nella sua parte esterna, sia verso Le Caselle, sia quasi sotto Monastero, la roccia diventa localmente talcosa tanto da esser stata escavata, però con poco profitto.

Sul versante meridionale del M. Meina, poco sotto la stradetta di Tortore-Chiaves, fra lo Gneiss appare una lenticella grafitosa; ma a qualche decina di metri sopra detto stradello, risalendo la formazione serpentinosa del rilievo montuoso vi vediamo apparire alcuni strati gneissici nonchè talora talcoso-cloritici con Grafite; questa forma talora solo spalmature, talora invece impregna più o meno abbondantemente la roccia. Si tratta

Digitized by Google

cioè di schisti grafitici spesso cloritosi o talcoso-cloritosi, generalmente contorti ed arricciati, pur conservando nell'assieme un regolare andamento stratigrafico, cioè direzione NO-SE e varia pendenza a NE.

L'interesse del giacimento grafitico in questione sta essenzialmente nel fatto strano che esso è quasi inglobato nella formazione serpentinosa tanto che si vedono gli schisti grafitosi passare gradualmente e direttamente in alto, senza salti, al Serpentinoschisto tipico che fa parte della grande formazione serpentinosa del M. Meina.

Industrialmente, per quanto siasi già escavata per alcuni metri detta zonula grafitosa, non credo per ora consigliabile ulteriori lavori in vista della poca estensione della lente e specialmente della sua relativa povertà in materia grafitica.

IV. **Zona di Chiaves.** — Come chiusa della serie stratigrafica che interessa la presente Nota accenniamo alla zona di Chiaves-Monastero, ecc., zona che si sovrappone alla formazione serpentinosa del M. Meina con una potentissima pila di Gneiss in strati quasi verticali o fortissimamente inclinati a NNE. Questi Gneiss molto micacei a Chiaves diventano calceschistosi; anzi sotto la Chiesa di Chiaves appaiono estese e potenti zone di calcari cristallini biancastri che passano a veri Calceschisti. Ma a Nord del paese riappare la formazione gneissica spesso tanto micacea da potersi indicare come Micaschisto, che però con interessantissimi passaggi ingloba svariate zonule di Anfiboliti, Anfiboloschisti, Serpentine (che sembrano derivare dalle Anfiboliti), Prasiniti e schisti prasinitici che nel complesso presentano una notevole resistenza all'erosione in modo da costituire il rilievo del Monte Garné (1399 m. s. l. m.).

Ricordo come sia appunto fra questa formazione, direi gneissico-anfibolitifera (a strati fortemente sollevati, od anche drizzati alla verticale, spesso localmente contorti, con direzione ONO-ESE, e per la loro compattezza formanti lo sprone della Croce di Chiaves), che sotto il sentiero di Croce di Chiaves-C. Maïnetta appare un'altra lente di Braunite e minerali annessi, analoga a quella sovraccennata delle Caselle di Tortore.

Digitized by Google

Ho creduto opportuno di presentare una descrizione un po' minuta di questa bella serie degli Gneiss minuti con Pietre verdi, perchè vi risultasse ben chiara ed accertata la posizione delle inglobate lenti grafitose; ma il fenomeno sembra ripetersi in condizioni analoghe nella stessa formazione più a Nord. Infatti il Gianotti, nel 1891, nei suoi " *Appunti geologici sulla Valle di Chialamberto* ", accenna che nel gruppo del M. Marsé, che si erge ad Est di Chialamberto, in un complesso svariatissimo di roccie gneissiche inglobanti Serpentina, Eufotide, Talco, Anfibolite, ecc., compare anche uno strato di Grafite della potenza di m. 1,20, inquinata però da lamine cloritiche e da aciculi anfibolici, cioè con fisionomia e costituzione consimile a quella dei sovraccennati schisti grafitici di Tortore-Chiaves.

In analoga posizione geologica sembrano trovarsi in Piemonte le lenti grafitiche riscontrate presso la Capella di Vaser a tre chilometri a Nord di Sparone in Valle dell'Orco, sopra Alagna in Val Sesia, ecc.

Quindi concludendo possiamo affermare che nelle Alpi occidentali, se le zone grafitiche più importanti stanno essenzialmente nelle formazioni gneissiche del Pinerolese e del Saluzzese, compaiono pure lenti grafitose nella zona delle Pietre verdi, persino talora a contatto con alcuni tipi di dette Pietre verdi, costituendo un'altra prova dell'intenso metaformismo che ha agito su tale complessa formazione rocciosa.

Digitized by Google

Del Rutilo dell'Alpe Veglia.

Nota del Dr GABRIELE LINCIO.

(Con una Tavola).

Nella località Alpe Veglia (1), ove predominano gneiss e micaschisti, presso il ghiacciaio Motticcia, in varie mie escursioni, rinvenni dei cristalli di rutilo trasparente a color rosso sangue, che credetti bene di sottoporre ad accurato esame.

Quanto alla maniera di giacimento, riferirò che detta varietà di rutilo si trova su grossi macigni d'un calceschisto ricco di strati e d'irregolari inclusioni di calcare. La stratificazione dello schisto stesso è pure molto irregolare ed interrotta. Esso è alla superficie assai alterato ed il calcare si mostra friabile e ricoperto da pulviscolo di limonite.

I macigni debbono essere franati da picchi sovrastanti, in tempo già rimoto, a dedurre dalla loro alterazione, e dalla vegetazione della zona dei 2000 m. s. l. del M., la quale lì intorno v'appare ben radicata. Oggi non si vedono che i blocchi che capitarono più oltre a valle e che per la loro mole non vennero coperti dal diverso detrito di frane posteriori. Appunto alla loro lunga esposizione agli agenti atmosferici credo debba venire attribuita la facilitazione nel rinvenire lo scarso, ma splendido materiale di rutilo qui studiato.

Già nel 1893 raccolsi nella località sopraindicata e nelle circonvicinanze dello schisto contenente rutilo nerastro a noduli o in forma di cristalli grossolani, tanto semplici che geminati.

Solo due anni, or sono, riandando in quella località, mi fu dato di trovare i begli esemplari di rutilo cristallizzato in abito prismatico.

La genesi del rutilo va parallela con quella dei minerali concomitanti, cioè la mica, il quarzo e la clorite.

(1) Comune di Varzo, nell'Ossola.

Digitized by Google

Inoltre si hanno i minerali calcite e pirite, che debbono essere più recenti.

La mica ed il quarzo sono incolori e trasparenti.

La prima si presenta sparpagliata nelle druse in forma di esili tavolette a spigoli ben marcati; il secondo non mostra che le forme comuni (1) (r, ρ) ed $(s) = (10\bar{1}1)$ ed $(11\bar{2}1)$; ma tende generalmente ad appuntirsi in direzione dei poli in causa di uno sviluppo a gradinata di alcuni romboedri molto acuti alternati con altri più ottusi. Tale sviluppo è sì minuto da non venir riconosciuto che in forma di striature parallele a quelle che il quarzo suole mostrare sul prisma. Le gradinate vanno dai prismi ai romboedri principali, questi s'estendono regolarmente fino ai poli.

La pirite è cristallizzata in cubetti e talora solo lievemente ossidata; scheggiandola mostra il suo color giallo d'ottone; altre volte invece non se ne vede che il prodotto di decomposizione, ossido di ferro, e d'attorno l'azione distruggitrice dell'acido solforico sviluppatosi. Notai come la pirite rinchiude solo parzialmente la mica, e quest'ultima non si trovi disseminata sulla superficie dei cristalli della prima. La pirite la direi più recente.

La clorite, molto abbondante, si presenta in vaghi bottoncini a mo' di ventaglio chiuso ed è generalmente poco alterata. Il suo colore è verde-oliva scuro. Talora essa s'affolla così strettamente da non lasciar emergere più che qualche scarsa guglia di rutilo, nel quale la si rinviene anche incastonata al pari del quarzo e della mica.

Luogo preferito al deposito di tale serie di minerali sono le litoclasi e le insenature dello schisto; il vano restante venne per lo più riempito da un calcare a grana grossa, che coprì il tutto.

Orbene è cosa evidente che, capitando tali riempimenti a giorno sotto l'azione solvente dell'acqua e l'azione sgretolante del gelo e disgelo, il calcare debba venire facilmente allontanato. Quando la posizione è favorevole allo sgocciolare delle acque solventi, allora la pirite, la mica e la clorite, già co-

(1) Feci uso della notazione cristallografica del Goldschmidt e del Miller. Vedi V. Goldschmidt, *Winkeltabellen*. Berlin, Springer, 1897.

Digitized by Google

perte dal calcare, si rimostreranno solo poco alterate; quando invece sia data all'acqua la possibilità di stagnare e d'infiltrarsi lungamente, allora la sua azione, coadiuvata da quella dell'acido solforico delle piriti in decomposizione, potrà palesarsi coi residui di soluzione o con la totale rimozione dei minerali medesimi. Il rutilo ed il quarzo non appaiono alterati e sono solo incrostati di calcare o d'ossido di ferro. L'allontanamento del calcare di riempimento è di rado completo; sempre ne rimangono, direi, degli obelischi isolati, in forma di corpi di soluzione, sparsi qua e là nelle druse del rutilo. Però trovai anche esemplari che mostravansi ancora coperti dal calcare e solo in alcune parti lasciavano distinguere i minerali sottostanti.

Potei anche osservare che in altri casi il vano delle druse non sembra essere stato riempito da calcare, o si hanno qua e là solo dei cristalletti di calcite; ciò che generalmente avviene nelle druse d'affine paragenesi in gneiss, ove il rutilo si trova quasi sempre col feldspato.

Trattando con acido cloridrico diluito alcuni esemplari a riempimento di calcare, mi potei accertare del come i minerali della succitata paragenesi aderiscano allo schisto od a noduli di quarzo sempre da una parte e sieno avvolti dal calcare solo dall'altra parte emergente. Il calcare di riempimento mostrò di contenere della mica e qualche ramificazione irregolare di quarzo.

I cristalli del rutilo si mostrano allungati in direzione dell'asse principale *c*. Quelli grossi fino al diametro di 2 mm. circa misurato nel piano degli assi *a*, sono trasparenti a color rosso-sangue intenso; quelli aventi più di 2 mm. di diametro appaiono neri metallici, trasparenti solo in scheggie e frammenti. Sono tanto comuni i cristalli semplici che i geminati secondo *e* (011).

In generale le faccie di prisma sono strette e spesso si riducono a striature parallele all'asse *c*; esse dànno alle misure goniometriche imagini dilatate in causa della Diffrazione. Le faccie prismatiche mostrano pure una tendenza a formare spigoli rientranti, che misurandoli talora dànno imagini molteplicemente riflesse. Inoltre, in causa della Diffrazione, che si manifesta anche sulle faccie piane e larghe, ma striate, e principalmente in causa della riflessione totale e della forte rifrazione doppia,

Digitized by Google

al goniometro si vedono innumerevoli imagini riflesse a splendidi colori. Infine sul goniometro si rimarca come i cristalli trasparenti, specialmente nella zona dei prismi, per riflessione totale e per assorbimento rimandano la luce bianca a color rosso intenso.

In causa di tali fenomeni va qui usata grande circospezione nell'attribuire alle molte imagini riflesse valori di posizione di faccie cristallonomiche.

Con tutto ciò le faccie di prisma costituiscono un mezzo molto preciso per aggiustare i cristalli in posizione polare sul goniometro a due cerchi, non avendo le imagini riflesse incertezza di posizione che nell'angolo φ, giacente nel piano degli assi a, mentre per le medesime l'angolo ρ, giacente nei piani che contengono l'asse c, è in generale molto esatto (90°).

Oltre un paio di forme che anche nella zona dei prismi sogliono presentarsi abbastanza ben sviluppate, si hanno poi le più comuni tra le forme terminali con faccie di nitidezza e splendore singolare.

Le forme osservate sul rutilo dell'Alpe Veglia, ordinate da quelle di frequenza e sviluppo maggiore a quelle più rare e deboli, sono le seguenti:

	Goldschmidt	*e*	*s*	*z*	*ρ*	*t*	*v*	*f*
Forme terminali: Simbolo:		01	1	23	2	$1/_3 1$	$2/_5 1$	$2/_3 1$
	Miller	011	111	231	221	133	255	233
	Goldschmidt	*m*	*a*	*h*	*x*	*Q*	*l*	*r*
Forme prismatiche: Simbolo:		∞	0∞	$\infty 2$	$\infty 4$	$\infty {}^5/_3$	$\infty 3$	$\infty {}^3/_2$
	Miller	110	010	120	140	350	130	230

Misurai con un goniometro a due cerchi, sistema Goldschmidt, ultimo modello, nove cristalli, leggendone accuratamente i valori angolari di posizione di tutte le faccie. Su altri quattro cristalli feci solo alcune misure d'orientamento e d'indagine. Dei primi nove i cinque cristalli migliori, che si mostravano più regolarmente sviluppati nelle loro forme, vennero prescelti per la determinazione delle costanti.

Cristallo N. 1. — Ha un diametro di $^3/_4$ e lunghezza di $2 + {}^1/_2$ mm. *ca.* Mostra le forme *e* ed *s* con tre faccie ciascuna e la forma *z* completa; tali faccie terminali si presentano larghe

Digitized by Google

e di rara nitidezza. Al goniometro tra le molte imagini prismatiche si distinguevano due appartenenti alla forma *m*, una alla forma *a*, tre alla forma *h*, due alla forma *x*. Queste faccie sono tutte strette e solo *a* ed *m* senza striature parallele all'asse *c*.

Cristallo N. 2. — Ha un diametro di $1 + {}^3/_4$, lunghezza 2 mm. *ca.* Predominante è la forma *e* con tre faccie, poi *s* con due, quindi *z* con sette, da ultimo *t* con due. *e* ed *s* dànno le migliori letture. *z* e *t* sono un po' velate. Nella zona dei prismi notai *m* completo e con faccie larghe, senza striature; di tre faccie appartenenti ad *a*, una era larga, senza striature e dava al goniometro nitide imagini. *x* con tre faccie: due debolissime, una larga e finemente striata, che diede buone letture. *h* con una sola faccia, piuttosto larga, che permise buone misure; e finalmente *r* con due faccie molto strette e riflettenti deboli imagini.

Cristallo N. 3. — Ha un diametro di $1 + {}^3/_4$, lunghezza 4 mm. *ca.* Una faccia della forma *e* termina il cristallo; le altre tre sono ridotte a minime dimensioni. Osservai *s* completo con piccole faccette, così pure *z*. *t* con tre faccette, *f* con una, ρ con tre si mostrarono qui quali esilissime forme. *m* è completo, *h* con due faccie finamente striate, che diedero buone letture.

Cristallo N. 4. — Ha un diametro di $1 + {}^1/_2$, lunghezza 4 mm. *ca.* Si mostrarono complete le forme *e*, *s* e *z*. *t* con cinque faccie, delle quali due larghe ma striate parallelamente all'asse di zona [*s t e t*], due molto piccole ed una larga e piana riflettente imagini nitidissime, ν con due esilissime faccette, così pure *f* con una sola, *m* con tre ed *a* con due faccie ben riflettenti. Inoltre *h* e *x* ciascuno con due faccie striate: *h* diede buone letture, quelle di *x* furono più varianti.

Cristallo N. 5. — Diametro 1, lunghezza 3 mm. *ca.* Fig. 1ª della qui unita tavola valga a dare un'idea delle relative dimensioni delle faccie terminali *e*, *s*, ρ, *t*. Essendo le faccie di prisma affette da irregolarità, pensai bene di ridurle ad aspetto ideale. Scorgendovi la forma *m* molto predominante la disegnai come

Digitized by Google

la fosse stata sola; per il che questa e di conseguenza anche la forma *z* corrispondono malamente al loro naturale sviluppo. Le forme *e*, *s*, ρ, diedero letture esattissime. *t* si mostrò con cinque faccie; la più larga diede buone letture, non così le altre. *z* vi è completo ma mal sviluppato.

Cristallo N. 6. — Diametro 2, lunghezza 4 mm. *ca.* Fig. 2 della stessa tavola ritratta il più fedelmente possibile l'intero cristallo, che diede ottime letture per le forme *e*, *s*, *z* complete. Vi riscontrai la forma *t* con due faccie. Caratteristiche sono in questo cristallo le insenature nella zona dei prismi. Esse sono dovute ad una parallela ripetizione di varie serie di faccie. Io ne riprodussi le meglio distinguibili.

Cristallo N. 7. — Diametro 1, lunghezza 4 mm. *ca.* Le forme *e*, *s*, ρ, *z* sono complete e dànno ottime letture. L'abito di questo cristallo è molto simile a quello del N. 5. La forma *t* a faccie esilissime si mostrò cinque volte. La forma *m* completa, perfetta; *a* molto esile. Affatto debole la forma *Q*(350), che diede però letture abbastanza buone e v'apparve completa.

Cristallo N. 8. — Diametro 2, lunghezza 5 mm. *ca.* Esso è di color nero metallico e non è più trasparente. Ottime letture diedero le forme *e*, *s*, *z* complete. *t* si mostrò con sei faccie, delle quali quattro larghe e splendide. Nella zona dei prismi *m* completo e predominante, *a* secondario con tre faccie. Del resto nella zona dei prismi si mostrarono alcune irregolarità.

Cristallo N. 9. — Diametro 2, lunghezza $4 + {}^1/_2$ mm. *ca.* Geminato secondo *e* (011), riprodotto (Fig. 3 di detta Tavola) il più fedelmente possibile in proiezione verticale su d'una faccia *a* (010). Diede ottime letture per le forme *e*, *s*, *z*. Si mostrò alquanto disturbato nella zona dei prismi, che oltre ciò sono sviluppati a ripetizione parallela ed a gradinata. Va notato il prisma *l* con una faccia, che diede letture abbastanza buone.

Noterò qui ancora come su d'un cristallo, presentante complete le forme *e*, *s*, *z*, la forma ρ pure completa, ma esilissima, *m* predominante, *a* con due sole faccette, potei riscontrare la presenza d'una forma $\overset{\text{Gdt}}{07} = \overset{\text{Miller}}{071}$, con letture ammissibili. Non

Digitized by Google

essendosi essa mostrata che con una piccolissima faccetta, senz'altro controllo non l'accettai.

Nella zona dei prismi le sopra citate irregolarità sono in gran parte dovute a minuti cristalletti che si stringono attorno al cristallo principale o si confondono con esso, mantenendo una lieve inclinazione nella direzione dell'asse *c*. Le faccie terminali, però, mostrano in generale d'appartenere ad un cristallo unico e dànno un mezzo di distinzione della rispettiva zona prismatica.

Nei geminati multipli secondo *e*(011) s'osservano spesso gli assi *c* disposti a zig-zag; gli assi non giacciono nello stesso piano, cosa del resto abbastanza comune. Inoltre trovai qualche irregolarità nella geminazione di alcuni cristalli osservati; ma essendo il loro sviluppo a faccie multiple, velate ed ondulate, non potei spiegarmi il fatto con certezza.

Se potrò più tardi procurarmi altro materiale farò ulteriori indagini.

Nella figura 4 della Tavola, che dà la proiezione stereografica e gnomonica delle forme osservate sul rutilo dell'Alpe Veglia, descrissi varî archi di cerchi stereografici, che ci rappresentano le diverse zone e ci indicano l'importanza d'alcuni nodi nella rete di sviluppo delle forme medesime. Eseguendo le misure goniometriche notai come colle imagini riflesse comparissero delle lunghe fascie luminose, che mostravano d'avere una determinata direzione. Facendo uso d'un segnale a punto studiai dette fascie ridotte a linee, lessi i valori di posizione d'alcuni punti su di esse, e li fissai in proiezione stereografica. Le fascie sono qui prodotte da diffrazione e rifrazione della luce nelle minute strie di combinazione, che sogliono talora ripetersi a gradinata; in altri casi però si devono ascrivere ad arrotondamenti zonali.

Notai fascie luminose tra le faccie (vedi proiezione stereografica) $[h_1 z_1 s_1]$; tra $[{}_1h_1 z s_1]$; tra $[\rho_1 s_1]$; tra $[{}_1z \rho_1]$; tra $[z_1 \rho_1]$; molto marcate tra $[s_1 e_1]$ e tra $[s_1 e_2]$ (1). Lo stesso si ripete negli altri quadranti. Tali fascie luminose, prodotte dalle strie

---

(1) Gli indici 1-4 si riferiscono al Quadrante, nel quale si trovano le faccie, simbolizzate dalle lettere che li portano. Gli indici si collocano a destra od a sinistra delle lettere rappresentanti forme ditetragonali, a

Digitized by Google

di combinazione, coincidono con quelle zone cristallografiche nelle quali suole avvenire il differenziamento delle varie forme, dipendente dalle condizioni fisiche di cristallizzazione. Nella zona [*s e s*] si ha, per es., la maggior tendenza a tale differenziamento.

Comparando i risultati da me ottenuti, studiando il rutilo dell'Alpe Veglia, con quelli ottenuti dai varî autori sul rutilo di località diverse, non trovai esempio d'un abito cristallografico così nettamente caratterizzato dalle forme t (133) e specialmente dalla forma ρ (221). Rinvenni molte notizie od enumerazioni di forme cristallografiche per lo più senza un accenno a giacimento, paragenesi, ecc. Nel nostro caso ci paiono interessanti una notizia di V. Hansel (1) in Graz: " Rutile von Modriach " ed il pregiato lavoro del V. v. Zepharovich (2): " Rutil aus dem Stillup-Thal in Tirol ", che portano coi cenni cristallografici anche i rispettivi cenni geologici.

I cristalli di rutilo delle cave di gneiss in Modriach presso Ligist si trovano in secrezioni di quarzo e raggiungono dimensioni considerevoli, fino a 2-3 cm. di lunghezza e grossezza di 2 cm., per lo più terminati ai due poli. L'abito costante dei cristalli è il seguente:

s (111); e (011); m (110) ed a (010)

e s'osservano talora inoltre le forme:

t (133) ed r (230).

Le faccie permettono raramente precise misure.

I cristalli di Stillup-Thal hanno raramente un diametro maggiore di due millimetri e sono caratterizzati dalla loro forma di paléo (ungewöhnliche Kreiselform), dal loro splendore adamantino e per lucidità a color rosso-sangue. Il loro abito insolito viene

---

seconda della posizione delle faccie di quest'ultime nel quadrante. Ben inteso che il senso di destra e sinistra deve venire in ogni quadrante determinato allo stesso modo, qui per es. guardando dalla linea equatoriale verso il polo.

(1) *Zeit. f. Kryst. u. Min.*, vol. III, 1879, pag. 97.

(2) *Zeit. f. Kryst. u. Min.*, vol. VI, 1882, pag. 238.

Digitized by Google

determinato dalla piramide ditetragonale *t*(133), in generale molto regolarmente sviluppata a faccie piane o con fini striature parallele agli spigoli di combinazione delle faccie [*tet*]. La forma *e*(011) ha faccie strette ed è abbastanza comune; essa giace sullo spigolo polare ottuso della forma *t* e venne osservata solo incompleta, come pure la forma *s*, qui molto esile. In un ottante d'uno dei cristalli più grossi (l. c., pag. 238, Tav. VI, Fig. 5) venne trovata la nuova forma *g* (122) con due larghe faccie in Zona [*sfgte*], che è qui ben sviluppata. I prismi sono ridotti ad una stretta zona striata e frastagliata. Vennero trovati *a* (010); *m* (110); *h* (120); *l* (130) raro; *x* (140) e la nuova forma *k* (340).

Il v. Zepharovich porta una tavola delle misure goniometriche ed ammette le costanti del Miller $a : c = 1 : 0{,}6442$. Piuttosto rari sono i geminati secondo *e* (011). Il rutilo della suddetta varietà si trova in druse di piccoli cristalli di periclino bianco o impiantato su litoclasi trasversali d'un gneiss finemente granulare.

Altra varietà di rutilo (non trovata colla prima) in forma di sottili prismi ed aghetti fortemente striati in direzione dell'asse *c* venne osservata su druse di geminati di periclino bianconeve in parte erosi nell'interno e disseminati da aggregati vermiformi di Clorite e da lamelle di mica. Questi due ultimi minerali giacciono anche sul rutilo, che pare si sia formato contemporaneamente al periclino.

Il rutilo si mostra anche direttamente sul gneiss, che del resto costituisce la base della druse di periclino, e viene allora talvolta accompagnato da quarzo e più recenti cristalletti di calcite.

Dal lavoro del v. Zepharovich vediamo come egli studiò due varietà di rutilo accompagnato da feldspato e di giacimento in gneiss; nel nostro caso il rutilo invece si trova su calceschisto ed il feldspato manca affatto nelle druse. L'abito cristallografico del rutilo dell'Alpe Veglia, s'avvicina a quello della seconda varietà di rutilo dello Stillup-Thal, così pure la sua paragenesi: col rutilo del Veglia abbiamo in meno il feldspato, la pirite in più.

Confrontando tra di loro i diversi tipi di cristalli delle dette varietà di rutilo, già si potrebbe senz'altro indurre come

Digitized by Google

ad un altro abito cristallografico debbano rispondere altre condizioni fisiche e geologiche; ciò che vien qui chiaramente provato dai rispettivi cenni di giacimento, sempre secondo la legge universale ed invertibile, che ogni fenomeno deve avere il suo movente.

Costanti cristallografiche. — Il H. Baumhauer nel suo lavoro: *Ueber den Rutil des Binnenthals in Canton Wallis* (1), riferisce d'aver calcolato su d'un cristallo di rutilo (per mezzo degli angoli degli spigoli polari della forma e (011), la quale permise misure molto esatte) le costanti cristallografiche

$$a : c = 1 : 0{,}64387, \quad \text{cioè} \quad a : c = 1 : 0{,}6439 \ \text{(Baumhauer)},$$

$$a : c = 1 : 0{,}6442 \ \text{(Miller)}.$$

Faccio seguire una tabella dei valori angolari di posizione delle forme più regolari pel rutilo dell'Alpe Veglia e v'appongo le costanti cristallografiche da me calcolate coi medesimi. Per quest'ultime vennero prescelti i cristalli:

N[i] I, V, VI, VII ed VIII. Il calcolo diede per risultato i valori già indicati dal Miller e pure ammessi dal v. Zepharovich.

Così che si può ormai ritenere che le costanti cristallografiche del rutilo, come quelle del quarzo e di varî altri minerali, non possano venir più considerevolmente modificate da ulteriori indagini (*Vedi Tabella, pag. 15*).

Indici di rifrazione. — Intendendo di determinare gli indici di rifrazione per il rutilo dell'Alpe Veglia, consultai quanto venne pubblicato in proposito antecedentemente pel rutilo d'altre località e trovai nel lavoro del Bärwald (2) le determinazioni più attendibili, che s'abbiano finora.

Cito a sommi capi quanto ci può interessare: " Un cristallo di rutilo proveniente dalle sabbie aurifere di Sissert si mostrò molto adatto per la determinazione degli indici di rifrazione col metodo di minima deviazione. Lo spigolo rifrangente, levigato parallelamente all'asse c, aveva un angolo di 25°1'.

(1) *Zeit. f. Kryst. u. Min.*, vol. XXXIII, 1900, pag. 653.
(2) *Zeit. f. Kryst. u. Min.*, vol. VII, 1883, pag. 167.

Digitized by Google

	δ_ω	Numero delle letture	δ_ϵ	Numero delle letture	n_ω	n_ϵ
Luce a Litio	42° 31'	6	50° 55'	6	2,5671	2,8415
" Sodio	43° 58' 1/2	7	52° 52'	6	2,6158	2,9029
" Tallio	45° 39' 1/2	3	55° 24'	4	2,6725	2,9817

Quantunque già a prima vista il color rosso-sangue intenso del rutilo dell'Alpe Veglia desse a dubitare d'un buon esito per la determinazione degli indici di rifrazione a luce rossa col litio ed in sommo grado a luce verde col tallio, feci tuttavia levigare alcuni cristalletti parallelamente all'asse *c* dalla firma d'Ottica " Dr. Steeg und Reuter, Homburg v. d. Höhe ".

I prismi così ottenuti, messi in posizione polare sul goniometro a due cerchi per mezzo delle faccie prismatiche naturali rimaste intatte, diedero le seguenti letture per l'angolo (001): *fl* (1):

Prisma I $\quad 001:fl_1 = 90° 15'$, $\quad 001:fl_2 = 89° 24'$ $\quad$ Spigolo rifrangente levigato $= 23° 47' 15''$

Prisma II $\quad 001:fl_1 = 89° 45'$, $\quad 001:fl_2 = 90° 13'$ $\quad$ Spigolo rifrangente levigato $= 24° 01' 45''$.

Essendo il materiale molto minuto non si poteva pretendere maggior esattezza di taglio.

Feci uso d'un goniometro Fuess N. 2-*a* ed ottenni dal prisma I alla luce gialla del sodio una minima deviazione per $\omega = 41°26'28''$ e per $\epsilon = 49°39'41''$, dalle quali si calcolano gli indici di rifrazione.

Luce al sodio $n_\omega = 2{,}6152 \quad n_\varepsilon = 2{,}9014$.

Nelle misure della deviazione minima ebbi un'incertezza di lettura per δ_ω al massimo 0,0003; per δ_ε al massimo 0,0009, prendendo a confronto gli indici calcolati sulla media delle letture e quelli calcolati su i valori più discosti da essa.

(1) *fl* si riferisce alle due faccie levigate parallelamente a *c*.

Digitized by Google

Il raggio ε si mostrò più debole dell'ω, e di qui la maggiore incertezza di lettura.

Tali valori non sono molto lontani da quelli del Bärwald.

Alla luce rossa e verde non potei determinare nulla.

Il prisma II permise le letture per la deviazione minima a luce monocromatica col sodio e col litio, ed a luce Auer quelle approssimative pel verde. Però il prisma mostrò alcune irregolarità, così che non porto qui che i valori degli indici ridotti a due decimali, che del resto essi pure mostrano di rispondere a quelli del Bärwald:

Rosso Luce a Litio	Giallo Luce a Sodio	Verde Luce Auer
n_ω = 2,56	2,61	2,65
n_ε = 2,83	2,90	2,94

Tali dati abbiano per ora un valore preliminare. In caso che io possa, ripeto ancora una volta, trovar materiale più adatto, non mancherò di ritentare determinazioni esatte.

La difficoltà consiste qui nel trovare cristalli individui abbastanza grossi e di colore non troppo intenso ed inoltre liberi da screpolature e da lamelle di geminazione, che sono frequenti.

Digitized by Google

LINCIO G.-Rutilo dell'Alpe Veglia.

Digitized by Google

Fig. 4

○ *Proiezione gnomonica*

∘ *Proiezione stereografica*

Lit. Salussolia, Torino

Digitized by Google

Forme	$e = 011$		$s = 111$		$\rho = 221$		$z = 231$	
	φ	ρ	φ	ρ	φ	ρ	φ	ρ
Cristallo I.	0°03'	32°45'	45°05'	42°16'			33°44'	66°41'
	„ 00	„ 46	„ 01	„ 19			„ 39	„ 41
	„ 03	„ 46	„ 03	„ 17			„ 43	„ 43
							„ 38	„ 43
							„ 39	„ 43
							„ 42	„ 42
							„ 43	„ 42
							„ 40	„ 41
V.	„ 00'	„ 50'	44°57'	„ 23'	45°01'	61°18'		
	„ 03	„ 48	„ 57	„ 17	44 59	„ 14		
	„ 03	„ 46	„ 59	„ 15	44 59	„ 11		
			„ 57	„ 22	44 59	„ 14		
VI.	„ 01'	„ 46'	45°00'	„ 16'			„ 42'	„ 43'
	„ 04	„ 46	„ 03	„ 20			„ 43	„ 44
	„ 03	„ 49	„ 04	„ 20			„ 42	„ 47
	„ 03	„ 49	„ 00	„ 21			„ 45	„ 41
							„ 45	„ 46
							„ 41	„ 44
							„ 41	„ 45
							„ 42	„ 45
VII.	„ 04'	„ 48'	44°59'	„ 18'	44°59	„ 13'	„ 40'	„ 43'
	„ 02	„ 48	„ 59	„ 21	45 02	„ 15	„ 44	„ 43
	„ 01	„ 46	„ 59	„ 19	45 00	„ 14	„ 38	„ 41
			45 02	„ 18	45 01	„ 11	„ 45	„ 43
							„ 41	„ 44
							„ 38	„ 45
							„ 40	„ 43
							„ 44	„ 48
VIII.	„ 00'	„ 47'	44°58'	„ 18'			„ 42'	„ 41'
	„ 04	„ 48	45 00	„ 28			„ 41	„ 46
	„ 04	„ 46	44 54	„ 21			„ 43	„ 47
	„ 02	„ 45	45 04	„ 15			„ 39	„ 45
							„ 44	„ 44
							„ 37	„ 38
							„ 44	„ 38
							„ 42	„ 39
Medie		32°47'		42°18'54"		61°13'45"	33°41'36"	66°43'06"
	$c = p_0 =$ $= 0,644044$		$c = p_0 =$ $= 0,643756$		$c = p_0 =$ $= 0,643887$		$c = p_0 =$ $= 0,644568$	
N° delle osserv.	17		19		8		32	
	0,644044.17= =10,948748= $= A$		0,643756.19= =12,231364= $= B$		0,643887.8= =5,151096= $= C$		0,644568 . 32 = = 20,626176 = $= D$	
$\frac{A+B+C+D}{76} = c =$ $= 0,644176$ $a:c = 1:0,6442$								

Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso (Serra dell'Argentera).

Nota del Dott. ALESSANDRO ROCCATI
Assistente alla R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri di Torino.

Col nome di Serra dell'Argentera si indica il massiccio montuoso che partendo dal Colle Chiapous si estende fino al Colle di Fenestrelle e che forma il limite superiore della Valle delle Rovine, della cui struttura litologica mi sono occupato in un precedente lavoro (1).

La zona in esame comprende il bacino del Lago Brocan, ed in essa sono contenute le maggiori fra le vette delle Alpi Marittime, fra cui le due Argentere (punta Nord 3288 m. e punta Sud 3290 m.), che dànno il nome al massiccio cristallino di cui mi sono proposto lo studio.

Nella presente nota, trattando della Serra dell'Argentera, intendo occuparmi in modo speciale delle rocce che s'incontrano sul versante prospiciente la Valle delle Rovine, riservando ad altra occasione il versante della Valle della Valletta.

Rocce predominanti sono ancora qui i *gneiss*, i quali in generale sono analoghi a quelli già indicati per la Valle delle Rovine e che quindi per la struttura si possono distinguere in *normali* e *cataclastici*, mentre per la composizione sono *biotitici* o *cloritici*. È però da notarsi che il gneiss a biotite in alcuni punti contiene del granato abbastanza abbondante per potersi considerare come *gneiss granatifero*.

Oltre alle varietà di gneiss già descritte altre ve ne hanno interessanti, fra cui *gneiss a cordierite* e *gneiss anfibolici-pirossenici*, i quali ultimi poi contengono frequenti intercalazioni di rocce verdi (*anfiboliti*, *pirosseniti*, *granatiti*, *glaucofaniti*) che per

(1) *Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso (Valle delle Rovine)*, " Atti R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXXIX.

Digitized by Google

la loro giacitura si possono considerare più che altro come modificazioni dei gneiss stessi.

A queste rocce, similmente a quanto si è visto per la Valle delle Rovine, sono associate alcune *rocce filoniane*, per lo più identiche alle già descritte, e *breccie di sfregamento*; queste, insieme ai gneiss a cordierite, ad anfibolo e pirosseno con rocce verdi intercalate formeranno l'oggetto della presente nota.

Gneiss cordieritico. — È una roccia riferibile al gneiss biotitico ma di costituzione più complessa, poichè ai costituenti normali si aggiungono *granato*, *muscovite*, *clorite*, *sfeno*, *tormalina* ed inoltre vi è caratteristica la presenza della *cordierite*.

Essendo i caratteri di questi componenti quelli soliti, non insisto su di essi limitandomi ad indicare come nel *quarzo* sono frequenti le inclusioni in minuti cristalli, a terminazioni ben nette, di *zircone*, di *sillimanite* e di *tormalina* incolore o bruna. Nell'ortosio, oltre alla tipica struttura vermicolare, notai pure, sebben non comunemente, la presenza delle inclusioni sferoidali con struttura riferibile alla vermicolare e figurate nel gneiss della Valle delle Rovine (1).

Localmente il gneiss presenta una struttura nettamente macromera ed in cui è notevole la regolare disposizione dei componenti, per cui si hanno letti di bruna *biotite* in grandi lamine che limitano zone ove sono accentrati gli elementi chiari, *quarzo ortosio*, *plagioclasio*, raro *microclino*, *tormalina* bruna e *cordierite*.

L'*ortosio* è in grandi individui a distinta forma prismatica, però senza terminazioni ben nette, ed i quali raggiungono la lunghezza fin di 3 a 4 cm. Ha color grigio o bianco latteo, non è geminato e lascia scorgere distintamente le linee di sfaldatura che è molto facile; contiene inclusioni di *sostanze carboniose*, di *albite* ed altre di *quarzo*, queste talora così voluminose da scorgersi ad occhio nudo.

Il *quarzo* ha normalmente struttura granulare, ma in qualche punto si insinua nei feldspati in lunghe e strette liste che fanno assumere alla roccia aspetto come di pegmatite. Nel *plagioclasio*, riferibile ad *oligoclasio* ed in parte ad *albite*, è tipica la frequente

(1) Lavoro citato.

Digitized by Google

distorsione delle linee di geminazione polisintetica ed anche la rottura degli individui, i cui frammenti furono ricementati da quarzo.

Sparsa irregolarmente nella massa comparisce la *cordierite* in grani o cristalli prismatici a sezione rettangolare, fortemente colorata con pleocroismo dal verde azzurro al verde chiaro; essa è però comunemente alterata con trasformazione in *clorite* o *muscovite*, oppure in una sostanza verde isotropa.

In accentramenti della roccia insieme a cristalli macroscopici di *ortosio* e grossi grani di *quarzo* s'incontrano grossi cristalli prismatici che ritengo di *cordierite* trasformata in *pinite*. Raggiungono essi dimensioni di 3 a 4 cm. di lunghezza con forme prismatiche terminate dal pinacoide; i prismi sono a sezione quadrangolare od ottagona irregolare, poichè le facce sono per lo più indecise essendo gli spigoli arrotondati tanto da dare al cristallo forma cilindroide; le facce poi sono sempre più o meno scabre.

La durezza è un po' inferiore a quella della calcite; il colore è verde scuro (superficialmente giallastro) con lucentezza grassa; nella scalfittura il colore è grigio. Presenta abbastanza facile divisibilità parallelamente all'asse di allungamento, secondo la quale direzione la divisione avviene talora in placche composte da lamelle micacee.

Il minerale scaldato in tubo chiuso svolge piccole quantità di acqua ed al cannello ordinario fonde difficilmente dando sugli spigoli uno smalto bianco.

Al microscopio appare completamente e profondamente alterato, per cui nessun carattere lascia supporre la natura del minerale da cui proviene; soltanto in alcuni individui si notano linee di sfaldatura parallele all'allungamento ed altre più rare normali alle prime, che sono dovute a sfaldabilità oppure divisione secondo 001.

Nelle sezioni si ha per lo più color verde chiaro torbido o giallognolo senza pleocroismo sensibile e con bassi colori di polarizzazione; prodotti d'alterazione molto comuni, sono ampie lamine di *muscovite*, e, meno abbondanti, di *clorite*, talora accompagnate da una materia verde isotropa che si è deposta fra le lamine insieme a limonite.

Numerose sono le inclusioni di *quarzo*, *magnetite*, *zircone*, rare di *biotite*, eccezionalmente di *sillimanite*.

Digitized by Google

Tutti questi caratteri concordano bene con quelli indicati dai varî autori i cui lavori (1) potei consultare sull'argomento della cordierite e della sua trasformazione in pinite; soltanto non notai riguardo alle inclusioni le zone pleocroiche intorno a quelle di zircone indicate come frequenti da parecchi autori. Ad ogni modo mi pare logico il conchiudere che si tratti nel caso mio di pinite proveniente da alterazione di cordierite, tanto più che abbiam visto esistere questo minerale nella massa della roccia. D'altra parte anche la giacitura concorda con quella indicata da molti degli autori citati ed infine aggiungerò che avendo tagliata una lamina sottile da un cristallo di pinite pseudomorfa di cordierite esistente al Museo Mineralogico di Torino vi riscontrai caratteri microscopici si può dire identici.

Il gneiss a cordierite descritto proviene dalla base dell'Argentera Nord, ma però tale varietà esiste in diversi altri punti del massiccio; così al Lago Brocan, in contatto con la microanfibolite descritta nel precedente lavoro (2), si ha una trasformazione del gneiss comune a biotite in gneiss a grandi elementi con cordierite in giacitura identica a quella sopra indicata.

Anche in questa località la *cordierite* è trasformata in *pinite* con i caratteri già indicati; è però notevole la presenza di

---

(1) Dana, *System of Mineralogy*, 1892, p. 621. — R. Meli, *Cenno sul granito dell'Isola del Giglio e Biblioteca scientifica dell'Isola del Giglio*, " Boll. Soc. Geol. It. ", X (1891), p. 20 e 383. — A. D'Achiardi, *Sulla cordierite nel granito normale dell'Elba, ecc.*, " Atti Soc. Tosc. di S. N. ", Pisa (1896), II, fasc. 3°, p. 1-12. — G. D'Achiardi, *La cordierite dei filoni tormaliniferi nel granito di San Piero in Campo (Elba)*, " Processi Verbali Soc. Tosc. S. N. ", adunanza 28 gennaio 1900. — Grattarola, *Minerali nuovi e poco conosciuti dell'Elba*, " Boll. Com. Geol. It. ", vol. VII (1876), p. 333. — Crosby, *Pinite in Eastern Massachusetts: its Origin and geological Relations*, " Am. Journ. of Sc. ", 3ª serie, vol. XIX (1880). — Hovey, *A cordierit gneiss from Connecticut*, " Am. Journ. of Sc. ", 3ª serie. vol. XXXVI (1888), p. 57. — Fouqué, *Sur un gisement de gneiss à cordiérite de Latour (M.t Dore)*, " Bull. Soc. Min. Fr. ", IX (1886), p. 296. — Fouqué et Michel Lévy, *Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique de la France*. Paris, 1879. — Lacroix, *Minéralogie de la France et de ses Colonies*. Paris, 1895. — Id., *Cordiérite de l'Ariège*, " Bull. Soc. Min. de Fr. ", XII (1889), p. 520 e *Gneiss à Cordiérite* (in *Contribution à l'étude des gneiss à pyroxènes et des roches à wernérite*), " Ibidem ", p. 211.

(2) Lavoro citato.

Digitized by Google

abbondanti e minutissime inclusioni di *sillimanite* ed altre pure molto frequenti di *rutilo* in minuti aghetti.

In questo gneiss cordieritico del Lago Brocan è pure caratteristica la presenza nell'ortosio di voluminose inclusioni di *apatite*.

Gneiss anfibolici e pirossenici con intercalazioni di rocce verdi. — In molti punti della Serra dell'Argentera i gneiss a biotite e clorite si arricchiscono di *orneblenda*, dando passaggio da *gneiss biotitici-anfibolici* e *cloritici-anfibolici*, a *gneiss anfibolici* tipici nei quali è pure comune la struttura cataclastica.

Sono rocce a grana media od anche del tutto macroscopiche in cui abbonda l'orneblenda, che si presenta talora in cristalli prismatici ben distinti, lunghi 1 cm. e più.

Trattasi della varietà verde bruna con forte pleocroismo associato talora alla varietà verde azzurra oppure alla incolora *edenite* con caratteri identici a quelli indicati per rocce analoghe della Valle del Sabbione (1).

Localmente per la grande quantità di orneblenda e la presenza quasi esclusiva con questa di plagioclasio si ha passaggio a *diorite schistosa* intercalata nel gneiss con passaggio graduato dall'una roccia all'altra, od anche con netto distacco.

In qualche punto, però non mai su grande estensione, la *diorite schistosa* assume quel curioso aspetto di breccia che ho descritto a proposito della Valle del Sabbione e che è dovuto ad accentramenti irregolari nella roccia in cui l'orneblenda aumenta molto di frequenza e dove i componenti diminuiscono di dimensioni, avendosi apparentemente una diorite molto ricca in anfibolo inclusa in roccia ove predominerebbe il feldspato.

Nella diorite schistosa si può avere l'esclusiva presenza dell'*orneblenda* bruna, oppure di quella verde azzurra; però tanto nell'un caso che nell'altro, l'anfibolo è sempre automorfo in macroscopici cristalli prismatici fibrosi, mentre invece il *plagioclasio* non mai a contorno distinto riempie i vani fra i cristalli d'orneblenda.

Il plagioclasio è per lo più profondamente alterato e solo

---

(1) *Ricerche petrografiche, ecc. (Valle del Sabbione)*, " Atti R. Acc. delle Scienze ", vol. XXXVIII, 1903.

Digitized by Google

più localmente si scorgono ancora tracce della geminazione polisintetica, che però non si presta ad una determinazione esatta. Prodotto d'alterazione è comunemente il *caolino*, ma vi si nota pure un minerale micaceo incoloro con *epidoto* e specialmente abbondante *zoisite* in grani o prismi anche discretamente voluminosi.

In queste rocce si ha sempre una evidentissima schistosità dovuta alla regolare disposizione dell'orneblenda, la quale, osservando la massa normalmente al piano della schistosità, sembra essere il componente esclusivo. La scarsità del feldspato potrebbe indurre ad ascriverle alle *orneblendoliti* di Franchi (1), ma noto che mentre in queste l'autore indica l'orneblenda come mai automorfa, nel caso mio i cristalli sono invece ben individualizzati con contorno netto, tranne alle estremità talora poco distinte.

Presso il Colle di Fenestrelle riscontrai nella diorite schistosa anche presenza di *pirosseno* in rari grani di color verde chiaro od incolori; in altre varietà della stessa località, in rapporto con il gneiss pirossenico, aumenta il pirosseno e la grana della roccia diventa finissima pur mantenendosi evidente la schistosità.

In qualche punto abbonda invece la *biotite* ed altrove poi è caratteristica la comparsa di una varietà di *anfibolo* fortemente colorato con pleocroismo roseo, azzurro, verde erba, sul quale dovrò tornare in seguito. Tale anfibolo o forma minuti individui isolati, oppure costituisce le terminazioni dei cristalli di orneblenda normale.

Lo gneiss anfibolico per comparsa del granato passa ad un *gneiss anfibolico-granatifero*, di cui raccolsi bei esemplari in diversi punti del Piano del Baus. È roccia distintamente schistosa di color verde, nella quale si osservano prismi allungati fibrosi di *orneblenda* con sparsi nella massa numerosi *granati* rosei. Nei piani di schistosità risulta evidente il fenomeno della laminazione, essendo questi lucidi, come levigati, e talora rivestiti da una sottile patina serpentinosa lucida.

La disposizione dei componenti è molto irregolare, prevalendo in alcuni punti i *feldspati* con *quarzo*, *clorite* ed *attinoto*,

(1) *Relazione sui principali risultati del rilevamento geologico nelle Alpi Marittime eseguito nelle campagne 1891-92-93*, " Boll. Com. Geol. It. „ (1894), num. 3.

Digitized by Google

mentre in accentramenti irregolari s'incontra si può dire esclusivamente *granato* ed *orneblenda*. Caratteristica è l'associazione pegmatitica che si nota abbastanza comunemente fra l'ortosio e l'orneblenda, i quali minerali si compenetrano vicendevolmente, trovandosi anche l'ortosio (geminato con legge di Karlsbad) incluso nell'anfibolo.

Quest'associazione di minerali è indicata dal Lacroix in rocce di tipo analogo alla sopra indicata, e qui farò rilevare come molte delle rocce anfibolico-pirosseniche della Serra dell'Argentera si avvicinino per composizione e caratteri strutturali a quelle descritte dal citato autore nel suo lavoro: *Contribution à l'étude des gneiss à pyroxènes et des roches à wernérite* (1). In tutte le rocce che ho finora indicate sono sempre comuni *apatite, sfeno* e localmente anche *magnetite*.

Nel gruppo compreso tra il Lago Brocan ed il Colle di Fenestrelle è caratteristica in quasi tutte le rocce la presenza del pirosseno, che negli altri punti del massiccio è elemento molto raro per non dire mancante. Così è quivi notevole la sua comparsa nel gneiss ove accompagna l'orneblenda, avendosi così uno gneiss *anfibolico-pirossenico,* oppure ove è associato a *biotite* o più frequentemente a *clorite*; più raramente si ha presenza esclusiva di *pirosseno,* dandosi così luogo ad un tipico *gneiss pirossenico*. In tali gneiss è sempre evidente la struttura schistosa; havvi abbondante *apatite* e nell'ortosio non è rara la struttura vermicolare.

Il *pirosseno* si presenta per lo più in granuli irregolari, meno comunemente in sezioni a contorno cristallino abbastanza distinto con molto marcate le linee di sfaldatura; ha color leggermente verdognolo, senza pleocroismo; talvolta è incoloro, nelle lamine sottili; l'estinzione è di circa 34°, ma può anche salire fino a 38°; i colori di polarizzazione poi sono altissimi. In alcuni casi il pirosseno sembra potersi riferire a *diallaggio*.

Quantunque ben conservato, il minerale è talora minutamente frantumato, avvenendo la frantumazione lungo le linee di sfaldatura; lungo le fessure è comune la presenza di *limonite* o di *clorite*, in cui in alcuni punti si trasforma il *pirosseno,* il quale in qualche punto dà pure luogo al fenomeno della urali-

(1) " Bull. Soc. Minér. de France „ (1889), XII.

Digitized by Google

tizzazione, essendo le estremità ed i bordi dei cristalli trasformati in anfibolo.

Al Roc di Fenestrelle nel gneiss anfibolico-pirossenico si hanno accentramenti di *pirosseno* con passaggio ad una vera *pirossenite*. È questa una roccia macroscopica che risulta formata da un intreccio di cristalli prismatici distinti di un *pirosseno* verde chiaro ed in cui si scorgono le linee di sfaldatura secondo 110, che è facilissima.

In sezioni sottili diventa verde giallognolo od incoloro; i cristalli (che superano 1 cm. di lunghezza) hanno contorno ben netto, tranne alla estremità, e vi sono sempre molto accentuate le striature dovute alla sfaldatura. I caratteri di questo pirosseno lo dimostrano analogo a quello che esiste nel gneiss e rocce affini; di esso mi riservo di dare ulteriormente un'analisi, poichè sarebbe interessante, sembrando da pochi saggi istituiti doversi riferire ai pirosseni alluminiferi.

Associati al pirosseno sonvi rari individui di *orneblenda* verde azzurra in prismi con dimensioni minori di quelle del pirosseno e lamine di *biotite* in piccoli accentramenti con frequente alterazione in limonite. Nella massa poi si osservano lamelle di *ematite* e granuli di *cromite* sempre circondati da un orlo di color verde smeraldo intenso.

Dal gneiss anfibolico per graduale diminuzione fino a totale scomparsa del feldspato si ha passaggio ad *anfiboliti* in intima connessione con il gneiss e comuni specialmente al Piano del Baus, verso l'Argentera ed al piede della piramide terminale del Monte Stella.

Componente essenziale è in questo caso l'orneblenda, tanto della varietà bruna che di quella verde azzurra, questa però essendo sempre meno diffusa di quella.

In qualche punto la varietà verde azzurra di orneblenda presenta una tinta azzurra così distinta e netta che a tutta prima si potrebbe ritenere per glaucofane; ad essa però non corrisponde nè per il pleocroismo, nè per l' estinzione che è simultanea o di poco inferiore a quella dell' orneblenda tipica a cui è per lo più associata.

Io ritengo quindi che si tratti di formazione contemporanea, talvolta con accrescimento parallelo di orneblenda con una varietà sodica che sarebbe intermedia fra l'orneblenda tipica e la

Digitized by Google

glaucofane; avrò occasione in seguito di tornare su questi termini di passaggio, per i quali ho pure intenzione di istituire ricerche chimiche. Ad ogni modo la mia opinione mi pare avvalorata dalle osservazioni di Blasdale (1), il quale descrive appunto delle orneblende azzurre che danno passaggio alla glaucofane e contenenti l'una 7,56 e l'altra 6,14 di Na_2O.

Nelle anfiboliti è pur sempre presente l'incolora *edenite*; già ebbi occasione di descrivere le diverse orneblende e le loro curiose associazioni, per cui rinunzio ora a dilungarmi maggiormente, rimandando ai precedenti lavori per tali caratteri. Noterò solo che localmente compare la varietà a pleocroismo roseo, azzurro, verde, che già indicai e sulla quale dovrò fra breve ritornare; essa è raramente isolata in minuti individui, formando prevalentemente le terminazioni dei cristalli fibrosi di orneblenda.

Nel gruppo di Fenestrelle all'*orneblenda* si associa *pirosseno*, avendosi interstratificazioni poco sviluppate di un'*anfibolite pirossenica*. La roccia ha allora grana fina quasi afanitica ed è di color verde giallognolo con accentramenti verde scuro; le due tinte si hanno anche in sottilissimi strati alternati corrispondentemente ad una regolare disposizione dei componenti, prevalendo nelle zone chiare il *pirosseno* (associato a *feldspato*), mentre le zone scure sono di *orneblenda*.

Il *pirosseno* è la varietà verde chiara già indicata ed è sempre in granuli; l'*orneblenda* è invece la verde azzurra ed è in cristalli prismatici distinti; mentre le linee di sfaldatura poi sono molto marcate nel pirosseno, poco o niente compariscono nell'anfibolo. Frammezzo al pirosseno si hanno granuli di *pirite* che trasformandosi in *limonite* inquina il pirosseno infiltrandosi lungo le linee di sfaldatura; associati poi al pirosseno sonvi granuli di *plagioclasio* trasformato in *saussurite* con separazione di *zoisite*.

Una roccia di color verde scuro analoga per composizione alla precedente raccolsi al Pian del Baus; in essa è notevole la serpentinizzazione dell'anfibolo.

Al microscopio infatti presenta una massa granulare o fibrosa di color verdognolo chiaro o incolora di *serpentino* che

(1) *Contributions to the Mineralogy of California*, " Bull. Dep. of Geol. Univ. of California ", n° 11 (2), p. 327-348, anche " N. J. Ref. ", 1903, I, p. 402.

Digitized by Google

a luce polarizzata rivela la caratteristica struttura dei serpentini provenienti da anfibolo. Di più si osservano ancora dei cristalli distinti di *orneblenda*, alcuni inalterati, altri in cui la serpentinizzazione incomincia lungo le linee di sfaldatura ed altri infine nei quali, pure conservandosi l'abito esterno, l'esame a luce polarizzata rivela la completa trasformazione in serpentino.

Nella massa serpentinosa abbondano granuli del solito *pirosseno* ed altri di *diallaggio* in forme prismatiche poco nette, ove, insieme alle finissime linee di sfaldatura 110, compariscono pure quelle dovute alla divisibilità secondo 100. È bruniccio chiaro e lungo le striature si nota la presenza di *clorite* e di *limonite*. Ha frequenti accenni di uralitizzazione alle estremità. Nella massa della roccia poi abbonda la *magnetite*.

L'associazione del pirosseno con l'anfibolo è fenomeno poco comune; frequentissimo è invece quello dell'unione del granato coll'anfibolo, per cui da gneiss anfibolici-granatiferi si passa ad *anfiboliti granatifere* ed a vere *granatiti*, le cui relazioni però con i gneiss sono sempre rese manifeste dalla giacitura e dalla composizione.

Queste roccie granatifere sono molto ricche, oltrechè in *apatite*, *sfeno* e *rutilo*, anche in minerali metallici opachi, fra cui *pirite*, *ematite*, *ilmenite*, *magnetite*; in una varietà, notai la presenza della *wolframite* in grani irregolari da cui ebbi distintamente le reazioni del tungsteno. Questa varietà contenente wolframite è da considerarsi come una *granatite* e la raccolsi alla base della piramide terminale dell'Argentera Nord; noto qui che già avevo avuto occasione di raccogliere tale roccia a wolframite scendendo da Rocca Val Miana al Piano del Vallasco.

Una varietà di *anfibolite granatifera* che proviene dalle falde del Monte Stella mi pare degna di speciale menzione per l'abbondanza dell'*ilmenite* e del *quarzo*, come anche per la curiosa associazione di questo minerale con l'*orneblenda*.

La massa della roccia è costituita da grandi cristalli di orneblenda, i cui margini sono sempre profondamente incisi e corrosi, e da *granati* granulari; i vani fra i componenti sono riempiti da quarzo limpido con abbondanti inclusioni di *zircone*, di *rutilo* (geminato a ginocchio) e di *tormalina* o incolora o più comunemente bruna in prismetti tozzi con terminazioni nette formate da emiromboedri e dall'emipinacoide.

Digitized by Google

L'orneblenda poi appare come crivellata da fori irregolari che furono riempiti da quarzo; ne risulta un'associazione pegmatitica fra i due minerali che mi pare corrisponda alla " *structure dentelliforme* " di Lacroix (1); infatti il quarzo si presenta in inclusioni con dimensioni variabili, ma sempre ampie, a forme incurvate a semiluna, ripiegate ad *S* o contorte a zig-zag, oppure in plaghe sferoidali od irregolari, come anche in canaletti variamente disposti.

Tale associazione di tipo pegmatitico esiste anche nel granato, ma non così caratteristica come nell'orneblenda; di più è notevole che intorno agli individui di granato si hanno sovente delle aureole di quarzo minutamente granulare.

Nella massa è poi straordinariamente abbondante l'*ilmenite* in grani voluminosi con margini profondamente sfrangiati ed incisi, per cui assume aspetto di un reticolato, o di un traliccio o di aggregati a tremie. Localmente l'*ilmenite* ed il *rutilo* sono intimamente associati, avendosi passaggi ben evidenti dall'uno all'altro minerale; inoltre lungo le maglie dei reticolati d'ilmenite si è formata della *titanite* che costituisce un orlo ai grani oppure anche vi si trova inclusa.

Nelle anfiboliti granatifere esiste pure della *glaucofane*, quantunque non mai molto abbondante, presentandosi in minuti prismi associati all'orneblenda o sparsi senz'ordine nella massa. È però interessante che associata alle rocce granatifere e anfiboliche trovai alla base della piramide del Corno Stella una roccia in lastre di poco spessore che seguendo il concetto di Rosenbuch (2) si può considerare come vera *glaucofanite*.

È roccia macroscopica formata da grandi prismi di *glaucofane* con cristalli di *granato* e abbondante *epidoto*; sparso fra i componenti contiene pure grani irregolari di *rutilo*.

La *glaucofane* è in cristalli prismatici con terminazioni di rado nette con i margini frequentemente corrosi; i cristalli poi sono alle volte rotti con spostamento o no dei frammenti. Talora nell'interno dei maggiori individui si hanno dei prismi minori ben terminati in ogni senso e situati con orientazione

(1) *Le granite des Pyrénées et ses phénomènes de contact*, 2e Mém., " Bull. des services de la Carte géol. de la France ", n° 71 (1900), tomo XI, p. 38.

(2) *Elemente der Gesteinslehre*. Stuttgart, 1898.

Digitized by Google

diversa degli includenti. Evidenti sono le linee di sfaldatura secondo 110 e normalmente all'allungamento si hanno pure strie dovute a rottura analogamente a quanto descrive Colomba (1) nella glaucofane della Beaume.

Nettissimo è il pleocroismo azzurro, violetto, incoloro; in molti cristalli poi si osserva un orlo verde chiaro dovuto a formazione di *clorite*, la quale esiste anche lungo le linee di sfaldatura passando per sfumature all'azzurro della massa; al margine delle fessure trasversali la glaucofane è talora come decolorata. Si hanno frequenti inclusioni di *magnetite*, *quarzo*, *rutilo* con la caratteristica geminazione a ginocchio e *zircone* incoloro, questo meno comune.

Il granato contiene frequenti inclusioni di *quarzo* e di *rutilo*; talvolta vi si notano inclusi piccoli prismi di glaucofane allo stesso modo che non sono rari minuti granati inclusi in questo.

Tanto nella glaucofane poi che nel quarzo è comune l'associazione pegmatitica con il quarzo che ho indicato per l'orneblenda.

Questa roccia, che è analoga per composizione con quella descritta da Piolti (2) e proveniente dalla Valle di Susa, riveste speciale importanza perchè finora non erano state indicate rocce a glaucofane nelle Alpi Marittime.

Talcoschisto. — È roccia molto friabile e tenera che forma strati di poca potenza verso il Colle di Fenestrelle; è eminentemente schistosa, con laminazione evidente; ha color biancastro o grigio ed è costituita da abbondante *talco* con laminette di *muscovite*.

Breccie di sfregamento. — In molti punti della Serra dell'Argentera, ma specialmente negli spuntoni che stanno alla base del Pian del Baus al termine della Valle delle Rovine e nei dintorni del lago di Brocan, s'incontrano, intercalate fra i gneiss od anche in rapporto con la microanfibolite descritta precedentemente (3), delle rocce di color grigio, biancastro o

---

(1) *Sulla glaucofane della Beaume (Alta Valle della Dora Riparia)*, " Atti R. Acc. delle Sc. di Torino ", 1894, vol. XXXIX.

(2) *Pirosseniti, glaucofaniti, eclogiti ed anfiboliti dei dintorni di Mocchie*, " Atti della R. Accad. delle Sc. di Torino ", vol. XXXVII.

(3) *Ricerche petrografiche, ecc. (Valle delle Rovine)*, " Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino ", vol. XXXIX.

Digitized by Google

verdastro, minutamente granulari od afanitiche e di grande compattezza. Talvolta vi si scorgono venuzze di *quarzo* o grani o lenti di tal minerale sparse come porfiricamente nella massa.

Al microscopio risultano delle vere rocce di aggregazione, essendo costituite da grani minuti cementati da sostanze varie, ma più comunemente da quarzo.

La struttura e la posizione di tali rocce mi fa supporre che siano da considerarsi come *breccie di sfregamento*, che si sarebbero originate nei movimenti a cui furono sottoposti i gneiss della regione e di cui una prova si ha nella comune struttura cataclastica.

I granuli componenti appartengono ai costituenti del gneiss; così vi abbonda il *quarzo* con inclusioni di *zircone* e talvolta di *tormalina* incolora, ed il *plagioclasio* sempre più o meno alterato, tanto da non prestarsi ad esatta determinazione; meno comune è l'*ortosio*; la *mica* poi è scarsa o manca del tutto. In qualche caso s'incontra *granato* e *pirosseno*, e frequentemente *clorite* ed *anfibolo*. Notasi pure presenza di *ortosio* e *plagioclasio* in granuli di formazione secondaria che sono allora inalterati e nell'ultimo sono nettamente visibili le linee di geminazione. Anzi è notevole che mentre nell' *ortosio* di prima formazione è molto rara la geminazione di Karlsbad, questa è invece comune nel minerale secondario.

Il cemento che unisce i granuli è, come ho detto sopra, generalmente quarzo (donde la compattezza della roccia), però altrove al quarzo, con cui stanno minuti cristalli ben terminati di *tormalina* bruna, si associa *clorite* che può essere abbondantissima, e localmente anche *anfibolo*.

Di breccie aventi per cemento quarzo ed anfibolo se ne incontrano al Lago Brocan, ma una particolarmente degna di nota per la molteplice varietà dell'anfibolo raccolsi all'Argentera Nord.

Essa ha color verde scuro con sparsi rari granuli macroscopici di quarzo e nella massa oltre ai normali componenti contiene pure *magnetite* e *pirite*; sparse tra i frammenti brecciosi esistono *clorite* ed abbondante *orneblenda*, che in alcuni punti sembra funzionare direttamente da cemento. È in aggregati di fibre o in prismi fibrosi con terminazioni sfilacciate, non distinte; ha color bruno con intenso pleocroismo ed estinzione che da pochi gradi raggiunge un massimo di 22°; insieme al-

Digitized by Google

l'orneblenda si ha dell'*attinoto* fibroso, meno abbondante, di color verde chiaro, pleocroico e con estinzione di circa 14°; nei piani di contatto esiste pure l'attinoto in spalmature di fibre riunite con struttura raggiata.

Nella massa trovasi associata all'orneblenda tutta una serie di altri anfiboli che si presentano in minuti individui prismatici o in fibre, oppure formano il margine e le terminazioni degli individui maggiori od anche sono riuniti in zone alternate sopra uno stesso cristallo. I caratteri di tali anfiboli me li fanno riferire alle seguenti varietà:

Glaucofane, questa anche in individui isolati, minuti in cui è evidente il caratteristico pleocroismo azzurro, violetto, incoloro, con estinzione di 4° a 5°.

Edenite incolora; estinzione = 20°-22°.

Grünerite, pleocroismo, bruno chiaro o incoloro; estinzione = circa 15°.

Arfvedsonite (?), pleocroismo azzurro-verdiccio.

Pargasite, pleocroismo roseo-verde erba chiaro; estinzione = circa 20°.

È finalmente comune una varietà che credo si possa riferire alla *crossite* di Palache (1); infatti ha estinzione di circa 19° e pleocroismo dall'azzurro al ranciato o roseo violaceo, al giallo chiaro.

Altre varietà non sembrano riferibili a specie determinate, ma piuttosto da ritenersi come termini intermedî; fra queste è notevole una che presenta pleocroismo fra il rosso ed il verde smeraldo con angolo di estinzione = 17°-18°.

La presenza di questi varî anfiboli si può ritenere come dovuta a formazione contemporanea e in molti casi ad accrescimento parallelo ed isorientazione, escludendo che si possano ritenere come prodotti da alterazione essendo questi anfiboli sempre sani e limpidi. Sarebbe quindi interessante il vedere come si possa avere tutta una successione di passaggi fra varî anfiboli e specialmente fra la glaucofane e la orneblenda.

Per altra parte, senza ricorrere all'associazione di varie

---

(1) *Blue soda-bearing amphibole from California*, " Bull. Geol. Dep. Univ. Calif. ", vol. I (1894), p. 181.

Digitized by Google

specie di anfiboli distinti, si potrebbe anche seguire l'opinione di Lacroix a proposito delle orneblende di località francesi (1) ed ammettere che si tratti di un'orneblenda unica formata da zone differenti per composizione e specialmente per la quantità di ferro; si avrebbe allora un fenomeno analogo a quello che si verifica nella tormalina, ove uno stesso cristallo col variare da punto a punto della composizione può presentare colori differenti.

Rocce filoniane. — Anche nella Serra dell'Argentera sono comuni le rocce filoniane che ho indicate come associate ai gneiss in molti punti della Valle delle Rovine. Fra quelle già descritte (2) ricordo qui l'*aplite* (con la varietà granatifera), la *microgranulite* ed il *microgranito*; a queste sono da aggiungere poche altre.

Granitite. Roccia afanitica che per l'aspetto esterno molto si avvicina al *microgranito*, essendo come questo a struttura afanitica e di color bianco; però la composizione mineralogica se ne allontana alquanto e seguendo lo Zirkel (3) può esser considerata come granitite.

Infatti consta di *oligoclasio* abbondante con abito prismatico distinto e dimensioni varíabili a cui sono associati rari granuli di *quarzo* ed altri di *ortosio*; di questo si hanno pure sparsi nella massa grossi individui geminati secondo la legge di Karlsbad ed in cui si manifesta la struttura vermicolare. La *biotite* è pur scarsa e non di rado trasformata in *clorite*.

Quarzite. È la roccia descritta nella Valle della Meris e qui pure abbastanza comune; notevoli sono i filoni che s'incontrano nelle due Argentere, fra cui uno della potenza di circa $^1/_2$ metro che intersecando i gneiss si spinge fin alla vetta dell'Argentera Nord.

Microanfibolite. È la roccia già descritta, ma che localmente presenta una composizione diversa da quella della Valle delle Rovine.

Così in un filone al Lago Brocan mancano i cristalli prismatici o aghiformi di orneblenda che al microscopio appaiono sparsi porfiricamente nella massa, per cui la roccia si riduce

(1) *Minéralogie de la France et de ses Colonies*. Paris, 1895, pag. 664.
(2) *Ricerche petrografiche, ecc. (Valle delle Rovine)*, lavoro citato.
(3) *Lehrbuch der Petrographie*. Leipzig, II, p. 33-34.

Digitized by Google

al minuto intreccio di finissime fibre di *orneblenda* e *zoisite* con granuli di *quarzo* e *plagioclasio* e discreta quantità di *apatite*. La roccia ha grande compattezza e fonde facilmente in smalto nero.

Altri filoni invece sono ricchissimi di *orneblenda* microscopicamente porfirica; altri contengono grossi granuli di *quarzo* ed *ortosio* e finalmente al Colle di Fenestrelle la microanfibolite contiene *pirosseno* granulare della stessa varietà che s'incontra nel gneiss.

Microdiorite. Nella regione del Lago Brocan, in rapporto colla microanfibolite s'incontra questa roccia, la quale, essendo costituita essenzialmente da *plagioclasio* ed *orneblenda* in grani minutissimi, può essere considerata come una *microdiorite*. Nel contatto tra essa e la microanfibolite si osserva un distacco ben netto e solo in alcuni punti esistono spalmature di *attinoto* in fibre riunite con struttura fibro-raggiata.

Dove il plagioclasio è sano si riconosce per *oligoclasio*; esso è però comunemente alterato in caolino talora con formazione di *zoisite*; l'oligoclasio forma anche piccoli accentramenti lentiformi o venuzze sparse irregolarmente nella massa.

L'*orneblenda* è la varietà bruna con forte pleocroismo; molto abbondante, essa è in prismi fibrosi con terminazioni per lo più indistinte e con frequenti geminati.

Nella massa notansi *apatite*, *magnetite* abbondante, raro *sfeno* ed accentramenti di *pirite* granulare.

Scendendo dal Colle di Fenestrelle al Rifugio Genova si ritrova questa roccia con identici caratteri, ma in cui è notevole la presenza di *pirosseno*. Mentre l'anfibolo è idiomorfo, quello invece si presenta con abito granulare molto distinto e più che sparso nella massa è accentrato in plaghe ristrette. È la varietà incolora in lamine sottili già descritta.

Nella stessa località, aumentando il volume dei componenti, si passa ad una vera *diorite* a struttura macromera. L'*orneblenda*, automorfa con cristalli lunghi anche 2 cm., è la varietà verde azzurra associata ad *edenite*; per alterazione dell'*oligoclasio* si formò della *zoisite*.

Nella massa havvi *magnetite* e *rutilo*.

Torino, giugno 1904.

Digitized by Google

Condensazione dell'etere cianacetico con alcune aldeidi diossifenoliche.

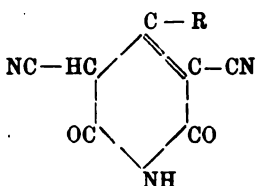
Nota II^a^ del D^r^ GALEAZZO PICCININI.

In un altro lavoro ho accennato ai prodotti di condensazione del piperonalio con etere cianacetico e ammoniaca; ho completato lo studio della serie delle aldeidi diossigenate aromatiche (1, 3, 4), cioè aldeidi protocatechica, vanillina, ald. veratrica.

Le aldeidi contenenti i due ossidrili eterificati reagiscono normalmente, la presenza di uno o due ossidrili liberi ostacola in qualche modo la reazione.

Il rendimento in sali ammonici delle diciangiutaconimidi γ-sostituite è molto inferiore che per tutti i casi precedentemente studiati; l'aldeide protocatechica dà anche come prodotti secondarii delle sostanze nerastre incristallizzabili.

Di più per questa stessa aldeide si verifica un fatto non ancora riscontrato per gli altri composti del genere, che cioè il sale ammonico derivante dalla condensazione con l'etere cianacetico si presenta sotto due modificazioni. Se si considera in generale la formula delle idrodiciandiossipiridine

```
              C — R
            /   \\
NC—HC/          \\C—CN
     |             |
     |             |
    OC\           /CO
        \       /
           NH
```

Si vede che, come piridoni, possono presentarsi nelle forme tautomere enolica e chetonica; anzi la tendenza a tautomerizzarsi è maggiore in causa dei gruppi sostituenti — CN.

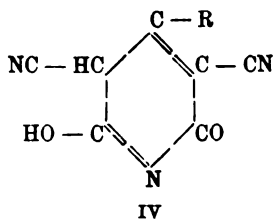
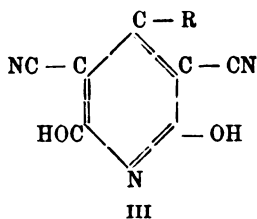
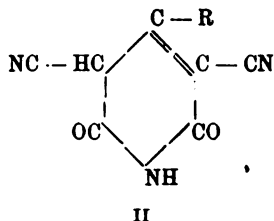
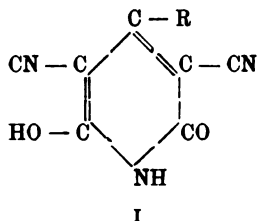
Se il gruppo sostituente in γ- avrà un carattere essenzialmente negativo si capisce che l'idrogeno metinico del gruppo

Digitized by Google

CN-CH sarà suscettibile di migrazione, e la stessa proprietà gode contemporaneamente l'idrogeno imidico.

Cosicchè saranno possibili le quattro forme:

```
          C — R                              C — R
         /  \\                              /  \\
CN — C//      \\C — CN          NC — HC/      \\C — CN
     ||         |                      |         |
     ||         |                      |         |
HO — C\        /CO                   OC\        /CO
        \    /                            \    /
         NH                                NH
          I                                 II

          C — R                              C — R
         /  \\                              /  \\
NC — C//      \\C — CN          NC — HC/      \\C — CN
     ||         |                      |         |
     ||         |                      |         |
   HOC\       //— OH            HO — C\\       /CO
        \\   //                          \\   /
          N                                 N
         III                               IV
```

e quattro o più di quattro possono essere gli isomeri sali ammonici nel caso che il residuo R presenti esso pure, come è il caso dell'aldeide protocatechica, ossidrili in cui possa avvenire la sostituzione dell'ammonio.

La formula III ammetterebbe la possibilità di sali biammonici; ora è stato riscontrato da Guareschi (1) che alcune di queste diciandiossipiridine possono funzionare come acidi bibasici, dando sali biargentici. Io ho considerato la possibilità di tale formula senza aver però un dato sperimentale con cui convalidarla, perchè il sale ammonico della diossibenzal-dicianglutaconimide riduce quasi istantaneamente i sali argentici.

Fino ad ora non erano stati notati sali ammonici isomeri, derivanti dalla stessa reazione; ma, come certamente delle forme possibili una sarà la più stabile, di preferenza si sarà formata quella ad esclusione delle altre; sta anche però il fatto che delle aldeidi provate la protocatechica è senza dubbio quella che possiede carattere negativo più spiccato.

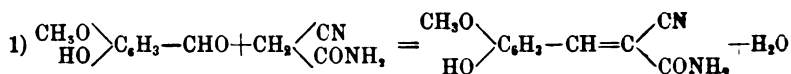
Non è possibile però fissare definitivamente quali delle

(1) " Mem. della R. Acc. delle Scienze „ Torino, Serie II, t. L, pag. 240.

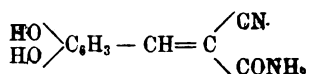
Digitized by Google

quattro formule già date corrisponderanno alla costituzione dei due isomeri.

La vanillina si comporta in modo un po' anormale; la reazione con l'etere cianacetico e ammoniaca si riduce quasi ad una semplice condensazione espressa dall'equazione:

$$1)\ \begin{matrix}CH_3O\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CHO+CH_2\!\!<\!\!\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix} = \begin{matrix}CH_3O\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=C\!\!<\!\!\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}+H_2O$$

mentre è in quantità secondaria il sale ammonico della diciauglutaconimide γ-sostituita.

Ho variato alquanto le condizioni per cercare di ottenere una reazione più regolare, evitando l'eccesso di ammoniaca (3 mol.) che bisogna aggiungere quando si impieghi l'etere cianacetico. La vanillina e l'aldeide protocatechica vennero trattate con 2 mol. di cianacetamide e 1·2 mol. di ammoniaca concentrata. Il risultato è stato ancora meno soddisfacente; la vanillina dà in queste condizioni una piccola quantità di sale ammonico della diciandiossipiridina, l'aldeide protocatechica forma esclusivamente l'amide

$$\begin{matrix}HO\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=C\!\!<\!\!\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$$

secondo l'equazione 1).

D'altra parte la piperonalcianacetamide messa a reagire con etere cianacetico o cianacetamide e ammoniaca concentrata forma il sale ammonico della γ-piperonil-ββ'diciauglutaconimide.

Questi fatti provano due cose: che è veramente la presenza degli ossidrili non eterificati in posizione *p*- e in posizione *m*- e *p*- che rende più difficile la reazione, mentre il processo ha tendenza ad arrestarsi alla formazione di amidi non sature: che questo periodo di reazione anche per le aldeidi precede veramente la formazione dei sali ammonici, come già da tempo trovò Guareschi per gli eteri chetonici.

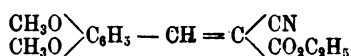
Osservando un poco più minutamente vediamo che nell'aldeide veratrica l'ossidrile *p*- è eterificato, lo stesso si ha nell'aldeide anisica; tutt'e due si comportano normalmente in questa reazione. La vanillina, che ha l'ossidrile *p*- libero, dà il minor rendimento in sale ammonico della corrispondente diciauglutaco-

Digitized by Google

nimmide γ-sostituita. Infine l'aldeide protocatechica che ha entrambi gli ossidrili liberi dà pure un rendimento scarso.

Che cosa se ne può concludere? È forse l'influenza specifica dell'ossidrile libero *p*- che determina questo comportamento, o l'eccezione della vanillina è dovuta alle condizioni non sufficientemente favorevoli di reazione? Ciò deve essere ancora meglio chiarito con altre esperienze.

Non ho riscontrato fra i prodotti secondarii della reazione generale, per queste aldeidi diossigenate, composti analoghi a quelli di Carrick, trovati da Guareschi nella condensazione delle aldeidi benzoica e anisica; bensì l'aldeide veratrica forma una notevole quantità di etere cianacrilico sostituito in β:

$$\begin{matrix} CH_3O \\ CH_3O \end{matrix}\Big\rangle C_6H_3 - CH = C\Big\langle\begin{matrix} CN \\ CO_2C_2H_5 \end{matrix}$$

Anche l'aldeide cinnamica nelle stesse condizioni dà un etere simile; in ambedue i casi non si trovano neppure traccie delle amidi non sature.

I. Vanillina.

A gr. 7.5 di vanillina in gr. 11.3 di etere cianacetico si aggiungono cc. 15 di ammoniaca (sol. al 23 %). L'operazione si effettua in boccia chiusa con tappo a smeriglio. La miscela si fa gialla, liquida, a poco a poco agitando si solidifica. Dopo 24 ore di riposo il prodotto è raccolto e lavato. Secco all'aria pesa gr. 12.

È estratto varie volte con etere; il residuo insolubile da cui l'etere ha separata una sostanza (A) è ripreso due o tre volte con acqua bollente. Per raffreddamento della soluzione si ottiene in forma di fiocchetti ancora giallicci una sostanza che raccolta e seccata pesa gr. 1,25. È decolorata bollendone la soluzione acquosa con carbone animale, e ricristallizzata dall'acqua.

La sostanza secca non fonde sotto 300° ma a 250° imbrunisce notevolmente. Trattata con latte di magnesia a freddo sviluppa ammoniaca. Ha tutti i caratteri di un sale ammonico. La soluzione acquosa si colora con cloruro ferrico fugacemente in verdastro, poi precipita il sale di ferro; il sale d'argento si ha come precipitato gelatinoso trasparente; il sale di piombo

Digitized by Google

precipita anche da soluzioni diluitissime, è caseoso, pesante, giallo. I sali di bario e di rame si formano solo dopo qualche tempo nelle soluzioni un po' diluite.

Il sale ammonico contiene acqua di cristallizzazione:
gr. 0,2716 di sale secco all'aria persero a 90-95° gr. 0,0358

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{12}N^4O^4 + 2^1/_2 H_2O$
H_2O %	13.18	13.07

È un sale ammonico non molto stabile al calore già a 115-120° comincia ad abbandonare ammoniaca, a 150° diviene leggermente roseo. In soluzione acquosa bollito anche a lungo non perde ammoniaca.

Il sale anidro diede all'analisi:
I. gr. 0,1020 diedero gr. 0,0396 H_2O e gr. 0,2080 CO_2
II. gr. 0,0860 diedero cc. 14 di N a 740 mm. e 16°.5

	trovato		calcolato per $C^{14}H^{12}N^4O^4$
	I	II	
C %	55.61	—	56.00
H „	4.31	—	4.00
N „	—	18.48	18.66

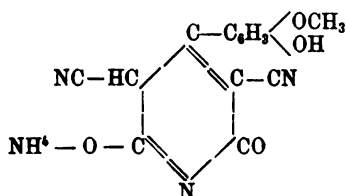
Stando nel vuoto e su acido solforico perde 1 $^1/_2$ H_2O e si trasforma nel sale $C^{14}H^{12}N^4O^4 + H_2O$. In fatto gr. 0,2174 di sale secco all'aria persero nel vuoto gr. 0,0173 cioè 7.95 %, mentre si calcola 7.32 %, e il sale analizzato diede:
gr. 0,0827 diedero gr. 0,0326 H_2O e gr. 0,1606 CO_2

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{12}N^4O^4 + H_2O$
C %	52.96	52.83
H „	4.39	4.40

Avendo a disposizione piccole quantità di sostanza non ho potuto in modo più sicuro determinare l'acqua di cristallizzazione; del resto anche il sale ammonico ottenuto dalla reazione fra vanillina e cianacetamide diede risultati che concordano colla formula $C^{14}H^{12}N^4O^4 + 2^1/_2 H_2O$.

Digitized by Google

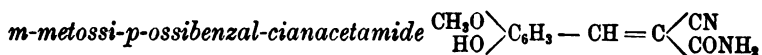
La costituzione di questo sale sarà dunque:

```
                C—C6H3<OCH3
                /\\       \OH
        NC—HC/    \\C—CN
            |          |
            |          |
NH4 — O — C\\      /CO
              \\  /
               N
```

La solubilità in acqua a freddo è piccola:

cc. 5 di sol. satura a 14° lasciarono un residuo di gr. 0,0058. Solubilità a 14° = 1 : 860

cc. 10 di sol. satura a 65° diedero gr. 0,0539 di residuo. Solubilità a 65° = 1 : 185.

Sospeso in acqua, in presenza di vapori di bromo si colora in rosso (come la vanillina), per aggiunta di una o due goccie di NH_3 concentrata, la colorazione passa al verde indi a poco a poco ritorna al rosso cupo. Il passaggio non è netto se si aggiunge ad un tratto un forte eccesso di ammoniaca.

m-metossi-p-ossibenzal-cianacetamide $\begin{matrix}CH_3O\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=C\!<\!\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$

La sostanza A ottenuta dalle estrazioni eteree è riunita al prodotto rimasto insolubile nel trattamento con acqua bollente. Si ricristallizza dall'alcool a 60 %, due o tre volte, si ottiene infine in forma di cristalli gialli fondenti a 210-210°.5. Rendimento = gr. 8.5.

Seccato su cloruro di calcio diede all'analisi:

I. gr. 0,1145 diedero gr. 0,0483 H_2O e gr. 0,2539 CO_2.

II. gr. 0,1365 diedero cc. 15.2 di N a 15° e 736 mm.

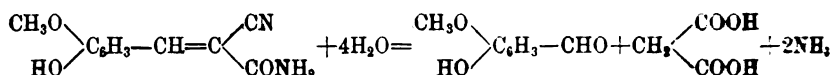
	trovato		calcolato per	
	I	II	$C^{11}H^{10}N^2O^3$	$C^{11}H^{12}N^2O^3$
C %	60.47	—	60.55	60.00
H „	4.65	—	4.63	5.45
N „	—	12.82	12.84	12.72

L'analisi e la sua formazione, come dirò, dalla cianacetamide e vanillina, i caratteri di solubilità, le relazioni che ha

Digitized by Google

con la piperonalcianacetamide non lasciano dubbio trattarsi qui dell'amide non satura.

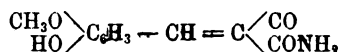
Per ebollizione con latte di magnesia rimane inalterata, comincia a svilupparsi ammoniaca quando si tratti con acqua di calce anche a freddo; bollita con eccesso di acqua di barite svolge 2 mol. di ammoniaca, contemporaneamente si ha una decomposizione espressa dall'equazione:

$$\begin{matrix} CH_3O \\ HO \end{matrix} \!\!> C_6H_3-CH=C\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix} + 4H_2O = \begin{matrix} CH_3O \\ HO \end{matrix}\!\!> C_6H_3-CHO+CH_2\!\!<\!\!\begin{matrix} COOH \\ COOH \end{matrix} + 2NH_3$$

a gr. 0,809 di amide furono aggiunti cc. 450 di acqua di barite satura; si bollì in corrente di vapore per ore 5. NH_3 raccolta gr. 0,1255

	trovato	calcolato per $2NH_3$
NH_3 %	15.14	15.59

Il liquido fu reso acido ed estratto con etere. Si ricavò così una miscela di vanillina e ac. malonico. Separati, furono identificati ai punti di fusione 80-81° (vanillina) e 131° (ac. malonico). La vanillina fu identificata anche per il carattere di ridurre il nitrato di argento ammoniacale, per la colorazione azzurra che dà col cloruro ferrico.

Sia all'aspetto che ai caratteri di solubilità questa amide:

$$\begin{matrix} CH_3O \\ HO \end{matrix}\!\!> C_6H_3-CH=C\!\!<\!\!\begin{matrix} CO \\ CONH_2 \end{matrix}$$

assomiglia molto alla piperonalcianacetamide, da cui differisce nella composizione solo per 2 at. di idrogeno.

I punti di fusione sono assai vicini, cioè 210-210°.5 e 212-213°. L'acqua e l'acido acetico glaciale le sciolgono in rapporti assai diversi; in genere l'amide derivante dalla vanillina è assai più solubile.

L'ac. acetico glaciale all'ebollizione la scioglie approssimativamente nella proporzione del 10 %; la piperonalcianacetamide nelle stesse condizioni si scioglie circa il 2.5 %.

Digitized by Google

CONDENSAZIONE DELLA VANILLINA CON CIANACETAMIDE.

A gr. 7.5 (1 mol.) di vanillina si mescolano intimamente gr. 8.4 (2 mol.) di cianacetamide, si aggiungono cc. 15 di ammoniaca al 20 %, cioè un forte eccesso. La condensazione avviene come precedentemente. Il prodotto raccolto e seccato pesa gr. 11. Procedendo analogamente a quanto fu già detto, ho potuto separare gr. 0,9 di sale ammonico della diciangIutaconimide γ-sostituita. Ricristallizzato diede:
gr. 0,1000 di sale secco all'aria diedero grammi 0,0456 H_2O e gr. 0,1775 CO_2

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{12}N^4O^4 + 2^1/_2H_2O$
C %	48.4	48.69
H „	5.1	4.92

La massima parte (gr. 9.5) del prodotto è costituito dalla amide non satura già descritta. Ricristallizzata dall'alcool fondeva a 210-210°.5 e diede all'analisi:
gr. 0,1477 diedero cc. 17.6 di N a 17° e 728 mm.

	trovato	calcolato
N %	13.26	12.84

II. Aldeide protocatechica.

L'aldeide adoperata proveniva dalla Casa Kahlbaum, e aveva tutti i caratteri di purezza richiesti. P. F. 150°.

Si sciolgono gr. 10 di aldeide in gr. 16.4 di etere cianacetico, alla soluzione si aggiungono cc. 17 di sol. di ammoniaca al 22 %. Il liquido si colora in rosso-scuro e si sviluppa molto calore. Agitando con turbina Rabe dopo circa un'ora comincia a deporsi sostanza cristallina dall'aspetto bruno. Dopo 6-8 ore di agitazione si lascia a sè la massa solida formata ancora per 24 ore. La sostanza greggia raccolta, lavata e asciutta fra carta e all'aria pesa gr. 10.

La preparazione fu ripetuta: uguale rendimento.

Il liquido filtrato odora lievemente di acido cianidrico, con-

Digitized by Google

centrato a 60-70° a b. m. dà un residuo siropposo nero, dal quale non ho potuto ottenere nessuna sostanza cristallina.

La massa greggia è estratta varie volte con acetone a freddo, perchè all'etere essa non cede nulla. Si separa così una una sostanza (A) abbastanza solubile in acetone, della quale tratterò in seguito.

La parte insolubile dopo un lavaggio all'alcool concentrato è ricristallizzata dall'acqua. Sono necessarie varie cristallizzazioni per ottenerla pura e poco colorata; si può adoperare anche come agente decolorante il carbone animale, ma il vantaggio non è grande. La sostanza pura presenta tutti i caratteri di un sale ammonico; sviluppa ammoniaca quando sia trattata a freddo con latte di magnesia, non fonde sotto 300° ma imbrunisce a temperatura elevata.

Ho già accennato innanzi che questa sostanza è formata dalla riunione di due sali isomeri. Essi si distinguono per due caratteri: per la forma cristallina che presentano al microscopio e per la proprietà di ritenere con più o meno energia la loro acqua di cristallizzazione.

Sono cristallizzati tutti e due con 1 mol. di acqua; uno forma dei prismi lunghi isolati incolori o solo lievemente colorati in gialliccio, l'altro si presenta in aghi riuniti a ciuffo assai simili, nella forma, a quelli del fenilglucosazone.

Chiamerò β- il primo ed α- il secondo sale, per distinguerli. Il sale α- elimina la sua acqua di cristallizzazione facilmente a 100°, il sale β- non la perde che in piccolissima parte e se s'innalza la temperatura sopra 100°, insieme ad essa si svolge un poco di ammoniaca.

Se si mantiene questo sale β- per 1 quarto d'ora circa all'ebollizione, in soluzione acquosa, si trasforma completamente nell'altro; se si trovano in presenza ambedue, ciò che si riconosce facilmente al microscopio, basta trattare la miscela dei due con acqua a 80°, il sale α- passa facilmente in soluzione, essendo più solubile, e si può separare in tal modo completamente dal suo isomero.

A tutta prima mi son fatto l'ipotesi che si trattasse di un semplice caso di dimorfismo, ma questa non mi sembra sufficiente a spiegare i fatti.

Se fossero modificazioni cristalline di uno stesso sale, cri-

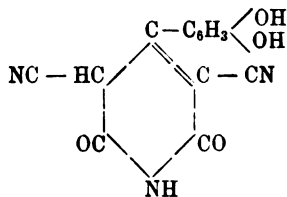
Digitized by Google

stallizzandole ciascuna separatamente nelle medesime condizioni di temperatura, si dovrebbe ottenere, o sempre una stessa forma, cioè la più stabile a detta temperatura, o ambedue le forme insieme, se a questa temperatura sussistesse un equilibrio fra le due forme.

Ciò non accade affatto e il sale β- sciolto a 80° seguita a cristallizzare esclusivamente in prismi, mentre l'α- dà soltanto i caratteristici aghi riuniti a ciuffo. Quando il sale β- è trasformato per ebollizione con acqua nel suo isomero, allora anche sciolto a 80° dà sempre i caratteristici ciuffi somiglianti a quelli del fenilglucosazone.

Ho già detto innanzi che date le possibili forme tautomere in questi composti aventi atomi di idrogeno capaci di migrazione, non si può fissare una formula definitiva coi comuni caratteri e conviene restar sempre nel campo delle ipotesi.

Considerando una delle possibili forme della diciandiossiidropiridina sostituita da cui derivano questi due sali, e cioè la più stabile

```
                  C — C6H3 / OH
                 / \\      \ OH
    NC — HC /      \\ C — CN
           |          |
           |          |
          OC \      / CO
               \   /
                NH
```

si vede che l'isomeria potrebbe essere anche data dalla sostituzione dell'ammonio all'idrogeno imidico o all'idrogeno di uno degli ossidrili fenolici; tuttavia escluderei questo genere d'isomeria perchè la γ-diossifenilββ'dicianglutaconimide derivante dalla scomposizione dei sali di piombo e di bario preparati dai due sali isomeri, non è la stessa; si hanno infine sostanze diverse per il modo di cristallizzare e per il contenuto di acqua di cristallizzazione.

Mi riserbo di studiare più accuratamente la questione valendomi di altri caratteri per stabilire quali sieno le formule da attribuire a questi sali α- e β-.

Nel loro comportamento generale, del resto, questi sali presentano molta somiglianza e dànno entrambi reazioni dovute agli ossidrili fenolici: cioè la colorazione verde intensa col clo-

Digitized by Google

ruro ferrico, colorazione che ricompare, dopo ebollizione del liquido, durante il raffreddamento a differenza di quello che ho notato per l'aldeide protocatechica.

Riducono prontamente il nitrato d'argento ammoniacale a freddo; precipitano con nitrato d'argento un sale che subito poi subisce la riduzione.

Possiedono ambedue reazione acida netta al tornasole.

Sale α-. $C^{13}H^{10}N^4O^4 + H_2O$. Cristallizza in aghi minuti a ciuffo, assai somiglianti a quelli del fenilglucosazone, ma sono incolori. Ricristallizzato anche dopo ebollizione con acqua presenta lo stesso aspetto. Nel sale ammonico greggio quale si ottiene dalla reazione si trova in proporzione di gr. 1 sopra 3 gr. È quindi quello che si forma in minor quantità. Si separa dal β- trattando il sale ammonico greggio con poca acqua a 75-80° e filtrando a questa temperatura.

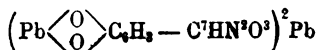
Secco all'aria diede all'analisi:

I. gr. 0,3647 persero a 100° gr. 0,0196 in 2 ore
II. gr. 0,3262 persero a 100° gr. 0,0178
III. gr. 0,1131 diedero cc. 18.7 di N a 24° e 746 mm.
IV. gr. 0,1235 diedero cc. 20.2 di N a 24° e 742 mm.
V. gr. 0,0966 diedero gr. 0,0369 H_2O e gr. 0,1867 CO_2

	trovato					calcolato per $C^{13}H^{10}N^4O^4+H_2O$
	I	II	III	IV	V	
H_2O %	5.37	5.45	—	—	—	5.92
C „	—	—	—	—	51.12	51.31
H „	—	—	—	—	4.11	3.94
N „	—	—	18.25	18.40	—	18.42

Solubilità a 24°. Soluzione satura gr. 12,832. Residuo a 100° gr. 0,0302, cioè solubilità a 24° = 1 : 424. Riferita al sale anidro.

Trattato con acetato di piombo precipita un sale gelatinoso pesante di color giallo vivo; questo sale contiene acqua di cristallizzazione; il dosamento del piombo, replicato, non mi dette risultati concordanti con una formula semplice, la quantità di piombo è un po' maggiore di quella richiesta per la formula

$$\left(Pb\langle{}^{O}_{O}\rangle C_6H_3 - C^7HN^2O^3\right)^2 Pb$$

Il sale di rame si ottiene in forma di fiocchetti verdi, i sali di zinco e di calcio sono molto più solubili dei precedenti.

Il sale ammonico riduce istantaneamente a freddo il nitrato d'argento ammoniacale. Si colora in verde col cloruro ferrico.

La diciandiossiidropiridina γ-sostituita che si ottiene decomponendo con ac. solfidrico il sale di piombo in sospensione nell'acqua, dopo varie cristallizzazioni si presenta bianca in cristalli dall'aspetto setaceo. Non fonde sotto 300°, ma imbrunisce verso 250°.

Fu analizzata ma non diede risultati molto concordanti, perchè per quanto si ricristallizzi contiene sempre una piccola quantità di piombo. Sembra che cristallizzi con 2 mol. di acqua.

Sale β-. $C^{13}H^{10}N^{4}O^{4} + H_2O$. Forma dei prismi sottili piuttosto pesanti. Al microscopio non si trova mai nel sale puro il composto cristallizzante in aghi. Forma la parte maggiore del sale ammonico greggio.

Cristallizza con 1 mol. di acqua che non perde che in piccola parte per riscaldamento.

gr. 0,6198 di sale secco all'aria persero a 100° gr. 0,0064 cioè 1.02 %, e gr. 0,8377 persero a 100° gr. 0,0086 cioè 1.03. Anche scaldato in tubo Liebig in corrente di aria secca a 130-135° a bagno di glicerina, diede lo stesso risultato; a questa temperatura però si sviluppa un po' di ammoniaca. Il sale secco all'aria all'analisi diede:

I. gr. 0,1268 diedero gr. 0,0466 H_2O e gr. 0,2444 CO_2

II. gr. 0,107 diedero cc. 17 di N a 15° e 738 mm.

III. gr. 0,4716 trattati con latte di magnesia a freddo in giorni 10 diedero gr. 0,0229 di NH_3

	trovato			calcolato per $C^{13}H^{10}N^{4}O^{4}+H_2O$
	I	II	III	
C %	50.98	—	—	51.31
H „	4.08	—	—	3.94
N (tot.)	—	18.09	—	18.42
N (amm.)	—	—	4.86	4.60

Il sale che aveva perduto 1.02 e 1.03 % stando a 100°, all'analisi diede:

Digitized by Google

I. gr. 0,1085 diedero cc. 17.6 di N a 15° e 734 mm.
II. gr. 0,1095 diedero gr. 0,0400 H_2O e gr. 0,2028 CO_2

	trovato
C %	51.85
H „	4.05
N „	18.32

e per un sale che di 1 mol. d'acqua di cristallizzazione abbia perso solo la quarta parte si calcola: Perdita in peso 1.48 e

C %	52.00
H „	3.84
N „	18.66

Solubilità a 15°.5 — Soluzione satura gr. 10,2 — Residuo a 100° gr. 0,0173, cioè 1 : 589.

Questo sale si colora anch'esso con cloruro ferrico, un poco meno prontamente, essendo un po' meno solubile; precipita con i sali di bario un sale in aghi bianchissimi. Riduce un poco le soluzioni dei sali mercurosi.

Sale di bario $(C^{13}H^6N^3O^4)^2Ba + 4H_2O$. — In aghi setacei bianchissimi, cristallizza bene dall'acqua, in cui è poco solubile a freddo.

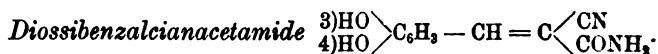
All'analisi diede:

gr. 0,3671 di sale secco all'aria scaldato a 95-100-130° perdono gr. 0,0342

	trovato	calcolato per $(C^{13}H^6N^3O^4)^2Ba+4H_2O$
H_2O %	9.31	9.66

gr. 0,3137 di sale anidro diedero gr. 0,1068 di $BaSO_4 = Ba$ gr. 0,0627.

	trovato	calcolato per $(C^{13}H^6N^3O^4)^2Ba$
Ba %	19.99	20.3

Diossibenzalcianacetamide $\begin{matrix}3)HO\\4)HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=C\!<\!\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$.

La sostanza A estratta dall'acetone ricristallizzata varie volte dall'alcool e dall'acqua si ha in cristalli di color giallo

Digitized by Google

intenso, prismatici leggieri se si ottengono dalle soluzioni acquose, duri e splendenti, più grossi dalle alcooliche.

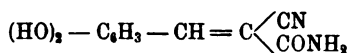
Comincia ad imbrunire a 210°, a 220° è nera, fonde a 232° decomponendosi.

All'analisi ha dato:

I. gr. 0,1410 diedero cc. 17.2 di N a 17° e 732 mm.
II. gr. 0,1131 diedero gr. 0,0412 H_2O e gr. 0,2449 CO_2

	trovato		calcolato per	
	I	II	$C^{10}H^8N^2O^3$	$C^{10}H^{10}N^2O^3$
C %	—	59.04	58.82	58.25
H „	—	4.04	3.92	4.90
N „	13.65	—	13.72	13.59

L'analisi mostra trattarsi dell'amide non satura:

$$(HO)_2 - C_6H_3 - CH = C\langle{}^{CN}_{CONH_2}$$

In soluzione acquosa reagisce acida al tornasole. La soluzione acquosa è colorita in verde dal cloruro ferrico, riduce il nitrato d'argento ammoniacale; precipita con acetato di piombo un sale gelatinoso di color ranciato. È solubile bene in alcool, anche in acqua bollente a differenza delle amidi non sature ottenute da piperonalio e vanillina. Bollita anche a lungo con acqua non svolge ammoniaca, questa s'incomincia a sviluppare già per ebollizione con latte di magnesia, e con acqua di calce anche a freddo. Cogli alcali si colora intensamente in rosso.

Condensazione dell'aldeide protocatechica con cianacetamide.

A gr. 10 di aldeide finamente polverizzata, si mescolano gr. 12.1 di cianacetamide, si aggiunge poi 12-15 cc. di soluzione acquosa di ammoniaca al 23 %. La miscela si colora in giallo-verde che si fa via via più cupo, si fa totalmente liquida, poi per agitazione deposita sostanza cristallina.

Dopo 12 ore è raccolta e lavata, secca pesa gr. 10 circa. Ricristallizzata dall'alcool e dall'acqua si ottiene assai pura; fonde a 232°, ma già a 220° subisce una parziale decomposizione.

Digitized by Google

All'analisi la sostanza secca su acido solforico ha dato:

I. gr. 0,1454 diedero cc. 17.4 di N a 17° e 740 mm.

II. gr. 0,168 diedero gr. 0,364 CO_2 e gr. 0,630 H_2O

	trovato		calcolato per $C^{10}H^8N^2O^3$
	I	II	
C %	—	59.02	58.82
H „	—	4.16	3.92
N „	13.55	—	13.72

Presenta tutti i caratteri già notati per la diossibenzalcianacetamide. Non ho riscontrato che nella reazione si formi, neppure in piccola quantità, il sale ammonico della γ-diossifenil-ββ'diciangl utaconimide.

Il rendimento di prodotto puro è scarso.

III. Aldeide veratrica.

Nelle preparazioni sono partito da un'aldeide che preparai metilando la vanillina secondo il metodo di Tiemann (1); l'aldeide fondeva a 42-43° e diede all'analisi:

gr. 0,201 di aldeide secca su $CaCl_2$ diedero gr. 0,1118 di H_2O e gr. 0,4789 CO_2

	trovato	calcolato
C %	64.98	65.06
H „	6.18	6.02

Gr. 10 di aldeide sono sciolti in gr. 13.6 di etere cianacetico in boccia chiusa, aggiungo cc. 16 di ammoniaca al 23 %. Il liquido si fa giallo, si sviluppa calore e dopo pochi momenti si rapprende in un magma cristallino.

Lascio a sè 24 ore; riprendo con alcool a 60 %, perchè riprendendo con acqua si ottiene una massa gelatinosa assai difficile a raccogliere e seccare.

L'alcool filtrato è evaporato a secco a b. m.; si ottiene un

(1) Tiemann, B. 8, pag. 1135.

Digitized by Google

residuo che pesa gr. 4.5. Rendimento totale in prodotto greggio gr. 16.5.

È estratto varie volte con l'etere, indi con acetone.

Rimane indisciolta una sostanza che presenta i caratteri di un sale ammonico. Le sostanze presenti nel prodotto greggio sono distribuite così: Sostanza estratta dall'etere gr. 4.5. Estratta dall'acetone gr. 4. Sale ammonico gr. 7.

Sale ammonico della γ-dimetossifenil-ββ'dicianglutaconimide.

Questo sale è ricristallizzato dall'alcool a 70 % che lo scioglie all'ebollizione nel rapporto del 4 %. Dopo decolorazione con carbone animale e ricristallizzazione si ottiene in forma di prismi brillanti bianchissimi, che non fondono sotto 300°, imbruniscono a 280-290°. Rendimento 70 % dell'aldeide impiegata.

All'analisi diede:

I. gr. 0,6109 persero a 100° gr. 0,0799
II. gr. 0,6960 persero a 100° gr. 0,0915
III. gr. 0,0908 di sale secco all'aria diedero cc. 12.4 di N a 17°.5 e 740 mm.

	trovato			calcolato per $C^{15}H^{14}N^4O^4+2^1/_2H_2O$
	I	II	III	
H_2O % (1)	13.07	13.13	—	12.53
N „	—	—	15.43	15.59

IV. gr. 0,1370 di sale anidro diedero cc. 21.8 di N a 740^{m} e 16°.5.
V. gr. 0,2121 di sale anidro diedero gr. 0,0920 H_2O e grammi 0,4438 CO_2

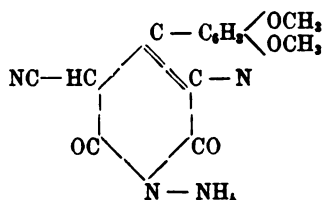
	trovato		calcolato per $C^{15}H^{14}N^4O^4$
	IV	V	
C %	—	57.06	57.32
H „	—	4.81	4.45
N „	17.42	—	17.83

Solubilità a 25° in alcool al 70 % — Soluzione gr. 15,42. Residuo gr. 0,1496 — 1 : 100 circa.

(1) Le determinazioni furono fatte parallelamente scaldando in stufa ad aria ed in b. m. bollente facendo passare attraverso al tubo Liebig una lenta corrente di aria secca.

Digitized by Google

L'analisi dimostra trattarsi del sale

```
                  C — C6H3<OCH3
                 //         OCH3
NC—HC/    \\C — N
      |          |
      |          |
   OC\      /CO
          \/
          N — NH4
```

Il sale a 100° si colora in giallo, per raffreddamento ritorna bianco, a 120° incomincia a sviluppare ammoniaca ma solo in piccola quantità, elevando molto la temperatura si fa roseo color fior di pesco.

Sviluppa ammoniaca a freddo con latte di magnesia. È bene solubile in alcool diluito, meno nell'alcool concentrato. In etere e acetone è quasi insolubile. In soluzione acquosa reagisce debolmente acido al tornasole.

Non si può ottenere cristallizzato dall'acqua perchè forma coll'acqua una gelatina trasparente, fra la quale si notano, per riposo, dei lunghi filamenti bianchi, al microscopio appare allora come una matassa di fili lunghi e assai sottili. Un fenomeno simile fu osservato da Guareschi (1) per la cianmetilglutaconimide.

Le soluzioni acquose calde precipitano i rispettivi sali con nitrato d'argento e acetato di piombo; il sale di rame è più solubile e si forma solo dopo qualche tempo.

Etere 3-4-dimetossifenil-α-cianacrilico $\begin{matrix} CH_3O \\ CH_3O \end{matrix} \Big\rangle C_6H_3—CH{=}C \Big\langle \begin{matrix} CN \\ CO_2C_2H_5 \end{matrix}$.

Dal prodotto primitivo l'etere estrae una sostanza che così greggia fonde verso 150°. Ricristallizzata dall'alcool a 90 % si ottiene in lunghi aghi bellissimi, bianchi con fluorescenza azzurra.

Conviene sempre, avanti di ricristallizzarla, lavarla con poca acqua bollente, per separare meglio le traccie di amide di cui potrebbe essere impura.

Purissimo fonde a 156° (term. immerso).

(1) " Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino „, serie II, t. XLVI. pag. 13.

Digitized by Google

Seccato su cloruro di calcio diede all'analisi:

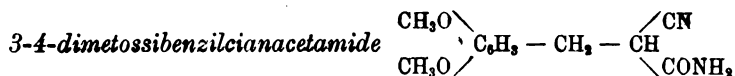
I. gr. 0,1172 diedero cc. 5.6 di N a 18°.5 e 741 mm.
II. gr. 0,1181 diedero gr. 0,2807 CO_2 e gr. 0,0651 H_2O
III. gr. 0,1718 diedero gr. 0,0903 H_2O e gr. 0,4064 CO_2
IV. Determinazione peso molecolare (App. Riiber-Solv. acetone).
Sostanza gr. 0,5429. Acetone gr. 14.117 $\Delta = 0°.25$

	trovato				calcolato per $C^{14}H^{13}NO^{4}$
	I	II	III	IV	
C %	—	64.81	64.51	—	64.32
H „	—	6.12	5.84	—	5.80
N „	5.38	—	—	—	5.37
Peso molecolare				257	261

Nelle condizioni ordinarie non assorbe il bromo, questo sembra agire come sostituente.

È insolubile o quasi in acqua fredda, poco nella bollente, solubile bene in alcool, acetone e benzene, solubilissimo anche a freddo in cloroformio.

L'analisi e la determinazione del peso molecolare s'accordano dunque colla formula di un etere cianacrilico sostituito.

3-4-dimetossibenzilcianacetamide $\begin{matrix} CH_3O \diagdown \\ CH_3O \diagup \end{matrix} C_6H_3 - CH_2 - CH \begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown CONH_2 \end{matrix}$

Ho detto che dopo aver estratto il prodotto primitivo varie volte con etere, lo si estrae con acetone, e ciò in conseguenza della poca solubilità di questa amide in etere. Distillato l'acetone si ha una sostanza fondente così greggia a 165°. Due estrazioni con 250 cc. di acetone sono sufficienti.

Cristallizza dall'acqua in aghi sottilissimi che formano una massa, all'aspetto quasi gelatinosa, dopo varie cristallizzazioni è bianchissima e fonde costantemente a 173°. Polverizzandola si elettrizza notevolmente. Solubile bene in acqua bollente e in alcool, poco in cloroformio, etere.

Secca a 100° diede all'analisi:

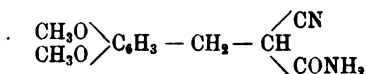
I. gr. 0,1409 diedero cc. 14.6 di N a 17° e 743 mm.
II. gr. 0,1076 diedero gr. 0,0596 H_2O e gr. 0,2434 CO_2

Digitized by Google

III. Determinazione peso molecolare (App. Riiber-Sol. acetone).
Sostanza gr. 0,4183. Acetone gr. 15.2617. $\Delta = 0^{\circ}.195$.

	trovato			calcolato per	
	I	II	III	$C^{12}H^{12}N^{2}O^{3}$	$C^{12}H^{14}N^{2}O^{3}$
C %	—	61.59	—	62.06	61.53
H „	—	6.15	—	5.17	5.98
N „	12.12	—	—	12.06	11.96
Peso molecolare =			234.7	232	234

I numeri dimostrano trattarsi dell'amide satura:

$$\begin{matrix} CH_3O \\ CH_3O \end{matrix} \Big\rangle C_6H_3 - CH_2 - CH \Big\langle \begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix}$$

Non assorbe il bromo, questo carattere per la serie delle amidi derivanti da queste aldeidi diossigenate non può invocarsi in favore dell'assenza di un doppio legame, ma i caratteri di solubilità, il punto di fusione e altri criterii avvalorano i dati dell'analisi.

L'amide a freddo con latte di magnesia non svolge ammoniaca; bollendola a lungo si ha una parziale eliminazione di ammoniaca proveniente dall'idrolisi dell'amidogeno; con acqua di calce e di barite anche a freddo è idrolizzata prontamente.

Bollita con acqua di barite satura a freddo in corrente di vapor d'acqua si sviluppano 2 mol. di ammoniaca e si forma, come è già stato osservato per altre amidi sature della stessa natura, il corrispondente acido malonico sostituito.

Infatti gr. 0,6738 di amide con cc. 250 di acqua di barite satura a 24° in 2 ore di ebollizione in corrente di vapore svolsero gr. 0,0977 di NH_3.

L'ammoniaca fu dosata per titolazione (Ind. metilorange).

	trovato	calcolato per $2NH_3$
NH_3 %	14.50	14.53

La decomposizione si effettua molto più speditamente che per la piperonilcianacetamide.

Il liquido primitivo alcalino è acidificato con ac. cloridrico ed estratto con etere; l'etere asporta l'acido malonico sostituito

Digitized by Google

che si ottiene in forma di polvere minuta cristallina bianca, per evaporazione spontanea dell'etere, fondente così greggio a 80° circa ma non nettamente.

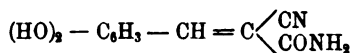
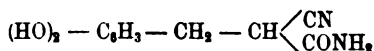
Lo studio delle aldeidi diossigenate mi porta a queste conclusioni:

Le aldeidi diossigenate aromatiche (1-3-4) mostrano nella reazione di condensazione con l'etere cianacetico una certa regolarità, variando la capacità di combinarsi con due molecole di etere cianacetico per la formazione di derivati diciandiossiidropiridinici, in modo decrescente a partire da quelle che hanno entrambi gli ossidril fenolici eterificati sino all'aldeide protocatechica. Il comportamento un po' saltuario della vanillina può avere una causa forse anche nelle condizioni ordinarie di esperienza e forse variandole qualche poco si deve ottenere una reazione più regolare.

Siccome l'aldeide protocatechica oltre i sali ammonici isomeri dà tra i prodotti secondari l'amide non satura

$$(HO)_2 - C_6H_3 - CH = C\begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown CONH_2 \end{matrix}$$

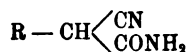
in luogo della satura

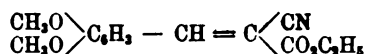
$$(HO)_2 - C_6H_3 - CH_2 - CH\begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown CONH_2 \end{matrix}$$

si può supporre che la tendenza dell'amide non satura ad idrogenarsi sia relativamente piccola e che si abbia di preferenza una qualche reazione concomitante, giacchè l'idrogeno non si svolge allo stato di gas.

Ciò è avvalorato dal fatto che si trovano come prodotti secondarii, sostanze nerastre vischiose che verosimilmente sono dovute all'azione dell'idrogeno nascente sulle sostanze in reazione o in via di formazione.

In fatto i prodotti resinosi incristallizzabili non si riscontrano affatto nelle reazioni dove si formano amidi riducibili dall'idrogeno e allora in definitivo si hanno accanto ai sali ammonici i composti saturi:

$$R - CH\begin{matrix} \diagup CN \\ \diagdown CONH_2 \end{matrix}$$

Digitized by Google

Il fatto di formarsi come prodotto secondario un etere della costituzione

$$\begin{matrix} CH_3O \\ CH_3O \end{matrix}\!\!>C_6H_3 - CH = C\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CO_2C_2H_5 \end{matrix}$$

dall'aldeide veratrica non è nuovo, perchè fu già riscontrato per l'aldeide cinnamica.

Rispetto al bromo questo composto sembra comportarsi come saturo.

Il carattere negativo delle aldeidi va aumentando dal piperonalio all'aldeide protocatechica; in relazione a ciò il sale ammonico della γ-metilendiossifenil-ββ'dicianglutaconimide ha reazione neutra al tornasole.

Il sale ammonico della dimetossifenil-dicianglutaconimide reagisce debolmente acido al tornasole, i sali ammonici isomeri derivanti dall'aldeide protocatechica possiedono reazione acida al tornasole.

Va notato infine che tutti questi sali contengono acqua di cristallizzazione.

Vi sono anche relazioni di somiglianza fra le varie amidi sature e non sature ottenute.

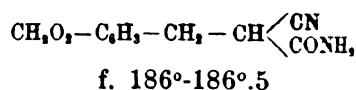
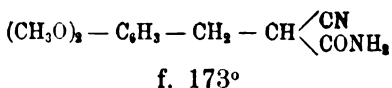
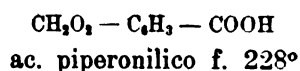
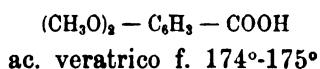
La piperonil- e la veratril-cianacetamide si assomigliano per l'aspetto cristallino, per la loro solubilità, per la proprietà comune di dare, per ebollizione coll'acqua di barite, degli acidi malonici sostituiti.

Nei punti di fusione si nota quella stessa regolarità che si ha per altri derivati delle due aldeidi, cioè l'acido veratrico e l'ac. piperonilico

$$(CH_3O)_2 - C_6H_3 - COOH \qquad CH_2O_2 - C_6H_3 - COOH$$

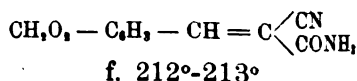
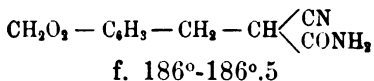
ac. veratrico f. 174°-175° — ac. piperonilico f. 228°

$$(CH_3O)_2 - C_6H_3 - CH_2 - CH\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix} \qquad CH_2O_2 - C_6H_3 - CH_2 - CH\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix}$$

f. 173° — f. 186°-186°.5

la differenza però è meno accentuata che per i due acidi. Nello stesso modo anche per queste amidi si osserva sempre che il composto saturo fonde più basso del non saturo.

$$CH_2O_2 - C_6H_3 - CH_2 - CH\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix} \qquad CH_2O_2 - C_6H_3 - CH = C\!\!<\!\!\begin{matrix} CN \\ CONH_2 \end{matrix}$$

f. 186°-186°.5 — f. 212°-213°

Digitized by Google

Le tre cianacetamidi non sature anche si somigliano tra loro, sono colorate tutte in giallo, il colore è più accentuato per quelle contenenti idrossili fenolici liberi; la solubilità in acqua o in ac. acetico decresce dalla diossibenzal- alla piperonal-cianacetamide.

I punti di fusione sono assai vicini, e non presentano la stessa regolarità dei punti di fusione degli acidi acrilici sostituiti da cui esse derivano.

L'ac. caffeico si decompone ad alta temperatura, ma non ha un vero punto di fusione, l'ac. piperonil-acrilico fonde a 242°, l'ac. ferulico a 168-169°.

$$(HO)_2-C_6H_3-CH=CH-COOH$$

non fonde

$$CH_2O_2-C_6H_3-CH=CH-COOH$$

f. 242°

$$\begin{matrix}CH_3O\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=CH-COOH$$

f. 168°-169°

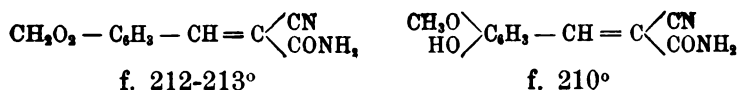
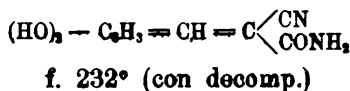
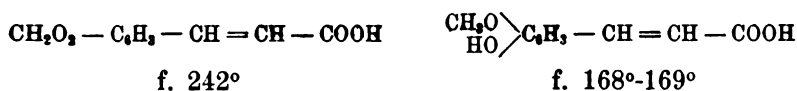
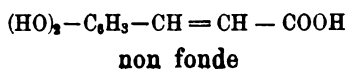
$$(HO)_2-C_6H_3=CH=C<\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$$

f. 232° (con decomp.)

$$CH_2O_2-C_6H_3-CH=C<\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$$

f. 212-213°

$$\begin{matrix}CH_3O\\HO\end{matrix}\!\!>C_6H_3-CH=C<\begin{matrix}CN\\CONH_2\end{matrix}$$

f. 210°

Le tre amidi presentano la proprietà comune di decomporsi per ebollizione prolungata con acqua di barite in aldeidi e acido malonico.

Torino. Maggio 1904. Laborat. Chim. Farm. e Toss. R. Università.

L'Accademico Segretario
LORENZO CAMERANO.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 26 Giugno 1904.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Cipolla, Brusa, Allievo, Carutti, Pizzi, Chironi, Savio, Ruffini e Renier Segretario. — Scusa l'assenza il Socio Manno.

Viene approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 12 giugno 1904.

Il Presidente legge la proposta per la riproduzione fotografica integrale o parziale, di codici, fatta all'Accademia dall'ingegnere Gerardo Molfese e dalla Casa editrice Bocca. I suddetti signori si obbligherebbero di riprodurre fotograficamente il manoscritto del *Messale Rosselli* della Nazionale di Torino, ricco di preziose miniature, a tutta loro spesa, regalando all'Accademia dieci copie della pubblicazione e sottostando all'onere degli esemplari d'obbligo. Per ulteriori riproduzioni al momento non si impegnerebbero, pur nutrendo piena fiducia che l'esito del primo tentativo sia tale da indurli a proporre all'Accademia condizioni non diverse per una lunga serie d'altre pubblicazioni simili.

Digitized by Google

Il Socio Cipolla riferisce intorno alle trattative corse con l'ingegnere Molfese e con la Ditta editrice Fratelli Bocca e stima utile l'accettazione della proposta editoriale. La Classe accetta la proposta.

Su proposta dei Soci Cipolla e Renier la Classe consente che per ogni singola riproduzione di codice sia eletta una Commissione speciale, incaricata di vigilare la riproduzione e di corredarla delle necessarie premesse illustrative.

Consente pure che quando sia necessario, vengano aggregati alla suddetta Commissione membri estranei all'Accademia, il cui consiglio tecnico possa riuscire giovevole all'impresa.

Quindi per la riproduzione fotografica del *Messale Rosselli*, si passa a votare a schede segrete la Commissione di tre membri, la quale riesce composta dei Soci Cipolla, Renier, Manno.

A questi sono aggregati, giusta la proposta del Socio Cipolla approvata dalla Classe, Alessandro Baudi di Vesme e Carlo Frati, pel valido aiuto che essi potranno porgere alla illustrazione artistica e bibliografica del *Messale Rosselli*.

Il Socio Chironi offre con elogi due pubblicazioni di Enrico Corte: *Archivio del comune di Sassari*, Sassari, 1902, e *Gli statuti del comune di Sassari*, Sassari, 1904.

Per gli *Atti* sono presentate le seguenti note:

1° dal Direttore della Classe Socio Ferrero: *Un manoscritto di Eugenio De Levis e l'onestà epigrafica di lui e di Vincenzo Malacarne;*

2° dal Socio Pizzi: *Il riconoscimento dei manoscritti arabi, persiani, turchi, ebraici della R. Biblioteca Universitaria di Torino, dopo l'incendio del 26 gennaio 1904;*

3° dal Socio Chironi: Piero Giacosa, *Relazione dei lavori intrapresi al Laboratorio di materia medica per il ricupero e ristauro dei codici appartenenti alla Biblioteca di Torino.*

Anche a nome del Socio De Sanctis assente, legge il Socio Cipolla la relazione intorno alla monografia del Dr. Pietro Ghione,

Digitized by Google

I comuni del regno di Pergamo. La relazione favorevole è approvata dalla Classe, la quale, presa cognizione della dissertazione, ne ammette con pienezza di voti segreti la pubblicazione nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Il Presidente si accommiata dalla Classe con gentili parole d'augurio per le vacanze accademiche, e l'augurio gli è cordialmente ricambiato.

Digitized by Google

LETTURE

Un manoscritto di Eugenio De-Levis e l'onestà epigrafica di lui e di Vincenzo Malacarne.

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Il professore Giuseppe Bargilli, nell'ordinare i manoscritti della biblioteca dell'Accademia militare, affidata alle amorevoli sue cure, me ne segnalò uno d'iscrizioni antiche nostre, non usato sinora da niuno di quelli, che fecero studii sull'epigrafia subalpina.

Questo manoscritto appartenne a Prospero Balbo, che vi notò averlo avuto in dono dal De-Gregory nel 1820 ed averlo accettato per qualche pubblico istituto, potersi credere che al De-Gregory passasse dal De-Levis, ma non che quest'ultimo sia stato il raccoglitore delle epigrafi, apparentemente più erudito, doversi escludere il Bartoli, essendo la raccolta di autore nostro, che potrebbe supporsi sia stato il Ricolvi ove non esistessero certe difficoltà per attribuirgliela.

Un semplice confronto con un autografo del De-Levis mi mostrò come questa collezione è opera sua (1). Egli anzi vi accenna nella prefazione alla *Raccolta di diverse antiche inscrizioni e medaglie epitalamiche ritrovate negli Stati di S. S. R. M. il Re di Sardegna* (Torino, 1781), ove dice di aver avuto l'idea di mettere insieme tutte le epigrafi degli Stati Sardi. " Ed in vero " a somigliante oggetto raccolte già da me si erano le lapidi " pubblicate dagli eruditissimi Gruttero, Reinesio, Fabretti, quelle " date in luce da Pingonio, Guicenonio, Muratori unitamente ad

(1) Il De-Gregory non cita questo manoscritto nella bibliografia del De-Levis data nella *Istoria della vercellese letteratura ed arti*, parte IV, Torino, 1824, p. 228-232; però è da notare che i manoscritti indicati sono soltanto quelli da lui posseduti; quando il volume fu stampato egli non aveva più quello di cui parliamo.

Digitized by Google

" altri di non meno chiari scrittori. Ma innoltrandomi nell'opra,
" sentendo quanto grave si fosse un simil peso agli omeri miei
" sì per la verificazione, e correzione di moltissime, come pei
" necessarj viaggi, affine di raccorre le possibili, giudicai pru-
" dente consiglio sgravarmene, e lasciare a più valenti di me l'ono-
" rato, e malagevole incarico. Frattanto per eccitare in essi il
" generoso, ed utilissimo pensiero, non volli, che rimanessero più
" lungamente in obblìo quelle poche inscrizioni, che da me furon
" trovate, e lette... „

Ne' suoi fascicoli trascrisse un cinquecento iscrizioni, non solo degli Stati Sardi di allora, ma anche di paesi, su cui i principi sabaudi per l'addietro aveano avuto dominio, come Ginevra ed il Vallese, copiando alla lettera le annotazioni degli autori, da cui trasse le lapidi, e queste dividendo, come si usava una volta, in classi secondo il soggetto, senza però neppure saper far bene questa distribuzione. Non avrei parlato di questo manoscritto di nessun valore, ove fra le schede, che vi sono unite, non ne avessi trovato tre utili per il corpo epigrafico subalpino. Le altre schede sono d'iscrizioni note, più che dai marmi trascritte dai libri. Da quelli però è copiata, sembra per la prima volta, la cuneese di *Catavignus* (1), messa in luce assai tempo dopo, da Carlo Promis (2), e vi sono disegni, forse destinati ad essere riprodotti, di lapidi di Narzole e di Cherasco, allora in parte ancora inedite (3).

---

(1) *C. I. L.*, V, n. 7717.

(2) *Mem. della R. Acc. delle scienze di Torino*, serie II, t. XXVI, 1871, p. 465-548.

(3) Si hanno in un solo foglio i disegni di tre iscrizioni della chiesa parrocchiale di Narzole, con indicazione del luogo ove si trovavano. Ne rimane una sola (ora nel museo di Torino) (*C. I. L.*, V, n. 7686); le altre due (n. 7687, 7688) sono perdute. In fogli separati, senza nota di luogo, sono disegnate le lapidi di Cherasco *C. I. L.*, V, n. 6779 (cappella di Manzano) 7680 (facciata della chiesa di San Pietro), 7677, 7683 (già presso il conte Salmatoris e poscia nel castello di Sommariva del Bosco), e, con l'indicazione: " nella fabrica della cassina della parochia di S. Martino di Cherasco oltre " Tanaro „, l'ara n. 7591, trasportata pure a Sommariva, ed un'ara anepigrafe con figure, che parimente si trova in questo castello, dove, per soddisfare il mio desiderio di avere tale notizia, si recò in questi giorni l'amico dott. Giuseppe Assandria. Il testo delle tre lapidi di Narzole e di due di Cherasco (n. 7591, 7677) trovasi affatto uguale in un foglio, che fa parte

Digitized by Google

L'amico cav. Camillo Leone acquistò, circa vent'anni fa, per la sua collezione antiquaria conservata a Vercelli, un tronco di colonna a. m. 0,80, del diametro di m. 0,42, ed un altro tronco della medesima pietra bigia, a. m. 0,81, diam. m. 0,60, con un buco circolare, della profondità di m. 0,12 e del diametro di m. 0,24. Sembra che questo secondo tronco abbia servito per base del primo, sopra cui, in alto, si scorgono stentatamente gli avanzi di queste due iscrizioni (1):

/ / / / / / / / / / ALERIVS	D / / / / / /
/ / / / / / / / / / ANVSPFI	VAL / / / / / / IANO
NVIC / / / / / / ETIMPC	ET / / / / / / / / VICTORI
AE / MAN / ELIVSV / /	BVSACTRIVMFATO
/ / / / / / AX / / / / / / /	/ / / / / / / / / / / / VGG
PFINVIC / / / / / / / / /	BO / / / / / / / / ATIS
AVIVS / / / / / / / O	
NSTANTIVS / / / / / / /	
/ / / / / / / / / / / / / / / /	
/ / / / / / / / / / / / / / / / /	

[*imp. Caes*(*ar*) *C. V*]*alerius* [*Diocleti*]*anus p*(*ius*) *f*(*elix*) *invic*[*tus Aug*(*ustus*)] *et imp. Cae*[*s*(*ar*)] *M. Au*[*r*]*elius V*[*alerius M*]*ax*[*i-*

---

di un manoscritto della fine del secolo XVIII, della biblioteca del Re (st. patr. n. 921), contenente una raccolta d'iscrizioni moderne del Piemonte, specialmente di Torino, con qualcuna antica. Alle tre iscrizioni di Narzole, alla cheraschese n. 7591 ed alla descrizione dell'ara anepigrafe precede la nota: " Lapidi esistenti nella Fabrica della Cassina della parochiale di S. Martino " oltre il Tanaro ". Il Mommsen, che usò questo manoscritto (*C. I. L.*, V, p. 778), con altre testimonianze e con l'esame sul posto del n. 7686, potè assegnare al loro vero luogo le epigrafi di Narzole; per il n. 7591 scambiò la cascina della parrocchia di San Martino di Cherasco col comune di San Martino al Tanaro (ora San Martino Alfieri).

Al tempo del De-Levis, delle iscrizioni menzionate, erano già state stampate i n. 7677, 7679, 7680.

Nei fogli volanti del manoscritto del De-Levis vi è anche una lettera di Delfino Muletti a lui, del 30 aprile 1790, per comunicargli un'iscrizione, non antica, di Envie, ed una romana di Elva, allora non peranco pubblicata (*C. I. L.*, V, n. 7831).

(1) Nella prima le lettere sono dell'altezza media di m. 0,06; nella seconda di m. 0,05.

Digitized by Google

mianus] *p*(*ius*) *f*(*elix*) *invic*[*tus Aug*(*ustus*) *et Fl*]*avius* [*Valerius C*]*onstantius* [*et Galerius Valerius Maximianus nobb. Caess.*]. *D*[*d. nn.*] *Val*[*entin*]*iano et* [*Valente*] *victoribus ac triumfato*[*ribus semper A*]*ugg. bo*[*no r*(*ei*) *p*(*ublicae*) *n*]*atis* (1).

Questo milliario fu venduto al Leone come scoperto alla destra del Po, forse a Gabiano. Lo esaminai per la prima volta nel 1889, e ne feci un calco, riservandomi ulteriori ricerche per istabilirne la precisa provenienza. E questa ora posso avere da una delle schede del De-Levis, in cui si trova la trascrizione dei due titoli, con alcune lettere di più, ma anche con qualche sbaglio: " Inscrizioni sú d'una colonna di serizzo alta " palmi cinque e mezzo e con una base più grande pure di se- " rizzo separata avente il vacuo per ricevere detta colonna alta " due palmi circa senz'iscrizione; la colonna di grossezza un " palmo e mezzo, e la base di tre palmi e più, ritrovate fra li " cementi delle ruine della vecchia Chiesa Parocchiale di Ga- " biano in Monferrato, in vicinanza della nuova Parochiale edi- " ficatasi sotto gli auspicj, e direzione del fù Dottor d'ambe le " Leggi S[r] Preposto De-Canibus, dalla cui pietà e generosità si " riconosce d[a] Chiesa riedificata unitamente a una cospicua Fa- " brica per l'abitazione de' suoi successori, Romitorio, e Fabriche " rustiche pelli Massari, e Coloni de' beni Parochiali.

In un lato si legge:	Nell'altro lato d'essa corrosa molto, e rotta la prima linea appare nella seconda.
VALENTINIANO·	IMP . . . . ALERI
ETVALENTEVICTORI	VSDIOCLETIANVS...
BVS·AC TRIVMFATO	INVICTVSAVG..LMPC.
RIBVS SEMPER AVGS	AE·S·M·AVRELIVS·VAL
BONOR·P·NATIS·	ERIVS·MAXIMIANVS...
	P · C · INVICTVS . . . . . .
	. . . AVIVSVALERIANO
	INSTANTE

(1) La prima iscrizione fu scolpita fra il 293 ed il 305; la seconda fra il 364 e il 367.

Digitized by Google

Non riesco ad indovinare di quale misura si sia servito l'autore della scheda; da noi il palmo non fu mai in uso, nè il conto va col palmo romano antico e col moderno: sbagliata la proporzione fra i due tronchi, le loro altezze ed i loro diametri. Ma ciò poco monta, avendosi l'originale, di cui così sappiamo il luogo della scoperta. Questo luogo non era il primitivo: è probabile che il milliario sia venuto dalla riva sinistra del Po, dove di fronte a Gabiano, correva la strada da Torino a Pavia, sulla quale in quel tratto si scoprì un altro milliario con identica iscrizione di Valentiniano e di Valente (1).

Un'altra scheda, che qui riproduco, ci offre un'iscrizione finora ignorata:

L·C AVIVS·C·F·POL·AED·IIVIR QVINQ
GAVIA·L·F· PRIMA FILIA

BVSSENIA. P.F. NEPOTVLA YXOR

Facilmente si può restituire:

L. Gavius C. f. Pol(lia tribu) aed(ilis) II vir quinq(uennalis), Gavia L. f. Prima filia, Bussenia P. f. Nepot(il)la (2) *uxor.*

Nel retro della scheda è scritto il nome di " Henrico Ballada monaco di Saviliano ", e vi è l'apografo sbagliato di una iscrizione esistente tuttora nella chiesa campestre di Santa Croce a sud-ovest di Savigliano, edita per la prima volta dal Novellis (3). Ma nè questo nè l'altro più recente e più abbondante

---

(1) Portato a San Michele di Lucedio (San Genuario) con altri milliarii della stessa strada (*C. I. L.*, V, n. 8069). Il De-Levis, nativo della vicina Crescentino, fu il primo a pubblicarlo nella *Racc. d'inscr.*, 1781, p. 8, tav. VI.

(2) Per il cognome *Nepotillus, a*, v. De Vit, *Onom.*, s. v.

(3) *Storia di Savigliano e dell'abbazia di S. Pietro*, Torino, 1844, p. 11 (= *C. I. L.*, V, n. 7635).

Digitized by Google

storiografo saviglianese, il Turletti, che pure riferiscono l'ara votiva a Diana rinvenuta nel 1822 nei restauri della facciata di San Pietro (1), accennano all'epigrafe scolpita nella mensa dell'altar maggiore di questa chiesa (2). Questa mensa è un bel lastrone antico di marmo bianco, accuratamente lavorato, lungo m. 2,95, dello spessore di m. 0,13 e sporgente m. 0,62 dai gradini. Nel margine più lungo visibile si osservano due piccoli fori, che distano ugualmente di m. 0,56 dalle due estremità, e furono fatti per gli arpioni, che dovevano tener ferma la lastra. La superficie visibile è la posteriore, su cui furono incise tre crocette e fu tracciato qualche segno. L'iscrizione, di cui la scheda ci somministra un apografo, del quale non vi può essere motivo di dubitare, si deve trovare nella faccia nascosta. Per rimetterla alla luce bisogna disfare la parte superiore dell'altare. È cosa che si potrebbe e si dovrebbe fare. Intanto dallo schizzo imperfettissimo del De-Levis si ha il testo di una lapide ragguardevole per grandezza, ornata con bucranii e con festoni, la quale, confermandoci, per la menzione della tribù Pollia (3), che il territorio saviglianese fu parte di quello di *Pollentia* (4), ci dà, per la prima volta, il nome di un magistrato di tale città, un edile cioè e duoviro quinquennale, che portò un gentilizio noto ad Alba (5) e a Torino (6). A Torino pure già si conosceva il gentilizio di sua moglie (7).

Il De-Levis morì nel 1810, l'iscrizione della chiesa della Croce, notata pure sulla scheda, fu scoperta nel principio del

---

(1) Novellis, p. 8; Turletti, *St. di Savigliano*, t. I, Savigliano, 1879, p. 40 (= *C. I. L.*, V, n. 7633).

(2) Fu chiesa di un cospicuo monastero benedettino fondato nel secolo XI (v. Turletti, t. II, p. 126 e segg. e gli autori ivi citati). Il Turletti, parlando dei restauri a questa chiesa nel 1822, ricorda che: " altre lapidi " interessanti stavano, al dire di un teste oculare, tuttora vivente, in quelle " fondazioni, ma non furono badate, e vennero rimesse nella nuova fonda- " zione " (t. II, p. 190, nota 2).

(3) Già comparsa nella citata lapide saviglianese, n. 7635.

(4) Kubitschek, *Imperium Romanum tributim discriptum*, Vindobonae, 1889, p. 104.

(5) *C. I. L.*, V, n. 7597.

(6) *Ibid.*, n. 7003, 7030, 7116.

(7) *Ibid.*, n. 7108.

Digitized by Google

secolo XIX, come attesta il Novellis (1); in quegli anni è da supporre sia stata veduta la lapide di San Pietro, in occasione di lavori all'altare maggiore, dei quali non ho potuto saper nulla. L'altare fu rifatto nel 1877, al tempo, in cui il canonico Turletti raccoglieva e pubblicava le memorie della sua città. Certamente allora niuno badò che la mensa conteneva un'iscrizione: forse questa è impiastricciata di calce, di cui qualche traccia sui margini mi fu fatta opportunamente notare dal professore Francesco Pezzin del ginnasio di Savigliano, al quale m'ero rivolto per informazioni, appena conobbi la scheda del De-Levis, e che insieme col rev. D. Bracco, rettore di San Pietro, mi accompagnò a visitare questa pietra.

La terza scheda è un calco leggermente impresso di una piccola lapide, mancante in alto e ai due lati, dell'altezza di m. 0,19 e della larghezza massima di m. 0,15: sulle lettere alte m. 0,014 nelle cinque prime righe e m. 0,012 nelle tre ultime è stato passato l'inchiostro. Sul retro del foglietto, di pugno di Vincenzo Malacarne, è notato: " Iscriz^{e} Romana trovata in " Aqui l'anno 1781 e p... da V. M. "

Questa iscrizione fu già stampata tale quale dal Malacarne con queste parole: " da me in Aqui trovata e consegnata al " sig. Carlo Gardini patrizio Aquese, di rari talenti fornito, ac- " ciocchè la collocasse nel muro esteriore del suo palazzo dirim- " petto all'altra lapide cristiana, che non à veduto ancora la " luce salvo in un almanacco, ed era stata con molte altre pre- " ziose anticaglie dissotterrata dal fu ingegnosissimo sig. D. Giu- " seppe Gatti aquense prof. di lettere umane in quella città " (2), e, con alcune varianti, dal Biorci, che la disse " infissa nel muro " del cortile di casa Gardini " (3). Ma in questa casa, mentre esiste tutt'ora nell'esterno verso la via già della Posta vecchia, ora Mazzini, la piccola lapide cristiana (4), più non si trova il

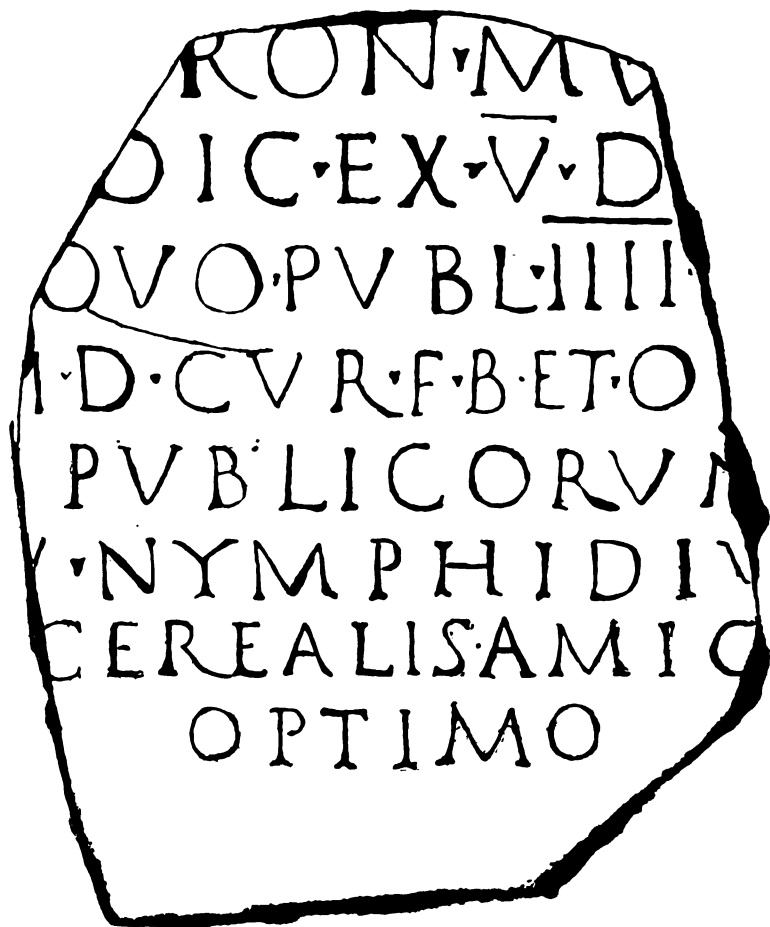
(1) *St. di Sav.*, p. 11.

(2) *Delle opere de' medici e de' cerusici*, Torino, 1786, pref. dopo il n. 1. La ripete negli *Ozi letterari*, Torino, 1787, vol. II, p. 115, n. 9.

(3) *Antichità e prerogative d'Acqui Staziella*, Tortona (1818), vol. I, p. 42, n. 2.

(4) *C. I. L.*, V, n. 7530.

Digitized by Google

frammento, indarno cercato dal benemerito studioso delle cose aquensi, il marchese Vittorio Scati di Casaleggio, che lo crede scomparso in riattamenti fatti nel cortile.

Il Mommsen dubitò della sincerità di esso, e lo relegò fra i falsi e i sospetti, riferendo le lezioni dei due editori (1). Quella del Malacarne è esatta, salvo la 1ª lettera della 4ª linea male indicata come una M rotta a sinistra, mentre è una I, e il tratto di asta obliqua, al principio della 6ª, il quale pare

(1) *Ibid.*, n. 798*.

Digitized by Google

piuttosto una scalfittura nel marmo, che il resto della V del prenome *Qu(intus)* espresso in un modo più raro.

Supplendo questo frammento, si ha in forma abbastanza simmetrica:

. . . .
*pat*RON·MV*nic*
*iu*DIC·EX·V̄·D*ec*
*e*QVO·PVBL·ĪĪĪĪ *vir*
I·D·CVR·F·B·ET·O*p*
PVBLICORVM
..NYMPHIDIV*s*
CEREALIS·AMIC*o*
OPTIMO

. . . . . *pat*]*ron*(*o*) *mu*[*nic*(*ipii*) *iu*]*dic*(*i*) *ex V d*[*ec*(*uriis*) *e*]*quo publ*(*ico*) *IIII vir*(*o*) *i*(*ure*) *d*(*icundo*) *cur*(*atori*) *f. b. et o*[*p*(*erum*)] *publicorum* . . . *Nymphidius Cerealis amic*[*o*] *optimo.*

Che cosa vuol dire *cur. f. b.*? Il Biorci pensò a *curator fontium balnei et operum publicorum*; tale interpretazione secondo il Mommsen " non minus apta est quam suspecta ". Io non voglio arrischiarne alcuna: chiedo solo se sia tanto strana quella del Biorci. Come altre città ebbero curatori di singole costruzioni e di pubblici servizii speciali (1), la città degli Statielli non ha potuto affidare ad un magistrato particolare la cura delle sue fonti e de' suoi bagni? Non insisto sull'interpretazione: mi basta il far conoscere la prova indiscutibile della genuinità di questo frammento, che il Mommsen non avrebbe probabilmente condannato se non proveniva da Vincenzo Malacarne. Pur troppo la coscienza di questo uomo di molto ingegno, medico valente e valente erudito, non è linda. Chi inventò la relazione dell'as-

(1) V. art. *curatores*, in Pauly-Wissowa, *Realencycl.*, IV, c. 1801 e segg. A *Baetulo*, nella Betica, si ha un *curator balinei novi* (*C. I. L.*, II, n. 4610), ad *Aequum Tuticum* un *curator operis thermarum* (IX, n. 1419).

Digitized by Google

sedio di Saluzzo del 1487 (1) e la lettera del Tasso, per la quale Torino si vantò di aver fornito al poeta l'imagine dei giardini di Armida (2), ha ben potuto altresì fabbricare antiche iscrizioni. I tempi erano propizii; eran quelli di Giuseppe Meyranesio.

Ma quali sono in realtà le iscrizioni false che si attribuiscono al Malacarne?

La prima è quella, di cui ora un calco ci ha mostrato la sincerità. Del resto, già si poteva stentare a credere che il Malacarne avesse osato di stampare in un libro un'epigrafe da lui inventata, indicandone come possessore una persona cospicua, che viveva in una città importante e frequentata. La scoperta della frode era troppo facile. E inoltre da questo testo mutilato l'editore non trasse induzione alcuna, anzi, dandolo com'è, non tentò supplirlo ed interpretarlo. Un'altra iscrizione, su cui il Mommsen fonda la sua accusa contro il Malacarne (3), è un frammento di un titolo onorario posto dagli abitanti di Acqui ad un loro patrono per lavori fatti alla strada ed alle terme (4), frammento, sul cui rinvenimento così si esprime il Malacarne: “ nell'anno MDCCXVIII essendosi fatto fuori della città d'Aqui... “ un alveo novello al torrente Meri, che prima tutto intiero passava nella città, per derivarne l'acqua sovrabbondante fuori “ delle mura, si trovò questa iscrizione incisa sopra di una grande “ pietra bianca, i pezzi della quale diligentemente riuniti dal “ fu medico Bosio, se ne ricavarono quelle tronche parole. state “ interpretate come segue dall'eruditissimo ab. Francesco Torre “ giurisconsulto, istorico, e letterato Aquese da troppo imma- “ tura morte rapito nel MDCCLXXXIV „ (5). Le stesse parole

(1) *L'assedio di Saluzzo dell'anno 1487 descritto da Bernardino Orsello cittadino saluzzese*, Saluzzo, 1831, in appendice a Muletti, *Mem. di Saluzzo*, vol. V. Vedi C. Promis, *Gl' ingegneri militari che operarono o scrissero in Piemonte dall'anno MCCC all'anno MDCL*, in *Miscell. di st. it.*, t. XII, 1871, p. 16 e segg.

(2) G. Campori, *Di una lettera apocrifa di Torquato Tasso*, in *Nuova Antol.*, XLIII, 1879, p. 488-498.

(3) *C. I. L.*, V, p. 778.

(4) *C. Valerio M. f.* | *Tromen(tina tribu) Albo* | [*sev*]*ir*[*o*] . . . .] *q*(*uod*) *viam* [*Aemiliam* | *lapidi*]*bus str*[*avit et*] | *thermas* [*r*]*e*[*stituit*. . | . .] *Aquens*(*es*) *Stat*[*iellenses* | *patrono* | *ob*] *mer*[*ita*] (*C. I. L.*, V, n. 798*).

(5) *Delle opere de' medici*, pref., n. 10. È ripetuta in *Osi lett.*, vol. II, p. 107, n. 2.

Digitized by Google

ad un di presso (1) si leggevano in un manoscritto del Torre intitolato: *Memorie della città d'Acqui*, conservato nella nostra biblioteca Nazionale (2) e con tutta probabilità una delle tante vittime del tremendo disastro. Il Mommsen, ricavando l'iscrizione dal manoscritto, soggiunge: " nisi alius, Malacarnius fortasse, " haec ad Torriana adiecit „.

A me, esaminando il manoscritto, parve non vi fosse in quel punto aggiunta alcuna, ma che la notizia della lapide spettasse al Torre, donde l'abbia poi tolta il Malacarne. Se questa lapide è apocrifa o alterata o fu mal letta, a lui non vien colpa. Nè colpa di falsario ha per " il fragmento d'iscrizione ... nell'atrio " del palazzo della nobile famiglia Téa Aquese, accanto alla " porta, molto in alto. Le sigle ne sono rozze, ma molto grandi " e distinte, occupano tutta la faccia della pietra, sulla quale " sono scolpite, larga sedici pollici parigini in quadratura „ (3). Il Mommsen lo comprese fra i titoli sospetti (4), mentre esso ha tutta l'apparenza di essere del medio evo o di tempi più recenti e per di più mal letto (5). Il Mommsen però aggiunge: " suspecta magis, propter auctorem quam per se „. Ma per qual ragione il Malacarne avrebbe foggiato questo titolo indecifrabile e da lui non decifrato, e l'avrebbe supposto come esistente in un luogo, dove chiunque ad Acqui poteva andarlo a cercare? Lo ha cercato il marchese Scati, e non lo ha più trovato; ma ciò non vuol dire che non vi sia stato alla fine del secolo XVIII.

" Titulus suspicione non est alienus „ dice il Mommsen a proposito di un frammento aquense conosciuto dal Malacarne e divulgato dal Biorci; tuttavia non osò respingerlo dai genuini (6).

Rimane come ultimo delitto epigrafico del Malacarne l'iscrizione chierese interpolata ed attribuita a Saluzzo (7); ma essa

---

(1) Come anno della scoperta è dato il 1728.

(2) Peyron, *Cod. Ital. in bibl. Taur.*, p. 378.

(3) *Ozi lett.*, vol. II, p. 117, n. 13.

(4) *C. I. L.*, V, n. 799*.

(5) *Seicen* | *t. an. XXX* | . . *us . katse* | *fra . con.*

(6) *C. I. L.*, V, n. 7508. La notizia di questo frammento si ha in una nota di Prospero Balbo in un fascicoletto ms. d'iscrizioni moderne di Acqui (bibl. del Re, misc. st. patr., n. 58): " iscrizione ... comunicata al ... sig.^r^ Mala- " carne dal sig.^r^ Carlo Gardini e dal sig.^r^ Malacarne alla biblioteca della " Società consegnata „. Il Biorci la dà nel vol. I, p. 40.

(7) *C. I. L.*, V, n. 7508.

Digitized by Google

non fu stampata, si ha solo in un manoscritto non destinato ad essere pubblicato (1), e neppure si può esser sicuri che l'interpolazione sia stata fatta da lui.

Dunque il Malacarne non ha finto alcuna iscrizione: fra le poche, che si trovano ne' suoi scritti, ve ne sono alcune false; ma sono menzogne meyranesiane ricavate dai libri del Durandi, delle quali egli fu vittima come altri ben più di lui esperti nelle discipline antiquarie. L'*onestà epigrafica* del medico saluzzese è rivendicata; una colpa di meno sulla sua memoria, che pur troppo, rimarrà sempre offuscata da altre disonestà letterarie.

Così non è da dire di Eugenio De-Levis. Niuno ha potuto mettere in dubbio i documenti da lui raccolti; ma contro di lui, come editore di lapidi, pronunciò severa condanna di falsario Carlo Promis; la confermò, l'aggravò con nuove imputazioni il Mommsen. Udiamoli: " L'aura goduta dal Meyranesio " dice il primo " diede ansa ad un nuovo, ma timido, falsario nella superior " regione Traspadana, dove (a parte coloro che, per guadagno, in- " tagliato aveano false iscrizioni in marmo, vendendole al Pingone; " a parte il Ligorio, che due ne simulò pel *Forum Vibii* con altra " di Tarantasia) non n'era ancora apparso nessuno. Fu questi " Eugenio Delevis, che sullo spirar dello scorso secolo, parecchi " titoli legittimi nostri mescolò con alcuni ch'io tengo da lui " inventati, dicendoli dissepolti in Torino; si accinse pure ad " una storia antica del Piemonte rimasta inedita, giovandosi " per essa di molte iscrizioni sincere, ma guaste, e singolarmente " poggiando su quelle del Berardenco (2). Le fallaci epigrafi " avute nelle sue case dal Pingone, una eccettuata, periron tutte, " mentre delle sincere la maggior parte la vediam tuttora; in- " dizio che sospettato si fosse di lor fattura, epperciò non ve- " nisser curate; e siccome esistevano poco prima del Maffei, " così io penso che, quando fu allogato il museo, venisser da

(1) *Trattenimenti istorici di alcuni gentiluomini intorno alle cose relative alla città di Saluzzo loro patria* (bibl. del Re, misc. st. patr., n. 114). Le notizie furono lasciate da Giuseppe Maria Malacarne (m. 1778), padre a Vincenzo, che le trascrisse ed ordinò per la Società letteraria, nei cui manoscritti si trovano in copia.

(2) È l'opera intitolata *Secoli civili ed ecclesiastici del Piemonte* (bibl. del Re, mss. st. patr., n. 650).

Digitized by Google

" lui respinte, annullandosi quelle che gli parvero spurie. Ma di " quelle del Meyranesio e del Delevis nessuna fu vista mai... " Così, mentre da noi, due feracissimi falsari ebbe il Cispado " in Malabaila e Meyranesio, uno solo n'ebbe il Traspado nel " mal noto ed infecondo Delevis „ (1).

Ed il Mommsen: " Auctor Levisius non solum rudis et " inscitus est quique priorum commentis non semel deceptus sit... " sed ipse quoque malae fraudis accusatus a Promisio et merito " quidem. Nam etsi titulos male interpolatos, ut Vercellensem " n. 6653, ubi ex deo Marte fecit deum maximum, et Santipon- " tiensem n. 6917 (2) similesque alios ita excuses ut imperitus " homo monstra illa bona fide in lapide sibi videre visus sit, " ne ea quidem excusatio pervenit ad Santipontiensem alterum " n. 736* a nemine praeterea visum et ita comparatum, ut sola " tabulae Levisianae inspectio fraudem coarguat, multo minus " autem ad n. 751* 752* derivato, aperte ex ficto a Bonino " n. 888*. Idem vero homo cum satis diligenter agrum Pede- " montanum explorarit et aliquot titulos primum in lucem pro- " traxerit ex locis abditis et longinquis, quae eo uno auctore " stant, saepe ambigi potest utrum ficta sint an vera pessime " excerpta. Nos in iis quae non expulimus non omisimus mo- " nere de auctoris fallacia „ (3).

Le iscrizioni del libro del De-Levis condannate o sospettate sono le seguenti:

Parte prima.

n. I (= *C. I. L.*, V, n. 796*). È un titolo cristiano di Acqui, di cui l'editore dice " sebben paja in sulle prime, che porti tutti " i segni di falsità ... non è però tale, se si esamina con maturo " riflesso „. Ma niun " maturo riflesso „ varrà a giustificare la grossolana falsificazione, già stampata, prima del De-Levis, dal-l'Orlandi, che dice: " questo marmo fu trovato sotterra pochi

(1) *St. dell'ant. Torino*, p. XIV e seg.

(2) Il Mommsen non vide questo marmo, e si attenne ai precedenti trascrittori. Il testo, più compiuto, che ne diede il Pais (*Not. degli scavi*, 1883, p. 149; *C. I. L. Suppl. It.*, I, p. 122), mostra che il De-Levis (*Racc. d'inscr.*, parte II, p. 56), se lesse male, non interpolò però nulla.

(3) *C. I. L.*, V, p. 778.

Digitized by Google

" anni sono nella chiesa antica di S. Pietro " (1). Il De-Levis non cita questo autore, ma afferma che la lezione da lui data " si deve... all'erudito Sig. Teologo Collegiato Giambatista Mo- " riondo, che dall'Archivio Vescovile di detta città questa re- " scrisse ". Il Malacarne (2) conosce l'Orlandi, ripete la lezione del De-Levis, ricordando la diversità della copia da lui " tratta " dalle carte del fu Don Giuseppe Gatti Aquese ". La finzione non può essere attribuita al De-Levis, che indica da chi ebbe il testo. Il Moriondo è davvero, come lo chiama il Malacarne: " uomo rispettabile ". Il manoscritto, da cui questi lo trasse, fu quello del Gatti, veduto pure dal Malacarne, od altro, più antico, in cui si trovassero inseriti i quattro versi sul supposto martirio dei due Metelli nel secolo I; versi, che chissá come si dissero poi scolpiti in un marmo? Sia come si vuole la genesi della falsificazione, questa evidentemente è anteriore al De-Levis. Peccato che il sospetto dell'impostura balenatogli per un momento dinanzi agli occhi non sia durato.

n. III (= n. 6762). Il Mommsen, riferendo, sulla fede del nostro autore, questa lapide, ridotta ad un frammento soggiunge: " potest esse falsa ". Il Bruzza non la crede antica (3): e così è con tutta probabilità; ma essa esiste, la vide e la ripubblicò il Del Corno (4).

n. IV (= n. 767*-770*). Questi frammenti, registrati da Giuseppe Maria Malacarne (5), furono comunicati dal figlio Vincenzo al De-Levis (6). Si veggono tuttora nel santuario di San Chiaffredo a Crissolo; furono parte di iscrizione della fine del secolo XV, come egregiamente mostrò il ch. P. Savio (7).

n. VIII (= n. 6907) " corrupta magis videtur quam falsa " dice il Mommsen di questa iscrizione di Nole, ed a ragione.

---

(1) *Delle città d'Italia*, t. I, Perugia, 1770, p. 82 e seg.

(2) *Ozi lett.*, vol. II, p. 113.

(3) *Iscr. ant. vercellesi*, p. 407.

(4) *Atti della Soc. di arch. e belle arti per la prov. di Torino*, vol. III. p. 268, tav. XXXI, n. 8. Da lui la ricavò il Pais, *C. I. L. Suppl. It.*, I, n. 901.

(5) *Tratten. ist. relat. a Saluzzo* ms., f. 29.

(6) Vincenzo Malacarne li pubblicò anche in *Ozi lett.*, vol. I, 1787, p. 198, 201.

(7) *Una lapide antica nel santuario di Crissolo*, in *Studi Saluzzesi*, Pinerolo, 1901 (*Bibl. della Soc. stor. subalpina*, X), p. 153-176.

Digitized by Google

n. IX (= n. 763*) È antica, e si trova tuttora alla Novalesa (1).

n. XIV (= n. 711*). " Fieri potest ut subsit titulus genuinus „ dice il Mommsen a proposito di questa epigrafe vercellese, tratta dal De-Levis da un manoscritto. Ciò parve possibile anche a me (2).

Parte seconda.

n. III (= n. 8078). Al Promis sembrò " troppo sospetta la " fede dell'unico editor suo Eugenio Delevis ... mentre nessun " altro n'ebbe notizia „ (3): ma il milliario, già conosciuto ed anche pubblicato prima del De-Levis (4), tornò alla luce nel 1879 nello stesso palazzo di Torino ove questi disse averlo veduto (5).

n. IV (= n. 751*) (*Divae Aug. Faustinae d. d.*) " Damnavit " Promis *Torino*, p. 479, n. 249, recte opinor. Nam et vix credi " potest eum titulum, si extitit loco indicato, ex aequalibus " solum De Levis excepisse, et suspicionem movet cum Au- " gustae nomen praepositum (quod ut in nummis vulgare, ita a " titulis alienum est) et relatio quae intercedit inter hunc ti- " tulum et n. 888* collato n. 752* „. Ma il titolo esiste in realtà e come per l'epigrafe milliaria precedente volle il caso che, ritrovato di nuovo nel 1882 nel luogo stesso indicato dal De-Levis, il primo a vederlo e a divulgarlo, mostrando la buona fede dell'editore, fosse il nipote di Carlo Promis, Vincenzo di cara memoria (6).

n. V (= n. 7094). Insieme con l'antecedente il De-Levis trascrisse un frammento di epigrafe. Il Mommsen diè posto a questa

(1) Ferrero, in *Atti della R. Acc.*, XXIII, 1887-88, p. 187, tav. III, n. 5

(2) *Mem. della R. Acc.*, s. II, t. XLI, 1891, p. 195.

(3) *Storia dell'ant. Tor.*, p. 438.

(4) Lo stesso Promis ne ripetè la doppia iscrizione da altri editori (p. 201, p. 440, n. 204, 205). Nel lavoro postumo *Le iscrizioni raccolte in Piemonte* ecc. (*Mem. della R. Acc.*, s. II, t. XXXI, 1879, p. 387, n. 50) lo accolse, indicando il De-Levis come uno degli editori.

(5) Vincenzo Promis, in *Atti della R. Acc.*, XV, 1879-80, p. 499-502 e in *Not. degli scavi*, 1880, p. 76.

(6) *Atti della R. Acc.*, XVII, 1881-82, p. 179-182 (= *C. I. L. Suppl. It.*, I, n. 937).

Digitized by Google

epigrafe nella sua raccolta, notando: " per se non est suspecta ,, e noi aggiungiamo: e neppure per l'editore.

n. VI (= n. 7076). E così possiamo essere tranquilli su questa veduta parimente a Torino dal solo De-Levis.

n. VII (= n. 752*). Falso questo frammento: *magister artis notariae scribsi*, che il nostro autore afferma essere stato rinvenuto poco prima nello stesso luogo, ove si trovavano i n. IV e V, cioè in Torino nel palazzo Carrone di San Tommaso (in via dell'Arsenale). Ottimamente il Promis (1) lo confrontò con la fine di un falso titolo di Pollenzo (n. 888*) (2). In questo il principio rassomiglia all'epigrafe n. IV del De-Levis: donde la probabilità che l'autore della spuria epigrafe pollentina abbia avuto sott'occhio questa levisiana genuina ed una pietra, su cui era inciso un titolo apocrifo, di cui sopravviveva, al tempo del De-Levis, il frammento da lui copiato (3).

n. IX (= n. 754*) " aut falsa aut recens ". Piuttosto il secondo caso.

Iscrizioni di Levone, n. I, (= n. 734*), II (= n. 733*), IV (n. 735*) (p. 42-47). Mal lette, senza dubbio (4), ma non sono tali da doversi condannare. Del resto dice lo stesso Mommsen: " Certe ut hanc et duas sequentes non constat fictas esse, ita " donec certiorem auctorem repperint, nullus earum usus esse " potest ".

San Ponzo Canavese, n. III (p. 55) (= n. 736*) " Falsum " esse et nomina demonstrant et inepta tituli collocatio. Ficta " autem est ad demonstrandam relationem inter Secundinos et " Aebutios, quae nomina redeunt in genuinis titulis ibidem re- " pertis ". Così il Mommsen, il quale ebbe dinanzi agli occhi soltanto il pessimo disegno del De-Levis che qui riproduco.

Ma, precisamente come architrave della porta d'accesso all'edifizio (" il tempio degli idoli " del De-Levis (5)), su cui sorge

---

(1) P. 448.

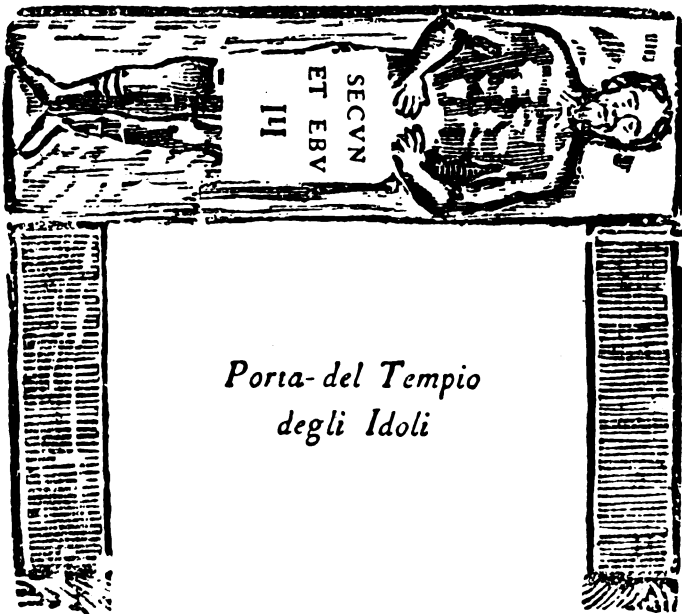
(2) Bonino, *Horae subcesivae*, Salutiis, 1701, t. II, p. 259.

(3) Il palazzo, ove il De-Levis vide questi marmi, esisteva già alla fine del secolo XVII.

(4) Il n. III non è antico.

(5) Su questo edifizio e sulla volgare credenza che fosse un tempietto pagano v. Boggio, in *Atti della Soc. di arch.*, vol. V, p. 74 e segg.

Digitized by Google

il campanile della chiesa parrocchiale di San Ponzo Canavese, si trova il lastrone di rozza pietra schistosa (lungh. m. 1,45,

largh. m. 0,45, spess. m. 0,18), di cui dò l'imagine da una fotografia favoritami dal gentile amico, avv. Secondo Pia.

Fra questa stela e il disegno del De-Levis non corre rassomiglianza, anzi questi sbagliò insino la disposizione della pietra;

poichè la testa della figura grossolanamente scolpita (al tempo della epigrafe, o piuttosto dopo?) è a sinistra e non a destra

Digitized by Google

dell'osservatore. Fu male copiata l'iscrizione dal nostro autore, unico a vederla, poichè essa, coperta di calce sino al 1895, in cui l'attuale parroco, il rev. D. Carlo Brussino, la rimise alla luce, non fu veduta dal prof. Pais, continuatore del vol. V del *Corpus*, il quale nel 1882 fu a San Ponzo, e rettificò la lezione delle altre lapidi colà conservate (1). L'iscrizione, incisa con lettere dell'altezza media di m. 0,07 è quella di un *Secund*(*us*) *Aebut*(*ius*) *T*(*iti*) *f*(*ilius*), e non ha nulla di anormale (2).

Balangero (p. 58) (= n. 6908) " Vix est ut falsa sit ". Non ha nulla di sospetto.

Ed ora che cosa resta delle accuse contro il De-Levis falsario di antiche iscrizioni?

---

(1) Il Bertolotti (*Passeggiate nel Canavese*, t. VII, Ivrea, 1874, p. 143) dice aver saputo dal parroco d'allora che nel campanile era nascosta una lapide con la parola *Secundino*. Il Bertolotti pensò fosse questa epigrafe del De-Levis (Cf. *C. I. L.*, V, p. 1089 ad n. 6924 *a*).

(2) Se la stela non conteneva in origine, come mi pare, che la sola iscrizione, questa è forse un po' troppo in basso; ma può darsi che la stela sia ora mancante nella parte inferiore. La forma dei caratteri è schiettamente antica.

Digitized by Google

Il riconoscimento dei Manoscritti arabi, persiani, turchi, ebraici, della Regia Biblioteca Universitaria di Torino, dopo l'incendio del 26 Gennaio 1904.

Nota del Socio ITALO PIZZI.

Chiamato da un onorifico voto di fiducia, in data 21 marzo 1904, a far parte della Commissione per il riconoscimento dei Manoscritti della R. Biblioteca Universitaria di Torino, dopo l'incendio del 26 gennaio 1904, io mi son messo all'opera con tutto il mio buon volere e con la maggiore diligenza possibile, procurando di riconoscere e di riordinare gli sparsi Manoscritti orientali (parte affidatami) dei quali era ricca la nostra Biblioteca.

Erano essi e sono ancora in gran parte in uno stato veramente deplorevole. Furono indubbiamente la parte della Biblioteca in cui il fuoco ha maggiormente infuriato, sicchè di alcuni di essi (per non dir nulla degli interamente distrutti) non si son potuti trovare che pochi fogli dispersi o bruciacchiati o danneggiati dall'acqua delle pompe. Erano 109 Codici tra arabi, persiani, turchi secondo il Catalogo del Prof. C. A. Nallino, e io ne ho potuto riconoscere 44, a cui si aggiungono tre fastelli di frammenti irriconoscibili. Erano 274 Codici ebraici (biblici, talmudici, rabbinici) secondo il Catalogo del compianto Comm. Peyron, e io era giunto a riconoscerne, sebbene con molta incertezza, come dirò appresso, 52, quando la Commissione per unanime e comune deliberazione, in data 14 giugno 1904, si sciolse. Siccome il fuoco, appunto fra questi Manoscritti ebraici, sembra aver spiegato maggiormente il suo furore che altrove, così oltre i 52 ora ricordati non ne restano che alcuni pochi pressochè irriconoscibili come gli altri, oltre un cumulo inestricabile di frammenti ridotti in miserrimo stato. — Siccome veramente la suppellettile orientale della nostra Biblioteca non era molto ricca, nè contava alcuno di quei cimelii rari e preziosi che si trovano o alla Laurenziana, o alla Vaticana, o alla Derossiana di Parma,

Digitized by Google

io non posso per questa parte, salvo errore, segnalarne alcuna perdita veramente grave e irreparabile. Perciò, dei Manoscritti persiani noto soltanto fra i perduti, il poema romanzesco di Khvâgiu Kirmâni, del secolo XIV, *Humây* e *Humâyûn,* cioè *Felice e Felicita*, di cui ho parlato nella mia *Storia della Poesia Persiana* (Cap. VI, 97, 98) e di cui ho dato un saggio tradotto (pag. 274-275).

Il poema che narra una storia d'amore è inedito, e io contava, quando che fosse, di pubblicarlo. Ma non è perduto, perchè se ne trovano altri manoscritti in altre Biblioteche d'Europa, tra le altre al *British Museum*, come risulta dal Catalogo del Prof. Rieu. Anche un manoscritto che comprendeva la *Storia* di Abulfeda (del secolo XIV) è andato perduto; ma la *Storia* di Abulfeda è stata già pubblicata e ne restano altrove altri manoscritti.

L'Egregio Collega tuttavia, il Prof. Francesco Rossi, mi parla di codici copti, che però non si son più rinvenuti, e il Prof. Francesco Gallina del R. Istituto Orientale di Napoli mi scriveva di un codice etiopico, di poco valore tuttavia. Anche questo non è stato trovato. Nè fra i Manoscritti ebraici, per quel che posso congetturare, v'era alcunchè di veramente raro e prezioso. Sicchè si può concludere che, se danno c'è stato per questa parte, esso non è tuttavia irreparabile.

In questo stato di cose, l'opera mia s'è ridotta semplicemente a riconoscere quale dei Manoscritti superstiti corrispondesse a questo o a quel numero dei Cataloghi Nallino e Peyron. Non ho riordinato perciò in molti casi (e sarebbe stato assolutamente impossibile) i fogli scompaginati, sdrusciti e sparsi: molto meno ho potuto illustrare o descrivere questo o quel manoscritto: ma li ho invece notati e contrassegnati, indicandone l'autore e il genere, fin là dove m'era concesso dallo stato in cui si trovano ridotti.

Ma se questo lavoro è riuscito abbastanza per gli arabi, persiani e turchi, ciò è avvenuto, oltre che per la buona scorta del Catalogo Nallino, perchè essendo essi cartacei, sebbene il il fuoco ne avesse consumato i primi e gli ultimi fogli, son rimasti molto più trattabili e alla mano. Gli ebraici invece, essendo quasi tutti membranacei, oltre la perdita avvenuta, in quasi tutti, dei primi e degli ultimi fogli, difficilissimi (massime i rab-

Digitized by Google

binici) da leggere, si sono talmente raggricciati, hanno avuto incollati e fusi insieme i loro fogli ai margini, che son diventati come tanti blocchi di pietra. La cura sollecita degli Egregi Colleghi, Professori Guareschi e Giacosa, ha potuto aprirne e spianarne qualcuno, ma l'impresa è lunga, dispendiosa molto, e forse non darebbe gran frutto. Oltre a ciò, tornando al caso mio, ho trovato che il Catalogo del Peyron, sebbene assai egregiamente composto, non ordina o distribuisce i Manoscritti per materie, ma alla rinfusa, sicchè si trova, per esempio, un manoscritto biblico accanto ad un medico, ad un cabalistico, ad un talmudico, e via dicendo. Perciò, ove se ne voglia riconoscere alcuno (bruciati i fogli dove erano notati i numeri d'ordine e di catalogo), bisogna scorrere tutti i titoli dei 274 codici e la loro descrizione per averne qualche lume; fatica improba e perdita di tempo incalcolabile.

Io perciò ho compilato un *Inventario* di tutti i Manoscritti Orientali, consegnato da me all'Egr. Cav. Frati della R. Biblioteca dopo l'ultima seduta del 14 giugno. Ma aggiungo subito che quell'*Inventario*, mentre comprende i Manoscritti arabi, persiani, turchi, da me riconosciuti, non comprende che i 52 ebraici da me a stento riconosciuti fino al 14 giugno, e che per molti di questi ebraici, segnati da me con lettere alfabetiche, non posso assicurare nulla di certo in forza delle condizioni in cui per essi mi son trovato e alle quali or ora ho accennato.

Per continuare tuttavia nelle ricerche, per raccogliere gli sparsi resti dei Manoscritti ebraici e mettere insieme quelli dei frammenti che appartengono ad un solo, io ho proposto, nell'adunanza del 14 giugno, che si chiamasse, per cotesto, un mio discepolo, il Dott. Giovanni Ramello di Chieri, che alcuni anni fa, ha frequentato con lode, in questa R. Università, la mia scuola di ebraico. La Commissione mi ha fatto l'onore di accettare ad unanimità la proposta, e si spera che S. E. il Ministro la faccia sua.

Digitized by Google

Relazione dei lavori intrapresi al Laboratorio di Materia Medica per il ricupero e ristauro dei Codici appartenenti alla Biblioteca di Torino.

Nota di PIERO GIACOSA.

Il materiale da me ricevuto consistette quasi per intiero negli ultimi residui dei codici e dei fogli pergamenacei che erano stati gettati dalle finestre della biblioteca nella strada; di qui erano poi stati trasportati nel cortile della Fabbrica dei tabacchi. La consegna mi fu fatta a varie riprese i giorni 15, 16, 17 febbraio coll'invio di tutto il materiale in grandi ceste che furono portate dagli uscieri della biblioteca. Siccome l'incendio ebbe luogo nella notte dal 26 al 27 gennaio, le pergamene ed i codici da me avuti erano rimasti per venti giorni accatastati all'aperto, inzuppati d'acqua e imbrattati di fango della strada. Due soli codici ho ricevuto che non avevano mai abbandonato la biblioteca e che mostravano prevalenti le traccie del fuoco su quelle dell'acqua. Questi sono un ms. ebraico in folio che venne poi identificato per la bibbia di Borso d'Este ed un ms. italiano di sermoni sul cantico dei cantici.

Prima di descrivere i processi adottati da me per salvare per quanto era possibile il materiale somministratomi, il quale ammontava a chilogrammi 60 circa, è bene considerare la natura della pergamena e il suo modo di comportarsi coll'acqua e col fuoco.

La pergamena è tessuto connettivo cutaneo di animali, sottoposto a un processo che consiste quasi unicamente nella essiccazione previa depilazione, sgrassatura, pulitura e distensione; tutti procedimenti meccanici e fisici, i quali conservano al connettivo secco la sua composizione inalterata. Le pergamene differiscono così dai cuoi che hanno la stessa origine, ma subiscono il trattamento coll'acido tannico il quale si combina colla sostanza del

Digitized by Google

connettivo, ne modifica radicalmente la proprietà e ne accresce la resistenza. La membrana delle pergamene o dei vellum essendo formata di connettivo che non differisce da quello fresco se non per essere meno ricco di acqua e disteso in strato sottile, si comporta come il connettivo ai reattivi. La ebollizione prolungata in acqua la trasforma in gelatina, che è solubile in acqua e a freddo si rapprende. La gelatina è un alimento per una gran parte di microorganismi e di muffe e questo ci spiega la facilità con cui essa si corrompe e putrefà. La putrefazione è ordinariamente preceduta dalla liquefazione della gelatina, e i microorganismi che la producono si chiamano perciò batterii liquefacenti.

Se a caldo e in presenza d'acqua il tessuto connettivo e la pergamena si trasformano in gelatina; al calore secco il processo è diverso. La pergamena in queste condizioni perde l'acqua di cui è impregnata igroscopicamente, si restringe e si coarta; se è compressa in fogli cuciti il contorcimento ha luogo nelle regioni là dove la membrana non è tenuta immobile dalle cuciture. Se il calore è maggiore la pergamena imbrunisce, si fa più grossa e più spessa mentre la superficie va sempre diminuendo, fonde leggermente ai bordi che si appiccicano insieme; giunta a questo stadio, essa, anche sfreddata, non ha più il potere di riassorbire l'acqua che le ridarebbe la primitiva struttura, la distendibilità e la pieghevolezza; ma rimane raggrinzita, fragile come una pasta di biscotto.

Ho voluto misurare sperimentalmente la riduzione di superficie della pergamena scaldata in ambiente secco. Una striscia di pergamena del commercio di millimetri 223×105 rimasta per due giorni a 155° C, si ridusse a mm. 207×87, diventando più dura e gialla; la superficie diminuì dunque del 25 %. Ma a questo stadio la pergamena non aveva ancora perduta la sua struttura, nè la capacità a tornare alle primitive dimensioni quando si trovasse in condizioni normali di temperatura e d'umidità. Portando invece la temperatura a 180° per tre ore la membrana si attorcigliò, imbrunì fortemente, non potè più distendersi. La superficie era ridotta a circa la metà della primitiva.

Premessi questi dati, le condizioni in cui fu ridotto il materiale pergamenaceo per opera dell'incendio, si spiegano facilmente, quando si divida in tre classi che rispondano alle circostanze attraverso alle quali il materiale stesso è passato.

Digitized by Google

Classe I. — Comprende quei codici che subirono soltanto l'azione del calore più o meno intenso e non quella dell'acqua. I codici che sentirono poco il caldo (p. es. la Storia naturale di Plinio) si sono soltanto arricciati ai margini, dove l'azione del calore era più intensa e così pure la disidratazione. Se il calore fu più vivo, i codici essendo compressi negli scaffali si contorsero e si restrinsero senza aumentar di spessore; i margini dove le fiamme lambivano si fusero e si saldarono insieme. Tale è per esempio il codice di Borso d'Este di cui si fece una fotografia; in questi casi i colori delle miniature non soffersero: soffrì invece il disegno che si alterò col restringersi delle superficie e la patina che si screpolò qua e là. Ma la pergamena non è ancora disgregata e messa all'umido e compressa si può distendere alle primitive dimensioni anche permanentemente.

Crescendo ancora la temperatura i margini non solo si fusero ma si carbonizzarono, mentre l'interno del volume si serrò sempre più, la pergamena diminuì fortemente di superficie aumentando di spessore. Alla frattura si scorge l'interno del tessuto come poroso, per la formazione di bolle nella sostanza che si è forse liquefatta. Questi codici che ho ancora potuto salvare, non si possono più ridurre alla pieghevolezza primiera nè legare. Ma possono distendersi e conservarsi a fogli sciolti protetti da vetri. I fogli sono fragilissimi e forse sarà da vedere se una impregnazione con sostanze dense e viscose come la glicerina o congeneri (1) potrà rimetterli in condizione meno pericolosa. Talora è accaduto che l'aria imprigionata tra i fogli e dilatatasi per il calore, non potendo fuggire dal codice compresso e coi margini saldati, abbia formato bolle e colla sua igroscopicità protetto i tratti di membrana che le limitavano. Così si formarono le cavità sferiche di alcune pagine nelle quali si scorge la pergamena integra e i caratteri hanno ancora le dimensioni primitive; il che per conseguenza permette di rendersi conto del restringimento che il fuoco opera sulla membrana col paragone dello stesso scritto in varii punti. Ne fanno testimonio il codice stesso di Borso d'Este già citato e qualche pagina di un ms. latino uma-

(1) Ho fatto qualche saggio col grasso naturale delle pelli, messo in commercio sotto il nome di lanolina e già usato nella medicina antica (oesipus): ma non ebbi ancora risultati decisi.

Digitized by Google

nistico (Svetonio?), che pure si riprodusse. Nei codici che subirono queste temperature alte, le miniature sogliono essere più danneggiate, i colori spesso si staccano, i mordenti, le gomme si fondono; solo l'oro resiste, ma i fondi piani si mostrano sollevati e contorti. Il rosso delle rubriche resistè assai bene al fuoco ed accade di vedere fogli carbonizzati per intiero in cui esso solo è leggibile.

Classe II. Vi si includono i codici che subirono l'azione del calore e contemporaneamente quella dell'acqua. Deve considerarsi che l'acqua lanciata dalle pompe contro materiali incandescenti si scalda e in parte si converte in vapore. Con ciò si avverano quelle condizioni per cui la pergamena si riduce in gelatina; ma questa decomposizione dei codici in questione non può essere stata completa, nè vi era acqua sufficiente per sciogliere la gelatina; cosicchè le alterazioni si verificarono in varia misura, in tratti varii più o meno grandi del codice. Le gelatina formatasi impregnò varie pagine e le saldò insieme in masse compatte. Spesso la formazione della gelatina conduce ad una obliterazione della scrittura di cui rimane solo l'impronta cava nel foglio mentre l'inchiostro è sparito. Qui le miniature e le alluminature non hanno resistito. Cessato l'incendio, ritirato il materiale, esso formava masse diverse di struttura, nere, durissime in certi punti, molli e fradicie in altri. È il maggiore dei guasti immaginabili, poichè il danno va crescendo ogni giorno di più, distruggendosi anche quelle parti del codice che a tutta prima erano ancora salvabili. Ma la peggiore delle condizioni è quella dei codici della

Classe III, cioè di quelli che avendo subìto le ingiurie del calore e dell'acqua, furono poi ancora lasciati ammucchiati. In questi si iniziò e proseguì il processo putrefattivo. Germi d'ogni sorta esistevano alla superficie della pergamena, nella polvere degli scaffali, nelle pompe, nell'acqua. Fra questi, quelli che trovano nella gelatina il loro alimento hanno avuto agio di lavorare indisturbati; ed è noto che l'azione loro consiste nel liquefare la gelatina riducendola in composti chimici semplici: amido-acidi, basi ammoniacali, ecc. Siccome questi germi sono anaerobii, cioè vivono soltanto in ambienti privi di ossigeno, se vi fosse stata la possibilità di isolare e di aerare ciascun foglio

Digitized by Google

o gruppo di fogli gelatinizzati, lo sviluppo della putrefazione non si sarebbe avuto.

Già le esperienze prime di laboratorio colle quali si cercò di distendere le pergamene comprimendole fra fogli di carta bibula, avevano mostrato che sui fogli più profondi si andavano sviluppando colonie isolate di batterii fluidificanti di diverse specie, fra i quali non mancava il famoso *bacillus prodigiosus*, colonie che si presentavano come chiazze sparse, tondeggianti, che bagnavano la carta bibula prima asciutta e si andavano dilatando in giro fino a confluire. Gli è in seguito a queste osservazioni che dovetti tentare qualche antisettico (formalina in vapori, carta da filtro impregnata di sublimato all'uno per mille e poi seccata); ma sebbene qualche buon risultato si ottenesse, l'esperienza mi dimostrò che bastava lasciare all'aria i fogli accumulati perchè ogni putrefazione si evitasse, o iniziata si sospendesse. Da quel momento i fogli separati umidi si rasciugavano, poi si mettevano distesi su carta bibula lasciandoli seccare all'aria nelle stanze del laboratorio fredde e aperte, alla temperatura invernale di Torino. L'operazione di staccare i fogli deve farsi meccanicamente fino al punto in cui è possibile, asciugando i fogli bagnati con spugnetta o carta bibula. L'immersione in acqua fredda o tiepida, con o senza aggiunta di alcali o di acidi benchè in minime traccie, o d'acido tannico, è per mia esperienza da evitarsi. Un ostacolo grave alla separazione dei fogli di questi codici è questo, che i caratteri di scrittura delle due pagine in contatto si appiccicano fra di loro e non possono staccarsi. E questo sia perchè le sostanze gommose degli inchiostri si sono sciolte e risaldate, sia perchè in corrispondenza della scrittura la pergamena che aveva incominciato a subire quelle alterazioni che conducono alle erosioni spontanee che si osservano nei più antichi codici (1), più facilmente s'è trasformata in gelatina.

Quelli fra i codici — e furono appunto la massa datami in lavoro e che non ho ancora ultimata — che si lasciarono in catasta umidi e collificati nel cortile, per 20 giorni, furono le vittime del processo putrefattivo più spietato. L'aria non aveva accesso nel profondo della catasta e nell'interno dei volumi, e la massa

(1) V. Otto Posse, *Handschriften-Konservirung*. Dresden, 1899. Verlag des " Apollo ".

Digitized by Google

andava disfacendosi in un liquame putrido, mentre ogni foglio era in preda ad una cangrena che lo andava rapidamente consumando. Alcuni codici che per essere in masse compatte e dure alla superficie potevano sperarsi secchi nell'interno come quelli della Classe I, all'aprirsi mostravano dei nidi di putrefazione dovuti a punti di gelatinizzazione ai quali per imbibizione o anche solo per igroscopicità l'acqua era giunta in quantità sufficiente a permettere lo sviluppo dei microbi.

Le fotografie che sono state eseguite non dànno idea dell'aspetto di questi manoscritti, luridi, neri, vischiosi, puzzolenti, che si sfacevano al solo contatto. Eppure anche per questi si tentò qualche cosa. Si pulì accuratamente colla spugna la membrana molle che stava per soggiacere alla putrefazione, la si rasciugò fra carte lasse, all'aperto, previa numerazione dei fogli nell'ordine in cui si seguivano. Spesso non era che un frammento di pagina quello che avanzava; ma con questo processo si ebbe la sicurezza di conservare ciò che ancora esisteva impedendo l'avanzata dei processi putrefattivi.

Col liquame dei codici infraciditi si fecero seminagioni in gelatina sterilizzata in scatole di Petri; ma in pochissimo tempo si ebbe la fusione completa del mezzo di coltura. Sostituendo l'agar-agar si ebbero buoni risultati e dalle colonie delle placche si isolarono più campioni seminati per infissione o per strisciamento in tubi di coltura sterilizzati. Le colonie non furono ancora potute studiare completamente: ma pare assodato che appartengano ai volgari bacilli putrefattivi che si trovano anche nelle acque superficiali.

Non è da pensare — per ora — alla sterilizzazione diretta delle pergamene scritte, poichè non sappiamo quale influenza possono avere i disinfettanti sulla membrana e sugli inchiostri. Siccome le membrane secche non corrono pericolo di putrefazione basta conservarle in tale condizione.

L'aerazione per le pergamene scampate all'incendio è tanto più facile a ottenersi in quanto che non sono punto distese, ma si presentano contorte quali le lasciò il fuoco. Mi sono assicurato che è possibile con molta pazienza di spianarle in foglio; ma siccome quasi sempre la struttura primitiva chimica della membrana è alterata e si ha da fare con una sostanza che è ridotta intieramente in gelatina, bisogna procedere lentissimamente nel

Digitized by Google

distenderla e maneggiarla poi cautamente, essendo il materiale fragilissimo. Per di più in questi casi traspariscono i caratteri del rovescio della pagina.

L'operazione di distensione non è fra quelle urgenti. Io la tentai più a scopo d'esperimento che per volerla applicare. Feci costrurre un piccolo telaio che afferra i margini del foglio e permette di stirarlo. Esso potrà rendere servigi nel futuro. Per ora non avendo altra mano d'opera che la mia e quella di alcuni volenterosi che accettarono di aiutarmi, e rimanendo molto materiale da separarsi e pulirsi, credo che i codici possano conservarsi a fogli sciolti, più o meno accartocciati, aspettando l'ora propizia a restituirli nella forma primiera.

Il problema primo che si presenta nel ristauro dei codici nella condizione in cui li ridusse l'incendio e il salvataggio della Biblioteca di Torino, è quello di separare i fogli e di pulirli. Ho già accennato alle operazioni meccaniche di pulitura e raschiatura per il materiale avuto in stato di inzuppamento coll'acqua. Quanto al resto secco, indurito e fragile, non si riesce a separarlo in pagine nella condizione in cui si trova; si rompe, si spacca, si fende, si sbriciola o resiste come un masso di legno, ma non si può aprire. La prima idea che si presenta è l'immersione in acqua; i tentativi fatti in questa via non mi hanno incoraggiato a proseguire. È bensì vero che gli inchiostri resistono all'acqua; ma oltrechè i fogli così bagnati nel rasciugarsi possono facilmente infracidire, si ha anche l'inconveniente di perdere le miniature, che l'acqua lava quasi completamente, lasciando solo il disegno primitivo a penna e qualche traccia di colore che si fissò nella membrana. Basta questo risultato a parer mio per far abbandonare completamente il trattamento diretto coll'acqua.

Invece il vapor acqueo dà eccellenti risultati. Bisogna lasciare i codici in ambienti saturi o quasi di vapore acqueo a temp. di 20° a 25° C. e per parecchi giorni. È bene raschiare l'involucro duro di colla e carbone liquefatti che li chiude in giro, involucro che al calore si rammollisce e s'appiccica alle dita e salda insieme le pagine. L'assorbimento dell'acqua si fa lentamente e varia secondo la superficie del codice: un codice che pesava grammi 1045 allo stato primitivo, lasciato 39 ore nella camera umida, assorbì il 3,4 % d'umidità; divenne così possi-

Digitized by Google

bile separare i fogli che prima erano fragilissimi: diviso in fascicoli ed aumentata così la superficie d'assorbimento, in 8 ore l'assorbimento fu del 1,4 %, maggiore dunque di quello avutosi nello stesso tempo a codice intiero.

Un altro codice piccolo di 162 gr. in 47 ore aumentò del 6,7 % di peso circa e si potè separarlo in fogli senza lacerarli. Il vantaggio grande della camera umida consiste nella totale incolumità delle miniature. Esse rimangono assolutamente inalterate. Ne fa prova il foglio fortemente contorto della bibbia di Borso d'Este, in cui la miniatura si è conservata in stato perfetto. Allorchè questo foglio è messo alla camera umida diventa malleabile, le parti che il calore ha rattrappito si lasciano distendere e la miniatura riprende le dimensioni primitive. Stirandola nel telaio lentamente, e tenendola in camera umida questa stupenda pagina può ridursi all'aspetto primitivo. Il primo foglio di questo codice, che subì l'azione dell'acqua, ha la miniatura completamente sbiadita.

Nella camera umida da me adottata, l'acqua svapora da un recipiente scaldato da una lampada protetta in giro da una rete metallica. I codici sono lasciati esposti all'umido su assicelle che traversano da una parte all'altra. In questa camera si è lavorato gran parte del materiale da me avuto (1). Deve porsi attenzione a separare bene i fogli affetti da processi di putrefazione liquefacente, perchè in simili condizioni d'umidità e di temperatura questo processo si accelera notevolmente. È bene tener ventilata la camera umida mediante fori nelle pareti; ed è indispensabile proteggere le pergamene dalle goccie d'acqua di condensazione che possano cadere dalla parete superiore o sgocciolare lungo quelle laterali. Si può variare il sistema di camera umida a piacimento, svaporare l'acqua in ambiente riscaldato: il risultato è sempre lo stesso. Si può anche operare in cappe di laboratorio anzichè in una cassa di vetro come feci io.

Del materiale ricevuto in esame finora si sono già lavorati chilogrammi 45 di codici; ciascun codice o frammento di codice venne, come si disse, numerato quando non esistesse ancora la numerazione originale; poi furono legati in grandi fasci lassi in cui

(1) Il signor Marrè continua a lavorare col soccorso della mia camera umida.

Digitized by Google

l'aria circolava, o messi in scatole di legno o cartone, un codice per ciascuna. Sono una sessantina di fascicoli. Questo materiale a rigore può servire agli studi; esso poi conservato in locali buoni non deperisce e può aspettare le ulteriori lavorazioni più lunghe che distendano i fogli nella primitiva misura.

Rimangono ancora chilog. 27 che sono formati da cartaccie e frammenti, imbrattati di fango e di sabbia, in parte collificati e carbonizzati; pochi frammenti di codici utilizzabili; ma se si pensa che uno di questi frammenti, un mazzo di foglietti che formavano come un fiore, fermati come erano dalle cordicelle della legatura primitiva, era nientemeno che il Salterio Greco tanto ricercato e che si temeva perduto, si vedrà quale interesse si ha a prodigare le più diligenti cure anche a questo resto che dall'aspetto non pare presentare più alcuna possibilità di restauro.

Laboratorio di Materia Medica della R. Università,
16 aprile 1904.

Relazione intorno alla memoria del Dr. Pietro Ghione: *I comuni del regno di Pergamo.*

Interessantissimo argomento di studio è l'ordinamento comunale del regno di Pergamo; anche perchè, dopo la sottomissione di quel regno a Roma, esso è stato la base dell'assetto dato alla provincia d'Asia dai Romani. I materiali per tale studio sono purtroppo assai scarsi. Tuttavia i recenti viaggi d'esplorazione nell'Asia Minore, tra cui ultimo quello dello Swoboda, e gli scavi di Pergamo e di Magnesia sul Meandro, hanno fornito varie iscrizioni che spargono qualche luce sulla condizione delle città pergamene nell'età ellenistica e nell'età romana, iscrizioni che in generale sono state studiate isolatamente e non abbastanza utilizzate. Fu quindi ottimo consiglio quello del Ghione di raccogliere diligentemente il materiale epigrafico che si ha sugli ordinamenti dei comuni del regno di Pergamo, lumeggiando con esso i passi, purtroppo assai scarsi, di Livio, Polibio e Strabone, in cui si fa cenno della condizione di quelle città, e non

Digitized by Google

trascurando di utilizzare i sussidî che fornisce a tal riguardo la numismatica.

I comuni del regno di Pergamo si possono distinguere in sudditi ed alleati. I primi possiedono una certa libertà nel trattare le faccende d'interesse strettamente locale; ma il re ha in essi il supremo potere legislativo e può emanare non solo editti (προστάγματα), ma anche leggi (νόμοι), e il supremo potere giudiziario, che può esercitare per mezzo di un governatore (ἐπὶ τῆς πόλεως) da lui nominato; anzi persino i magistrati più importanti della città sono, almeno in qualche caso, nominati o confermati dal re. Questi comuni possono essere, ad arbitrio del re, occupati da presidî, e i loro abitanti pagano ai regî esattori delle imposte la decima dei prodotti del suolo.

Ben diversa dalla condizione delle città suddite è quella delle città alleate facenti parte del regno. Queste conservano intera, almeno nominalmente, la propria autonomia, e il re non v'interviene come giudice supremo se non nel caso di questioni tra due città, in cui appunto si richiede un'autorità superiore ad ambedue per dirimere la contesa. Inoltre è stabilita dal trattato di alleanza la cifra del tributo (φόρος) che la città deve pagare al re, e la città stessa deve, a quanto pare, regolare la sua ripartizione tra i cittadini, sui quali non hanno alcuna autorità gli esattori regî. In casi speciali il re può imporre contribuzioni straordinarie (εἰσφοραί) tanto alle città alleate, quanto alle città suddite. Ma questa materia, per ciò che riguarda le città alleate, è probabilmente regolata anch'essa dai trattati, e ad ogni modo tocca in esse ai magistrati cittadini di trovare il modo di pagare il tributo straordinario richiesto dal re.

Da queste città alleate di nome, dipendenti di fatto, son nettamente distinte altre città alleate, che non possono in alcun modo considerarsi come facenti parte del regno; città le quali si obbligano liberamente verso il re a date prestazioni d'uomini e fors'anche di denari, ma che trattano con lui da pari a pari, confermano o rescindono liberamente la loro alleanza. In queste condizioni sono, p. e., le trenta città cretesi che hanno stipulato con Eumene II un trattato di alleanza conservatoci in parte nel Pizio di Gortina.

Complica lo studio dei comuni pergameni il fatto che tra essi ve ne ha alcuni i quali possiedono una organizzazione cit-

Digitized by Google

tadina di tipo greco, mentre in altri, che hanno conservato il loro antico ordinamento indigeno, i cittadini vivono dispersi in villaggi e si riuniscono per trattare degli affari di comune interesse presso un tempio, il cui sacerdote è in genere il capo supremo, effettivo o nominale, del comune. Comuni di questa fatta ve ne ha tanto in condizione di sudditi quanto di alleati. Le loro istituzioni son poco conosciute; ma pare che sotto il regno pergameno, sia per la forza delle cose, sia per la pressione esercitata dall'autorità regia, abbiano cominciato ad uniformare i loro ordinamenti ai comuni di tipo greco; trasformazione questa, che continuò anche sotto il dominio romano.

Tra mezzo ai territori dei comuni sudditi ed alleati vi hanno poi nel regno di Pergamo territori senza organizzazione comunale, dipendenti direttamente dal re, abitati dai servi della corona (βασιλικοὶ λαοί). È noto come vari scrittori recenti credano di vedere in questi βασιλικοὶ λαοί dei regni ellenistici i predecessori dei coloni dell'impero romano.

Con molta diligenza ed erudizione e con sano criterio il Ghione ha studiato questi ordinamenti così complessi. Le sue conclusioni sono in parte, nè egli stesso lo nasconde, di natura ipotetica. Ma la sua Memoria è un importantissimo contributo alla storia dei comuni ellenistici. Per questi motivi la Commissione crede di proporne la lettura alla Classe.

CARLO CIPOLLA,
GAETANO DE SANCTIS, *relatore*.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

INDICE

DEL VOLUME XXXIX

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona - Torino

Digitized by Google